Draft version March 25, 2026 年采用
AASTeX631 中的 LATEX 默认样式排版

arXiv:2603.22613v1 [physics.plasm-ph] 23 Mar 2026

弱碰撞空间等离子体中含重离子的波粒平衡

Nicolás Villarroel-Sepúlveda,[1] Daniel Verscharen,[2] Pablo S. Moya,[1] Rodrigo A. López,[3,4] and Kristopher G. Klein[5]

[1] *Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad de Chile, Las Palmeras 3425, Ñuñoa 7800003, Santiago, Chile*
[2] *Mullard Space Science Laboratory, University College London, Dorking RH5 6NT, United Kingdom*
[3] *Research Center in the Intersection of Plasma Physics, Matter, and Complexity (P2mc), Comisión Chilena de Energía Nuclear, Casilla 188-D, Santiago, Chile*
[4] *Departamento de Ciencias Físicas, Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Andres Bello, Sazié 2212, Santiago 8370136, Chile*
[5] *Department of Planetary Sciences, Lunar and Planetary Laboratory, University of Arizona, 1629 E University Blvd, Tucson, AZ 85721,USA*

摘要

空间等离子体中的特征时间尺度与库仑碰撞相关，远大于拉莫尔回旋或波粒相互作用对应的时间尺度，因此碰撞较弱。由此，波活动很可能驱动空间等离子体速度分布中观测到的一些非热特征，例如温度各向异性、束流和偏度。因此，我们研究波粒相互作用如何塑造次要离子的速度分布函数，以及这些离子及其统计特性如何改变电磁波的色散关系。为此，我们使用 Boris 算法推导重离子在电磁波中的运动。我们将波视为双离子组分等离子体中电磁波全动力学色散关系的解，其参数具有太阳风的代表性。我们使用任意线性等离子体求解器（ALPS）代码，根据离子的实际分布函数推导线性 Vlasov–Maxwell 色散关系。测试粒子初始处于热平衡状态，其分布函数随与波的相互作用而演化。通过使用演化后的分布函数求解色散关系，我们表明，该系统会演化至稳定的波粒平衡，其特征是波与粒子之间的相互作用和能量传递均降至最低。

1. 引言

质子是大多数空间等离子体中最丰富的离子种类，但其中也存在少量具有多种电离态的较重离子（Neugebauer & Snyder 1966；Bame 等人 1968年；Boschler 2007年）。特别是，太阳风中最常见的重离子是 α-粒子、O^{5+} 和 O^{7+} 离子（Cranmer & van Ballegooijen 2012年）。尽管相对丰度较低，这些重离子的相对质量较大，因此对离子总质量密度和动量密度有显著贡献。通过测得的离子速度分布函数（VDF；Asbridge 等人 1976年；Marsch 等人 1982c；De Marco, R. 等人 2023年）可以观测到它们的特征。这些离子速度分布函数的主要特征包括场向束流、温度各向异性（$T_\perp/T_\parallel > 1$，其中 $T_\perp$ 和 $T_\parallel$ 分别表示沿局域磁场垂直方向或平行方向测得的分布函数温度），以及偏度；偏度代表非零的场向热流（Verscharen 等人 2019）。已知太阳风中的重离子（例如 α-粒子和氧离子）相对于质子群体也具有场向漂移速度。在弱碰撞快速太阳风中，这些漂移速度可达到局域阿尔fv´én速度量级（Alterman 等人 2018），在阿尔fv´én型慢速太阳风中则是阿flv´én速度中较小但显著的一部分，而在非阿尔fv´én型慢速太阳风中则接近于零（Stansby 等人 2019）。

磁化空间等离子体的研究一直与非平衡热力学和统计物理学密切相关（Olbert 1968；Vasyli¯unas 1968；Cairns 等，1995；Livadiotis & McComas 2009；Ourabah2020）。其中许多系统，包括太阳风和行星磁层，都因

通讯作者：Nicol´as Villarroel-Sep´
ulvedanicolas.villarroel@ug.uchile.cl

等离子体粒子沿各自轨迹运动时发生的库仑碰撞相对稀少而呈弱碰撞状态；也就是说，它们的平均自由程远大于系统的特征空间尺度（Marsch&Goldstein1983；Marsch1991；Livadiotis 2019）。因此，等离子体粒子的速度分布函数既由粒子间相互作用，也由波粒相互作用所决定，从而使分布函数中形成非平衡结构。事实上，自太阳风早期探测以来，波活动及其与等离子体粒子的相互作用便与观测到的质子和 α-粒子速度分布函数中的非热特征有关（Feldman 等，1973；Marsch 等，1982b，c）。

阿尔夫´沿磁场传播的阿尔芬涨落通过共振相互作用提高质子和α-粒子的温度各向异性（Gary 等，2005；Bourouaine, S. 等，2011）。温度各向异性能够驱动波不稳定性，其阈值取决于动压与磁压之比 $\beta = 8\pi n k_B T/B^2$，其中 n 为粒子数密度，k_B 为玻尔兹曼常数，T 为等离子体温度，而 B 为局域磁场强度。质子（Kasper 等，2003；Hellinger 等，2006）和 α-粒子（Maruca 等，2012；Li, Q. H. 等，2023；McManus 等，2024）的不稳定性阈值均取决于等离子体参数。

碰撞少的年轻太阳风中的离子温度比呈现近似的质量比例关系，即$T_{(i)}/T_{(p)} \gtrsim m^{(i)}/m^{(p)}$，其中 $m^{(i)}$($T_{(i)}$)和 $m^{(p)}$ $T^{(p)}$分别表示离子和质子的质量（温度）量（Tracy 等，2016）。 α-粒子和次要离子与线性波的阿尔芬/离子回旋（A/IC）分支发生共振相互作用，由于其回旋频率低于质子，因此能够有效地优先加热重离子（Dusenbery & Hollweg 1981；McKenzie & Marsch 1981；Marsch 等，1982a；Isenberg & Hollweg 1983；Isenberg 1984a,b；Gomberoff & Elgueta 1991；Isenberg & Vasquez 2009；Navarro 等，2020）。

阿尔芬/离子回旋波的存在不仅会影响离子的热力学性质，也会影响其速度分布函数的形状（Zhang 等，2025）。共振波粒相互作用的准线性理论预言，共振离子会沿波的静止系中的等能壳扩散（Cranmer 2001；Marsch & Tu 2001；He 等，2015；Bowen 等，2022；Afshari 等，2024），因此，当速度分布函数在速度空间局部仅为波参考系动能的函数时，便会达到稳态（Isenberg 等，2001；Isenberg 2001；Tu &Marsch 2002）。我们将这种平衡状态定义为波粒平衡，其特征是波与粒子之间的相互作用最小化，使等离子体对波变得透明。这种透明性伴随着波阻尼的抑制，因此 $\gamma = 0$；也就是说，波达到临界稳定状态。

对于所有色散波，波粒平衡的非热特征局限于速度空间的局部区域，取决于涉及粒子速度、波频率和波矢的共振条件。

重离子会显著影响色散关系和动理学等离子体波的性质（Isenberg 1984b；Gomberoff & Cuperman 1982；Moya 等人 2022；Villarroel-Sep´ulveda, N. 等人 2023）。即使离子与质子的密度比低至 $n_i/n^{(p)} \sim 10^{-4}$，太阳风中观测到的温度各向异性和速度漂移也能有效提供自由能，驱动动理学不稳定性（Gomberoff & Valdivia 2002年，2003；Moya 等人 2014；McManus 等，2024；Martinovi´c 等人 2026）。

2. VLASOV–MAXWELL理论

物种 s 的等离子体粒子由速度分布函数 $f_s(t, \boldsymbol{r}, \boldsymbol{v})$进行统计描述。这些分布函数在弱碰撞等离子体中满足 Vlasov方程:

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \boldsymbol{v} \cdot \nabla_{\boldsymbol{r}} f_s + \frac{q^{(s)}}{m^{(s)}} \left[\boldsymbol{E} + \frac{\boldsymbol{v}}{c} \times \boldsymbol{B} \right] \cdot \nabla_{\boldsymbol{v}} f_s = 0, \tag{1}$$

其中，$\nabla_{\boldsymbol{r}}$ 为空间梯度，$\nabla_{\boldsymbol{v}}$ 为速度空间梯度，c为真空光速，$q^{(s)}$ 为物种 s中粒子的质量和电荷。该系统通过电荷密度与麦克斯韦方程组耦合

$$\rho(t, \boldsymbol{r}) = \sum^{(s)} q^{(s)} \int f_s(t, \boldsymbol{r}, \boldsymbol{v}) d^3 v, \tag{2}$$

以及电流密度

$$\boldsymbol{j}(t, \boldsymbol{r}) = \sum^{(s)} q^{(s)} \int \boldsymbol{v} f_s(t, \boldsymbol{r},) d^3 v. \tag{3}$$

我们对该方程组进行线性化，使速度分布函数表示为

$$f_s(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{v}, t) = f_0^{(s)}(\boldsymbol{v}) + \delta f_s(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{v}, t). \tag{4}$$

此外，我们考虑一个磁化的　　不含背景电场的系统，使磁场线性化为

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)=\boldsymbol{B}_0+\delta\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t) \tag{5}$$

并将电场表示为

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)=\delta\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t). \tag{6}$$

2.1. 电磁波的色散关系

我们在速度空间中定义一个与背景磁场 $\boldsymbol{B}_0=B_0\hat{\boldsymbol{z}}$ 对齐的柱坐标系。速度空间矢量随后表示为 $\boldsymbol{v}=v_\perp\hat{\boldsymbol{e}}_\perp+v_\parallel\hat{\boldsymbol{z}}$，而 ϕ 表示速度矢量的方位角。我们假设 $\partial f_0^{(s)}/\partial\phi=0$，这将背景分布限制为回旋对称分布。

电磁波的色散关系由 Stix (1992) 给出，如下所示：

$$\boldsymbol{k}\times\left(\boldsymbol{k}\times\delta\hat{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{k},\omega)\right)+\frac{\omega^2}{c^2}\left(\mathbf{1}+\sum^{(s)}\boldsymbol{\chi}^{(s)}(\boldsymbol{k},\omega)\right)\cdot\delta\hat{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{k}.\omega)=0, \tag{7}$$

其中 $\boldsymbol{k}$ 是波矢，$\omega=\omega_{\rm r}+i\gamma$ 是复频率，其中 $\omega_{\rm r}$，$\gamma\in\mathbb{R}$，且 $\delta\hat{}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{k},\ \omega,$ 是 $\delta\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},\ t)$ 的傅里叶变换。频率的虚部 γ 与波振幅的时间演化有关；当 $\gamma<0$ 时，波会衰减；当 $\gamma>0$ 时，波则不稳定。傅里叶表示中的电极化率，$\boldsymbol{\chi}^{(s)}(\boldsymbol{k},\ \omega)$，根据线性化的速度分布函数计算得出，并通过式（3）与线性化电场相关联。

当 $|\gamma|\ll|\omega_r|$，　从波传递给物种 s 粒子的功率由（Stix 199　　2)

$$P^{(s)}=\frac{\omega_{\rm r}}{8\pi}\delta\hat{\mathbf{E}}^*(\boldsymbol{k},\omega)\cdot\boldsymbol{\chi}^{(s)}_{(A)}(\boldsymbol{k},\omega)\cdot\delta\mathbf{E}(\boldsymbol{k},\omega), \tag{8}$$

其中 $\boldsymbol{\chi}^{(s)}{}_{(A)}=(\boldsymbol{\chi}^{(s)}-\boldsymbol{\chi}^{(s)\dagger})/(2i)$ 是电极化率的反厄米部分，$\boldsymbol{\chi}^{(s)\dagger}$ 是 $\boldsymbol{\chi}^{(s)}$的厄米转置。

2.2. *Quasilinear diffusion*

考虑 Vlasov–Maxwell系统扰动的二阶项，我们得到背景分布函数的准线性演化（Shapiro &Shevchenko1963; Kennel &Engelmann1966）。接着，

$$\frac{\partial f_0^{(s)}}{\partial t}=i\left(\frac{q^{(s)}}{m^{(s)}}\right)^2\sum_{\ell=-\infty}^{\infty}\int d\boldsymbol{k}\left[\frac{\partial}{\partial\alpha^*}\frac{\left|J_{\ell+1}(\lambda_s)\delta\hat{E}^+(\boldsymbol{k},\omega)+J_{\ell-1}(\lambda_s)\delta\hat{E}^-(\boldsymbol{k},\omega)\right|^2}{2(\omega-\ell\Omega^{(s)}-k_\parallel v_\parallel)}\frac{\partial}{\partial\alpha}+\frac{\partial}{\partial\mu^*}\frac{J_\ell(\lambda_s)^2|\delta\hat{E}^z(\boldsymbol{k},\omega)|^2}{(\omega-\ell\Omega^{(s)}-k_\parallel v_\parallel)}\frac{\partial}{\partial\mu}\right]f_0^{(s)}, \tag{9}$$

其中

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}=\left(\frac{k_\parallel v_\parallel}{\omega}-1\right)\frac{\partial}{\partial v_\perp}-\frac{k_\parallel v_\perp}{\omega}\frac{\partial}{\partial v_\parallel} \tag{10}$$

是俯仰角梯度，

$$\frac{\partial}{\partial\mu}=\left(1-\frac{\ell\Omega^{(s)}}{\omega}\right)\frac{\partial}{\partial v_\parallel}+\frac{\ell\Omega^{(s)}}{\omega}\frac{v_\parallel}{v_\perp}\frac{\partial}{\partial v_\perp}, \tag{11}$$

$\lambda_s=k_\perp v_\perp/\Omega^{(s)}$, $\Omega^{(s)}=q^{(s)}B_0/m^{(s)}c$ 是该物种的回旋频率，而 $\delta\hat{}E^{\pm}(\boldsymbol{k},\omega)=[\delta\hat{}E^x(\boldsymbol{k},\omega)\mp i\delta\hat{}E^y(\boldsymbol{k},\omega)]/\sqrt{2}$(Yoon 2017）。

当满足以下条件时，波与粒子发生共振

$$k_\parallel v_\parallel=\omega_{\rm r}-\ell\Omega^{(s)} \tag{12}$$

得到满足，其中 $\ell\in\mathbb{Z}$ 且 $\omega_{\rm r}=$Re$\{\omega\}$。方程（9）表示背景分布函数 $f_0^{(s)}$ 关于变量 α 和 μ的扩散方程。共振波粒相互作用会使背景速度分布函数演化，直至方程（9）中方括号内的项为零。对于平行传播，纯电磁波满足 $\partial f_0^{(s)}/\partial\alpha=0$ 时，或纯静电波满足 $\partial f_{s0}/\partial\mu=0$ 时，该条件成立。

