arXiv:2603.25893v1 [cs.GT] 26 Mar 2026

智能体市　场：改善消费者搜索的均衡效应 *

Brendan Lucier[1] Nicole Immorlica[12] Markus Mobius[1] Aleksandrs Slivkins[1]Daniel G. Goldstein[1] Jake M. Hofman[1] Sonia Jaffe[1] David M. Rothschild[1]

[1]微软研究院[2]耶鲁大学

摘要

受智能体市场——一种消费者和企业借助人工智能工具、由此促进消费者搜索的双边市场——启发，我们研究了改进搜索技术对市场中学习和福利的影响。我们提出了一个模型：消费者在购买前进行有成本的搜索，以获取产品匹配度信号。市场会追踪已搜索产品的匹配度指示以及已选产品的质量指示，从而引导搜索。我们刻画了由此产生的动态过程的长期稳态，以及改进搜索技术所带来的影响。我们发现，降低搜索成本能够改善学习和消费者剩余；而提高搜索的信息量则可能损害两者，除非市场对产品的了解程度不亚于消费者，例如通过“阅读”智能体对话的“转录记录”。最后，我们考察了搜索改进对企业定价方式的影响。在对称市场的均衡价格下，降低搜索成本会提高消费者剩余，但提高搜索的信息量则可能因削弱企业间竞争而降低消费者剩余。

1 引言

人工智能的最新进展正在催生一类新型的智能体市场：在这类市场中，消费者和企业将搜索、互动，乃至交易委托给人工智能代理（Rothschild 等人，2025年；Hadfield 和 Koh，2025年；Shahidi 等人，2025年）。面向消费者的系统，例如 OpenAI 的 Operator（现称 ChatGPT 代理模式）和 Amazon Rufus，已经允许用户将复杂的搜索与比较任务交由人工智能代理处理；与此同时，企业端的相应工具也日益实现客户互动自动化。在这些情境下，人工智能代理所减少的不仅是点击和浏览的成本。它们还改变了信息在交易整个生命周期中的获取、组织和共享方式。

具体而言，代理式互动能够实现一些当今僵化界面难以支撑的询问方式。消费者不必依赖预设属性、固定表单和筛选器或粗略类别，而是可以通过开放式、自适应的提问，判断某种产品或服务是否满足自身需求。同时，智能体还能降低提取、总结和整理交易后产生的信息（例如消费者体验和反馈）的成本。总的来说，这些能力有望让搜索既更便宜——使消费者能够以相同的努力考察更多企业；又信息更丰富——让消费者在交易前能够深入探究与任何一家企业的匹配度细节。

*感谢 Salvador Candelas、Patrick Jordan 和 Matthew Vogel 富有帮助的讨论。我们尤其感谢 Salvador Candelas 指出其与 Choi 等人（2018年）研究之间的联系。

在单笔交易层面，这些变化理应带来益处。成本更低、信息更丰富的搜索有助于消费者找到有潜力的选项，避免匹配不佳。然而，市场并非由彼此孤立的互动构成。市场结果是在长期累积的众多消费者与企业互动中逐渐形成的：早期搜索和交易所产生的信息，会影响后来者的信念与选择。因此，当支撑搜索与互动的技术发生变化时，受到影响的可能不仅是个体决策，还包括信息在市场层面的汇聚方式，并由此影响学习、竞争和福利，而这些影响并非一目了然。

运行示例。 为了说明这一点，请考虑一位消费者为活动雇用餐饮承办商的情形。交易的价值取决于两个不同的组成部分，而这两个部分受到特定搜索技术能够（或不能够）揭示哪些信息的影响。第一部分由交易发生前可以核实的特征构成；我们将这些称为匹配度 特征。使用传统界面时，这些特征可能包括菜系、饮食需求安排或日程可用性等属性。原则上，这些特征可以在交易前评估，但在当今的实际应用中，界面限制了可在事前高效核查的特征数量，因此往往需要通过成本高昂的反复沟通，甚至在交易完成后，才能进行更详细的评估。第二部分由较难事先核实、通常只有在交易发生后才会显现或得到评估的特征构成；我们将这些称为质量 特征。使用传统搜索寻找餐饮承办商时，这些特征可能包括口味、执行情况和可靠性等属性，这些通常只能通过体验被学习，或无法作为正式的可搜索属性事前获取。

因此，消费者依赖的不仅是自己的调查，也包括他人产生的信息。早期互动通过反馈产生信号，引导后续消费者做出选择。随着时间推移，一些餐饮服务商会逐渐被市场充分了解，而另一些则可能因悲观信念抑制了进一步探索而彻底丢失 。因此，改变交易前披露哪些信息，以及交易后记录和分享哪些信息的技术，可能会影响消费者探索哪些企业、探索持续多久、竞争如何展开，以及产品如何定价。

我们对这一新兴文献的贡献有两方面：一是引入一个简洁易处理的模型，希望该模型能为这一主题的后续研究奠定基础；二是利用该模型分析智能体搜索如何重塑这些动态。

模型。 我们构建了一个简洁易处理的序贯消费者搜索模型。在模型中，消费者调查企业以判断匹配度，通过交易生成有关质量的反馈，而市场则会随着时间推移汇总这些信息。我们采用满意化效用模型，假设每位消费者对任何满足其需求的产品都有自己的私人价值（Simon，1956年）。我们的消费者搜索部分是 Weitzman（1978年）提出的模型的一个特例：有成本的调查会揭示与收益相关的信息，而最优策略会形成内生搜索顺序。尽管由此产生的动态过程十分复杂，我们证明，即使企业试图通过定价行为影响动态过程，该模型仍会收敛至一个稳态分布。这使我们能够考察模型中的长期学习结果及由此产生的消费者剩余。

外生价格。 我们首先刻画固定外生价格下的长期学习结果。在这种情况下，我们表明，降低搜索成本能够通过鼓励探索，增加被有效学习而非被有效丢弃的企业数量，从而稳健地改善市场层面的学习和消费者福利。相反，我们发现，让搜索提供更多信息——具体而言，将更多关于匹配度的信息转移到购买前阶段——可能会出人意料地减少学习和长期消费者剩余。问题在于，随着搜索所提供的信息越来越多，失败越来越多地由特质性、消费者特定的匹配

不匹配所致，而非源于普遍相关的缺陷。如果市场无法区分为什么 某家企业未能通过检查——具体而言，失败究竟是因为某种小众的、消费者特定的不匹配（例如要求提供纯素菜单），还是因为普遍相关的缺陷（例如缺少活动保险）——而是将所有失败一概而论，那么受众广泛的企业就更可能被过早放弃，尽管它们本可以很好地满足许多消费者的需求。

然而，我们还表明，当运用代理技术的另一项核心能力时——以低成本大规模提取、汇总并共享搜索过程中生成的丰富信息——代理式互动信息性提高所带来的这一负面影响便会消失。具体而言，我们研究一种称为记录的概念：平台不仅能观察某家企业是否“通过”了检查，还能了解导致其未通过的具体要求（例如）。当市场能够观察到此类记录时，信息性提高无疑有利于长期学习和消费者福利。

内生价格。 随后，我们分析企业能够根据消费者搜索行为内生调整价格时的代理式市场。我们表明，基本的学习结论依然成立，并借鉴 Choi 等人（2018）的思路，刻画对称市场中的均衡定价。搜索成本降低仍会通过增强有效竞争和改善学习而使消费者受益。然而，即使学习有所改善，信息性搜索也可能因削弱企业之间的竞争压力而降低消费者剩余。当更丰富的购买前筛选意味着每位消费者只考虑少数几家可行企业时，这些企业面临的竞争会减弱，因而能够收取更高价格。在餐饮服务的例子中，如果详细筛选意味着某场活动只有少数几家餐饮服务商“通过”，那么这些服务商争取该顾客时面临的竞争就会减少，从而能够提高价格。

启示与文章结构。 这些结果共同表明，代理式互动为市场带来了新的风险与机遇。对智能体搜索所赋能的能力进行详细的理论分析后可以发现，长期学习、竞争和福利，关键取决于搜索和交易过程中产生的信息如何呈现与汇总，以及企业是否、以及如何通过定价行为作出反应。这些发现凸显了市场与平台设计选择的重要性，因为这些选择决定了智能体工具最终能否带来更高效、更有效的市场。

我们在第3节提出模型，在第5节刻画长期稳态和学习结果，在第6节分析搜索成本、信息性和记录的影响，并在第7节研究内生定价与均衡竞争。省略的证明见附录。

2 相关研究

近期有大量文献研究如何改变平台设计，以激励平台参与者采取某些期望行为，例如探索（如 Che 和 H¨orner，2018年；Kremer 等，2014年；Frazier 等，2014年；Mansour 等，2020年）或努力（如 Ghosh 和 Hummel，2013 年；H¨orner 和 Lambert，2021 年）。平台可以利用直接推荐（如 Che 和 H¨orner，2018年；Kremer 等，2014年）、消费者评分与评论（如 H¨orner 和 Lambert，2021 年；Immorlica 等，2020年）或优惠券/返利（如 Frazier 等，2014年；Chen 等，2018年）。与这类文献通常假设代理人按轮次做出决策且不存在有成本的信息获取不同，我们考虑的是更复杂的搜索过程。[1] 与这类文献常见的设计视角不同，我们

[1]作为值得注意的例外，Kleinberg等人（2016年）和Azevedo等人（2020年）设计了一种通过拍卖协调有成本的信息获取的市场（而我们的平台仅收集并传播消费者反馈）。

将系统视为既定条件。

我们的消费者搜索模型是潘多拉盒子问题（Weitzman，1978年）的一个特例。[2]相关模型已被用于研究位置拍卖（Athey 和 Ellison，2011年；Chen 和 He，2011年）背景下的搜索问题。我们的消费者效用满意化模型与这些模型相似，但我们的搜索顺序像 Weitzman（1978年）的原始模型一样被内生化。许多研究者考察了 Weitzman 高度易处理模型的各种变体；其中与本文最相关的是序贯检查，即进一步揭示单个盒子内容的检查（Aouad 等，2025年；Gibbard，2022年）。我们关于搜索的信息性的结果在概念上与这些研究相关，但存在一个显著差异：我们模型中的序贯检查不会带来额外成本，而是量化单次搜索行动所揭示的信息量。

我们设定的一个重要组成部分是消费者会从过去的消费者那里学习。因此，我们的设定与关于短视的短期代理人进行社会学习的文献相联系，尤其是那些同时观察过去消费者的行动和结果的模型（例如，Kannan 等，2018年；Acemoglu 等，2022年；Banihashem 等，2023年）。从本质上说，智能体集体面临探索—利用权衡，而个体则倾向于采取短视决策。这一文献往往聚焦于多臂老虎机等特定的（且简单的）模型，并研究学习动态渐近意义上的“成功”与“失败”。[3] 尽管根据建模选择的不同，“成功”和“失败”都有可能发生，但这一文献并未处理像我们这样更复杂的模型。一个值得注意的例外是 Immorlica 等（2019年）的研究：与本文类似，他们研究了这样一个市场，其中消费者根据由先前消费者检查所形成的后验信念进行最优搜索。他们的效用和信息结构与我们的不同，这是因为他们关注由消费者特异性成分的匹配价值方差所衡量的多样性。相比之下，我们的模型不会在检查时完全揭示质量，并且我们通过成本和/或信息性来衡量搜索效能，研究其影响。

其他序贯社会学习模型中的智能体会从私人观测信号以及先前智能体采取的行动中学习，并据此部分推断其他信号。（综述请参见 Golub 和 Sadler（2016年）。）Banerjee（1992年）和 Bikhchandani 等人（1992年）的开创性论文提出了信息级联问题，指出当信号和／或行动空间较粗略时，就会出现羊群效应。后续研究阐述了这类结果成立所需的各种条件。与本文最相关的是，这些条件涉及行动集合的丰富程度（Ali，2018b；Lee，1993年）、信号空间（Smith 和 Sørensen，2000年），以及有成本的信号获取（Ali，2018a；Burguet 和 Vives，2000年；Hendricks 等人，2012年；Mueller-Frank 和 Pai，2016年）。相较于这些研究，我们的行动空间和信号空间有所不同——其设定受到序贯消费者搜索的启发——并且我们着重于量化和比较长期极限中被学习的信息，而非确定渐近成功的必要／充分条件。

就主题而言，我们关于内生定价的结果涉及价格竞争寡头市场中消费者剩余的相关文献，这一研究可追溯至伯特兰（1883年）。相关论文指出，有成本的搜索可能会使消费者剩余降至零（戴蒙德，1971年）。与我们的研究类似（其中企业对消费者具有异质性匹配参数），一些论文考察了消费者对部分企业和产品具有忠诚度（或受到其他限制）时对定价策略的影响（Babaioff 等人，2013年；Cremer 等人，1991年；Shilony，1977年）。与这些论文一样，我们指出，随着这些限制不断增多，企业面临的竞争会减弱，消费者剩余也会下降。与本文尤其相关的是 Choi 等人（2018）的研究，他们分析了魏茨曼消费者搜索模型下卖方价格的纯策略均衡，并研究搜索成本与

[2]Weitzman 的模型本身就是马尔可夫多臂老虎机的一个（不那么显而易见的）特例（Gittins，1979；Whittle，1980年）。[3]“成功”意味着智能体始终会收敛到最优个体策略。这项研究大多以“贪心”多臂老虎机算法（即不显式进行探索的算法）的研究为框架。

市场价格之间的关系。我们的消费者效用模型有所不同，但与他们的研究一样，我们主要关注对称市场，并运用类似的方法，通过与一个没有搜索的调整后的市场进行比较，刻画市场均衡条件。

3 模型

我们研究一个消费者顺序到达的双边市场模型。我们将个体消费者搜索纳入模型，并将其视为 Weitzman 的潘多拉盒子问题的一种变体，同时在不同消费者之间遵循类似多臂老虎机的反馈循环。

3.1 消费者与企业

我们有源源不断的消费者 $i \in \mathbb{N}$，以及数量固定的一组 m 企业 $j \in [m]$。每位消费者 i 最多只能与一家企业 j进行交易，且价格 $P_j \geq 0$固定并为已知。[4] 消费者有一项需求，若交易满足了这项需求，便会获得价值 $V_i \geq 0$。交易效用（交易所产生的效用，如有）在交易发生且需求得到满足时为 $U_i^{\mathtt{tr}} = V_i - P_j$，否则为 $U_i^{\mathtt{tr}} = 0$。

与企业 j 的交易是否满足消费者 i 的需求，取决于两个量：匹配度 F_{ij} 和质量实现q_{ij}。这两个量均为二元变量，且同时取决于消费者和企业。当且仅当 $F_{ij} = q_{ij} = 1$时，需求才得到满足。

注释 3.1。我们认为，F_{ij} 由关于企业 j 的客观事实决定，这些事实可以事先检查，例如餐厅的菜系。检查每个 F_{ij} 都需要支付固定的搜索成本 $c \geq 0$，详见第*3.2*节。相比之下，只有在交易时才会揭示q_{ij}。

每个 F_{ij}（分别地，每个q_{ij}）都从随机分布中抽取，并且独立于其他一切，其均值为π_j（分别地，Q_j）。我们分别将π_j和 Q_j称为匹配概率 和质量。虽然π_j，$Q_j \in [0,1]$ 是由定义决定的，但我们假设 $\pi_j \in (0,1)$，因此匹配度的两种实现值都是可行的。

一旦匹配度 F_{ij} 经消费者 i 和企业 j检查后，预期交易效用为

$$\mathbb{E}\left[U_i^{\mathtt{tr}} \mid \text{transaction with } j; F_{ij}\right] = \underbrace{V_i}_{\text{Value}} \times \underbrace{Q_j}_{\text{Quality}} \times \underbrace{F_{ij}}_{\text{Fit}} - \underbrace{P_j}_{\text{Price}}. \tag{1}$$

消费者在事前是同质的：每个消费者的价值 V_i 都独立地取自某个固定分布 $\mathcal{D}^{\mathtt{V}}$。我们假设 $\mathcal{D}^{\mathtt{V}}$ 是正则的，存在密度函数，且其有界支撑集包含于 $[0, V]$中。[5]

消费者不了解业务参数 π_j、Q_j, $j \in [m]$，但知道它们各自独立抽取自先验分布 $\mathcal{P}_j^{\mathtt{F}}$ 和 $\mathcal{P}_j^{\mathtt{Q}}$（这些分布可能存在异质性）。业务参数的共同先验由元组 $\mathcal{P} := \left(\mathcal{P}_j^{\mathtt{F}}, \mathcal{P}_j^{\mathtt{Q}} : \ j \in [m]\right)$ 给出。

定义 3.2. 市场 市场 $\mathcal{M}$ 由业务参数 $(\pi_j, Q_j : \ j \in [m])$、价格 P_j、价值分布 $\mathcal{D}^V$、共同先验 $\mathcal{P}$和搜索成本 $c \geq 0$定义。

注释 3.3. 我们所有的结果都将如上所定义，对每个市场逐点成立。也就是说，对于业务参数 π_j, Q_j 的每一种可能实现，结论都成立。

[4]一次交易对应于购买一件该企业特有的不可分割商品（该企业的供给量无限）。在第7节中，我们将模型扩展到随时间变化的内生价格。[5]若一个分布的累积分布函数为 F、密度函数为 f，且其虚拟价值函数 $\phi(v) = v - \frac{1-F(v)}{f(v)}$ 非递减，则该分布满足正则性。只有在第7节将价格内生化时，才会用到正则性假设。

注释 3.4（独立性）。 企业之间的独立性（先验和个体属性 F_{ij},q_{ij} 均如此）对我们的分析至关重要，但 q_{ij} 与 F_{ij} 的独立性可以放宽。如果 q_{ij} 与 F_{ij} 相关，我们可以将 Q_j 重新定义为 $\mathbb{E}[q_{ij} \mid F_{ij} = 1]$，所有结果仍然成立。

3.2 市场时机与消费者搜索

市场按照以下流程演进：[6]

- 时间以轮次 $i \in \mathbb{N}$ 推进。每一轮 i，消费者 i 到来，并在该轮结束时离开。所有企业在每一轮中都会出现。
- 在给定轮次 i 内，消费者遵循序贯搜索过程。在每一步，她都会选择一家企业 j 进行检查（可能取决于前几步的结果），并支付成本 $c \geq 0$ 以获知匹配度 F_{ij}。或者，她也可以停止搜索，并从此前检查过的企业中选择至多一家进行交易。
- 每轮 i结束后，会收集以下反馈并将其加入当前历史记录：（i）本轮检查了哪些企业 j 以及匹配度 F_{ij}如何；（ii）与哪家企业 j进行了交易（如有），以及质量实现q_{ij}如何。[7]
- 随后，当前历史记录（截至目前所有轮次的记录）会向下一位消费者公开。

消费者 i 的（总）效用记为 U_i，定义为其交易效用 $U_i^{\mathtt{tr}}$ 减去总搜索成本。消费者是贝叶斯理性的，并在给定其信念的情况下寻求最大化期望效用 $\mathbb{E}[U_i]$。我们假设消费者在平局时倾向于不检查企业。

固定市场 $\mathcal{M}$ 后，历史是某个 $n \leq \infty$ 的序列 $H_n^{\mathcal{M}} = (h_1, h_2, \ldots, h_n)$，其中 h_i 是在第 i 轮收集的反馈。注意，$H_n^{\mathcal{M}}$ 是由 V_i、F_{ij} 和 q_{ij} 决定的随机变量。给定历史实现 $H_{i-1}^{\mathcal{M}} = H$，顾客 i 的后验信念记为$\mathcal{P}_j^{\mathtt{F}}(H) := P(\pi_j \mid H_{i-1}^{\mathcal{M}} = H)$ 和 $\mathcal{P}_j^{\mathtt{Q}}(H) := P(Q_j \mid H_{i-1}^{\mathcal{M}} = H)$。相应的后验平均匹配度和后验平均质量分别为 $\hat{}\pi_j(H) = \mathbb{E}\left[\pi_j \mid H_{i-1}^{\mathcal{M}} = H\right]$ 和 $\hat{}\, Q_j(H) = \mathbb{E}\left[Q_j \mid H_{i-1}^{\mathcal{M}} = H\right]$。作为简写，对于这些信念，我们定义 $\mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{F}} := \mathcal{P}_j^{\mathtt{F}}(H_{i-1}^{\mathcal{M}})$ 和 $\mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{Q}} := \mathcal{P}_j^{\mathtt{Q}}(H_{i-1}^{\mathcal{M}})$；对于后验均值，则定义 $\hat{}\pi_{ij} := \hat{}\pi_j(H_{i-1}^{\mathcal{M}})$ 和 $\hat{}\, Q_{ij} := \hat{}Q_j(H_{i-1}^{\mathcal{M}})$，将其视为关于 $H^{\mathcal{M}}$中所有随机性的随机变量。[8]

模型解释。在实践中，市场平台会收集消费者反馈信号（例如从检查到交易的转化，以及交易后反馈），并与未来的消费者分享。消费者可以通过多种方式检查企业，从老式的电话联系，到浏览网页，再到让人工智能代理浏览网页，或让人工智能代理与企业的人工智能代理互动。在我们的模型中，此类调查的结果是二元的，质量实现也是如此，而且二者都会完整地披露给平台。这一设定使我们的分析聚焦于消费者搜索／交易决策与市场中可用信息之间的相互作用，而将解读消费者反馈信号的过程隐含处理。

检查一家企业，也可以理解为一个购买漏斗：消费者在决定购买之前，要依次通过筛选标准越来越严格的各个阶段。我们认为F_{ij} 表示消费者已通过市场中所有可验证的阶段

[6]附录A详细介绍了每位消费者与 Weitzman 的潘多拉盒子问题之间的技术联系，以及消费者之间的多臂老虎机式动态。[7]在第6.2节中，我们考虑一种扩展情形，其中会收集并分享一些额外反馈。[8]$\mathcal{P}_j^{\mathtt{F}}(H)$、$\mathcal{P}_j^{\mathtt{Q}}(H)$、$\hat{\pi}_j(H)$ 和 $\hat{}\, Q_j(H)$ 是确定性对象，而 $\mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{F}}$、$\mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{Q}}$、$\hat{\pi}_{ij}$ 和 $\hat{}\, Q_{ij}$ 是随机变量。

算法1： 顾客 i的最优搜索策略

令 $\sigma_{ij} := V_i \cdot \hat{Q}_{ij} - P_j - c/\hat{\pi}_{ij}$ 表示每个企业 j 的指数；**对于**每个企业 j 满足 $\sigma_{ij} > 0$，按指数从高到低的顺序σ_{ij} **执行**支付 c 检查匹配度 F_{ij}；如果 $F_{ij} = 1$，则与企业 j 进行交易并离开市场。

本身（例如，浏览企业网页，或与 AI 销售代理互动）。[9] 我们将在定义第6.2节中的搜索的信息量时重新探讨这一解释。

3.3 长期结果

我们关注给定市场的长期结果，考察学习和消费者效用。具体而言，我们关注极限信念$\lim_{i\to\infty}(\mathcal{P}^{\mathtt{F}}_{ij}, \mathcal{P}^{\mathtt{Q}}_{ij})$ 和极限消费者效用$\lim_{i\to\infty}\mathbb{E}[U_i]$.[10]我们将考察，按照以下渐近意义，企业参数是否会被学习：

定义 3.5。对于给定的历史实现 $H^{\mathcal{M}}_{\infty} = H$，如果满足以下条件，则企业 j 的参数被学习：

$$(\ \mathcal{P}^{\mathtt{F}}_{ij}(H_{i-1}),\ \mathcal{P}^{\mathtt{Q}}_{ij}(H_{i-1})\ ) \to (\pi_j, Q_j) \quad \textit{in probability},$$

其中，H_{i-1} 是顾客 i可见的 H 前缀。

所有已学 到的企业构成的集合将是我们研究结果中的一个关键对象，并直接影响效用 s.

4 预备知识：消费者搜索策略

本节将介绍在给定信念的情况下，每位消费者的最优搜索策略。消费者面临的问题是潘多拉盒子问题的一个特例（（Weitzman，1978），见附录A），因此最优搜索策略是Weitzman算法的一个实例。在我们的模型中，该算法简化为算法1所示的简单搜索策略。它按照指数σ_{ij}贪心地逐一检查企业；该指数对消费者信念的依赖仅通过后验均值体现。如果存在指数为正且与顾客匹配的企业，顾客便与其中第一家进行交易。

命题4.1。 算法*1*在所有搜索策略中最大化 $\mathbb{E}[U_i]$预期消费者效用 .

证明。 Weitzman算法（Weitzman，1978）是潘多拉盒子问题的一个已知最优解。它按照指数σ_{ij}检查企业，其含义与算法1中的相同，但这里采用了更一般的指数概念。具体而言（固定历史 $H^{\mathcal{M}}_{i-1}$），该指数定义为

$$c = \mathbb{E}\left[\ (\ U_{ij} - \sigma_{ij}\ )^{+} \mid H^{\mathcal{M}}_{i-1}\ \right],$$

其中，U_{ij} 是式（1）中的量，右侧的期望是对匹配度 F_{ij}取的。由于$U_{ij} \le 0$ 只要 $F_{ij} = 0$，该表达式即可简化为

$$c = \hat{\pi}_{ij}(\ V_i\, \hat{Q}_{ij} - P_j - \sigma_{ij}\ ),$$

因为括号中的量是给定 $F_{ij} = 1$时 $U_{ij} - \sigma_{ij}$ 的期望值，而$\hat{\pi}_{ij}$是 $F_{ij} = 1$的条件概率。重新整理后，得到指数σ_{ij} ，如算法1所示。 □

[9]如第4节末尾所述，直接观察消费者在这一活动中的发现并非绝对必要。[10]期望 $\mathbb{E}[U_i]$ 是对消费者信念取的，这些信念取决于截至第 i轮的历史。我们将在第5节证明这些极限存在。

算法1的一个重要特点是，一旦某位消费者检查了某家企业 j，当且仅当 $F_{ij} = 1$时，她才会与该企业进行交易。因此，给定检查后发生交易的条件概率为π_j，且与消费者身份和市场历史无关。由此还可知，即使市场平台无法直接观察检查结果 F_{ij}，也可以根据消费者的检查和交易选择推断这些结果。

5 反馈与学习

本节研究市场历史和消费者信念在各轮次中的演变。我们将证明，市场会收敛至一个稳态：在该稳态中，一些企业会被学习，而其余企业则再也不会被搜索。随后，我们将刻画稳态的分布，包括每家企业被学习的概率。最后，我们将证明，预期消费者效用会随着时间推移收敛至持有稳态信念的消费者所获得的效用。

为了理解后验信念如何随时间演变，可以考察它们对算法1中所用指标规则的影响。对于任意后验均值估计 π_j 和 Q_j，令 $\sigma_j(\hat{\pi}_j, Q_j, V) := \hat{V} Q_j - P_j - c/\hat{\pi}_j$ 表示价值为 V 的消费者在后验均值估计为 $\hat{\pi}_j$ 和 $\hat{Q}_j$ 时，分配给企业 j 的指数。在历史 $H^{\mathcal{M}}$ 中可能出现这样一种情况：在某一轮次 i 之后，$\hat{\pi}_j(H_i^{\mathcal{M}})$ 和 $\hat{Q}_j(H_i^{\mathcal{M}})$ 足够低，以至于 $\sigma_j(\hat{\pi}_j(H_i^{\mathcal{M}}), \hat{Q}_j(H_i^{\mathcal{M}}) V) \leq 0$。如果发生这种情况，那么即使价值最高的消费者，对企业 j 的搜索指数也不为正，因此该企业在第 i 轮之后将永远不会再被考察，其对应的后验分布也不会再更新。事实证明，这是学习过程中唯一的障碍：我们将证明，只要对于所有 i，$\sigma_j(\hat{\pi}_j(H_i^{\mathcal{M}}), \hat{Q}_j(H_i^{\mathcal{M}}) V) > 0$，企业 j 的后验分布就会在期望意义上收敛至真实值。 —