方程（9）求和中的主导项是涉及 $J_0(\lambda_s)$ 的那些项，尤其是在 $\lambda_s \lesssim 1$时。对于一阶回旋共振 $k_\parallel v_\parallel = \omega_r \pm \Omega^{(s)}$，方程（9）右端的第一项占主导。满足方程（12）中共振条件的粒子，会沿着与波共同运动的参考系中的等能壳层扩散；也就是说，局部切于由 $v_\perp^2 + (v_\parallel - \omega/k_\parallel)^2 =$ 常数所定义的曲线（Besse 等人 2011年；Yoon 2017）。方程（9）右端的第二项在朗道共振 $k_\parallel v_\parallel = \omega_r$中占主导；该共振使背景速度分布函数趋向于与 $v_\parallel$ 无关的分布，其中 $\ell = 0$ 位于共振速度附近。

3. 测试粒子模拟

我们将最初处于热平衡状态的重离子作为测试粒子进行模拟，以研究共振波粒相互作用对重离子的影响。将重离子视为测试粒子，使我们能够以受控的方式研究波粒相互作用，并量化这些物种对波的色散关系的影响。我们使用基于 Vlasov–Maxwell 色散关系的波解驱动系统。

我们通过分析重离子速度分布函数、其热力学性质以及相关波的色散关系，研究重离子速度分布函数向波粒平衡态的演化；计算色散关系所用的工具是任意线性等离子体求解器（ALPS）（Verscharen 等人，2018；Klein 等人，2023）。波粒相互作用留下的印记能够使等离子体速度分布函数远离热平衡，其偏离理想化双麦克斯韦分布的程度可能很大。这些在动理学模拟和 原位 观测中发现的非热特征，会显著影响动理学电磁波的传播，而双麦克斯韦求解器无法捕捉这些影响（Walters 等，2023；McManus 等，2024；Klein 与 Verscharen，2025）。最近推出的 ALPS 代码能够计算具有任意速度分布函数的等离子体中线性波的色散关系，因此是研究非热波粒平衡态中波传播的理想工具。

我们考虑由电子、质子和第二种离子组成的等离子体。我们假设 $n^{(p)} \gg n_i$ and$n^{(p)}/n_e \sim 1$。准中性条件要求 $n_e = n^{(p)} + (q_i/e)n_i$，其中 e 是元电荷。

我们使用 Boris 算法来演化测试粒子的速度和位置（Qin 等人 2013；Tajima 2018）。

速度以质子阿尔芬速度 $V_A^{(p)} = B_0/\sqrt{4\pi n^{(p)} m^{(p)}}$ 归一化，长度以质子惯性长度 $\ell^{(p)} = c/\omega_p^{(p)}$ 归一化，其中 $\omega_p^{(p)} = \sqrt{4\pi n^{(p)} e^2/m^{(p)}}$；时间以质子回旋周期 $\tau^{(p)} = 1/\Omega^{(p)}$ 归一化；电磁场以背景磁场的大小 B_0 归一化。

我们使用 Box-Mu ller 算法（Box &Muller 1958）为测试粒子初始化麦克斯韦速度分布函数。扰动电磁场是三组分色散关系的全动理学解，其中包含麦克斯韦分布电子、质子和次要离子；这些解使用 ALPS 获得，并采用与模拟相同的初始参数。系统被限制在以原点为中心的周期性盒子中，盒子尺寸为 $2\pi\omega_p^{(p)}/ck_\perp$ 沿X 和 Y 方向，以及 $2\pi\omega_p^{(p)}/ck_\parallel$ 沿 Z 方向。测试粒子的初始空间分布在盒子内均匀。粒子从盒子一侧离开后，会以相同速度周期性地从另一侧重新进入盒子。

我们将电场写成一个单色平面波

$$\delta\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = \mathrm{Re}\left\{e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)+\phi_0}\left(\delta\hat{E}_x(\boldsymbol{k},\omega)\hat{\boldsymbol{x}} + \delta\hat{E}_y(\boldsymbol{k},\omega)\hat{\boldsymbol{y}} + \delta\hat{E}_z(\boldsymbol{k},\omega)\hat{\boldsymbol{z}}\right)\right\}, \tag{13}$$

其中，我们从 ALPS 获得 ω 和 $\delta\hat{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{k},\omega) \in \mathcal{C}$，而 ϕ_0 是一个随机相位。我们将该波的磁场计算为

$$\delta\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t) = \mathrm{Re}\left\{e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)+\phi_0}\left(\delta\hat{B}_x(\boldsymbol{k},\omega)\hat{\boldsymbol{x}} + \delta\hat{B}_y(\boldsymbol{k},\omega)\hat{\boldsymbol{y}} + \delta\hat{B}_z(\boldsymbol{k},\omega)\hat{\boldsymbol{z}}\right)\right\}. \tag{14}$$

方程（13）和（14）通过法拉第定律 $c\boldsymbol{k}/\omega \times \delta\hat{\boldsymbol{E}} = \delta\hat{\boldsymbol{B}}$相联系，该定律将振幅 $\delta\hat{\boldsymbol{E}}$ 和 $\hat{\delta\boldsymbol{B}}$联系起来。我们通过预先设定 $|\delta B_y(t=0)|/B_0$ 来确定驱动电磁波的大小。

在模拟的每个时间步中，我们通过将测试粒子分箱到速度空间的二维网格中，得到速度分布函数。我们将整体速度计算为

$$\boldsymbol{U} = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\boldsymbol{v}_n, \tag{15}$$

其中，$\boldsymbol{v}_n$ 是样本中第 n个测试粒子的速度矢量，N 是测试粒子的总数。在所有模拟中，我们均设定 $N = 2\times10^6$。

我们推导平行 将粒子在拉格朗日参考系中的动能视为电子温度 ，

$$T_{\parallel}^{(s)} = \frac{m^{(s)}}{k_B N}\sum_{n=1}^{N}(v_{n,z} - U_z)^2, \tag{16}$$

同样，我们将垂直温度计算为

$$T_{\perp}^{(s)} = \frac{m^{(s)}}{k_B N}\sum_{n=1}^{N}\frac{1}{2}\left[(v_{n,x} - U_x)^2 + (v_{n,y} - U_y)^2\right]. \tag{17}$$

我们将热流推导为分布函数的三阶速度矩:

$$\boldsymbol{q}^{(s)} = \frac{1}{2}\frac{m^{(s)}}{N}\sum_{n=1}^{N}|\boldsymbol{v}_n - \boldsymbol{U}|^2(\boldsymbol{v}_n - \boldsymbol{U}). \tag{18}$$

4. RESULTS

我们将在以下小节中展示模拟结果以及色散关系的解。

4.1. 温热麦克斯韦多离子等离子体中的线性电磁波

系统初始时由所有等离子体组分的麦克斯韦分布速度分布函数描述。我们使用 ALPS 对式（7）进行数值求解，以获得给定动理学等离子体波的电磁场，随后利用第 3 节所述机制对系统施加扰动。为此，我们设定 $V($ $_A^p$ $/c = 10^{-4}$)、 $T(e) = T(p)$，以及 $T(i) = (m^{(i)}/m^{(p)})T^{(p)}$。结合准中性条件并以质子量归一化后，输入参数之间满足 $n^{(e)}/n^{(p)} = 1 + q^{(i)}n^{(i)}/en^{(p)}$、 $\beta^{(e)} = n^{(e)}\beta^{(p)}/n^{(p)}$ 和 $\beta^{(i)} = n^{(i)}m^{(i)}\beta^{(p)}/n^{(p)}m^{(p)}$。这等价于设定 $v^{(i)}$ th $= v^{(p)}$ th，其中 $v_{\rm th} = \left(2k_B T^{(s)}/m^{(s)}\right)^{1/2}$ 是组分 s的热速度，且 $\beta^{(i,p)} = \left(v^{(i,p)}\right.$ th $\left./V_A^{(p)}\right)^2$。下文将给出与 ALPS 所用输入参数对应的离子数密度和热速度。图1展示了具有不同热速度的电子-质子等离子体和电子-质子-α-粒子等离子体中，平行传播的阿尔芬/离子回旋波的复频率和无碰撞加热率。加入 α-粒子会降低波的相速度并增大波的阻尼率。通过比较 α-粒子的无碰撞加热率 P_α（右列）与波阻尼 $\gamma/\Omega^{(p)}$（中列），可以清楚地看出阻尼与共振加热之间的关系，因为这两个量呈负相关。

当等离子体为冷等离子体时，即 $v^{(s)}{}_{\rm th}/V_A^{(p)} \ll 1$，如图 1的底行所示，其中考虑了 $\beta^{(p)} = 0.01$，在存在 α-粒子的情况下，会出现两条不同的阿尔芬/离子回旋波色散关系。一般而言，在冷麦克斯韦等离子体中，阿尔芬/离子回旋波会在构成等离子体的不同离子种类的回旋频率处呈现渐近线，从而将色散关系分割成互不相连的频带。这里，虚线解渐近于 $\Omega^{(\alpha)} = 0.5\Omega^{(p)}$，而实线解在大波数下趋于 $\omega_{\rm r} \to \Omega^{(p)}$ ，这与（半）冷近似下电子-质子阿尔芬/离子回旋波的行为一致。随着温度升高，同样的推理也适用于质子，因此，在热等离子体中，当 $^{(p)}$ 趋于 $k_\parallel \gg 1$ 时，频率的实部必须趋近 Ω。

由于我们考虑 $n^{(s)} \ll n^{(p)}$，因此只有在等离子体处于冷态时，解才会分裂。等离子体处于温态时，如图 1 中间一行所示，这两个解会相交。在此，阿尔芬波连续延拓至大波数区域后形成的分支与电子-质子阿尔芬/离子回旋波相似，而第二个分支则受到强烈阻尼，并在 $kc/\omega_p^{(p)} \sim 0.5$ 时具有负相速度。 Isenberg (1984a) 详细讨论了电子-质子-α-粒子等离子体中色散关系两条分支的性质，以及 $\omega_{\rm r} \to \Omega^{(\alpha)}$ 时的波传播。图 2 与图 1 类似，但对应的是电子 - 质子 - O^{5+} 等离子体。所考虑的重离子密度经过选择，使得在温度与质量成正比的假设下，图 $\beta^{(\mathrm{O}^{5+})} = \beta^{(\alpha)}$ 1 和 2 中所有对应曲线的 。

模拟所采用的相关参数值汇总于表1中。这里，漂移速度对应于离子群体相对于质子的沿磁场方向相对漂移速度。对于模拟的初始参数，我们选择了接近阻尼率局部最小值的波数；在这些波数下，电磁波向初始麦克斯韦粒子的能量传递最为有效。

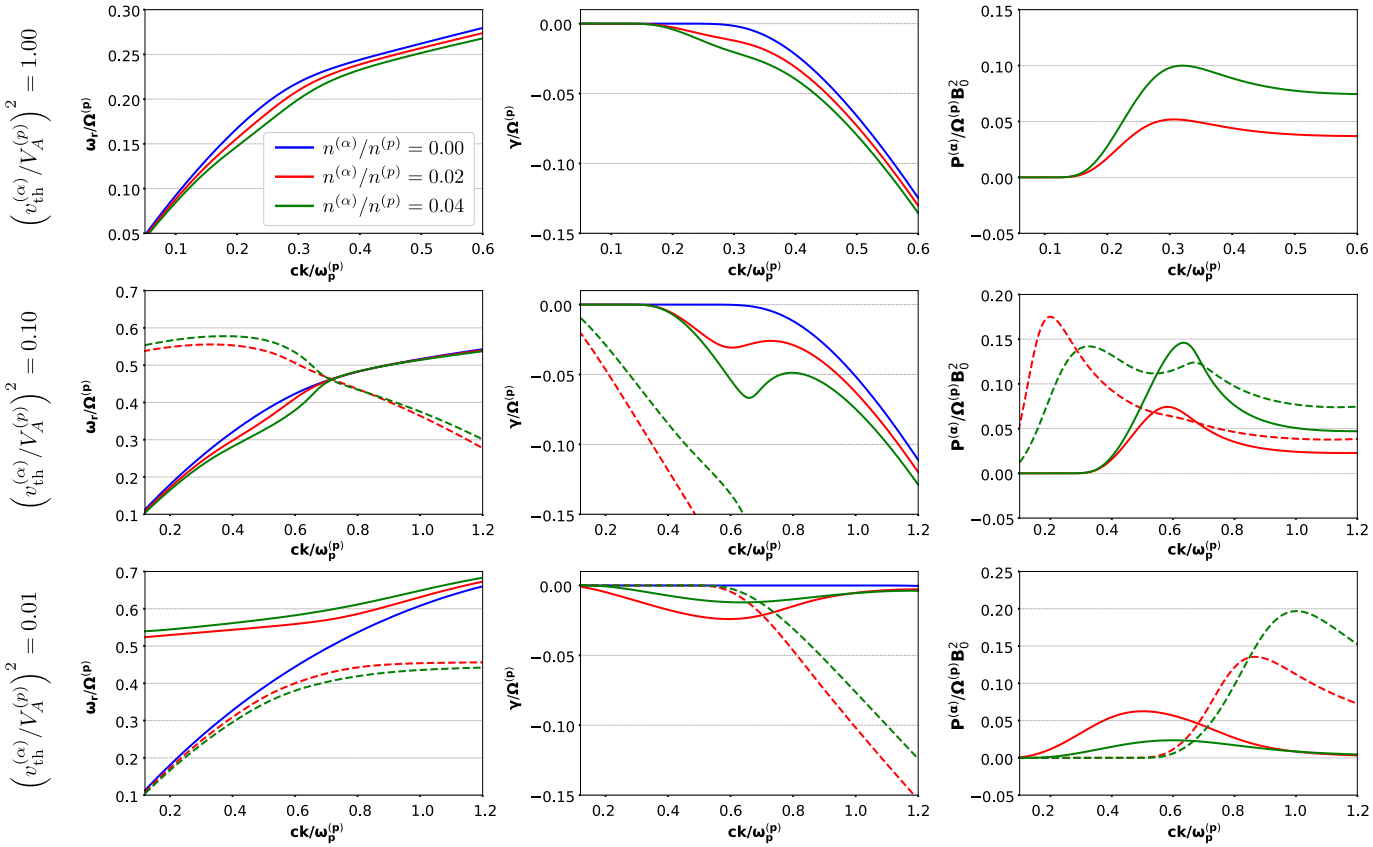


图1. 不同热速度下阿尔芬/离子回旋波的频率实部（左）和虚部（中），以及无碰撞加热率（右），对应参数为 $T^{(\alpha)}/T_{(p)} = m^{(\alpha)}/m^{(p)}$，其中 $v^{(\alpha)}{}_{\rm th}$ 取值不同，且数密度各异。当解分裂为多个分支时，我们用实线绘出在大波数下渐近于阿尔芬/离子回旋解的分支，并用虚线绘出其余分支。

初始归一化等离子体和波参数						
热速度	离子种类	漂移速度（V_D）	$n^{(s)}/n^{(p)}$	$ck_0/\omega_p^{(p)}$	Re$\{\omega_0\}/\Omega^{(p)}$	Im$\{\omega_0\}/\Omega^{(p)}$
$\left(v^{(s)}{}_{\rm th}/V_A^{(p)}\right)^2 = 1.0$	α	$V_D = 0.0$	0.040	0.300	0.200	-0.021
	α	$V_D = V_A^{(p)}$	0.040	0.300	0.219	-0.001
	α	$V_D = -V_A^{(p)}$	0.040	0.300	0.347	-0.091
	O^{7+}	$V_D = 0.0$	0.010	0.300	0.205	-0.025
	O^{5+}	$V_D = 0.0$	0.010	0.300	0.221	-0.024
$\left(v^{(s)}{}_{\rm th}/V_A^{(p)}\right)^2 = 0.1$	α	$V_D = 0.0$	0.040	0.660	0.425	-0.067
	O^{7+}	$V_D = 0.0$	0.010	0.580	0.377	-0.09
	O^{5+}	$V_D = 0.0$	0.010	0.367	0.238	-0.050
	O^{5+}	$V_D = 0.0$	0.010	0.367	0.391	-0.050
	O^{5+}	$V_D = 0.0$	0.005	0.380	0.302	-0.071
	O^{5+}	$V_D = 0.0$	0.005	0.380	0.327	-0.065

Table 1. 试验粒子模拟中使用的等离子体参数和选定的色散关系 s.