命题 5.1。 固定一个市场 $\mathcal{M}$ 和企业 j。对于历史 $H^{\mathcal{M}}$中的随机性，以1 的概率，以下情况会发生。后验信念$(\mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{F}}, \mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{Q}})$ 依概率收敛至某个 $\mathcal{P}^{\mathtt{lim}} \in \Delta(\mathbb{R}) \times \Delta(\mathbb{R})$，当 $i \to \infty$。此外，企业 j 要么被学习，此时$(\mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{F}}, \mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{Q}})$ 收敛至(π_j, Q_j)；要么 $\sigma_j(\hat{\pi}_{ij}, \hat{Q}_{ij}, V) \leq 0$，对于某个消费者 i（以及此后的每位消费者）都是如此，此时我们称企业 j 已流失。

因此，后验信念收敛至极限信念 $\mathcal{P}^{\mathtt{lim}} :=(\mathcal{P}_j^{\mathtt{lim}}: \ j \in [m])$，这是一种特定形式的稳态。在市场动态的每次运行中，每家企业要么被学习，要么流失。已学习企业会被无限次检查并进行交易，而流失企业在某个有限时间之后就再也不会被检查。

命题 5.1 证明的第一步是下面的引理 5.3。它指出，后验信念（$\mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{F}}$， $\mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{Q}}$）仅取决于市场 $H_{i-1}^{\mathcal{M}}$ 中企业 j 的匹配与质量实现值，而不取决于历史中的任何其他信息。

定义 5.2. 对于历史实现 H，将 H 投影到企业 j所得的投影记为 $H|_j$，其中包含 H中出现的企业 j 的所有匹配与质量实现值。投影 $H|_j$ 保留这些数据在 H 中出现的顺序，但不保留它们在 H 中被观测到的具体轮次。

我们可以将 $H|_j$ 视为两个二元变量序列：一个对应匹配度观测值（来自检查），另一个对应质量实现值（来自反馈）。前一个序列（分别地，后一个序列）的第 r 个元素对应企业 j 第 r 次接受检查（分别地，与其进行交易）。

引理 5.3。 对于市场 $\mathcal{M}$ 的任意有限历史实现 $H_{i-1}^{\mathcal{M}} = H$ 以及任意企业 j，后验信念 $\mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{F}}(H)$ 和 $\mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{Q}}(H)$ 由 $H|_j$ 确定。

由引理 5.3 可知，命题 5.1 成立，因为投影$H|_j$ 的边缘分布是一列均值为 π_j 的相互独立的伯努利随机变量，另一列的均值为 Q_j。如果 j 没有丢失，那么由于我们假设所有拟合概率都严格小于 1，企业 j 将被无限次检查。在这种情况下，$H|_j$ 中的序列是无限的，因此相应的后验信念将依概率收敛于各自的真实均值。

命题 5.1 意味着，企业 j 是被学习还是流失，仅取决于其后验均值估计的演变，而这由关于 $H|_j$ 的边缘分布所驱动。

命题 5.4。 固定任意市场 $\mathcal{M}$。在 $H^{\mathcal{M}}$ 中的所有随机性下，每家企业 j 都会以概率 $\omega_j \in [0,1]$ 独立地流失，该概率仅取决于 π_j、Q_j、c、P_j 和 V。概率 ω_j 随着 c 和 P_j 的增加而弱递增，随着 π_j、Q_j 和 V 的增加而弱递减。固定所有其他参数，$\omega_j \to 0$ 随 $c \to 0$ 变化。

用 $S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M})$ 表示在市场 $\mathcal{M}$ 中被学习的企业集合；称其为已学习集合。注意，它是一个随机变量，其随机性源自历史。由于流失企业的精确后验信念与任何消费者或企业的收益都无关（因为它们从未被搜索或交易），$S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M})$ 实际上决定了市场趋于收敛的稳态。

效用含义。 给定一组企业 $S \subseteq [m]$，考虑一位假想消费者，该消费者 (a) 了解所有企业的特征 S（即，其后验信念以概率 1 集中在正确的取值上（π_j，Q_j）），且 (b) 不允许与 S 之外的任何企业进行交易。我们用$U^*(S)$ 表示这位消费者的最优期望效用；也就是说，在企业集合 S上遵循最优搜索策略（算法1）所获得的总效用。这是一个静态比较基准：它针对固定的企业子集定义，独立于学习动态。

我们证明，预期消费者效用会收敛到在 $S = S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M})$ 处评估的这一比较基准。更准确地说，我们考虑 $\mathbb{E}\left[U_i \mid H_{i-1}^{\mathcal{M}}\right]$，即消费者 i 在第 i 轮之前的历史条件下的预期总效用。

引理 5.5。 $\mathbb{E}\left[U_i \mid H_{i-1}^{\mathcal{M}}\right] \to U^*(S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M}))$ 当 $i \to \infty$ 时，关于随机历史 $H^{\mathcal{M}}$ 几乎必然成立。

引理 5.5 中的收敛概念指的是实数序列：固定历史 $H^{\mathcal{M}}$ 后，比较量 $U^*(S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M}))$ 是一个固定的实数值，每个 $\mathbb{E}\left[U_i| H_{i-1}^{\mathcal{M}}\right]$ 也是如此。因此，引理 5.5 表明，在我们的市场中，对于随机历史，消费者效用的期望几乎必然收敛。此外，它们收敛到这样一种效用：假设有一位消费者持有命题 5.1 中的极限后验信念（这些信念由已学习集合 $S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M})$ 决定），那么该消费者获得的效用。

引理 5.5 证明中的一个难点是，消费者的预期（总）效用关于其信念是不连续的，例如，更新后的信念可能导致企业检查顺序发生变化。不过，我们可以利用这样一个事实来约束消费者效用的演变并确立其极限收敛性：对于已学习企业，消费者信念会收敛到真实值。

受引理 5.5 启发，我们将 $U(\mathcal{M}) := U^*(S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M}))$ 记作 $\mathcal{M}$ 中的极限消费者效用 。与 $S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M})$ 一样，$U(\mathcal{M})$ 是一个随机变量，其随机性来自历史。

6 改善消费者搜索的影响

现在，我们来探讨改善消费者搜索的影响。我们考虑降低搜索成本（降低成本 c），以及提高搜索的信息量，使每次检查都能揭示更强的信号。

从技术层面来说，我们的每项比较都涉及两个市场，二者之间存在某一特定差异，并且在它们的历史之间建立耦合 后，比较结果几乎必然成立。[11] 如果比较涉及实值指标（即指出某项指标在一个市场中大于另一个市场），那么同一比较也以一阶随机占优（FOSD）的意义成立。[12]

6.1 降低搜索成本

降低搜索成本对消费者有帮助吗？虽然（在固定历史的情况下）它显然会改善当前消费者的结果，但也可能影响未来消费者，进而妨碍他们的学习。我们证明这种情况不会发生，并证明降低搜索成本会扩大已学习集合，提高极限消费者效用。

定理 6.1。 假设市场 $\mathcal{M}, \widetilde{\mathcal{M}}$ 除了 $\mathcal{M}$ 的搜索成本较低 $\tilde{c} < c$ 之外完全相同。那么，两者的历史之间存在一种耦合，使得在这种耦合下，以下结论几乎必然成立：

- $S^{\mathtt{lnd}}(\widetilde{\mathcal{M}}) \supseteq S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M})$。也就是说，对于这两段历史的任意联合实现，历史 $H^{\mathcal{M}}$ 下被学习的企业多于历史 $\widetilde{H}^{\mathcal{M}}$ 下。
- $U(\widetilde{\mathcal{M}}) \geq U(\mathcal{M})$。也就是说，对于这两段历史的任意联合实现，历史 $H^{\widetilde{\mathcal{M}}}$ 下的极限消费者效用不低于历史 $H^{\mathcal{M}}$ 下。

由此可得 就历史中的随机性而言，$\widetilde{U}(\mathcal{M}) \geq_{\mathtt{FOSD}} U(\mathcal{M})$，如上所述 .

定理 6.1 的证明通过对 $\mathcal{M}$ 与 $\widetilde{\mathcal{M}}$ 的历史进行耦合，使其满足：(a) 消费者价值序列相同；(b) 各企业 j 的历史投影相同。[13] 即使在这种耦合下，得到的历史在任意给定轮次 i也可能产生非常不同的后验信念，因为它们可能在何时考察哪些企业方面存在差异。但引理 5.3 表明，在仅考察估计值发生变化的时刻时，企业 j 的后验估计 $\widetilde{\ }$ 演变过程在市场 $\mathcal{M}$ 和 $\widetilde{\mathcal{M}}$ 中相似。搜索成本不会影响这一演变过程，但会改变企业被丢弃的条件。这使我们能够比较两段历史中被丢弃的企业集合，从而了解长期消费者效用。

6.1.1 对企业需求的影响

鉴于定理 6.1，我们或许还会问，降低搜索成本如何改变稳态下进行交易的企业—消费者组合的构成。我们证明，降低搜索成本会以两种方式改变交易分布。首先，一些原本会被丢弃的企业现在可能被学习到，部分交易也会转向这些企业。其次，交易可能从匹配概率较高的企业—消费者组合转向匹配概率较低、但在匹配条件下预期交易效用较高的企业—消费者组合。

给定消费者 i 和历史实现 $H = H_{i-1}^{\mathcal{M}}$，令 $\lambda_{ij}(V; H)$ 表示在消费者 i 的匹配结果具有随机性的情况下，消费者 i 与企业 j 进行交易的概率

[11] *coupling*随机变量之间的 X，Y（取值于 $\mathcal{X}$，$\mathcal{Y}$）是 $\mathcal{X} \times \mathcal{Y}$上的一个联合分布 $\mathcal{D}$，且边缘分布正确。更正式地说：对于随机变量对（X'，Y'）$\sim \mathcal{D}$，X'（分别是 Y'）的边缘分布与 X（分别是 Y）的分布相同。请注意，原始随机变量 X，Y不必位于同一个概率空间中。[12]一阶随机占优（FOSD）的定义如下。考虑实值随机变量 X，X'（不一定位于同一个概率空间中）。如果对每个x，都有 $\Pr[X > x] \geq \Pr[X' > x]$，我们就称 $X \geq_{\mathtt{FOSD}} X'$。如果还存在某个 x使得 $\Pr[X > x] > \Pr[X' > x]$，则该关系是严格的，记作 $X >_{\mathtt{FOSD}} X'$。[13]请注意，尽管历史中没有明确表示消费者价值，但它们会通过消费者检查企业的顺序影响历史。固定消费者价值和投影后，便可完全确定每段历史，从而定义耦合。

以 $V_i = V$ 为条件。由于后验信念根据命题 5.1 依概率收敛， $\lambda_{ij}(V; H_{i-1}^{\mathcal{M}})$ 也会收敛。我们将由此得到的长期交易概率记为 $\lambda_j(V; \mathcal{M}) := \lim_{i\to\infty} \lambda_{ij}(V; H_{i-1}^{\mathcal{M}})$。注意， $\lambda_j(V; \mathcal{M})$ 是一个随机变量，其随机性来自历史。

命题 6.2。 </style}假设市场 、除搜索成本 较低外完全相同。那么存在一种耦合，使得与的历史满足以下性质：在该耦合下，几乎必然，对于任意价值 以及一对企业 、，只要 $(V;\ \mathcal{M})$ $> \lambda_j(V;\ \mathcal{M})$ 且 $\lambda_{j'}(V;\ \mathcal{M}) < \lambda_{j'}(V;\ \mathcal{M})$</style}，则以下情况之一成立

- $j' \in S^{\mathtt{lnd}}(\widetilde{\mathcal{M}})\backslash S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M})$，这意味着 j' 在历史 $H^{\widetilde{\mathcal{M}}}$ 中被学习，但在历史 $H^{\mathcal{M}}$中丢失；或者
- 企业 j' 的匹配概率较低（$\pi_{j'} \le \pi_j$），但一旦确认匹配，其预期交易效用较高（$Q_{j'}V - P_{j'} \ge Q_jV - P_j$）。

6.2 序贯筛选：让搜索更具信息性

在探讨了降低搜索成本的影响后，我们现在考察提高搜索对消费者的信息量意味着什么。为此，我们引入一个更为详细的匹配与质量模型，以捕捉消费者会按序获取信息这一直觉。尽管在数学上与原始模型一致，这一变化使我们能够表达搜索的信息量。

6.2.1 消费者偏好的详细模型

对于每个消费者 i 和企业 j，筛选序列是由 $\vec{f}_{ij} = (f_{ijk}、\ k \in [r])$ 个被称为筛选项的 r二元随机变量组成的序列。这些变量之间可能存在相关性，但对于每个消费者和企业而言，它们都是独立地抽取的。对于每个 $k \in [r]$，我们记 $\pi_{jk} :=\Pr\left[f_{ijk} = 1 \mid f_{i,j,1} = \cdots = f_{i,j,k-1} = 1 \right]$。

我们认为， f_{ij} 表示针对企业 j 是否与消费者 i匹配而进行的逐步更具选择性的筛选。例如，f_{ij1} 表示该企业是否销售正确类型的产品；在此基础上， f_{ij2} 表示该产品是否提供消费者期望的颜色；依此类推。当消费者检查该企业时，检查结果会揭示第一个满足 $f_{ijl} = 0$ 的 $l \le k$ （如果存在），其中 k 为某个固定值。重要的是，从消费者的角度来看，此类检查所揭示的唯一决策相关信息是产品 $F_{ij} := \prod_{\ell\le k} f_{ij\ell}$。如果消费者选择进行交易，剩余筛选项的乘积 $q_{ij} := \prod_{\ell>k} \pi_{j\ell}$ 会在交易过程中向消费者和市场揭示。我们称市场具有（k-）序贯筛选，其中 k被称为搜索度。当然，这与我们的原始模型一致，其中匹配度 F_{ij} 和质量实现 q_{ij} 如上所定义。因此，$\pi_j = \prod_{\ell\le k} \pi_{j\ell}$ 和 $Q_j = \prod_{\ell>k} \pi_{j\ell}$。

现在，增加 搜索信息性，只需提高 k （其余条件保持不变 ）.