共振粒子的比例为

$$\Delta N/N \propto \exp\left(-\frac{\left(\omega_{\rm r}-\Omega^{(s)}\right)^2}{\left(k_\parallel v_{th\parallel}^{(s)}\right)^2}\right). \tag{19}$$

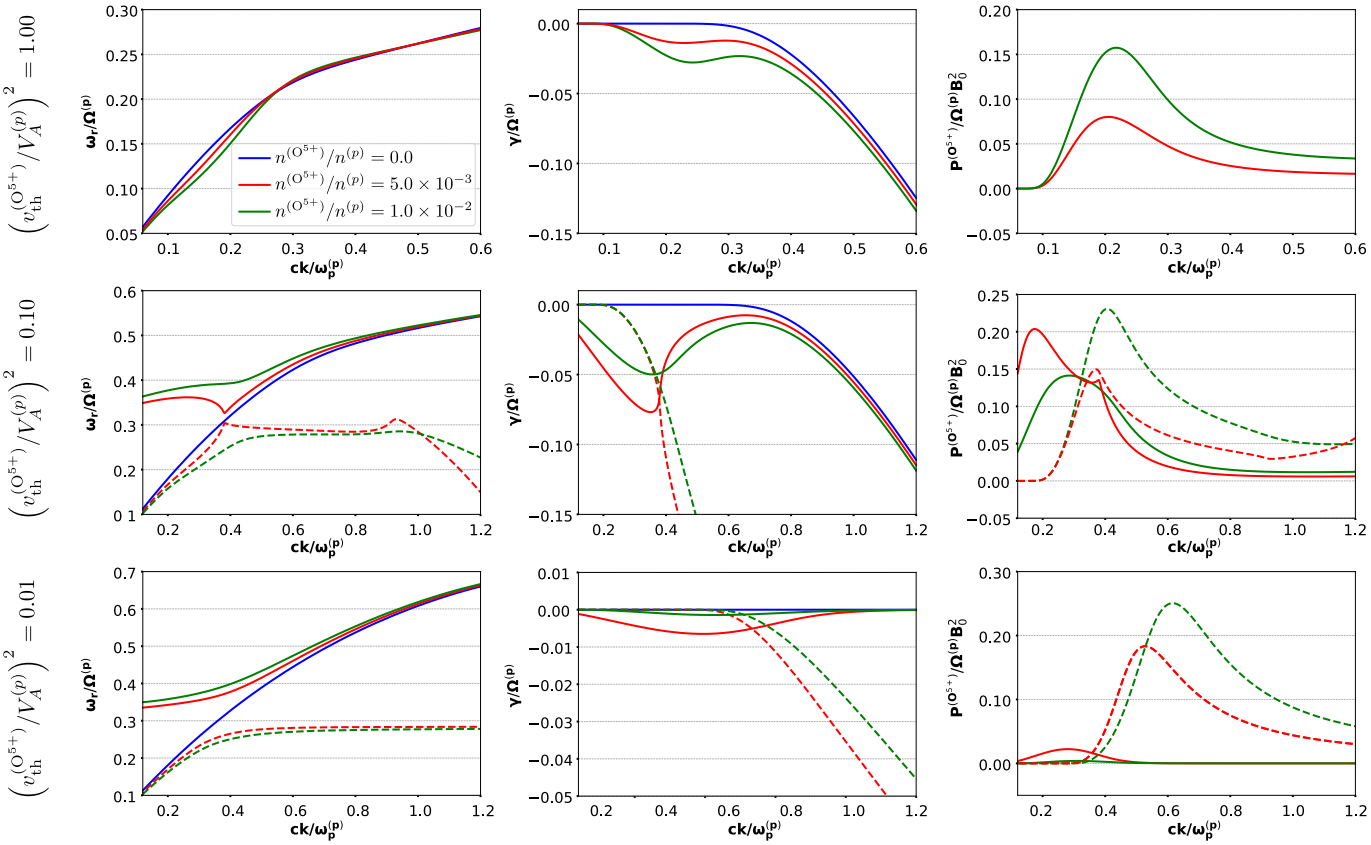


图 2. 电子-质子-O^{5+} 中阿尔芬/离子回旋波的频率实部（左）和虚部（中），以及无碰撞加热率（右）；热速度变化时，给定 $T_{(\rm O^{5+})}/T^{(p)} = m^{(\rm O^{5+})}/m^{(p)}$，对应不同的 $\beta^{(p)}$ 值和不同的数密度。

将表 1 中的波数值及其对应频率代入方程（19），可得所有无漂移情形下相近的数值。

由于离子被模拟为测试粒子，因此不会影响电磁场的演化；电磁场的振幅平方按照线性理论的时间依赖关系 $|B(t)|^2 = |B(t=0)|^2 e^{2\gamma t}$ 演化。我们进行模拟的时长为 $T = 2\pi/|\gamma|$，以确保波振幅衰减至初始值的 $\sim 0.2\%$。

4.2. 回旋共振的粒子动力学

我们采用不同浓度的 α粒子、O^{5+} 和 O^{7+} 离子，模拟阿尔芬/离子回旋波与重离子之间的相互作用。我们进行试验粒子模拟，直至波振幅因阻尼而趋近于零，且系统达到稳态。图3 展示了 α粒子（上）、O^{7+}（中）和 O^{5+} 离子的速度分布函数、平均动能、 $\beta_{\perp}^{(s)}$, $\parallel$ 以及$T_{(s}$ $/T_{\parallel}^{(s)})$的演化，其中 $\beta^{(s)}(t=0) = 0.16$, $v^{(s)}{}_{\rm th}(t=0)/V_{(p)A} = 1.0$，且 $T_{\perp s}(t=0) = T_{\parallel s}(t=0)$。驱动波的波数为 $ck/\omega_p^{(p)} = 0.3$，初始振幅为$|\delta B_y|/B_0 = 2.5\times10^{-2}$。

左列显示 Δ对数 f $=$对数 $f_{\rm final}$ $-$对数 $f_{\rm initial}$三种离子的分布，其中 $f_{\rm initial}$是初始的麦克斯韦速度分布函数，$f_{\rm final}$ 是模拟结束时演化后的速度分布函数。我们用黑色（黄色）绘制初始（最终）速度分布函数的等值线，并用虚线绘制方程（12）在$\ell = 0$ （洋红色）和 $\ell = 1$ （绿色）时的共振速度解。

速度分布函数在共振速度附近发生了改变，变化方式为： $f_{\rm final} > f_{\rm initial}$ 在 $v_{\parallel} > (\omega_{\rm r} - \Omega^{(s)})/k$ 时，以及 $f_{\rm final} < f_{\rm initial}$ 在 $v_{\parallel} < (\omega_{\rm r} - \Omega^{(s)})/k$时。

动能归一化为理想气体能量均分定理所预测的值，用归一化量表示为 $k_B T_{(s)\,\rm EP}/m^{(p)}V_{(p\ 2\ =}$)$(3m^{(s)}/4m^{(p)})$ $\left(v^{(s)}{}_{\rm th}\ /V_{(p}\right)^2$)。这里，热速度 $v^{(s)}{}_{\rm th}$对应于

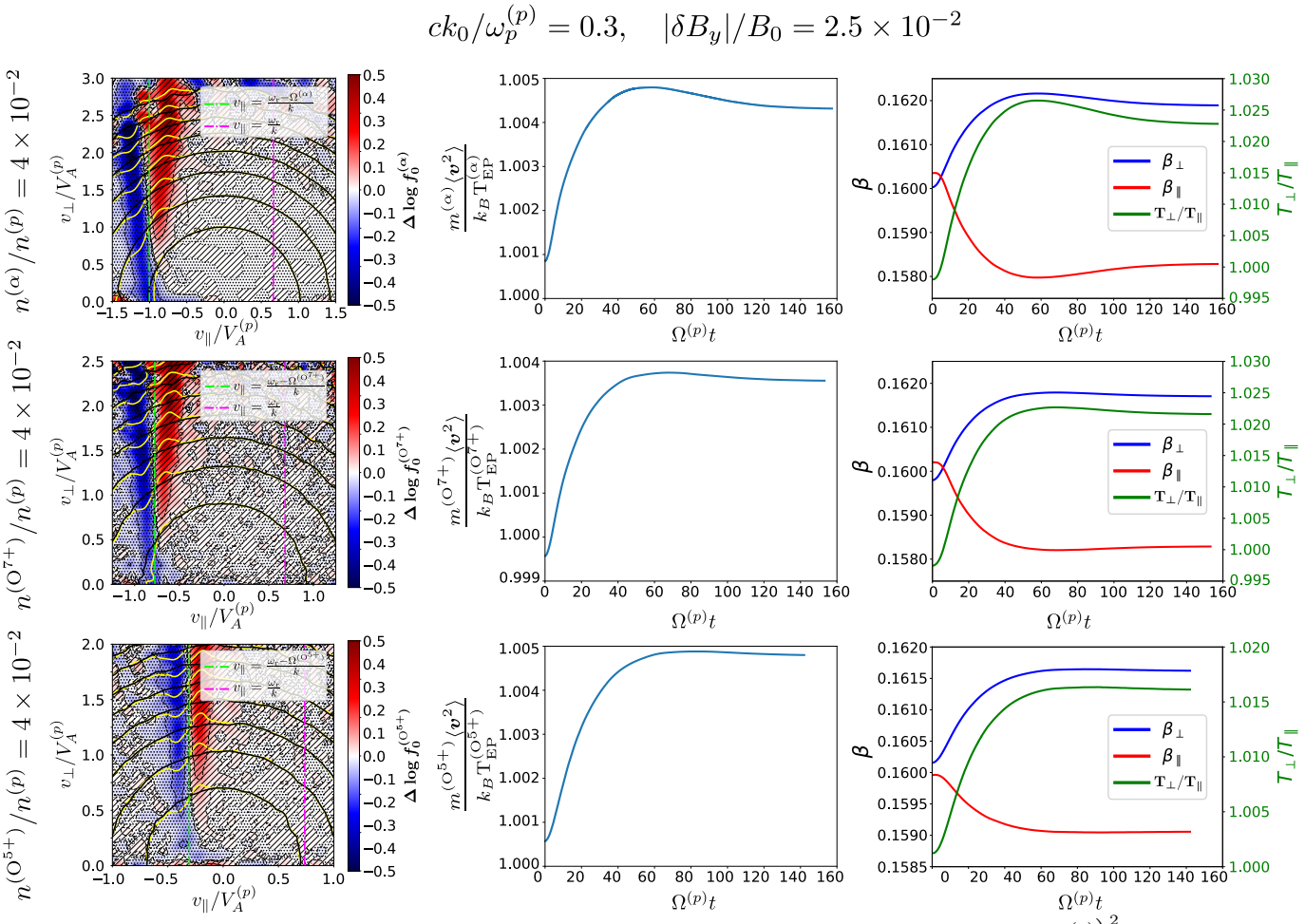


图 3. α粒子（上图）、O^{7+} 离子（中图）和 O^{5+} 离子（下图）的模拟结果，其初始热速度为 $\left(v^{(s)}{}_{\rm th}/V_A^{(p)}\right)^2 = 1.0$。我们选择数密度，使得 $\beta^{(s)}(t=0) = 0.16$。驱动波的归一化波数为 $ck/\omega_p^{(p)} = 0.3$，振幅为 $|\delta B_y|(t=0)/B_0 = 2.5 \times 10^{-2}$。左列显示重离子测试粒子最终与初始速度分布函数之差的对数差 $\Delta\log(f_0^{(s)}) = \log(f_{\rm final}) - \log(f_{\rm initial})$；实线等值线分别表示初始（黑色）和最终（黄色）速度分布函数的等值线，虚线等值线表示 $\Delta\log(f) = \pm 0.01, \pm 0.10$为常数的曲线，竖直点划线表示方程（12）中的 $\ell = 0$ 和 $\ell = 1$ 共振。中列显示测试粒子的平均动能与热能之比随时间的变化。右列显示 $\beta_\perp$（蓝色）和 $\beta_\parallel$（红色），以及温度各向异性 $T_\perp/T_\parallel$（绿色）随时间的变化。

模拟中用于初始化麦克斯韦速度分布函数的热速度，并非动力学量。在这个特定情况下，$\left(v^{(s)}{}_{\rm th}/V_A^{(p)}\right)^2 = 1.0$ 在此特定情况下。正如中间列所示，测试粒子的总体动能有所增加。对于 α-粒子，动能与热能之比从 $m^{(\alpha)}\langle \boldsymbol{v}^2\rangle/k_B T^{(\alpha)}{}_{\rm EP} \approx 1.001$ 上升，在 $\Omega^{(p)}t \approx 50$处达到约 $m^{(\alpha)}\langle \boldsymbol{v}^2\rangle/k_B T_{(\alpha)\,\rm EP} \approx 1.005$ 的局部最大值，随后略有下降，直至 $m^{(\alpha)}\langle \boldsymbol{v}^2\rangle/k_B T^{(\alpha)}{}_{\rm EP} \approx 1.004$。氧离子也呈现类似趋势。对于 O^{7+}，归一化动能从 ~ 0.9995 开始，最终达到 ~ 1.0035；而对于 O^{5+}，动能则从 ~ 1.0005 增加到 ~ 1.005。两种情况下，动能都在 $\Omega^{(p)}t \approx 50$附近达到局部最大值。

最初，所有物种都满足 $T_{\perp s}/T_{\parallel s} \sim 1$。该量的行为类似于动能，其最终值分别为 $T_{(\alpha)\perp}/T_{(\alpha)_\parallel} \sim 1.023$, $T^{(O^{7+})}{}_\perp/T_{(O^{7+})_\parallel} \sim 1.022$，以及 $T_{(O^{5+})\perp}/T_{(O^{5+})_\parallel} \sim 1.016$，对应各自的物种。

对于所有物种，$\beta_{\perp s}(t=0) = \beta_{\parallel s}(t=0) \sim 0.16$。图显示，$\beta_\perp^{(s)}$ 随时间增加，而 $\beta_\parallel^{(s)}$ 随时间减小。在最终时刻，$\beta_\perp^{(\alpha)} \sim 0.1619$，$\beta_\perp^{(\alpha)} \sim 0.1583$，$\beta^{(O^{7+})}{}_\perp \sim 0.1615$，$\beta^{(O^{7+})}{}_\parallel \sim 0.1585$，$\beta^{(O^{5+})}{}_\perp \sim 0.1615$，以及 $\beta^{(O^{5+})}{}_\perp \sim 0.1590$。图4 展示了模拟过程中不同时刻演化后的速度分布函数与初始速度分布函数在

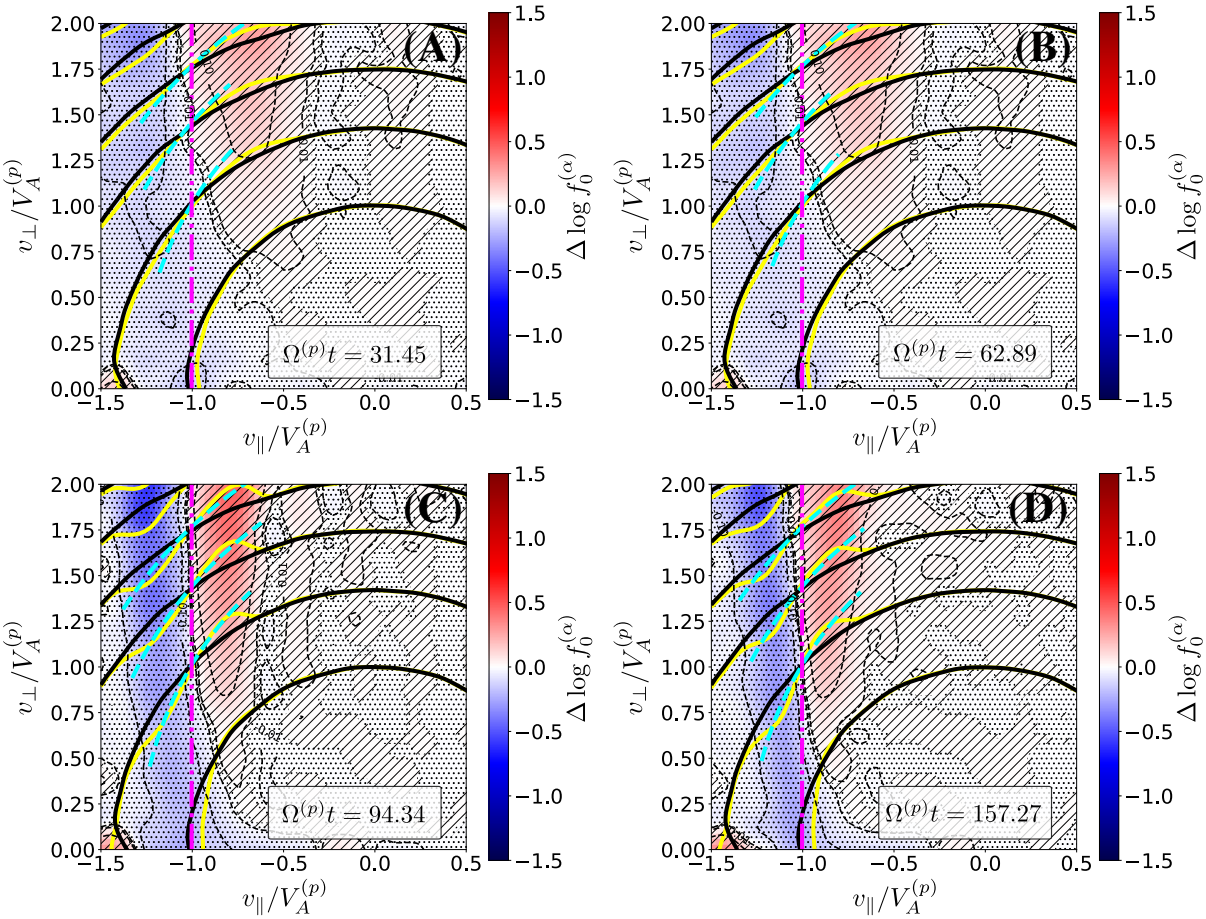


图4. 模拟不同阶段， $ck/\omega_p^{(p)} = 0.3$ 和 $|\delta B_y|/B_0 = 2.5\times10^{-2}$ 条件下，回旋共振速度附近最终与初始 α粒子速度分布函数的对数差。初始和演化后的速度分布函数等值线分别以黑线和黄线表示。青色虚线表示波参考系中的等能壳层，其满足$(v_\parallel - \omega_r/k_\parallel)^2 + v_\perp^2 =$ 为常数。

图 α–3 顶部面板中参数相同的粒子在回旋共振速度附近的速度分布函数的模拟。最终分布函数的等值线与随波运动的参考系中的恒定能量等值线相似，即在共振速度附近，$(v_\parallel - \omega_r/k)^2 + v_\perp^2$处的等值线，$v_\parallel = (\omega_r - \Omega^{(\alpha)})/k$以青色虚线叠加显示。面板 (C) 表示 $\Omega^{(p)}t = 94.34$时的速度分布函数，面板 (D) 表示 $\Omega^{(p)}t = 157.27$时的最终速度分布函数；两者之间没有显著差异，这与图 (3) 所示热力学变量的演化一致。

4.3. 宏观热力学变量的演化

如图3 和4所示，重离子与阿尔芬/离子回旋波的共振相互作用会使分布函数偏离初始麦克斯韦分布。由这些图中的黄色等值线可见，所得分布函数相对于 $v_\parallel/V_A^{(p)} = 0$呈现不对称性。原始麦克斯韦速度分布函数并不存在这种不对称性；随着时间推移，这种不对称性逐渐形成，直至系统达到稳态。这种统计偏度使速度分布函数产生非零的奇数阶速度矩，而在麦克斯韦分布中，这些矩为零。图5 展示了速度分布函数奇数阶矩随时间的演化：平行于磁场的整体速度 $\langle v_\parallel\rangle/V_A^{(p)}$ 和平行于磁场的热通量 $q_\parallel/m^{(p)}V_{(p\,3)}$，它们处于电子-质子-$O^{5+}$ 等离子体中，其中 $\left(v^{(p)}{}_{\rm th}/V_A^{(p)}\right)^2 = \left(v^{(O^{5+})}{}_{\rm th}/V_{(p}{}_A\right)^2 = 0.1)$，并与阿尔芬/离子回旋波相互作用。驱动波的波数在 $n^{(O^{5+})}/n^{(p)} = 1\times10^{-2}$时为 $ck/\omega_p^{(p)} = 0.37$，在$n^{(O^{5+})}/n^{(p)} = 5\times10^{-3}$时为 $ck/\omega_p^{(p)} = 0.38$。所有情况下，沿磁场方向的平均速度和热流初始均为零。当粒子与阿尔芬/离子回旋波色散关系的下支相互作用时（上排图），对于 $n^{(O^{5+})}/n^{(p)} = 1\times10^{-2}$，背景等离子体速度逐渐演变为 $\langle v_\parallel\rangle/V^{(p)}$

$_A \approx 2\times10^{-3}$ 以及朝向 $q_\parallel/m^{(p)}V^{(p)3}$ 的热流 $_A \approx -6\times10^{-3}$

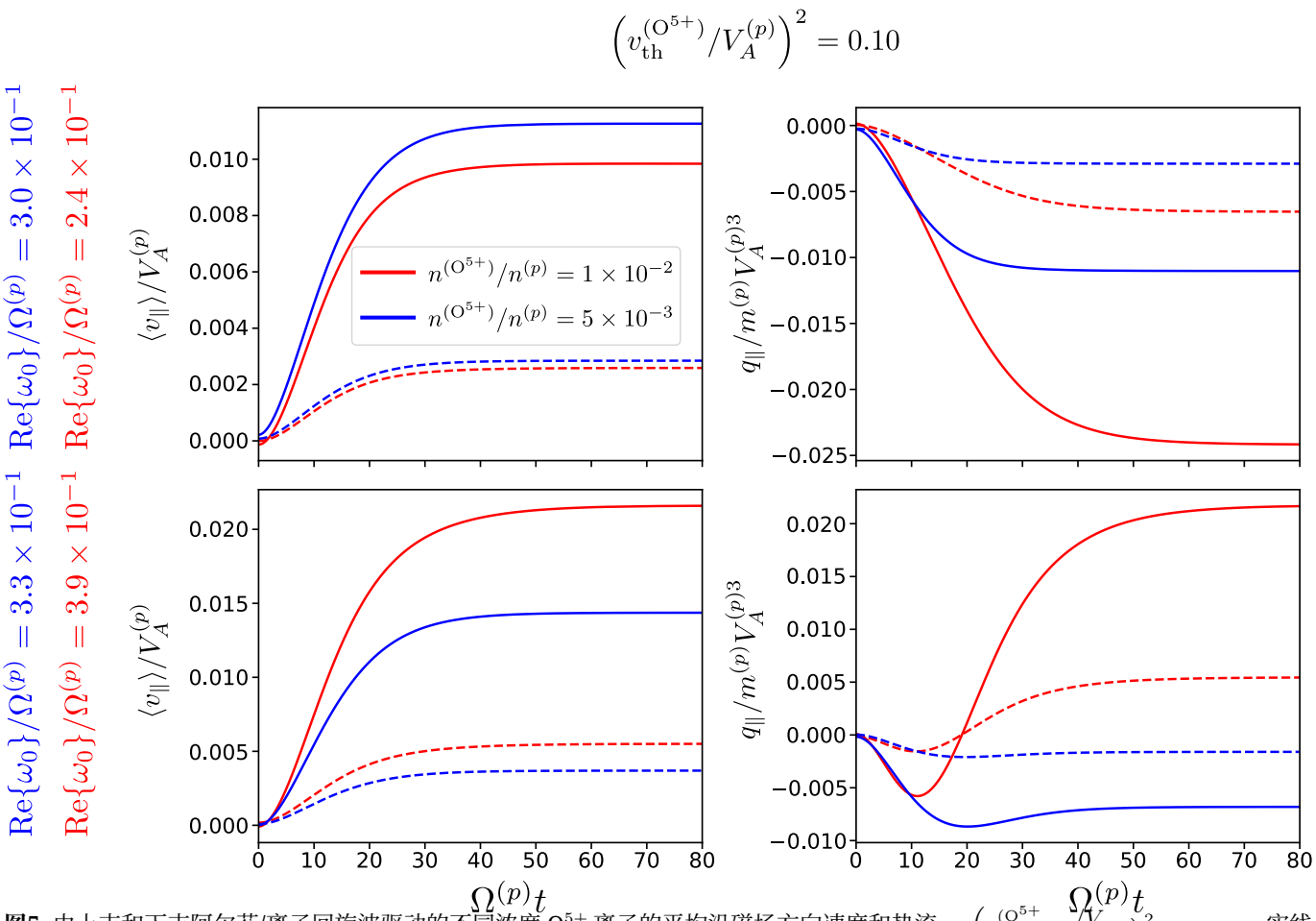


图5. 由上支和下支阿尔芬/离子回旋波驱动的不同浓度 O^{5+} 离子的平均沿磁场方向速度和热流，$\left(v_{\rm th}^{(\mathrm{O}^{5+})}/V_A^{(p)}\right)^2 = 0.1$）。实线（虚线）表示由振幅为 $|\delta B_y|/B_0 = 5.0\times10^{-2}$（$|\delta B_y|/B_0 = 2.5\times10^{-2}$）的波驱动。

对于 $|\delta B_y(t=0)|/B_0 = 2\times10^{-2}$。当 $|\delta B_y(t=0)|/B_0 = 5.0\times10^{-2}$ 时，它们会演化至 $\langle v_\parallel\rangle/V_A^{(p)} \approx 9\times10^{-2}$ 和 $q_\parallel/m^{(p)}V_A^{(p)3} \approx -2.4\times10^{-2}$。对于 $n^{(\mathrm{O}^{5+})}/n^{(p)} = 5\times10^{-3}$，最终的背景等离子体整体速度仅略低于前几种情况，而热流约为 O^{5+} 浓度最高的对应情况下的一半，且保持负值。当驱动波属于 A/IC色散关系的上支（下方各图）时，整体速度和热流的时间演化及最终值与前一种情况中 $n^{(\mathrm{O}^{5+})}/n^{(p)} = 5\times10^{-3}$ 时讨论的情况相似。对于 $n^{(\mathrm{O}^{5+})}/n^{(p)} = 1\times10^{-2}$，在相应的 $|\delta B_y(t=0)|/B_0$ 取值下，背景等离子体整体速度约为较低离子浓度时所得数值的两倍。热流的变化则有所不同：其初始为负值，随后演化至 $t\Omega^{(p)} \approx 12$ 附近的全局最小值，并在 $\Omega^{(p)}t \approx 20$ 时反转为正值；其最终值的绝对值约等于右上图中的数值，但符号相反。

4.4. 色散关系与波粒平衡

现在，我们使用 ALPS 求解平行传播的阿尔芬/离子回旋波的色散关系。为此，我们采用质子和电子的麦克斯韦分布。对于重离子种类，我们使用从试验粒子模拟的稳态中获得的实际速度分布函数，并将电子漂移速度设定为满足零电流条件所需的数值。在质子参考系中，该条件表示为 $-n^{(e)}\boldsymbol{V}_{(D}^{e}/n^{(p)}V_{)(A}^{p} + n^{(i)}q^{(i)}\boldsymbol{V}_{)(i)D}/n^{(p)}eV_{(p)A} = 0$，其中 $\boldsymbol{V}_{(s)D}$ 表示物种 s 相对于质子的漂移速度。我们采用广义线性最小二乘法，将速度分布函数的解析延拓表示为 50 阶切比雪夫多项式拟合，以确保结果收敛。我们通过检查波的电场是否

满足 $\mathrm{sign}(\omega_r)\left(\delta\hat{E}_x/i\delta\hat{E}_y\right)=-1$，并将其与麦克斯韦等离子体中得到的色散关系进行定性比较，来识别阿尔芬/离子回旋波色散关系的解。图6 展示了参数与图3相同的阿尔芬/离子回旋波色散关系，