定义 6.3. 考虑具有序贯筛选的市场 $\mathcal{M}, \mathcal{M}$ ，除~ $\sim\mathcal{M}$ 的搜索度 $k \ge k$较大外，其余方面完全相同。那么，市场 $\mathcal{M}$ 称为比 $\mathcal{M}$更具消费者信息性。

提高市场的消费者信息性，不会影响企业j 满足消费者 i需求的事前概率。相反，这会使消费者在检查之后、交易之前获得更强的信号。

备注 6.4。 也可以将信息性的提高等价地视为搜索过程选择性的增强（即将匹配概率 π_j 降低某个系数 $\delta_j \ge 1$），同时提高匹配条件下的质量（即将 Q_j 提高相同的系数 δ_j）。

6.2.2 提高消费者信息性会降低消费者的长期福利

与降低搜索成本不同，提高搜索对消费者的信息性并不一定会提升长期消费者福利或市场学习（当然，在历史固定的情况下，这确实会改善特定消费者的福利）。

命题 6.5. 存在市场 $\mathcal{M}, \mathcal{M}'$，使得 $\mathcal{M}$ 比 $\mathcal{M}'$ 更具消费者信息性，但其长期表现却严格更差：$S^{\text{lnd}}(\mathcal{M}) \subset S^{\text{lnd}}(\mathcal{M}')$ 且 $U(\mathcal{M}) < U(\mathcal{M}')$，对于 $\mathcal{M}$ 和 $\mathcal{M}'$ 的历史之间的某种耦合，以上结论几乎必然成立。

命题 6.5 背后的直觉是，尽管市场 $\mathcal{M}'$ 向当前消费者提供了更多效用相关信息，但与市场 $\mathcal{M}$ 中揭示的信息相比，这些信息在消费者之间的相关性较弱，因此对于未来消费者的潜在价值而言，信息量也较少。证明通过明确构造一个例子来展开：在市场 $\mathcal{M}'$ 中，每家企业的匹配概率要么高、要么低，且质量适中。在相应的市场 $\mathcal{M}$ 中，搜索更具信息性，每家企业的有效质量更高，匹配概率则更低（见备注 6.4），这增加了匹配概率较高的企业也未能通过检查的可能性。因此，更具信息性的搜索会削弱检查结果所传递的企业类型信号，导致更多企业丢失。

6.2.3 信息性增强与记录

如果市场能够获取额外信号，就可以避免信息性增强带来的这一潜在弊端。具体而言，如果市场能够观察搜索过程的完整“转录记录”，就能观察到消费者在筛选顺序的哪个环节了解到某家企业与自己不匹配。

形式化地说，如果市场 $\mathcal{M}$ 具有记录式筛选，那么每次检查不仅会揭示 F_{ij}，还会提供一个额外信号，若 $F_{ij} = 0$，则该信号会指出满足 $f_{ij\ell} = 0$的最小 $\ell \leq k$。此外，交易后反馈还包括一个额外信号，若 $q_{ij} = 0$，则该信号会指出满足 $f_{ij\ell} = 0$的最小 $\ell > k$。我们认为，这表明消费者（如果有的话）是在消费者漏斗的哪个环节判断产品不匹配。[14]

定理 6.6。考虑具有记录式序贯筛选的市场 $\mathcal{M}$、$\mathcal{M}'$，它们除 $\widetilde{\mathcal{M}}$ 具有更大的搜索度 $\tilde{k} \geq k$外完全相同。那么，从长远来看，$\widetilde{\mathcal{M}}$ 的表现不会更差：$S^{\text{lnd}}(\widetilde{\mathcal{M}}) \supseteq S^{\text{lnd}}(\mathcal{M}')$ 且 $U(\mathcal{M}) \geq U(\mathcal{M}')$；对于 $\mathcal{M}$ 和 $\mathcal{M}'$ 的历史之间的某种耦合，这几乎必然成立。

证明采用了与定理 6.1 类似的耦合，但现在 M 和 M' 不仅对每家企业的观测到的匹配度和质量实现值进行耦合，也对所有筛选结果进行耦合。即使在这种耦合下，搜索结果仍可能不同：对企业 j 的检查可能表明其在市场 M 中匹配，而在市场 M' 中的相应检查却不会如此。然而，由于转录记录具有可见性，市场最终在两种情况下都会收到关于企业 j 的相似信息；唯一的区别是，在市场 M' 的检查过程中披露的某些信息，可能会改由市场 M中的交易后反馈披露。这一观察使我们能够以类似于定理 6.1 的方式利用这种耦合来比较流失企业。消费者效用的比较则通过区分信息性搜索增强的直接效应（它有助于消费者，信念保持不变）与减少流失企业集合的间接效应来得出。

[14]为简化起见，我们的定义要求市场能够观察到首次失败之前的所有筛选项。但我们的证明只需要一个更弱的假设：市场 $\mathcal{M}$ 的转录记录应揭示前 k 个筛选项中是否有一个为 0（如果有）；只有在没有的情况下，才揭示前 $\tilde{k}$ 个筛选项中是否有一个为 0。

7 价格内生化

在本节中　　n 我们将模型从第3节扩展到允许企业更新其价格　　s.

在本节中，每家企业现在都是一个策略性参与者，可以随时间自适应地调整价格，其效用定义为收入。历史 $H^{\mathcal{M}}$ 现在包括每家企业在每一轮 i选择的价格 P_{ij} 。企业 j 的（可能随机化的）定价规则 P_j 以历史 H 为输入，并返回一个价格 $P_j(H)$。因此，每位消费者 i 都会获得一个公开可见的价格$P_{ij} := P_j(H_{i-1}^{\mathcal{M}})$。市场平台是一个被动参与者，负责收集历史并将其传达给消费者。具体而言，平台不具备策略性，也不会试图从企业的定价决策中进行推断。

第4节对最优消费者搜索策略的分析仍然适用，因此，和之前一样，消费者遵循算法1。此外，如果我们将 $H|_j$ 定义为历史 H 在企业 j 上的投影（但不包括价格），引理 5.3 的表述仍然成立。

我们首先证明，只要卖家的定价行为满足温和的假设，第5节的结果仍然成立：市场汇总的信息会收敛至稳态，在该稳态下，每家企业要么被学习，要么丢失。受此启发，我们定义任意稳态下的市场均衡价格，刻画由此产生的均衡，并探讨在对称市场中，搜索技术改进对均衡的影响。

7.1 市场收敛

我们讨论收敛性时，不对企业选择定价规则作均衡假设。例如，有些企业可能每轮都短视地最大化期望收益，而另一些企业则可能基于对其他企业定价策略的某些信念，最大化长期折现收益。我们只假设，没有企业会选择高到令任何消费者都永远不会与其进行交易的价格。为形式化这一点，定义记号 $\hat{}\,\hat{}\sigma_j(P,\ \hat{}\pi_j,\ Q_j,\ V) = VQ_j - P - c/\hat{}\pi_j$，表示当企业 j设定价格 P时，价值为 $V\hat{}$且后验均值估计为 $\hat{}\pi_j$ 和 Q_j的消费者分配给该企业的指数。

定义 7.1。 企业 j 的定价规则 P_j 若满足以下条件，则称为需求响应型：对于每段历史 $H = H_{i-1}^{\mathcal{M}}$，$\hat{}$价格 $P_{ij} = P_j(H)$ 的选择使得 $\sigma_j(P_{ij}, \hat{}\pi_j(H)\ \overline{Q}_j(H)\ V) > 0$（若存在这样的 $P_{ij} \geq 0$）。

需求响应性要求：只要可能，企业就设定一个价格，使得某位消费者会选择搜索该企业，而不是选择外部选项。事实上，由于 $\pi_j < 1$ 对所有企业 j 都成立，需求响应性意味着，无论其他企业选择什么价格，该企业都会有非零需求，因为任意一位消费者都可能以非零概率找不到任何符合其需求的其他企业。重要的是，这并不要求 $P_j(H)$ 针对任何特定目标都是最佳响应；只要求价格不会高到即使其他所有企业都退出市场，也会导致零需求。

现在我们证明，假设所有企业都采用需求响应定价规则，市场收集的后验均值估计将收敛到这样的后验：部分企业被学习，而其余企业都丢失，即使价格为 0 也是如此。该结果的表述与命题 5.1 相呼应。

命题 7.2。 固定一个采用需求响应定价规则的市场 $\mathcal{M}$ 和企业 j。对于历史 $H^{\mathcal{M}}$中的随机性，以概率1，且对价格的任意实现，都会出现以下情况。后验信念$(\mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{F}}, \mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{Q}})$ 依概率收敛到某些极限信念 $\mathcal{P}_j^{\lim} \in \Delta(\mathbb{R}) \times \Delta(\mathbb{R})$，当 $i \to \infty$ 时。此外，企业 j 要么被学习，此时 $(\mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{F}}, \mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{Q}})$ 收敛到 $\hat{}(\pi_j, Q_j)$；要么 $\sigma_j(0, \hat{}\pi_{ij}, Q_{ij}, V) \leq 0$ 对某个消费者 i（以及此后的每位消费者）成立，在这种情况下，我们称企业 j 已丢失。

命题 7.2 使我们能够分析需求响应定价规则下的长期结果。目前，我们只追踪已学习集合 $S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M})$。稍后在第 7.2 节中，我们将对企业设定价格的方式作出进一步假设（即，企业根据已学习集合形成市场均衡），从而能够分析消费者效用的长期变化。

我们首先证明，在其他条件相同的情况下，价格内生化会弱化地改善已学习集合。直观而言，这是因为企业可以在后验信念不佳时通过降价，降低自身被丢失的概率。换言之，企业的策略性定价缓解而非加剧了探索不足导致的学习失败，因为各家企业的激励与被市场学习到的目标一致。

命题 7.3. 任取一个具有内生价格和需求响应定价规则的市场 $\mathcal{M}$。令 $\widetilde{\mathcal{M}}$ 为一个除价格固定（可以任意设定）外与 $\mathcal{M}$ 完全相同的市场。那么 $S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M}) \subseteq S^{\mathtt{lnd}}(\widetilde{\mathcal{M}})$，对于 $\mathcal{M}$ 和 $\widetilde{\mathcal{M}}$ 的历史之间某种耦合，几乎必然成立。

与外生价格的情形一样，我们也可以比较消费者搜索成本降低或信息量增加时会发生什么。我们得出类似的结论：

命题 7.4. 设 $\mathcal{M}$ 和 $\widetilde{\mathcal{M}}$ 是两个具有内生价格的市场，二者完全相同，唯一区别是 $\mathcal{M}$ 要么 *(a)* 搜索成本较低，要么 *(b)* 两个市场都采用记录式筛选（如第 *6.2.3* 节所述），但 $\widetilde{\mathcal{M}}$ 的消费者信息性更强。那么 $S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M}) \subseteq S^{\mathtt{lnd}}(\widetilde{\mathcal{M}})$，对于 $\mathcal{M}$ 和 $\widetilde{\mathcal{M}}$ 的历史之间某种耦合，几乎必然成立。

命题 7.3 和命题 7.4 的证明，与定理 6.1 和定理 6.6 中关于外生价格市场的相应论证类似。只需调整指标规则中的阈值：企业丢失时所对应的指标，应取价格为 0 时计算的指标，而非外生设定价格下的指标。

7.2 市场均衡价格的刻画

受上述收敛结果启发，我们现在定义一种市场均衡：在极限信念 $\mathcal{P}^{\mathtt{lim}} := (\mathcal{P}_j^{\mathtt{lim}}:\ j \in [m])$ 下，企业相互以对方的选择为依据，采取最佳响应来设定价格。

非正式地说，若 (a) 关于所有企业所揭示的后验信息与命题 7.2 所描述的市场稳态一致（即每家企业要么已被学习，要么已丢失），且 (b) 每家企业（可能采取随机化方式）选择的价格，在给定顾客搜索行为及其他所有企业的选择时，能够使其利润最大化，那么市场就处于均衡。具体而言，如果某家企业没有顾客搜索，它可以降低价格以吸引更多消费者。

定义 7.5。 （稳态）市场均衡规定极限信念 $\mathcal{P}^{\mathtt{lim}}$ 以及关于价格 P_j 的分布组 Γ_j，$j \in [m]$，并满足以下条件：

1. 在信念 $\mathcal{P}^{\mathtt{lim}}$ 下，每家企业要么被学习，要么丢失。

2. 对于每家企业 j，在固定除 j 之外所有其他企业的价格分布后，支撑集 Γ_j 中的每个价格 P_j，都能使企业 j 从一位信念为 $\mathcal{P}^{\mathtt{lim}}$、价值取自 $\mathcal{D}^V$ 且进行最优搜索的消费者那里获得的期望收益最大化。

注释 7.6。 为方便起见，我们陈述单个消费者的价格最优性条件，但这等同于衡量一系列具有信念 $\mathcal{P}^{\mathtt{lim}}$ 的消费者所带来的预期每轮收入。

虽然我们的均衡概念在形式上规定了极限信念，但我们注意到，均衡实际上由已学习集合 $S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M})$ 和价格分布所刻画。事实上，固定已学习集合基本上就决定了相应的极限信念 $\mathcal{P}^{\mathtt{lim}}$：如果企业 j 被学习，那么 $\mathcal{P}_j^{\mathtt{lim}}$在 $(\pi_j,\ Q_j)$ 上是点质量；如果企业 j 流失，那么精确的信念 $\mathcal{P}_j^{\mathtt{lim}}$ 与收益无关，因为流失企业从不会被考察。因此，我们通常会将均衡描述为一个已学习集合，以及已学习企业的价格分布选择。