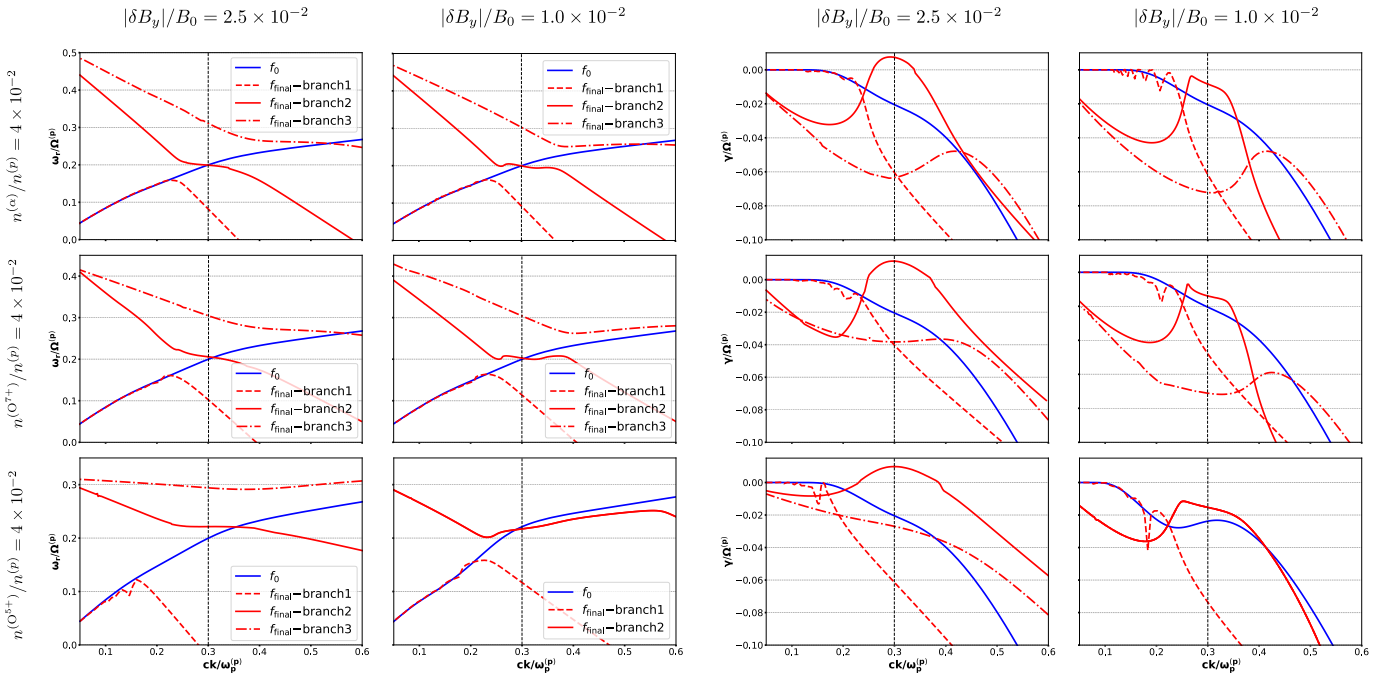


图6. 采用 $\beta^{(s)}=1.6\times10^{-1}$ 得到的阿尔芬/离子回旋波色散关系的实部（左）和虚部（右），适用于α粒子、O^{5+}和 O^{7+} 离子。结果分别对应初始麦克斯韦分布（蓝色）和最终波粒平衡分布（红色），后者采用了不同的初始波振幅。

考虑初始振幅为 $|\delta B_y|/B_0=1.0\times10^{-2}$ 和 $|\delta B_y|/B_0=2.5\times10^{-2}$的波。原始麦克斯韦等离子体的色散关系以蓝色绘出，而采用新（最终）分布函数得到的色散关系以红色绘出。黑色竖直虚线表示驱动波的波数值 k_0。对于此情形，$ck_0/\omega_p^{(p)}=0.3$。

结果表明，$\omega_r(k)$ 分裂成两个或三个频带。对于 $\omega_r(k_0)$ 最接近原始驱动波 $\omega_0(k_0)$ 的解，我们用连续红线绘出。其他频带则用虚线或点划线绘出。在 $k=k_0$处，实频率相对于 $\omega_0(k_0)$ 仅略有变化。然而，所有考察情形中的波阻尼均有所减弱。特别是，对于 α粒子和 O^{7+} 离子，当驱动波振幅为 $|\delta B_y|/B_0=2.5\times10^{-2}$时，波在 k_0处变得不稳定；对于 α粒子和氧离子，波的数值分别达到 $\gamma/\Omega^{(p)}\approx1.0\times10^{-2}$和 $\gamma/\Omega^{(p)}\approx1.5\times10^{-2}$。图7 展示了采用初始（蓝色）和最终（红色）速度分布函数得到的色散关系，离子浓度与图6 相同，但 $\left(v^{(s)}\text{次}/V_A^{(p)}\right)^2=0.1$。我们模拟测试粒子与麦克斯韦等离子体色散关系下支的相互作用，该下支在图中以连续蓝线绘出；上支则以蓝色虚线绘出。我们考察了初始波振幅为 $|\delta B_y(t=0)|/B_0=2.5\times10^{-2}$ 和 $|\delta B_y(t=0)|/B_0=5.0\times10^{-2}$的情形。

在图6中，为了提高可读性并缩小参数空间，我们在所有模拟中采用相同的波数。在图7中，针对各重离子物种，驱动波的波数各不相同。我们为 O^{7+} 离子选择波数 $ck_0/\omega_p^{(p)}=5.8\times10^{-1}$，为 O^{5+} 离子选择波数 $ck_0/\omega_p^{(p)}=3.67\times10^{-1}$。对于相应的麦克斯韦分布电子-质子-氧等离子体，这些波数对应于两个分支具有相同阻尼率的情形，并且与测试粒子加热率的最大值相关。由于对于 α粒子，色散关系的上支受到强烈阻尼，因此我们选择波数 $ck_0/\omega_p^{(p)}=6.6\times10^{-1}$，它对应于下支阻尼率的一个局部极小值，同时也与该物种加热率的最大值相关。

对于所考虑的两种初始波振幅，含有 α-粒子的等离子体色散关系分裂为两个频带。对于 O^{7+} 和 O^{5+} 离子，该解分裂为三个频带。这些频带

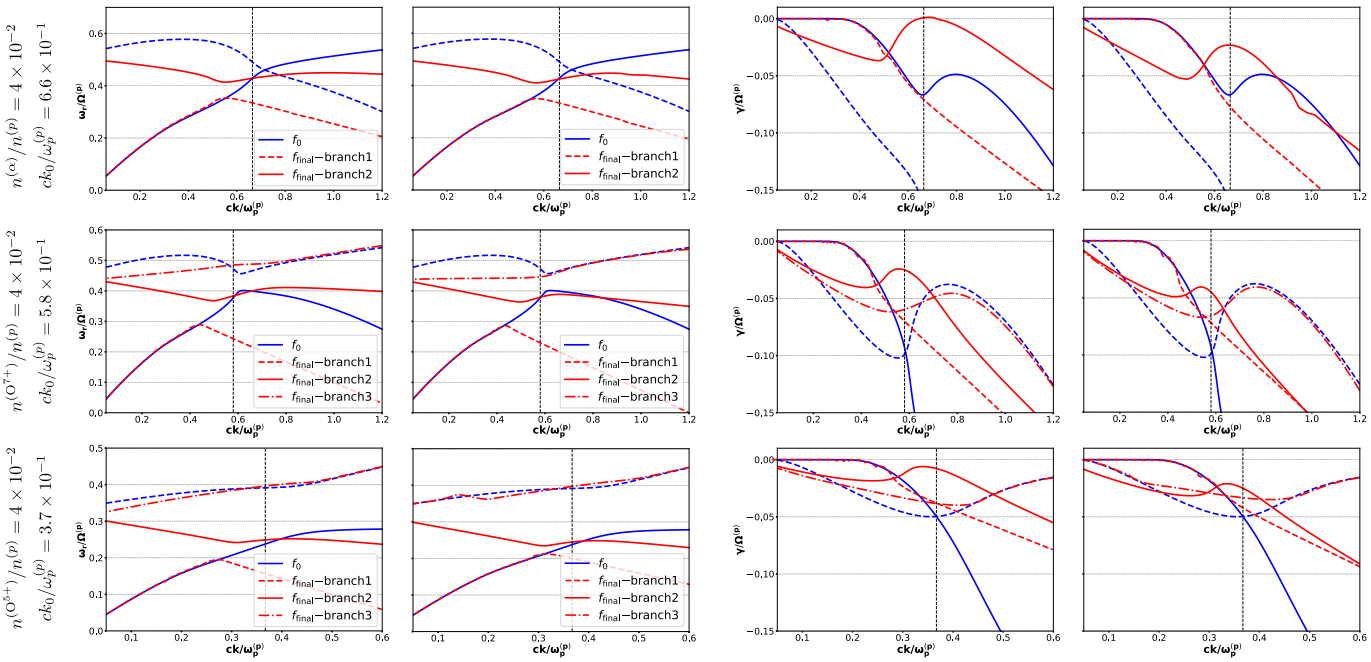


图7. 利用 $\beta^{(s)} = 1.6 \times 10^{-2}$ 针对 α粒子、O^{5+}以及 O^{7+} 离子得到的阿尔芬/离子回旋波色散关系的实部（左）和虚部（右）。结果分别对应初始麦克斯韦速度分布函数（蓝色）和最终波粒平衡分布函数（红色），并采用了不同的初始波振幅。

在 k_0 附近与初始色散关系下支相交的部分以连续红线绘出。对于所有考虑的情形，这些解的阻尼在 $ck_0/\omega_p^{(p)}$处减小；对于受初始振幅为 $|\delta B_y(t=0)|/B_0 = 5.0 \times 10^{-2}$ 的波驱动的 α-粒子和 O^{5+}离子，阻尼接近于零。对于 α-粒子，波在 k_0处变得略微不稳定。

现在，我们探究两个氧频带与测试粒子分布的相互作用。对于 $(v^{(s)}{}_{\rm th}/V_A^{(p)})^2 = 0.1$，如前所述，对于粒子，不考虑这种情况，因为上支的阻尼非常强，因此不太可能在麦克斯韦等离子体中传播。我们以 O^{5+} 离子作为该热速度下的案例，并选取初始驱动波中两个频带阻尼相同的波数，在电子-质子-O^{5+} 等离子体中进行模拟，其中 $n^{(O^{5+})}/n^{(p)} = 1 \times 10^{-2}$ 和 $n^{(O^{5+})}/n^{(p)} = 5 \times 10^{-3}$。图8 展示了麦克斯韦电子-质子-$O^{5+}$ 等离子体的色散关系，以及具有重离子最终测试粒子分布函数的等离子体色散关系；后者对应不同的测试粒子浓度和驱动波初始振幅。在模拟中，我们采用麦克斯韦分布等离子体色散关系的两个分支；当驱动波频率属于色散关系的下支时，将下支绘制为蓝色实线、上支绘制为蓝色虚线。当驱动波属于上支时，则将上支绘制为实线、下支绘制为蓝色虚线。我们将最终速度分布函数得到的色散关系绘制为红色，其中与驱动波初始色散关系在波数 $k = k_0$ 处相交的色散关系以实线表示。所有最终速度分布函数在 $ck_0/\omega_p^{(p)}$处的波阻尼均有所降低，相较于麦克斯韦等离子体色散关系的阻尼率；相关数据汇总于表1。

当 $|\delta B_y(t=0)|/B_0 = 5.0 \times 10^{-2}$时，波阻尼的减小更加显著。对于这一初始波振幅，当 $n^{(O^{5+})}/n^{(p)} = 1 \times 10^{-2}$时，驱动波属于麦克斯韦等离子体色散关系的下支，利用最终速度分布函数得到的色散关系的波阻尼接近于零；而当驱动波属于上支时，波阻尼则接近 $\gamma/\Omega^{(p)} \approx -2 \times 10^{-2}$。当 $n^{(O^{5+})}/n^{(p)} = 5 \times 10^{-3}$时，无论驱动波属于麦克斯韦等离子体色散关系的下支还是上支，阻尼率都接近 $\gamma/\Omega^{(p)} \approx -2 \times 10^{-2}$。

4.5. 漂移速度的影响

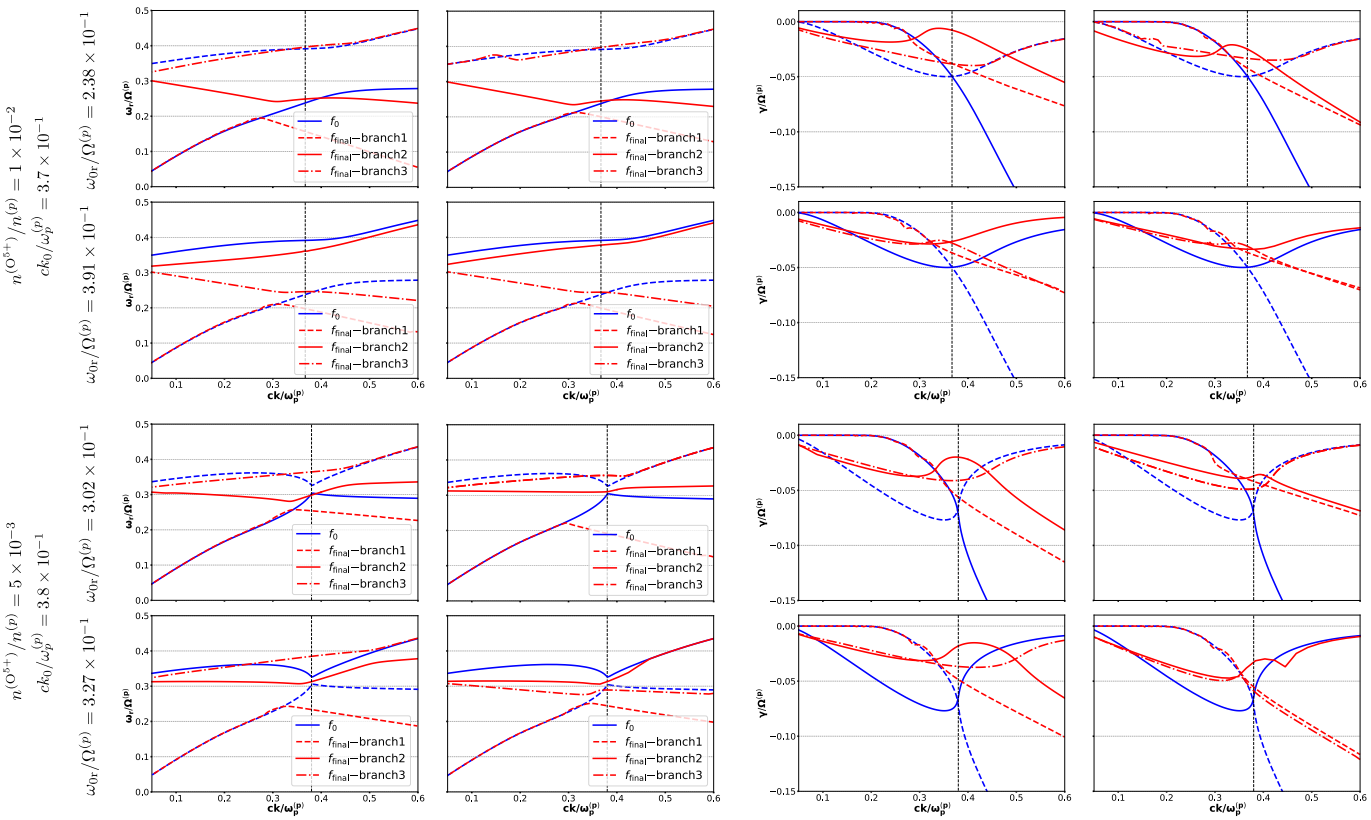


图8。 使用 $\beta^{(s)} = 1.6 \times 10^{-2}$ 为具有不同密度的 O^{5+} 得到的阿尔芬/离子回旋波色散关系的实部（左）和虚部（右）。这些结果对应于初始麦克斯韦速度分布函数（蓝色）和最终波粒平衡分布函数（红色），初始波振幅各不相同。