在均衡中，企业设定价格时必须考虑消费者搜索行为。事实证明，在这个存在消费者搜索的市场中，企业所面临的定价博弈，等同于另一个静态市场：消费者拥有完全信息，但其偏好受到扭曲。以下是 Choi 等人（2018）关于消费者搜索下均衡定价的一个刻画结果的变体，并针对我们的情形进行了调整。

定义 7.7. 任取一个市场 $\mathcal{M}$。对于给定的企业子集 S，定义如下的 S变换市场 。在这个新市场中，不存在消费者搜索（即消费者可以与企业进行交易，但无法查看企业）。每个消费者 i 对每种产品 j都有一定的价值，并且知道该价值。如果 $j \notin S$，该价值等于0 ；否则为 W_{ij}，其中 W_{ij} 是一个随机量，对于每个 i、j都独立地按如下分布取值：以概率 $1-\pi_j$取值 $W_{ij}=0$，否则取值 $W_{ij}=V_i\,Q_j-c/\pi_j$，其中 $V_i\sim\mathcal{D}^V$。我们将 W_{ij}称为消费者 i对企业 j的有效价值 。

请注意， W_{ij} 恰好是$\sigma_j(0,\ \pi_j,\ Q_j,\ V_i)$，即当$\pi_j$ 和 Q_j 已知时，消费者 i 在价格为 0 时会分配给企业j 的搜索指数。

引理 7.8. 固定市场 $\mathcal{M}$ 和已学习集合的一种任意实现 S， $S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M})$。那么，价格分布$(\Gamma_j:\ j\in[m])$ 构成已学习集合为 S 的市场均衡（对于某种极限信念选择），当且仅当$(\Gamma_j:\ \ j\in[m])$ 构成经 S 变换后的市场的定价博弈的混合纳什均衡。

在分析市场均衡的性质时，我们将广泛运用引理 7.8。特别是，市场均衡的存在性可由经 S变换后的市场中混合纳什均衡的存在性推出。

推论7.9. 对于每个市场 $\mathcal{M}$ 及已学习集合的一种可行实现 S $S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M})$，都存在一个市场均衡，其中已学习集合为 S。

7.3 对称市场的均衡

现在我们将重点关注满足某种对称性假设的市场。这将使我们能够证明对称市场均衡的唯一性，这对探究搜索技术改进对均衡的影响很有帮助。更具体地说，我们要求的唯一性是：对于已学习企业集合的任意实现 S，几乎必然存在一个已学习集合为 S 的唯一对称市场均衡。我们将证明，如果在已学习企业集合 S 的实现中，几乎必然所有企业 $j\in S$ 都是对称的，那么这一条件就成立。

定义 7.10。 如果在已学习集合 $S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M})$的实现 S 中，几乎必然其中的所有企业都具有相同类型：$Q_j=Q_{j'}$，且对于所有 j、$j'\in S$，$\pi_j=\pi_{j'}$，则市场 $\mathcal{M}$ 称为学习对称的 。

注 7.11。若 $\mathcal{P}$（企业类型上的先验分布 (π_j,Q_j)）是点质量分布，则这是学习对称性的一个充分条件。在这种情况下， $\mathcal{M}$ 中的所有企业类型都相同。但即使 $\mathcal{P}$ 的支撑集包含多种类型，只要除一种企业类型外的所有企业都几乎必然丢失，市场仍可能是学习对称的。例如，如果只有一种类型

(π, Q) 位于 $\mathcal{P}$ 的支撑集中，且 $\sigma_j(0, \pi, Q, V) \overline{>} 0$，那么根据命题 7.2，所有具有其他参数实现值的企业都必然丢失。此类示例在保持企业间独立性以及学习动态非平凡性的同时，也满足学习对称性。

现在我们证明，对于任意学习对称市场及其已学习企业集合的实现，几乎必然存在一个唯一的对称市场均衡，而且可以用闭式形式表示。为了定义这一均衡，考虑一位垄断卖家面对一位价值为（随机变量）W_{ij}的消费者，这一设定见定义 7.7。将给定价格 p时的销售概率记为 $D(p) = \Pr[W_{ij} > p]$。需要强调的是，对于所有 $p \geq 0$，都有 $D(p) \leq \pi$ 。令 $R^* = \sup_p p \cdot D(p)$ 表示垄断卖家能够获得的最优收益。令 p^* 为实现该收益的价格。

定理 7.12. 给定一个学习对称市场 $\mathcal{M}$ ，以及已学习企业集合的实现 S ，几乎必然存在一个唯一的对称市场均衡，其已学习集合为 S。在该均衡中，若取 $n = |S|$，每家企业获得的期望收益为 $(1-\pi)^{n-1}R^*$，并按照累积分布函数在区间 $[\underline{p}\ p^*]$ 上随机选择价格：

$$G(p) = \frac{1}{\pi}\left[1 - (1-\pi)\left(\frac{p^* D(p^*)}{pD(p)}\right)^{\frac{1}{n-1}}\right],$$

其中，$\underline{p}$ 是满足 $G(\underline{p}) = 0$ 的最大值。

为了证明定理 7.12，我们首先注意到，对每家企业而言，定价高于 p^* 是一种弱劣策略（因为竞争有利于较低的价格）。因此，假设所有企业都选择区间 $[0, p^*]$ 内的价格，且在 p^* 处没有原子。此时，定价为 p^* 的企业 j 所获得的收入形式尤其简单：由于它必然是价格最高的企业，只有在其他所有企业的有效价值均为 0 时，它才能售出商品，而这种情况发生的概率为 $(1-\pi)^{n-1}$。据此，我们可以确定假设均衡下每家企业的收入：$(1-\pi)^{n-1}R^*$。接着构造价格分布 $G(p)$，使得区间 $[\underline{p}\ p^*]$ 内的每个价格 p 都能获得这一收入。定价高于 p^* 不会带来有利可图的偏离，因为相较于垄断者，竞争只会使较低价格更有利。同样，定价低于 $\underline{p}$ 也不会带来有利可图的偏离，因为对于任何低于 $\underline{p}$ 的价格，期望收益都与垄断者的收入相同（因为其他所有企业的定价都更高），因此，根据正则性，进一步降价只会减少收入。要证明唯一性，只需说明任何均衡都必须满足价格分布没有原子且其支撑集没有间隙，并注意到均衡收入必须至少为 $(1-\pi)^{n-1}R^*$ （否则，定价为 p^* 就会构成有利可图的偏离）。

受给定已学习企业集合 S 时对称均衡唯一性的启发，我们将关注以下假设过程：市场动态收敛到具有已学习集合 $S = S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M})$ 的极限信念，随后价格收敛到相应的唯一对称市场均衡。对于市场 $\mathcal{M}$ 和已学习集合 S，定理 7.12 保证存在该对称市场均衡，我们将其记为 $\Phi(\mathcal{M},\ S)$。

定义 7.13。 均衡 $\Phi_{\mathtt{can}}(\mathcal{M}) := \Phi(\mathcal{M}, S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M}))$ 称为市场 $\mathcal{M}$ 的规范均衡 。

注 7.14. 虽然我们的市场动态有可能收敛到 $\Phi_{\mathtt{can}}(\mathcal{M})$，但我们强调，命题 7.2 仅证明了已学习集合收敛，而非价格收敛。相反，我们将 $\Phi(\mathcal{M}, S)$ 视为一种长期解概念，其依据是市场收敛到的已学习集合 S 。注意， $\Phi_{\mathtt{can}}(\mathcal{M})$ 是一个随机对象，其随机性来自历史（通过已学习集合）。

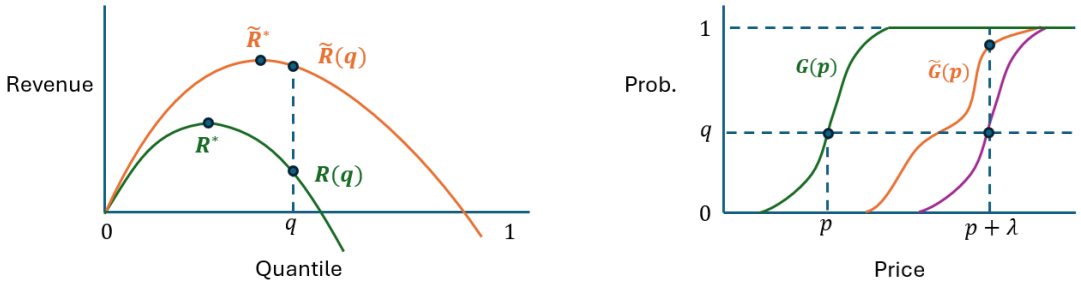


图 1：定理 7.15 证明的可视化。左图：市场 $\mathcal{M}$（绿色）和市场 $\mathcal{M}$（橙色）的垄断者分位数收益曲线 $\widetilde{\quad}$ $\tilde{\quad}$ $\tilde{\quad}$。比率 $R^*/R(q)$ 至多为 $R^*/R(q)$。右图：市场 $\mathcal{M}$（绿色）和市场 $\mathcal{M}$（橙色）的均衡价格累积分布函数 $\widetilde{\quad}$。紫色曲线是将 $G(p)$ 加性平移 λ 得到的。$\tilde{\quad}$均衡条件意味着橙色曲线位于紫色曲线左侧，因此 $G(p+\lambda) \geq G(p)$，这意味着平均价格最多上升 λ。

7.4 对称市场中改善搜索的影响

我们首先证明，降低搜索成本会提高均衡状态下的预期消费者效用（从某种形式意义上说），固定价格时也是如此。此外，我们还证明，总福利（消费者效用与企业收入之和）也会随之增加。直观而言，搜索成本的降低会使每个消费者对每家企业的有效价值增加同等的数额，从而增加交易收益，而这部分收益由市场双方共享。证明这一结果面临的一个技术难点是，企业在均衡时自然会通过更积极的定价来应对；我们必须证明，即使考虑这些价格响应，总福利仍然净增。

要准确陈述这一结果，需要引入一些额外的记号。令 $U(\mathcal{M}, \Phi)$ 表示市场 $\mathcal{M}$ 在均衡 Φ 下的预期消费者福利。接下来，令 $U(\mathcal{M}) := U(\mathcal{M}, \Phi_{\text{can}}(\mathcal{M}))$ 表示在规范均衡下计算得到的这一数量；称其为规范消费者福利。注意，这是一个随机对象，其随机性来自 $\mathcal{M}$ 的历史。这就是我们将用于比较两个市场的数量。类似地，定义 $\text{Wel}(\mathcal{M}, \Phi)$ 表示均衡 Φ 下的预期总 福利，并定义 $\text{Wel}(\mathcal{M}) := \text{Wel}(\mathcal{M}, \Phi_{\text{can}}(\mathcal{M}))$ 表示规范总福利。

$\widetilde{\quad}$**定理 7.15**。 假设对称市场 $\mathcal{M}, \mathcal{M}$ 完全相同，唯一区别是搜索成本降低了$\sim\tilde{c} < c$。那么， $\mathcal{M}$ 的规范消费者福利 $U(\cdot)$ 和规范总福利$\sim$ $\sim Wel(\cdot)$都弱高于另一市场。也就是说，$U(\mathcal{M}) \leq U(\mathcal{M})$且 $Wel(\mathcal{M}) \leq Wel(\mathcal{M})$；对于两个市场历史之间的某种耦合，上述关系几乎必然成立。

证明概要。 记 $D(p) = \Pr[W_{ij} \geq p]$，其中 W_{ij} 是定义 7.7 中的有效价值；令 p^* 为 $pD(p)$的最大化点。给定分位数 $q \in [0,1]$，令 $p(q)$表示满足$D(p(q)) = q$的价格。于是，分位数收益曲线 $R(\cdot)$ 定义为 $R(q) = qp(q)$。请注意，在这种表述中，较小的分位数对应较高的价格。此外，由于 $\mathcal{D}^V$ 的正则性蕴含 W_{ij}的正则性， $R(\cdot)$是凹函数。

证明分三步进行。首先，我们探讨降低搜索成本如何影响分位数收益曲线。在无搜索的等价市场中，降低搜索成本意味着将每位消费者对每家企业的有效价值（在该价值为正的条件下）统一增加一个常数，例如 $\lambda \geq 0$。这一对价值分布的调整会以一种特别有规律的方式改变分位数收益曲线：收益曲线从 $R(q)$ 变为

$R(q) + \lambda q$，使垄断者的最优价格以及收益曲线在每个分位数处的导数都增加。[15] 示意图见图1(a)。

其次，我们考察收益曲线的这一变化如何影响定理 7.12 中的均衡价格分布 G 。注意，在 G 的表达式中，一个相关量是 $p^*D(p^*)/pD(p)$，它对于某个分位数 q 而言为 $R^*/R(q)$。若将 $\tilde{R}(q) = R(q) + \lambda\pi q$ 记作修改后的收益曲线，并将其最大值记作 $\tilde{R}^*$ ，那么最优价格的提高以及收益曲线导数的变化意味着，对于每个大于 $\tilde{R}^*$ 的最大化点（对应于低于 p^* 的价格）的分位数 q ，$\tilde{R}^*/R(q)$ 都大于 $R^*/R(q)$。见图1(a)。就价格分布 G 而言，这一不等式意味着，在市场 $\tilde{\mathcal{M}}$ 中，卖家选择低于价值分布任意给定分位数的价格的可能性弱增。将分位数转换回价格后，这意味着累积分布函数曲线 $\tilde{G}$ 位于累积分布函数曲线 G 向右加性平移 λ 后的位置之上；示意见图1(b)。

第三，最后，这种价格分布之间的关系意味着，每种消费者类型在市场 $\tilde{\mathcal{M}}$ 中进行交易的可能性只会更高；它还意味着，均衡时的平均价格涨幅不超过 λ。由于所有消费者价值都增加了 λ，我们可以得出结论：平均消费者效用至少不会下降，从而完成证明。 □