我们考虑 α粒子漂移速度 $\pm V_{(p)\,A}$，其中 $\left(v^{(\alpha)\,\text{阶}}/V_A^{(p)}\right)^2 = 1.0$。图 $|\delta B_y(t=0)|/B_0 = 2.5 \times 10^{-2}$ 和 $ck_0/\omega_p^{(p)} = 0.3$ 展示了模拟结果，输入参数见表91。

使用 $\langle v_z\rangle/V_A^{(p)} = 1.0$ 的模拟结果显示，共振相互作用并未导致速度分布函数出现显著差异，且动能和温度各向异性均呈下降趋势。然而，动能的变化 $\beta_\perp$、 $\beta_\parallel$以及温度各向异性的变化都非常接近数值误差。使用模拟结束时演化后的速度分布函数计算得到的色散关系，与麦克斯韦等离子体色散关系相比没有显著差异；波数为 k_0时，初始阻尼率为 $\gamma/\Omega^{(p)} = -1.14 \times 10^{-3}$，而使用演化后的速度分布函数得到的阻尼率为 $\gamma/\Omega^{(p)} = -1.83 \times 10^{-3}$。

对于考虑 $\langle v_z\rangle/V_A^{(p)} = -1.0$的情况，表示反向传播 A/IC 的色散关系解显示，相较于初始的麦克斯韦等离子体色散关系，共振分支（连续的蓝线和红线）的阻尼率显著降低；麦克斯韦分布情况下为 $\gamma/\Omega^{(p)} = -9.1 \times 10^{-2}$，最终速度分布函数下为$\gamma/\Omega^{(p)} = -5.0 \times 10^{-2}$。我们的结果表明，在共振沿磁场方向速度附近的 $v_\perp$ 取较大值时，$f_{\text{final}} > f_{\text{initial}}$。在模拟过程中，动能 $\beta_\perp$、 $\beta_\parallel$以及温度各向异性也单调增加。

4.6. 最终状态的稳定性

图 7显示，利用演化后的分布函数得到的色散关系，对于 $(v^{(\alpha)}{}_{\text{th}}/V_A^{(p)})^2 = 0.1$ 在$n^{(\alpha)}/n^{(p)} = 4 \times 10^{-2}$和 $|\delta B_y(t=0)|/B_0 = 5.0 \times 10^{-2}$ 条件下，在驱动模拟的单色波波数 $ck_0/\omega_p^{(p)} = 0.66$处呈现出 $\gamma/\Omega^{(p)} \sim 0$。与麦克斯韦等离子体色散关系相比，我们发现 $\gamma(k_0)/\Omega^{(p)} = 6.3 \times 10^{-4}$，而麦克斯韦等离子体色散关系为 $\gamma(k_0)/\Omega^{(p)} = -6.7 \times 10^{-2}$。

我们分析该系统在单色波施加新扰动后的稳定性。该单色波选为使用前文所述参数、基于演化后的 α-粒子速度分布函数得到的阿尔芬/离子回旋模。该解

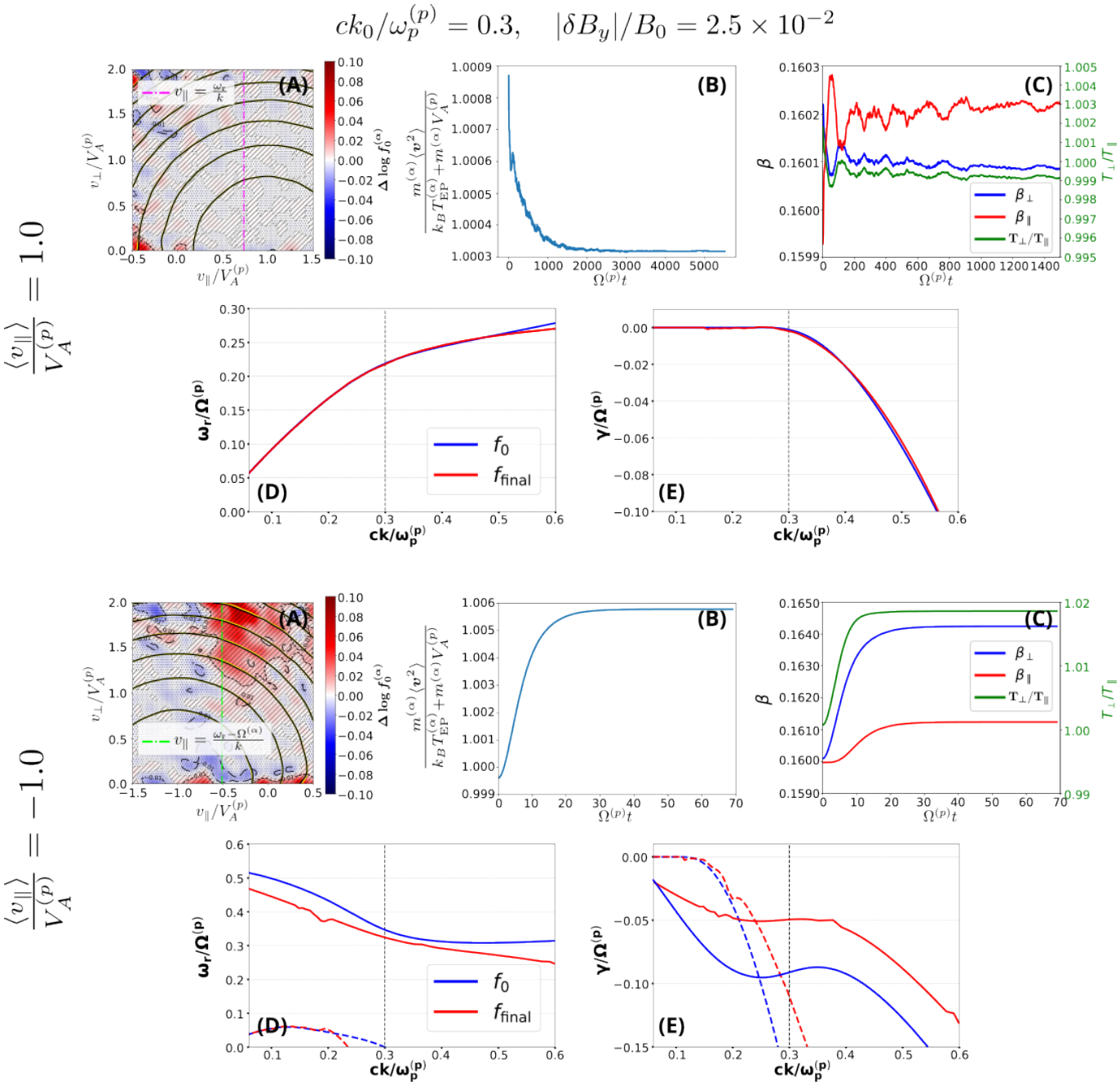


图9. (A) 演化后的速度分布函数与初始速度分布函数之间的对数差；(B) 归一化为背景等离子体热能与动能之和的动能；(C) β 和各向异性；(D) 阿尔芬/离子回旋波色散关系的实部；(E) 色散关系的虚部；对应场向漂移速度为 $V_{(p)\,A}$（上图）和 $-V_A^{(p)}$（下图）的情况。

在图中以连续红线绘出 7，其中 $|\delta B_y|/B_0 = 5.0 \times 10^{-2}$ 对应 α-粒子。由于在 $ck/\omega_p^{(p)}$处该波是不稳定的，我们将 $ck_0/\omega_p^{(p)} = 6.4$ 用作新的驱动波，其阻尼率为 $\gamma(k_0)/\Omega^{(p)} = -3.1 \times 10^{-4}$，波数相同，为 k_0。

图 10 (A) 显示了 α 粒子第二次迭代后的速度分布函数（黄色等高线）与原始麦克斯韦速度分布函数（黑色等高线）之间的对数差。回旋共振条件以洋红色点划线标示。我们还叠加了准线性理论的预测结果（青色）。

图 10(B) 显示了测试粒子（蓝色）和 $|\delta B_y|^2/B_0^2$ （绿色）的平均动能与热能之比随时间的变化。动能从 $m^{(\alpha)}\langle v^2 \rangle / k_B T^{(\alpha)}{}_{\rm EP} \approx 1.14$ 增加到 $m^{(\alpha)}\langle v^2 \rangle / k_B T^{(\alpha)}{}_{\rm EP} \approx 1.30$，此时

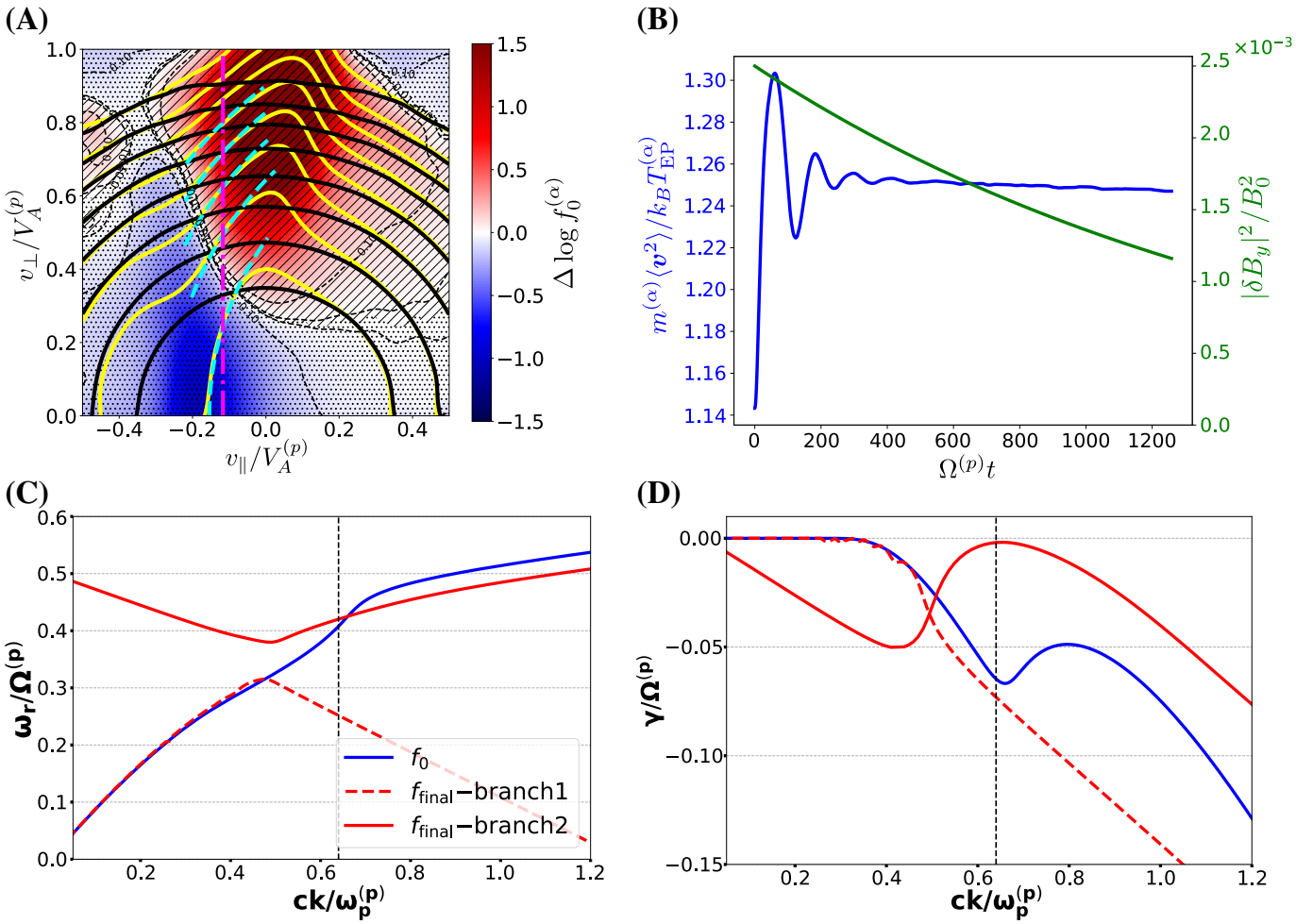


图10. 使用演化后的速度分布函数色散关系进行一次模拟迭代的结果，其中 $(v^{(\alpha)}{}_{\rm th}/V_A^{(p)})^2 = 0.1$ 取值为$n^{(\alpha)}/n^{(p)} = 4\times10^{-2}$，$ck_0/\omega_p^{(p)} = 0.66$和 $|\delta B_y(t=0)|/B_0 = 5.0\times10^{-2}$: a）共振$v_\parallel = (\omega - \Omega^{(\alpha)})/k$ 附近，演化后的速度分布函数（黄色等高线）与初始麦克斯韦速度分布函数（黑色等高线）之间的对数差，洋红色竖线表示共振位置，青色虚线段表示准线性理论的预测；b）平均粒子动能（蓝色）和$|\delta B_y|^2/B_0^2$ 随时间的变化；c）对于具有麦克斯韦速度分布函数的等离子体（蓝色），以及对 α-粒子使用第二次迭代得到的演化后速度分布函数（红色），$\omega_r/\Omega^{(p)}$ 随 $ck/\omega_p^{(p)}$的变化；d）$\gamma/\Omega^{(p)}$ 随 $ck/\omega_p^{(p)}$的变化，颜色方案与c）相同。

$\Omega^{(p)}t \approx 100$。随后它逐渐衰减，直至在 $t\Omega^{(p)} \approx 150$ 处达到局部最小值，并继续振荡，直到在 $t\Omega^{(p)} \geq 400$ 时趋于稳定在 $m^{(\alpha)}\langle v^2\rangle/k_B T^{(\alpha)}{}_{\rm EP} \approx 1.24$。此时，由于阻尼，波能量仅衰减了约 20%。到 $\Omega^{(p)}t \approx 1200$ 时，磁场分量 $|\delta B_y|/B_0$ 的振幅已衰减至初始值的约 50%。

图 10 的（C）面板显示了使用演化后的速度分布函数（红色）和麦克斯韦速度分布函数（蓝色）计算得到的阿尔芬/离子回旋波色散关系的实部。解分为两个频带。在驱动波数 k_0 处，麦克斯韦速度分布函数色散关系的实频率值为 $\omega_r(k_0)/\Omega^{(p)} = 0.41$；而对于演化后的速度分布函数色散关系上支（以连续红线表示），该值为 $\omega_r(k_0)/\Omega^{(p)} = 0.42$。

图 10 的（D）面板显示了使用演化后的速度分布函数（红色）和麦克斯韦速度分布函数（蓝色）计算得到的阿尔芬/离子回旋波色散关系的虚部。在驱动波数 k_0 处，演化后的速度分布函数色散关系的阻尼率为 $\gamma(k_0)/\Omega^{(p)} = -1.9\times10^{-3}$。

5. 讨论

本文介绍了一种研究弱碰撞暖等离子体中阿尔芬/离子回旋波与重离子相互作用的新方法。下一节将讨论我们的主要发现的物理解释、这些发现与以往

及未来观测之间的关系，以及我们的方法的局限性和进一步发展方向。

5.1. 向波粒平衡弛豫

准线性理论描述了一个等离子体系统向平衡弛豫的过程，该系统起初对于某种给定的等离子体波是不稳定的（Jeong 等（2020）；Yoon 2017；Yoon 等（2024））。在本研究中，我们采用一种互补的方法。结果表明，当受阻尼的单色阿尔芬/离子回旋波与重离子群体相互作用时，能量会在速度空间中局部注入到靠近$v_\parallel$ 的位置，该位置满足方程（12）中与 $\ell = 1$对应的共振条件。该共振速度完全由驱动波的波频率实部 $\omega_{\rm r0}$ 和波数 k_0 决定。能量注入发生时，与波发生共振的粒子沿着波系中等能量轮廓的局部切线方向加速，从而改变次要离子的速度分布函数；如图4所示，这种改变在定性上类似于准线性理论的预测。随着波受到阻尼，系统达到稳态。

通过计算由电子、质子和重离子组成的等离子体中的自洽色散关系，我们对次要离子采用试验粒子模拟得到的演化后速度分布函数，对其他物种采用麦克斯韦分布，从而分离出演化后速度分布函数的非热特征对阿尔芬/离子回旋波传播的影响。在本研究考察的所有情形中，图 6、7 和 8 均显示，波数为 k_0 时，阿尔芬/离子回旋波的阻尼率始终低于根据麦克斯韦等离子体色散关系得到的阻尼率。在 $|\delta B_y|/B_0 = 2.5\times10^{-2}$ 且 $\left(v^{(s)}{}_{\rm th}/V_A^{(p)}\right)^2 = 1.0$ 的情形，以及 $|\delta B_y|/B_0 = 5.0\times10^{-2}$ 且$\left(v^{(\alpha)}{}_{\rm th}/V_A^{(p)}\right)^2 = 0.1$的情形中，波在波数 k_0处变得不稳定；其余所有情形中的波则始终受到阻尼。在这些情形中，驱动波起初受到强烈阻尼，振幅显著衰减；随后重离子的速度分布函数才弛豫至透明态，能量注入也随之停止。

这种行为在波振幅较大时会破坏我们方法的自洽性。为获得不依赖于波阻尼的稳态，我们使用由演化后的 α粒子速度分布函数得到的色散关系迭代这一过程，其中粒子数为 $\left(v^{(\alpha)}{}_{\text{，其温度为}}/V_A^{(p)}\right)^2 = 0.1$，阻尼率为 $\gamma/\Omega^{(p)} \approx -1.9\times10^{-3}$，对应 $ck_0/\omega_p^{(p)} = 6.4$。图10 显示，在这种情况下，得到的速度分布函数在共振$v_\parallel$附近与准线性理论的预测一致；波向粒子的能量注入在波受到显著阻尼之前便已饱和，这表明离子群体已对该波变得透明。与第一次迭代得到的速度分布函数不同，所得速度分布函数不会驱动阿尔芬/离子回旋波变得不稳定。在波数 k_0处，该波的阻尼率约为$\gamma/\Omega^{(p)} = 1\times10^{-3}$，小到足以将该波在定性上视为正规模。因此，我们将图10所示的速度分布函数认定为波粒平衡分布。

5.2. 相对漂移和其他非麦克斯韦特征的影响

我们的工作探究了波粒相互作用对次要离子速度分布函数的影响，这些离子最初呈麦克斯韦分布。我们表明，粒子的速度分布函数会演化为波粒平衡态，此时等离子体对波透明（即 $\gamma\to0$），且速度分布函数因准线性弛豫而呈现壳层状分布。

在麦克斯韦等离子体中，与电子-质子情形相比，加入重离子会显著增强波的阻尼，如图1和图2所示。阻尼率增大，是因为麦克斯韦分布并不对应波粒平衡态。

注入离子群体的能量与满足回旋共振条件的粒子数量直接相关，而这正是麦克斯韦等离子体中回旋阻尼的成因。因此，相对于背景质子引入离子漂移速度，会显著影响驱动离子达到波粒平衡的机制是否可行；这一点在我们对漂移热α粒子 $\left(\left(v^{(\alpha)}{}_{\rm th}/V_{(p}{}_{A}\right)^2 = 1.0\right)$ 的案例研究中有所体现，详见第 4.5小节。这里，$\omega - \Omega^{(\alpha)} < 0$，因此，$\langle v_\parallel\rangle = V_A^{(p)}$ 的正漂移会使核心离子分布远离共振速度。因此，即使经过较长的模拟时间，由于阻尼率较低，波对速度分布函数的影响仍可忽略不计。

对于 $\langle v_\parallel\rangle = -V_A^{(p)}$，色散分裂为两个分支，其中共振分支导致模拟的时间演化与无漂移情形相似。由于我们的测试模拟是由共振波粒相互作用演化而来的，速度漂移的影响仅限于改变原始速度分布函数的色散关系。对于

对于温度更低、$\left(v^{(\alpha)}{}_{\mathrm{th}}/V_A^{(p)}\right)^2 = 0.1$ 的离子，速度分布的宽度较小，而量级为 $V_A^{(p)}$ 的正、负漂移都会减少共振粒子的数量，因此不会产生显著的回旋相互作用。

这表明，本文讨论的机制最适用于反向传播波（$\boldsymbol{k}\cdot\langle\boldsymbol{v}\rangle < 0$）与高温离子群体在存在阿尔芬漂移时的相互作用；这种情况与快速太阳风和阿尔芬慢太阳风有关。

5.3. 速度分布函数的演化

图 3、5 和 10 表明，达到波粒平衡的过程会使粒子动能净增加，并形成温度各向异性、沿磁场方向的整体速度以及热流；这是速度分布函数经由回旋共振演化的结果。奇数阶速度矩的垂直分量（如整体速度和热流）会消失，因为准线性近似下的共振波粒相互作用保持了速度分布函数的回旋对称性。我们的模拟也证实了这一预期。

由于分布函数最初是各向同性的，在波的共动参考系中，沿等能壳的俯仰角扩散会导致垂直于磁场方向的加热，这与 $T_\perp^{(s)}$ 的增加有关。根据 $v_{\parallel,\mathrm{res}}-\langle v_\parallel\rangle$ 的符号，其中 $v_{\parallel,\mathrm{res}} = (\omega - \Omega^{(s)})/k_\parallel$，相互作用会使 $T_\parallel^{(s)}$ 增加（$v_{\parallel,\mathrm{res}} - \langle v_\parallel\rangle > 0$）或减少（$v_{\parallel,\mathrm{res}} - \langle v_\parallel\rangle < 0$）。

在展示$\beta_\parallel$、$\perp$ 演化的图3 和9中可以观察到这一行为。在这两种情况下，温度各向异性均有所增加，这与此前报道的模拟结果一致（Ofman 等，2002年；Li 和 Habbal，2005；Quijada 等，2025）。离子新近形成的非零背景等离子体速度及其温度各向异性，都不足以显著减弱阻尼，若仅将它们应用于色散关系的双麦克斯韦模型，也不足以在 k_0 处引发不稳定性。

我们的结果表明，色散关系的变化是局部速度梯度通过速度分布函数的非麦克斯韦修正所产生的，而不是一组原本为双麦克斯韦分布的分布函数矩简单变化的结果（Walters 等，2023）。

在太阳风条件下，α粒子在特定沿磁场方向速度$v_\parallel$下，可能同时与平行传播和反平行传播的阿尔芬/离子回旋波共振（Navarro 等，2020）。这很可能是其观测到的较大温度各向异性和差异流动的原因（Vocks 和 Marsch，2002；Kasper 等，2013）。正向与反向传播的阿尔芬/离子回旋波共存，可能会产生与Isenberg （2004年）所提出的色散动力学壳层相似的分布函数。

5.4. 我们方法的局限性

我们方法所采用机制的相对简单性，为我们提供了一种非常有力的工具，使我们能够以比自洽动理学模拟更直接的方式，观察波粒相互作用对离子速度分布函数的影响。不过，这也带来了一些重要的技术局限性。

由于场不会对粒子产生反馈，模拟必须存在阻尼才能收敛；否则，电磁能将有一个无限大的储存库，测试粒子的动能在初始饱和阶段后会发散。因此，这一方法仅适用于研究阻尼解（$\gamma < 0$），其振幅会在由 $T = 2\pi/|\gamma|$ 给定的有限时间后完全消失。

在这一框架中，波的初始振幅决定了通过共振加热传递给测试粒子的能量。该振幅还决定了等离子体速度分布函数在准线性理论框架下因波粒相互作用而演变的速率，这是通过方程（9）右端项的缩放实现的，因此对波粒平衡态的形成有显著影响。如图 6、7 和8所示，较小的初始振幅会产生阻尼减弱的最终态，相较于麦克斯韦分布色散关系，阻尼有所降低。

初始波振幅较大时，可能无法严格遵循线性假设 $|\delta B| \ll B_0$。在这种情况下，波会沿着比准线性扩散更陡的路径加热粒子，这些路径在 $v_\parallel - v_\perp$ 空间中，如图 4所示。共振速度附近速度分布函数中的非热速度空间梯度可能导致动理学尺度不稳定性（Walters 等，2023；Klein 与 Verscharen，2025），如图 6、7和 8所示的大振幅情形。

观测到的等离子体波并非单色波，而是分布于一系列波数和多个频带内（Saikin 等，2015）。因此，我们预计，重离子速度分布函数中局部各向异性的发展会在一系列$v_\parallel$ 值范围内显现，这表明波粒平衡正在形成

波数范围内。初始速度分布函数为麦克斯韦分布的朗缪尔波朗道共振粒子单元模拟（PIC模拟）中，也会出现类似的动理学稳态（Carril 等，2023）。

本研究提出的方法并不局限于单色A/IC波。然而，该模型无法涵盖完全非线性的电磁湍流，因为它不适用于再现波-波相互作用。因此，必须借助动理学等离子体模拟，对稳态波粒子平衡开展完全非线性的研究，正如Martinovi´等人所做的那样(2026年，并与 ALPS 进行直接比较。不过，这超出了本文的研究范围。

6. 结论

研究电磁波与次要离子之间的共振相互作用，对于理解太阳风中的粒子动力学和加热过程具有重要意义。次要离子的回旋频率通常低于质子回旋频率，因此能够与低频A/IC波相互作用（Hollweg 和 Isenberg，2002年；Moya 等，2014年；Navarro 等，2020），这类波在距太阳 0.045 至 1 au 的太阳风中均有观测（Jian 等，2010年，2014年；Bowen 等，2020年；Niranjana 等，2024年）。

讨论太阳风中这些粒子的加速和加热时，次要离子通常被视为试验粒子（Chenetal.2002；Kasper et al. 2013；Pugliese & Dmitruk 2022）。事实上，试验粒子模拟是研究波与这些离子相互作用，以及这种相互作用对动理学等离子体波传播和色散关系影响的有效工具。

通过这项研究，我们能够再现离子温度各向异性的发展。这一特征在太阳风中普遍可见，并与波活动有关（Feldman 等，1973；Marsch 等，1982a）。我们的结果表明，与平行传播电磁波发生回旋相互作用的次要离子速度分布函数很可能会产生偏度及相应的热流。这与近期的观测结果一致：阿尔芬/离子回旋波能够驱动较小的沿磁场质子热流（Shankarappa et al. 2025）。太阳风中 α粒子的速度分布函数也呈现出类似特征（De Marco, R. et al. 2023；Perrone et al. 2024）。我们还表明，由于与前向传播波的相互作用，较小的沿磁场相对漂移速度更有效地形成具有 $T_{\perp}^{(\alpha)}/T^{(\alpha)}{}_{\parallel} > 1$的状态，这与近期观测结果一致（Jagarlamudi et al. 2025）。

这种简单的方法有助于深入了解弱碰撞等离子体中自然发生的波驱动动理学过程、这些过程随后对离子速度分布函数的改变，以及这种改变如何使原本会受到强烈阻尼的动理学尺度电磁波得以传播。这些认识有助于我们理解空间和天体物理等离子体环境中的波粒相互作用和波传播。未来的研究还可以考虑一种更现实的设置，同时纳入 α-粒子和氧离子，以便在后续研究中量化同时涉及两种重离子种类的波粒相互作用的相对重要性。

致谢

N.V.S. 衷心感谢智利国家研究与发展署（ANID）通过国家博士奖学金 21220616 提供的支持。该奖学金部分资助了在伦敦大学学院（UCL）穆拉德太空科学实验室（MSSL）的实习。N.V.S. 诚挚感谢 MSSL 工作人员在实习期间给予的热情接待和支持，这极大地促进了本研究的进展。D.V. 获科学技术设施委员会（STFC）整合拨款 ST/W001004/1 的支持。我们还感谢智利 ANID 通过 FONDECyT 拨款 No. 1240281（P.S.M.）和 1251712（R.A.L.）提供的支持。K.G.K. 获美国国家航空航天局（NASA）拨款 80NSSC24K0724 的支持。我们还感谢 Abiam Tamburrini 博士（智利大学）、Jesse Coburn 博士（MSSL-UCL）和 Diego Rodr´ıguez Cid 先生（智利天主教大学）参与了富有成效的讨论。ALPS 项目获得了 UCL 高级研究计算中心通过开源软件可持续发展资助计划提供的支持。本研究受益于国际空间科学研究所（ISSI）伯尔尼分部的支持，资助来自 ISSI 国际团队项目 24-612（“空间等离子体中动理学尺度涨落的激发与耗散”）。