定理 7.15 描述了对消费者效用和总福利的影响，但对企业收入有什么影响呢？在某些情况下，搜索成本降低时，平均企业收入确实会增加，例如垄断卖家面对价值已知的消费者时。[16] 然而，通常而言，降低搜索成本也可能导致平均卖方收入下降。原因在于，较高的搜索成本可能导致更多企业丢失，从而减弱卖家之间的竞争，并增加留存卖家的收入。在某些情况下，这种影响非常显著，以至于每家企业都会宁愿承担更高的丢失风险。不过，这是卖方收入下降的唯一原因：在丢失的卖家数量相同的条件下，降低搜索成本只会提高卖方收入。形式化的表述和证明请见附录 D.6。

接下来，我们考察提高消费者搜索的信息量所带来的影响。与降低搜索成本不同，也不同于外生固定价格情形下的定理 6.6，当企业能够策略性定价时，信息量更高的搜索对消费者剩余的影响并不确定。一方面，信息量更高的搜索会提高匹配条件下的消费者期望价值。另一方面，消费者搜索过程中更具选择性的筛选意味着每家企业面临的有效竞争更少，因此可以更积极地定价，从而攫取更多消费者剩余作为收入，并扭曲配置。以下命题表明，在某些情况下，后一种效应会超过前一种效应。

命题 7.16。 存在对称市场 $\mathcal{M}, \tilde{\mathcal{M}}$ ，采用转录式序贯筛选，且除 $\tilde{\mathcal{M}}$ 的信息对消费者更有用外，两者完全相同；在这两个市场中，企业都不会丢失，但 $\tilde{\mathcal{M}}$ 的规范消费者福利严格更低：$U(\tilde{\mathcal{M}}) < U(\mathcal{M})$。

[15]请注意， π 为正的概率 W_{ij} 已计入收益曲线$R(q)$的分位数表示中。具体而言，对于任意 $q > \pi$， $R(q)$均为非正，因此我们无需再用额外因子 π对收益增量 λq 进行缩放。[16]假设所有消费者的价值均为 1，且只有一家质量为 $Q = 1$ 、匹配概率为 $\pi = 0.5$的企业。如果搜索成本为 $c = 0.2$，那么买方的有效价值为 $1 - c = 0.8$，其概率为 $\pi = 0.5$，因此卖方的最优价格为 0.8，期望收益为 0.4。但如果搜索成本为 $c = 0$，那么最优价格为 1，期望收益为 0.5。

8 讨论

受人工智能代理兴起的启发——它们能够代表消费者进行搜索和交易——我们提出了一个易于处理的序贯消费者搜索模型，其中包含市场层面的学习。对该模型的核心分析聚焦于代理技术改善搜索的两种关键方式：降低搜索成本，以及提高搜索的信息量。我们表明，这两个维度上的变化可能产生截然不同的总体效应。更便宜的搜索通过鼓励探索，明确改善市场层面的学习和消费者福利。相比之下，如果平台无法观察到能够解释企业为何通过或未通过检查的特征，信息量更大的搜索可能会损害学习和福利。当价格由内生因素决定时，更便宜的搜索仍会通过加剧竞争使消费者受益；而即便市场能够观察到检验失败的原因，信息量更大的搜索也可能因削弱竞争压力而降低消费者剩余。核心洞见是，长期结果取决于平台观察并汇总哪些信息。

局限与扩展。为了使模型易于处理，我们作出了若干简化假设，其中许多都自然地指向了可进一步拓展的方向。

例如，我们采用了基于二元匹配信号的满意化效用模型：消费者满意时获得全部价值，否则效用为零；在消费者满意的条件下，各产品被视为完全替代品。更丰富的模型可以纳入部分匹配或多维偏好；在这类模型中，消费者可能会付出成本，在不同企业间调整检查深度，或回头重新考虑先前探索过的选项。我们还假设消费者在交易后总会如实提供反馈，但实际上，反馈可能带有策略性、存在噪声，或根本缺失。了解我们的结果对这些假设偏离的稳健程度，是未来研究的一个重要方向。

我们的模型假设企业质量始终固定，但在现实中，企业可以根据市场状况进行投资以提升质量，这就引出了一个问题：搜索技术的改进会增强还是削弱投资激励？更好的搜索能帮助消费者识别高质量企业，从而提高质量投资的回报，但也可能加剧价格竞争并压缩利润率。这种相互作用发生在比我们研究的定价动态更慢的时间尺度上，却可能从根本上改变长期市场结构，尤其是因为企业的投资可能导致先前学习到的质量估计过时。

我们还假设消费者之间的搜索成本同质，消费者依次到达，且每位消费者只访问市场一次。然而，代理技术的采用可能并不均衡，不同人群受到的影响也各不相同。这引出了分配问题：谁能从代理搜索技术中受益？如果早期采用者与后期采用者存在系统性差异，他们生成的信息对其他消费者类型的相关性可能更高，也可能更低。理解这种混合人群动态，对于评估更广泛的福利影响十分重要。

虽然我们的分析强调了平台观察来自智能体交互的丰富信号的重要性，但一个重要问题是如何以保护隐私的方式做到这一点。我们的研究结果表明，要实现有效的市场层面学习，平台只需共享汇总信息（例如均值和计数），而不必共享个人记录。然而，隐私保护聚合机制更广阔的设计空间——包括差分隐私和安全多方计算等技术——仍是值得未来研究的有趣领域。

最后，我们假设智能体会忠实地代表其所服务相关方的利益，不会操纵信号或反馈。若放宽这一假设，允许智能体、企业或平台采取策略性行为，虽然会使模型更贴近现实，但也会增加复杂性。

对平台设计的启示。我们的结果凸显了部署智能体搜索工具的平台需要考虑的几个方面。平台应投资建设观测基础设施，不仅捕捉交易结果，也捕捉促成这些结果的信号——例如，记录哪些

要求会导致企业未能通过检查。此类转录层面的观察能够化解个体与集体利益之间的矛盾。平台在平衡创新速度与信息质量时也面临权衡：快速部署更复杂的智能体，可能会以牺牲市场层面的学习为代价。当企业内生地设定价格时，提升消费者匹配度的设计选择可能会无意间削弱竞争压力，从而使剩余从消费者手中转移出去。最后，若平台优化的目标并非消费者福利（例如收入或参与度），其选择可能会加剧这些矛盾。

结语。代理技术为重新设计信息在市场中的流动方式，以及由此治理结果和福利的市场机制，带来了机遇。像我们这样的理论模型，有助于平台设计者在部署之前了解不同设计选择的影响。随着人工智能代理能力日益增强、应用日益广泛，我们的分析所提出的问题——平台应如何观察并汇总智能体交互、智能体中介交易时竞争将如何演变，以及收益如何在消费者群体间分配——将在实践中愈发重要。我们希望该模型能为未来关于智能体市场的研究提供一个易于分析的基础，包括更丰富的偏好与效用模型、策略性和对抗性行为、实证校准与测量，以及平台设计与政策。

参考文献

Daron Acemoglu、Ali Makhdoumi、Azarakhsh Malekian 和 Asuman Ozdaglar。从评论中学习：选择效应与学习速度。《计量经济学》，2022年。自2017年以来可获取的工作论文。

S Nageeb Ali. 有成本的信息下的羊群行为。《经济理论杂志》，175：713–729，2018a。S Nageeb Ali. 响应性在理性羊群中的作用。《经济学快报》，163：79–82，2018b。Ali Aouad、Jingwei Ji 和 Yaron Shaposhnik. 序贯检查下的潘多拉盒子问题。*arXiv*预印本 *arXiv:2507.07508*，2025年。Susan Athey 和 Glenn Ellison. 消费者搜索与位置拍卖。《经济学季刊》，126(3)：1213–1270，2011年。Peter Auer、Nicol`o Cesa-Bianchi 和 Paul Fischer. 多臂老虎机问题的有限时间分析。《机器学习》，47(2-3)：235–256，2002年。Eduardo M Azevedo、David M Pennock、Bo Waggoner 和 E Glen Weyl. 渠道拍卖。《管理科学》，66(5)：2075–2082，2020年。Moshe Babaioff、Brendan Lucier 和 Noam Nisan. 伯特兰网络。*arXiv*预印本 *arXiv:1304.6806*，2013年。Abhijit V Banerjee. 羊群行为的一个简单模型。《经济学季刊》，107(3)：797–817，1992年。Kiarash Banihashem、MohammadTaghi Hajiaghayi、Suho Shin 和 Aleksandrs Slivkins. 短视行为下的老虎机式社会学习。载于第*37*届神经信息处理系统进展会议（*NeurIPS*），2023年。Joseph Bertrand. 对《社会财富数学理论》和《财富理论数学原理研究》的评论。《学者杂志》，67：499，1883年。

Sushil Bikhchandani、David Hirshleifer 和 Ivo Welch. 将风潮、时尚、习俗和文化变迁视为信息级联的理论。《政治经济学杂志》，100(5)：992–1026，1992年。Roberto Burguet 和 Xavier Vives. 社会学习与有成本的信息获取。《经济理论》，15(1)：185–205，2000年。Yeon-Koo Che 和 Johannes H¨orner. 作为社会学习机制的推荐系统。《经济学季刊》，133(2)：871–925，2018年。自2013年以来的工作论文，题为《社会学习的最优设计》。Bangrui Chen、Peter I. Frazier 和 David Kempe. 激励异质用户进行探索。载于学习理论会议（*COLT*），第798–818页，2018年。Yongmin Chen 和 Chuan He. 付费展示：互联网广告与搜索。《经济学杂志》，121(556)：F309–F328，2011年。Michael Choi、Anovia Yifan Dai 和 Kyungmin Kim. 消费者搜索与价格竞争。《计量经济学》，86(4)：1257–1281，2018年。Helmuth Cremer、Maurice Marchand 和 Jacques-Fran¸cois Thisse. 差异化产品下的混合寡头垄断。《国际产业组织杂志》，9(1)：43–53，1991年。Peter A Diamond. 价格调整模型。《经济理论杂志》，3(2)：156–168，1971年。Peter Frazier、David Kempe、Jon M. Kleinberg 和 Robert Kleinberg. 激励探索。载于*ACM*经济学与计算会议（*ACM-EC*），2014年。Arpita Ghosh 和 Patrick Hummel. 用户生成内容中的学习与激励：具有内生臂的多臂老虎机。载于理论计算机科学创新会议（*ITCS*），第233–246页，2013年。Peter Gibbard. 两阶段信息获取与加性学习的搜索模型。《管理科学》，68(2)：1212–1217，2022年。John C Gittins. 多臂老虎机过程与动态分配指数。《英国皇家统计学会杂志*B*辑：统计方法学》，41(2)：148–164，1979年。Benjamin Golub 和 Evan D. Sadler. 社交网络中的学习。载于 Yann Bramoull´e、Andrea Galeotti 和 Brian Rogers 编，《牛津网络经济学手册》。牛津大学出版社，2016年。Gillian K Hadfield 和 Andrew Koh. 人工智能代理经济。*arXiv*预印本 *arXiv:2509.01063*，2025年。Kenneth Hendricks、Alan Sorensen 和 Thomas Wiseman. 观察学习与对搜索型商品的需求。《美国经济学杂志：微观经济学》，4(1)：1–31，2012年。Johannes H¨orner 和 Nicolas S Lambert. 激励性评分。《经济研究评论》，88(4)：1892–1935，2021年。Nicole Immorlica、Jieming Mao 和 Christos Tzamos. 社会学习中的多样性与探索。载于万维网大会，第762–772页，2019年。

Nicole Immorlica、Jieming Mao、Aleksandrs Slivkins 和 Steven Wu。通过选择性数据披露激励探索。载于*ACM*经济学与计算会议（*ACM-EC*），第647–648页，2020年。工作论文（2026年修订版）见 https://arxiv.org/abs/1811.06026。Sampath Kannan、Jamie Morgenstern、Aaron Roth、Bo Waggoner 和 Zhiwei Steven Wu。线性上下文多臂老虎机问题的贪心算法平滑分析。载于神经信息处理系统进展（*NIPS*），第2231–2241页，2018年。Robert Kleinberg、Alexandru Niculescu-Mizil 和 Yogeshwer Sharma。休眠专家与多臂老虎机的遗憾界。载于第*21*届学习理论会议（*COLT*），第425–436页，2008年。Robert D. Kleinberg、Bo Waggoner 和 E. Glen Weyl。递降价格对搜索的最优协调。载于第 *17* 届 *ACM* 经济学与计算会议（*ACM-EC*），第23–24页，2016年。Ilan Kremer、Yishay Mansour 和 Motty Perry。实现"群体智慧"。《政治经济学杂志》，122(5):988–1012，2014年。初步版本发表于*2013*年*ACM*经济学与计算会议。Tor Lattimore 和 Csaba Szepesv´ari。《多臂老虎机算法》。剑桥大学出版社，英国剑桥，2020年。In Ho Lee。信息级联的收敛。《经济理论杂志》，61(2): 395–411，1993年。Yishay Mansour、Aleksandrs Slivkins 和 Vasilis Syrgkanis。贝叶斯激励相容的多臂老虎机探索。《运筹学》，68(4):1132–1161，2020年。初步版本发表于*2015*年*ACM*经济学与计算会议。Manuel Mueller-Frank 和 Mallesh M Pai。有成本搜索下的社会学习。《美国经济学杂志：微观经济学》，8(1):83–109，2016年。David M Rothschild、Markus Mobius、Jake M Hofman、Eleanor W Dillon、Daniel G Goldstein、Nicole Immorlica、Sonia Jaffe、Brendan Lucier、Aleksandrs Slivkins 和 Matthew Vogel。智能体经济。*arXiv*预印本 *arXiv:2505.15799*，2025年。Peyman Shahidi、Gili Rusak、Benjamin S Manning、Andrey Fradkin 和 John J Horton。科斯奇点？人工智能代理的需求、供给与市场设计。技术报告，美国国家经济研究局，2025年。Yuval Shilony。寡头垄断中的混合定价。《经济理论杂志》，14(2):373–388，1977年。Herbert A Simon。理性选择与环境结构。《心理学评论》，63 (2):129，1956年。Aleksandrs Slivkins。多臂老虎机导论。《基础与趋势》® 《机器学习》，12(1-2):1–286，2019年11月。由*Now*出版社 （美国马萨诸塞州波士顿）出版。另见 https://arxiv.org/abs/1904.07272。Lones Smith 和 Peter Sørensen。观察学习的病态结果。《计量经济学》，68(2):371–398，2000年。Martin Weitzman。寻找最佳替代方案的最优搜索，第78卷。美国能源部，1978年。Peter Whittle。多臂老虎机与吉廷斯指数。《皇家统计学会杂志》*B*辑，42 (2):143–149，1980年。