参考文献

Afshari, A. S., Howes, G. G.,Shuster, J. R., 等。2024, 《自然·通讯》, 15, 7870, doi: 10.1038/s41467-024-52125-8

Alterman, B.L., Kasper, J. C., Stevens, M. L., & Koval, A. 2018, 《天体物理学杂志》, 864, 112, doi: 10.3847/1538-4357/aad23f

Asbridge, J. R., Bame, S. J., Feldman, W. C., & Montgomery, M. D. 1976年, Journal of Geophysical Research (1896-1977), 81, 2719, doi: https://doi.org/10.1029/JA081i016p02719Bame, S. J., Hundhausen, A. J., Asbridge, J. R., & Strong, I. B. 1968年, 《物理评论快报》, 20, 393, doi: 10.1103/PhysRevLett.20.393Besse, N., Elskens, Y., Escande, D. F., & Bertrand,P.2011年, 等离子体物理与受控聚变, 53, 025012, doi: 10.1088/0741-3335/53/2/025012Boschler, P. 2007年, 天文学与天体物理学评论, 14, doi: 10.1007/s00159-006-0002-xBourouaine, S., Marsch, E., & Neubauer, F. M. 2011年, 《天文学与天体物理学》, 536, A39, doi: 10.1051/0004-6361/201117866Bowen, T. A., Mallet, A., Huang, J., et al. 2020年, 《天体物理学杂志增刊系列》, 246, 66, doi: 10.3847/1538-4365/ab6c65Bowen, T. A., Chandran, B. D. G., Squire, J., et al. 2022年, 《物理评论快报》, 129, 165101, doi: 10.1103/PhysRevLett.129.165101Box, G. E. P., & Muller, M. E. 1958年, 《数学统计年刊》, 29, 610 , doi: 10.1214/aoms/1177706645Cairns, R. A., Mamum, A. A., Bingham, R., et al. 1995年, 《地球物理研究快报》, 22, 2709, doi: https://doi.org/10.1029/95GL02781Carril, H. A., Gidi, J. A., Navarro, R. E., & Araneda, J. A. 2023年, 《物理评论E》, 107, 065203, doi: 10.1103/PhysRevE.107.065203Chen, Y., Esser, R., & Hu, Y. Q. 2002年, 《地球物理研究杂志：空间物理》, 107, SSH 11, doi: https://doi.org/10.1029/2002JA009341Cranmer, S. R. 2001年, 《地球物理研究杂志：空间物理》, 106, 24937, doi: https://doi.org/10.1029/2001JA000012Cranmer, S. R., & van Ballegooijen, A. A. 2012年, 《天体物理学杂志》, 754, 92, doi: 10.1088/0004-637X/754/2/92De Marco, R., Bruno, R., Jagarlamudi, V. Krishna, et al. 2023年, 《天文学与天体物理学》, 669, A108, doi: 10.1051/0004-6361/202243719Dusenbery, P. B., & Hollweg, J. V. 1981年, 《地球物理研究杂志：空间物理》, 86, 153, doi: https://doi.org/10.1029/JA086iA01p00153Feldman, W. C., Asbridge,J. R., Bame, S. J., &Montgomery, M. D.1973, Journal of GeophysicalResearch (1896-1977),78, 6451,doi: https://doi.org/10.1029/JA078i028p06451

Gary, S. P., Smith, C. W., & Skoug, R. M. 2005, 《地球物理研究杂志：空间物理》, 110, doi: https://doi.org/10.1029/2004JA010569Gomberoff, L., & Cuperman, S. 1982, 《地球物理研究杂志：空间物理》, 87, 95, doi: https://doi.org/10.1029/JA087iA01p00095Gomberoff, L., & Elgueta, R. 1991, 《地球物理研究杂志：空间物理》, 96, 9801, doi: https://doi.org/10.1029/91JA00613Gomberoff, L., & Valdivia, J. A. 2002, 《地球物理研究杂志：空间物理》, 107, SSH 15, doi: https://doi.org/10.1029/2002JA009357—. 2003, 《地球物理研究杂志：空间物理》, 108, doi: https://doi.org/10.1029/2002JA009576He, J., Wang, L., Tu, C., Marsch, E., & Zong, Q.2015, 《天体物理学杂志快报》, 800, L31, doi: 10.1088/2041-8205/800/2/L31Hellinger, P., Tr´avn´ıˇcek, P., Kasper, J. C., & Lazarus, A. J. 2006, 《地球物理研究快报》, 33, doi: https://doi.org/10.1029/2006GL025925Hollweg, J. V., & Isenberg, P. A. 2002, 《地球物理研究杂志：空间物理》, 107, SSH 12, doi: https://doi.org/10.1029/2001JA000270Isenberg, P. A. 1984a, 《地球物理研究杂志：空间物理》, 89, 2133, doi: https://doi.org/10.1029/JA089iA04p02133—. 1984b, 《地球物理研究杂志：空间物理》, 89, 6613, doi: https://doi.org/10.1029/JA089iA08p06613—. 2001年, 《地球物理研究杂志：空间物理》, 106, 29249, doi: https://doi.org/10.1029/2001JA000176—. 2004, 《地球物理研究杂志：空间物理》, 109, doi: https://doi.org/10.1029/2002JA009449Isenberg, P. A., & Hollweg, J. V. 1983, 《地球物理研究杂志：空间物理》, 88, 3923, doi: https://doi.org/10.1029/JA088iA05p03923Isenberg, P. A., Lee, M. A., & Hollweg, J. V. 2001, 《地球物理研究杂志：空间物理》, 106, 5649, doi: https://doi.org/10.1029/2000JA000099Isenberg, P. A., & Vasquez, B. J. 2009年, 《天体物理学杂志》, 696, 591, doi: 10.1088/0004-637X/696/1/591Jagarlamudi, V. K., Mostafavi, P., Palacios, J. C., et al. 2025, 《天体物理学杂志快报》, 995, L68, doi: 10.3847/2041-8213/ae2792Jeong, S.-Y., Verscharen, D., Wicks, R. T., & Fazakerley, A. N. 2020年, 《天体物理学杂志》, 902, 128, doi: 10.3847/1538-4357/abb099Jian, L. K., Russell, C. T., Luhmann, J. G., et al. 2010, 《地球物理研究杂志：空间物理》, 115, doi: https://doi.org/10.1029/2010JA015737

Jian, L. K., Wei, H.Y., Russell, C. T., et al. 2014, 《天体物理学杂志》, 786, 123, doi: 10.1088/0004-637X/786/2/123 Kasper, J. C., Lazarus, A.J., Gary, S. P., & Szabo, A. 2003, AIP会议论文集, 679, 538, doi 10.1063/1.1618653 Kasper, J. C., Maruca, B. A., Stevens, M. L., & Zaslavsky, A. 2013, 《物理评论快报》, 110, 091102, doi: 10.1103/PhysRevLett.110.091102 Kennel, C. F., & Engelmann, F. 1966, 《流体物理学》, 9, 2377, doi:10.1063/1.1761629 Klein, K. G., & Verscharen, D. 2025, 《等离子体物理学》, 32, 092104, doi: 10.1063/5.0286477 Klein, K. G., Verscharen, D., Koskela, T., & Stansby, D. 2023, danielver02/ALPS：Zenodo发布版，v1.0.1, Zenodo, doi: 10.5281/zenodo.8075682 Li, X., & Habbal, S. R.2005, 《地球物理研究杂志：空间物理》,110, doi: https://doi.org/10.1029/2005JA011030 Li, Q. H., Xiang,L., Wu, D.J., et al. 2023, 《天文学与天体物理学》, 676, A137, doi: 10.1051/0004-6361/202346815 Livadiotis, G. 2019, 《AIP进展》, 9, 105307, doi: 10.1063/1.5125714 Livadiotis, G., & McComas, D. J. 2009, 《地球物理研究杂志：空间物理》, 114, doi: https://doi.org/10.1029/2009JA014352 Marsch, E. 1991, 太阳风等离子体动力学, 编者 R. Schwenn & E. Marsch（柏林，海德堡：施普林格柏林海德堡）, 45–133, doi: 10.1007/978-3-642-75364-0 3 Marsch, E., Goertz, C.K., & Richter, K. 1982a, 《地球物理研究杂志：空间物理》, 87, 5030, doi: https://doi.org/10.1029/JA087iA07p05030 Marsch, E., & Goldstein, H. 1983, 《地球物理研究杂志：空间物理》, 88, 9933, doi: https://doi.org/10.1029/JA088iA12p09933 Marsch, E., M¨uhlh¨auser,K.-H., Rosenbauer, H., Schwenn, R., & Neubauer, F.M. 1982b,《地球物理研究杂志：空间物理》, 87, 35, doi: https://doi.org/10.1029/JA087iA01p00035 Marsch, E., M¨uhlh¨auser,K.-H., Schwenn, R., et al. 1982c, 《地球物理研究杂志：空间物理》, 87, 52, doi: https://doi.org/10.1029/JA087iA01p00052 Marsch, E., & Tu, C.-Y. 2001, 《地球物理研究杂志：空间物理》, 106, 227, doi: https://doi.org/10.1029/2000JA000042 Martinovi´c, M. M., Klein, K.G., Ofman, L., et al. 2026, 斜向漂移不稳定性如何改变太阳风加热并限制太阳风观测的分布函数。https://arxiv.org/abs/2512.18485 Maruca, B. A., Kasper, J. C., & Gary, S. P. 2012年, 《天体物理学杂志》, 748, 137, doi: 10.1088/0004-637X/748/2/137 McKenzie, J. F., & Marsch, E. 1981年, 《天体物理学与空间科学》, 81, 295, doi: https://doi.org/10.1007/BF00676154 McManus, M. D., Klein, K. G., Bale, S. D., et al. 2024, 《天体物理学杂志》, 961, 142, doi: 10.3847/1538-4357/ad05ba Moya, P. S., Navarro, R., Vi˜nas, A. F., Mu˜noz, V., & Valdivia, J. A. 2014, 《天体物理学杂志》, 781, 76, doi: 10.1088/0004-637X/781/2/76 Moya, P. S., Zenteno-Quinteros, B., Gallo-M´endez, I., & Pinto, V. A. 2022年, 《天体物理学杂志》, 933, 32, doi: 10.3847/1538-4357/ac713b Navarro, R. E., Mu˜noz, V., Valdivia, J. A., & Moya, P. S. 2020年, 《天体物理学杂志快报》, 898, L9, doi: 10.3847/2041-8213/aba0ae Neugebauer, M., & Snyder, C. W. 1966,《地球物理研究杂志》（1896–1977）, 71, 4469, doi: https://doi.org/10.1029/JZ071i019p04469 Niranjana, Klein, K. G., Martinovi´c, M. M., & Bowen, T. A. 2024, 《天体物理学杂志》, 973, 20, doi: 10.3847/1538-4357/ad5f2a Ofman, L., Gary, S. P., & Vi˜nas 2002, 《地球物理研究杂志：空间物理》, 107, SSH 9, doi: https://doi.org/10.1029/2002JA009432 Olbert, S. 1968, 载于《磁层物理学》, R. L. Carovillano、J. F. McClay 和 H. R. Radoski 编（多德雷赫特：施普林格·荷兰）, 641–659 Ourabah, K. 2020, 《物理评论研究》, 2, 023121, doi: 10.1103/PhysRevResearch.2.023121 Perrone, D., Settino, A., Perri, S., et al. 2024, 《天体物理学杂志》, 973, 171, doi: 10.3847/1538-4357/ad65db Pugliese, F., & Dmitruk, P. 2022, 《天体物理学杂志》, 929, 4, doi: 10.3847/1538-4357/ac5abe Qin, H., Zhang, S., Xiao, J., et al. 2013, 《等离子体物理学》, 20, 084503, doi: 10.1063/1.4818428 Quijada, M. A., Moya, P. S., & Navarro, R. E. 2025, 《物理学论丛》, 100, 105606, doi: 10.1088/1402-4896/ae0c46 Saikin, A. A., Zhang, J.-C., Allen, R. C., et al. 2015, 《地球物理研究杂志：空间物理》, 120, 7477, doi: https://doi.org/10.1002/2015JA021358 Shankarappa, N., Klein, K. G., Martinovi´c, M. M., et al. 2025, 《帕克太阳探测器观测到的离子尺度波的自由能来源》。https://arxiv.org/abs/2512.11182 Shapiro, V. D., & Shevchenko, V. I. 1963, 《实验与理论物理学杂志》, 第45卷。https://www.osti.gov/biblio/4148904

Stansby, D., Matteini, L., Horbury, T. S., et al. 2019，皇家天文学会月刊，492，39，doi: 10.1093/mnras/stz3422Stix, T. 1992，等离子体中的波（美国物理联合会）。https://books.google.cl/books?id=OsOWJ8iHpmMCTajima, T. 2018，《计算等离子体物理学：聚变与天体物理学应用》（美国佛罗里达州博卡拉顿：CRC出版社）Tracy, P. J., Kasper, J. C., Raines, J. M., et al. 2016，《物理评论快报》，116，255101，doi: 10.1103/PhysRevLett.116.255101Tu, C.-Y., & Marsch, E. 2002，《地球物理研究杂志：空间物理》，107，SSH 7，doi: https://doi.org/10.1029/2001JA000150Vasyli¯unas, V. M. 1968，《地球物理研究杂志》，73，2839–2884，doi:10.1029/ja073i009p02839Verscharen, D., Klein, K., Chandran, B., et al. 2018，《等离子体物理学杂志》，84，905840403，doi: 10.1017/S0022377818000739

Verscharen, D., Klein, K. G., &Maruca, B.A. 2019，《太阳物理学在线综述》，16，1614，doi: 10.1007/s41116-019-0021-0Villarroel-Sep´ulveda, N., L´opez, R. A., & Moya, P.S. 2023，《天文学与天体物理学》，675，A84，doi: 10.1051/0004-6361/202345899Vocks, C.,& Marsch, E. 2002，《天体物理学杂志》，568，1030，doi: 10.1086/338885Walters, J., Klein, K. G., Lichko, E., et al. 2023，《天体物理学杂志》，955，97，doi: 10.3847/1538-4357/acf1faYoon, P. H. 2017，《现代等离子体物理学评论》，1，doi: https://doi.org/10.1007/s41614-017-0006-1Yoon, P. H., L´opez, R. A.,Seough, J., et al. 2024，《天体物理学杂志》，976，173，doi: 10.3847/1538-4357/ad86beZhang, M. F., Kunz, M. W.,Squire, J.,& Klein, K.G. 2025，《天体物理学杂志》，979，121，doi: 10.3847/1538-4357/ad95fc