与潘多拉盒子问题和多臂老虎机的技术联系

本附录详细阐述了我们的模型与先前研究中这些已有深入研究的问题之间的技术联系。

每位消费者都会面临一个 Weitzman的潘多拉盒子问题（Weitzman，1978年），其中企业 j 对应于“盒子”。盒子按照上述相同的流程进行检查，之后可以“打开”其中一个已检查的盒子，并从某个已知分布中独立随机抽取其奖励。对我们而言，盒子 j 的奖励分布由式（1）中该数量当前的贝叶斯后验给出。在潘多拉盒子问题中，我们关注检查结果为二元的特殊情形。此外，我们假设存在强制检查（必须先检查盒子才能打开）和外部选项（也可以不打开任何盒子）。对于一般的检查结果，著名的 Weitzman算法（Weitzman，1978年）给出了最优解；我们在第4节中运用该算法。

所有消费者共同面临一个与多臂老虎机相关的学习问题，其中企业对应于“臂”。在多臂老虎机问题中，每一轮都会“拉动”某个臂，并观察从该臂特有的某个固定但未知分布中随机抽取的奖励（Auer等人，2002年）。考虑我们模型的一种变体，其中所有匹配度 F_{ij} 均已知（因此没有必要检查任何企业）。此外，假设所有价格 $P_j \equiv 0$ 相同，且所有价值 $V_i \equiv 1$相同。如果所有匹配度 $F_{ij} = 1$也相同，那么这一模型变体就对应于上述多臂老虎机问题，其中每个臂 j 的奖励分布都是均值未知的伯努利分布 Q_j。 [17] 对于一般的匹配度 F_{ij}，我们得到休眠多臂老虎机问题（ Kleinberg等人，2008年），其中可用臂集合会随轮次变化。对于一般的价值 V_i （并回到 $F_{ij} \equiv 1$），我们得到上下文老虎机的一种特殊情形：在这种老虎机问题中，每一轮开始前都会揭示一个与收益相关的上下文。[18] 在多臂老虎机问题中，人们通常会设计一种算法；而在我们的模型中，消费者的行为对应于“贪心”老虎机算法：每一轮都选择后验最佳的臂。当然，我们的模型与多臂老虎机的关键区别在于，每位消费者都可以在“拉动”臂之前先“检查”它们。

B 第5节遗漏的证明

B.1 引理5.3的证明

证明。 固定任意一个部分历史实现 $H_{i-1}^{\mathcal{M}} = H$ ，并假设价值为 V_i 的消费者 i 在第 i轮到达。消费者选择检查哪些企业以及检查顺序，完全由 c、 V_i以及 $(\mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{F}}(H_{i-1})\ \mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{Q}}(H_{i-1}))_j$决定，因此，特别是，除了 H_{i-1}中已有的信息外，这并未透露关于 π_j 和 Q_j 的任何进一步信息^。因此，更新后的后验信念 $\hat{}\pi_j(H_i)$ 和 $Q_j(H_i)$ 完全由先前的信念、检查结果和交易后反馈决定。由于只有企业 j 的检查结果和交易后反馈与 π_j 和 Q_j相关，更新后的后验信念完全由 $H|_j$中包含的信息决定。

□

[17]伯努利奖励是多臂老虎机中的典型特例（与高斯奖励并列）。[18]上下文老虎机问题有许多变体（例如，参见 Slivkins（2019年）以及 Lattimore 和 Szepesv´ari（2020年）的著作）。我们考虑一个相当简单的特例，其中上下文为 V_i ，平均奖励由式（1）给出。

B.2 命题 5.1 的证明

证明。 考虑任意无限历史 H。对于任意企业 j，该企业要么在历史 H 中被无限次检查，要么不是。令 A表示被无限次检查的企业集合。

若 $j \notin A$，则在某个时刻之后，j 将不再被选入最优消费者搜索过程。令 T 为所有 $j \notin A$ 中这一时刻的最大值。我们声称，对于所有 $j \notin A$ 和所有 $i \geq T$，$\mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{F}}(H) = \mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{F}}(H_T)$，且 $\mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{Q}}(H) = \mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{Q}}(H_T)$。这是因为每个这样的 j 在任何 $t > T$ 时刻都不会被搜索，因此由引理 5.3 可知，对于所有 $i > T$，$\mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{F}}(H_{i-1}) = \mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{F}}(H_T)$，且 $\mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{Q}}(H_{i-1}) = \mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{Q}}(H_T)$，从而极限存在，并等于所声称的量。

接下来，对于每个 $j \in A$，我们声称 $(\mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{F}},\ \mathcal{P}_{ij}^{\mathtt{Q}})$ 依概率收敛于 $(\pi_j,\ Q_j)$。事实上，由于$j \in A$，它被检查无限多次，因此 $H|_j$ 包含一个均值为 π_j 的独立伯努利信号序列。此外，由于 $\pi_j > 0$，$H|_j$ 也包含来自交易后反馈的、均值为 Q_j 的无限多个独立伯努利信号。因此，根据引理 5.3，后验信念收敛于这些信号所抽取自的均值。

最后，由于对所有 j 都有 $\pi_j < 1$，任何满足 σ_j 的企业 j （$\hat{\pi}_{ij}, \overline{Q}_{ij},\ V$）都会以有正下界的概率被消费者 i 检查。由于在企业 j 被检查之前，$\hat{\pi}_{ij}$ 和 Q_{ij} 不会改变，这意味着企业 j 将在第i 轮或之后的某一轮以概率 1 被检查。因此，若 $j \notin A$，则必定存在某个 i 使得 $\sigma_j(\hat{\pi}_{ij}, Q_{ij},\ V)$，否则 j 会被无限次检查。这意味着所有未被学习的企业都会丢失，证毕。

□

B.3 命题 5.4 的证明

证明。 对于任意市场 $\mathcal{M}$ 和企业 j，令 $H|_j^{\mathcal{M}}$ 表示 $H^{\mathcal{M}}$ 在企业 j上的投影。那么，$H|_j^{\mathcal{M}}$ 的边缘分布，即历史 $H^{\mathcal{M}}$ 在企业 j 上的投影，形式尤为简单。$H|_j^{\mathcal{M}}$ 中的每个检查结果都是来自均值为 π_j 的伯努利分布的独立抽样；当其取值为 1 时，相应的反馈结果是来自均值为 Q_j 的伯努利分布的独立抽样。特别地，对于任意两个企业 j 和 j'，$H|_j^{\mathcal{M}}$ 与 $H|_{j'}^{\mathcal{M}}$ 相互独立。

令 $\hat{\pi}_{jt}, \overline{Q}_{jt}$ 表示消费者根据$H|_j^{\mathcal{M}}$的前 t 项所持有的后验均值估计。请注意，这与消费者 t持有的估计值不同。令 ω_j 表示存在任意满足$\sigma_{ij}(\hat{\pi}_{jt}, \hat{Q}_{jt}, V) \leq 0$的 t 的概率。那么，根据引理 5.3，ω_j 恰好是 j 在历史 $H^{\mathcal{M}}$中丢失的概率。又由于ω_j 仅取决于$H|_j^{\mathcal{M}}$上的边缘分布，而这些变量在不同企业之间相互独立，因此我们得出结论：每家企业都以ω_j的概率独立地丢失。

最后，回顾一下，$\sigma_{ij}(\hat{\pi}_{jt}, \overline{Q}_{jt}, V) = VQ_{jt} - c/\hat{\pi}_{jt}$，它关于 V、Q_{jt}和$\hat{\pi}_{jt}$弱单调递增，关于 c弱单调递减。由于这是企业 j 丢失的阈值，因此我们同样有，$\hat{\omega}_j$ 关于 V、Q_{jt}和$\hat{\pi}_{jt}$弱单调递增，关于 c弱单调递减。由于随机变量 Q_{jt} 和$\hat{\pi}_{jt}$ 分别与 Q_j 和π_j正相关，因此ω_j 也关于 Q_j 和π_j 弱单调递增。最后，当$c \to 0$时，负项 $-c/\hat{\pi}_{jt}$ 趋于 0，因此满足$\sigma_{ij}(\hat{\pi}_{jt}, Q_{jt}, V) < 0$ 的$(\hat{\pi}_{jt}, Q_{jt}, V)$集合在 $c \to 0$时趋于空集。

□

B.4 引理5.5的证明

证明。 首先回顾一下，对于每一家丢失的企业 $j \notin S^{\mathtt{lnd}}$，都存在一个有限时刻，此时该企业会丢失。由于企业数量有限，因此存在一个固定时刻 t_0，此后不会再有企业丢失。我们将只关注在第 t_0 轮之后进入市场的消费者。

令 $U(V;\mathcal{M},H)$ 表示价值为 V 的消费者在市场 $\mathcal{M}$ 中、历史 H 之后获得的最优效用。定义

$$\tilde{U}(V,H) := \mathbb{E}[U(V;\mathcal{M},H) \mid H]$$

表示具有价值 V 的消费者在给定先前历史 H 时获得的期望效用，该效用是根据消费者在给定 H 时对 $\mathcal{M}$ 的后验信念进行评估的。换言之，$U(V,H)$ 是消费者根据其对 $\mathcal{M}$的信念，对自身效用的期望。

回想一下，算法1会在企业的所有搜索顺序（即排列）中优化期望效用。此外，对于任意给定的搜索顺序，消费者 iˆ ˜ 在给定过去历史 H 时获得的期望效用，对于所有 j，关于 ˆ$\pi_j(H)$ 和 $Q_j(H)$ 是连续的。由于 $U(V,H)$ 是在有限组搜索顺序所产生的效用中取最大值，因此我们可以得出，$U(V,H)$ 关于 $(\hat{}\pi_j(H), \hat{}Q_j(H))_j$ 也是连续的。因此，根据命题 5.1，对于所有 $j \in S^{\texttt{lnd}}$，$\lim_{i\to\infty}$ ˆ$\pi_{ij} = \pi_j$ 且 $\lim_{i\to\infty}$ ˆ$Q_{ij} = Q_j$；又由于在轮次 t_0 之后到达的每位消费者只会检查 $S^{\texttt{lnd}}(H^{\mathcal{M}})$ 中的企业，我们得出

$$\lim_{t\to\infty} \tilde{U}(V, H_{i-1}^{\mathcal{M}}) = U^*(S^{\texttt{lnd}}).$$

换言之，消费者对其预期效用的信念会随时间收敛至静态比较基准 $U^*(S^{\texttt{lnd}})$。

接下来需要将这些消费者信念与消费者实际获得的真实期望效用联系起来。ˆ 后验均值估计的收敛意味着 $\lim_{i\to\infty} |\hat{}\pi_{ij} - \pi_j| = 0$ and $\lim_{i\to\infty} |Q_{ij} - Q_j| = 0$。˜ ˆ $U(V, H)$ 关于 ˆ$\pi_j(H)$ 和 $Q_j(H)$ 的连续性继而意味着

$$\lim_{i\to\infty} |\tilde{U}(V, H_{i-1}^{\mathcal{M}}) - U(V, \mathcal{M}, H_{i-1}^{\mathcal{M}})| = 0.$$

因此，标准的夹逼论证意味着

$$\lim_{i\to\infty} U(V, \mathcal{M}, H_{i-1}^{\mathcal{M}}) = \lim_{i\to\infty} \tilde{U}(V, H_{i-1}^{\mathcal{M}}) = U^*(S^{\texttt{lnd}})$$

如所需。 □

C 第6节的遗漏证明：改进的消费者搜索

C.1 定理 6.1 的证明

˜证明。我们按如下方式耦合 $\mathcal{M}$ 和 $\mathcal{M}$ 的历史。首先，抽取消费者价值的无限序列 V_1，V_2，.....，供两段历史共同使用。其次，对于每家企业j，我们独立地抽取一个匹配结果的无限序列，其中每个结果都是均值为π_j的独立伯努利随机变量。我们还抽取一个质量实现值的无限序列，其中每个值都是均值为 Q_j的独立伯努利随机变量。将这对二元值序列记为Ω_j 。

为了生成历史 $H^{\mathcal{M}}$，每位消费者 i的价值为 V_i，并将进行其消费者最优搜索过程。每当检查企业 j 时，假设这是第 r次检查，其结果取自Ω_j中匹配变量序列的第 r个元素。如果检查通过，且与企业 j 发生交易，假设这是第 t次交易，则质量实现值同样取自Ω_j中第 t个质量实现值。由此即可完全确定历史 $H^{\mathcal{M}}$的演进。

将 $H|_j^{\mathcal{M}}$记为历史 $H^{\mathcal{M}}$ 在企业 j上的投影。根据构造，$H|_j^{\mathcal{M}}$是 Ω_j 的前缀。根据命题 5.1，几乎必然每家企业要么被学习，要么丢失；若企业 j 丢失，则投影历史 $H|_j^{\mathcal{M}}$是有限的（且是 Ω_j 的真前缀）；若企业 j 被学习，则投影历史 $H|_j^{\mathcal{M}}$是无限的（且等于 Ω_j）。

我们以同样的方式生成历史 $H^{\mathcal{M}}$，并注意到，由于搜索成本经过修改，消费者最优搜索过程可能以不同方式解决问题。尽管如此，$H|_j^{\mathcal{M}}$仍然是 Ω_j 的前缀；若企业 j 被学习，则它等于 Ω_j。

现在，讨论某企业经过一定次数的搜索后所评估的后验估计会很方便。为此，用 $\hat{\pi}_j(H,\ z)$ 表示 $\hat{\pi}_j(H_t)$，其中 t 是历史 H中第 z次搜索企业 j 的轮次；对于 $Q_j(H,\ z)$ 也同理。于是，由于 $H|_j^{\mathcal{M}}$和 $H|_j^{\mathcal{M}}$在长度较短者范围内一致，根据引理 5.3，我们有 $\hat{\pi}_j(H^{\mathcal{M}},\ z) = \hat{\pi}_j(H^{\mathcal{M}}z)$，且 $\hat{Q}_j(H^{\mathcal{M}},\ z) = \hat{Q}_j(H^{\mathcal{M}},\ z)$；对所有满足企业 j 在每段历史中至少被搜索 z 次的 z，上述结论均成立。

根据命题 5.1，当且仅当存在 z 使得企业 j 在市场 $\mathcal{M}$中丢失时，

$$\overline{V}\hat{Q}_j(H^{\widetilde{\mathcal{M}}},z) - P_j - \frac{\tilde{c}}{\hat{\pi}_j(H^{\widetilde{\mathcal{M}}},z)} \leq 0. \tag{2}$$

但现在，考虑 j 在市场 $\mathcal{M}$的历史记录 $H^{\mathcal{M}}$ 中是否丢失时，注意到如果企业 j 在 $H^{\mathcal{M}}$ 中至少被搜索 z 次，那么 (2) 将意味着

$$\begin{aligned}
\overline{V}\hat{Q}_j(H^{\mathcal{M}},z) - P_j - \frac{c}{\hat{\pi}_j(H^{\mathcal{M}},z)} &= \overline{V}\hat{Q}_j(H^{\widetilde{\mathcal{M}}},z) - P_j - \frac{c}{\hat{\pi}_j(H^{\widetilde{\mathcal{M}}},z)} \\
&\leq \overline{V}\hat{Q}_j(H^{\widetilde{\mathcal{M}}},z) - P_j - \frac{\tilde{c}}{\hat{\pi}_j(H^{\widetilde{\mathcal{M}}},z)} \\
&\leq 0
\end{aligned}$$

其中，第一个等号成立是因为，根据我们的耦合，$\hat{Q}_j(H^{\mathcal{M}},\ z) = \hat{Q}_j(H^{\mathcal{M}},\ z)$，且 $\hat{\pi}_j(H^{\mathcal{M}},\ z) = \hat{\pi}_j(H^{\mathcal{M}},\ z)$；第二个不等式成立是因为 $\tilde{c} \leq c$；第三个不等式即为 (2)。因此，如果企业 j 在历史记录 $H^{\mathcal{M}}$中丢失，那么企业 j 在历史记录 $H^{\mathcal{M}}$ 中也会丢失。由此我们得出，在我们的耦合下$S^{\texttt{lnd}}(\widetilde{M}) \supseteq S^{\texttt{lnd}}(\mathcal{M})$。

最后，由于 $S^{\texttt{lnd}}(\widetilde{\mathcal{M}}) \supseteq S^{\texttt{lnd}}(\mathcal{M})$ 且 $\tilde{c} \leq c$，在 $\mathcal{M}$ 的稳态下进行最优搜索的每位消费者都有更多已学习企业可供查看，而且每次此类搜索的成本更低。因此，在 $\mathcal{M}$ 中为已学习企业选择的任何搜索顺序，在 $\mathcal{M}$ 中也都可以选择$\widetilde{\ }$，且预期效用至少同样高。对所有可能的搜索顺序进行优化后，我们得出，在历史记录 $H^{\widetilde{\mathcal{M}}}$ 下，$\widetilde{\mathcal{M}}$ 中的消费者长期期望效用因此高于 $H^{\mathcal{M}}$下 $\mathcal{M}$中的消费者效用，从而在我们的耦合下有 $U(\widetilde{\mathcal{M}}) \geq U(\mathcal{M})$。 □

C.2 命题 6.2 的证明

证明。 我们将采用与定理 6.1 证明中相同的历史耦合。固定一对相互耦合的历史 $H^{\mathcal{M}}$ 和 $H^{\widetilde{\mathcal{M}}}$。于是有 $S^{\texttt{lnd}}(\widetilde{\mathcal{M}}) \supseteq S^{\texttt{lnd}}(\mathcal{M})$。由于 $\lambda_{j'}(V;\mathcal{M}) < \lambda_{j'}(V;\ \widetilde{\mathcal{M}})$，我们知道 $\lambda_{j'}(V;\mathcal{M}) > 0$，因此 $j' \in S^{\texttt{lnd}}(\mathcal{M})$。类似地，$j \in S^{\texttt{lnd}}(\mathcal{M})$，因此（由于 $S^{\texttt{lnd}}(\mathcal{M}) \supseteq S^{\texttt{lnd}}(\mathcal{M})$），我们也必有 $j \in S^{\texttt{lnd}}(\mathcal{M})$。

如果 $j' \notin S^{\texttt{lnd}}(\mathcal{M})$，那么结论成立，因此假设 $j' \in S^{\texttt{lnd}}(\mathcal{M})$。于是，在历史 $H^{\mathcal{M}}$ 或 $H^{\mathcal{M}}$中的任一段历史里，j 和 j'都没有丢失。

在这种情况下，根据最优消费者搜索过程的定义，$\lambda_j(V;\ \mathcal{M}) \geq \lambda_j(V;\ \mathcal{M})$ 和 $\lambda_{j'}(V;\mathcal{M}) < \lambda_{j'}(V;\mathcal{M})$表明，对于价值为 V的消费者，在市场 $\mathcal{M}$ 中，企业 j 先于 j' 被搜索；而在市场 $\mathcal{M}$中，企业 j' 先于 j 被搜索。由于企业 j 和 j' 是

在两个市场中都被学习的，这两个市场的搜索指数之间唯一的差异就是搜索成本。因此，我们的指标规则意味着

$$V_iQ_j - P_j - \frac{c}{\pi_j} \geq V_iQ_{j'} - P_{j'} - \frac{c}{\pi_{j'}}$$

and

$$V_iQ_{j'} - P_{j'} - \frac{c'}{\pi_{j'}} \geq V_iQ_j - P_j - \frac{c'}{\pi_j}.$$

这意味着

$$(c - c')/\pi_{j'} \geq (c - c')/\pi_j$$

因此 $\pi_j \geq \pi_{j'}$。又由于企业 j' 尽管 $\pi_{j'} \leq \pi_j$，仍以成本 c' 首先被搜索，所以我们还必须有 $VQ_{j'} - P_{j'} \geq VQ_j - P_j$。 □

C.3 命题 6.5 的证明

证明。 我们将构造一个明确的例子。市场 $\mathcal{M}$ 中只有一家企业。该企业关于匹配概率 π的先验分布 $\mathcal{P}^{\mathrm{F}}$ 如下： π 以相同的概率取值为 $\epsilon > 0$ 或 $1 - \epsilon$，其中 ϵ 任意小。已知该企业的质量为 $Q = 1/2$。企业价格为 $P = 0$，消费者价值分布为在 $V = 1$处的点质量，搜索成本为 $c = 1/5$。在我们的市场实现中，该企业的匹配概率为 $\pi = 1 - \epsilon$。

在市场 $\mathcal{M}$中， π 的先验均值为 $\hat{\pi} = 1/2$。因此，第一位消费者的搜索指数为$VQ - c/(1/2) = (1/2) - 2c$，且为正。搜索该企业后，成功搜索时， π 的后验估计升至 $1 - O(\epsilon)$；未成功搜索时，则升至 $O(\epsilon)$。后一种情况下，基于更新后的后验估计计算出的搜索指数变为负数，该企业因而丢失。前一种情况下，根据对称性，只有在某个时点的历史中，观察到的探索失败总数超过探索成功总数时，该企业才会随后丢失。[19] 这恰好等于这样一个有偏随机游走到达 -1 的概率：该随机游走从 1 开始，以 $1 - \epsilon$ 的概率递增，以 ϵ 的概率递减。由于 $\epsilon \to 0$，这一事件发生的可能性至多为 $O(\epsilon^2)$。由此可得，若该企业的类型为$\pi = 1 - \epsilon$，则该企业以至少 $(1 - O(\epsilon))$ 的概率被市场完全学习，从而带来 $(1/2) - c/(1 - \epsilon)$ 的长期消费者剩余。

市场 $\widetilde{\mathcal{M}}$完全相同，只有以下变化：

- $Q = 1$,
- 企业匹配概率 π 现在以相同概率取值 $\epsilon/2$ 或 $(1 - \epsilon)/2$，并且
- 在我们的市场实现中， $\pi = (1 - \epsilon)/2$。

请注意， $\widetilde{\mathcal{M}}$ 具有更强的信息性搜索，因为我们可以将这一变化理解为：把一个以概率 $1/2$ 通过的筛选转变为检查结果。

在市场 $\widetilde{\mathcal{M}}$中， π 的先验均值为 $\hat{\pi} = 1/4$。第一位消费者的搜索指数为 $VQ - c/(1/4) = 1 - 4c$，该值为正。搜索该企业并观察到负面结果后，关于 π 的后验分布为： $\pi = \epsilon/2$ 的概率为 $2/3$，而 $\pi = (1-\epsilon)/2$ 的概率为$1/3$，因此后验均值为 $1/6 + O(\epsilon)$。之后消费者的搜索指数变为 $1 - 6c + O(\epsilon)$；当 ϵ足够小时，该指数为负，因此该企业会丢失。还需注意，条件是该企业的类型为 $\pi = (1 - \epsilon)/2$时，首次搜索结果为

[19]请记住， 质量参数是公开已知的，因此观察到的质量实现值不会影响信念 fs.

负面的概率至少为 $1/2$。我们得出结论，由于该企业的匹配概率为 $\pi = (1-\epsilon)/2$，因此该企业丢失的概率至少为 $1/2$ 。

我们得出结论：这家（唯一的）企业在市场中更有可能丢失 $\widetilde{\mathcal{M}}$，因此长期消费者剩余会减少。 □

C.4 定理 6.6 的证明

证明。 首先注意，由于搜索过程中以及交易后的反馈会揭示个体筛选结果，历史 H 现在将包含这些额外信息。给定一个市场，我们将用 $\hat{\pi}_{j\ell}(H)$ 表示基于历史 H对 $\pi_{j\ell}$ 的后验均值估计。于是，在市场 $\widetilde{\mathcal{M}}$中，对于每个历史，都有 $\hat{\pi}_j(H) = \prod_{\ell \le k} \hat{\pi}_{j\ell}(H)$，且 $Q_j(H) = \prod_{\ell > k} \hat{\pi}_{j\ell}(H)$；对于市场 $\widetilde{\mathcal{M}}$，将 k替换为 k，结论也类似。

论证的其余部分将与定理 6.1 的证明基本相同。我们将像之前一样耦合历史 $H^{\mathcal{M}}$ 和 $H^{\mathcal{M}}$，但现在，每次某位消费者 i搜索企业 j 时，历史在企业 j上的投影都包含筛选序列中截至第一个满足 $f_{ij\ell} = 0$的筛选项 ℓ 为止的序列。因此，为了独立地抽取投影到每家企业 j上的历史 $H|_j$，我们抽取 r 个无限长的二元结果序列，每个序列对应筛选序列中的一个筛选项。每个序列 ℓ 中的每个结果都是一个独立的二元变量，其取值为 1 的概率为 $\pi_{j\ell}$。我们用 Ω_j 表示这些无限序列的集合。

为生成历史 $H^{\mathcal{M}}$，每位消费者 i 都将拥有价值 V_i，并执行其消费者最优搜索过程。每当搜索企业 j 时，就使用我们预先确定的序列 Ω_j 生成结果：先取 f_{ij1}对应的第一个序列中的下一个结果，再取 f_{ij2}对应的第二个序列中的下一个结果，依此类推，直到找到第一个 0，或直到抽取了 k 。如果抽取的全部k 都等于 1，则检查通过，并与企业 j 进行交易。质量实现同样使用 Ω_j构造，具体做法是使用结果序列中的下一个元素来确定 $f_{ij(k+1)}$、$f_{ij(k+2)}$ 等，同样持续到找到第一个 0，或直到全部检查完毕。

根据构造，对于所有 j，$H|_j^{\mathcal{M}}$都是 Ω_j 的前缀。如果企业 j 丢失，则投影历史 $H|_j^{\mathcal{M}}$是有限的（且是 Ω_j的真前缀）；如果企业 j 被学习，则投影历史 $H|_j^{\mathcal{M}}$是无限的（且等于 Ω_j）。

我们生成历史 $H_{\widetilde{\mathcal{M}}}$ 采用相同的方式，同时注意到消费者最优搜索过程可能得出不同结果。不过，$H|_j^{\mathcal{M}}$仍然是 Ω_j的前缀；如果企业 j 被学习，则它与 Ω_j 相等。

现在，讨论某企业经过一定次数的搜索后所得到的后验估计会比较方便。为此，对于每个筛选 ℓ，记 $\hat{\pi}_{j\ell}(H, z)$，表示市场在历史 H中第 z次搜索企业 j 的轮次之后，对$\pi_{j\ell}$ 的后验估计。由于 $H|_j^{\mathcal{M}}$和 $H|_j^{\mathcal{M}}$在长度较短者的范围内一致，根据引理 5.3，对于所有满足以下条件的 z，我们有 $\hat{\pi}_{j\ell}(H^{\mathcal{M}}, z) = \hat{\pi}_{j\ell}(H^{\mathcal{M}} z)$：在每段历史中，企业 j 至少被搜索 z 次。

因此，根据命题 5.1，企业 j 在历史 H中丢失 $\widetilde{\mathcal{M}}$ 当且仅当存在 z 使得

$$\overline{V}\hat{Q}_j(H^{\widetilde{\mathcal{M}}}, z) - P_j - c/\hat{\pi}_j(H^{\widetilde{\mathcal{M}}}, z) \le 0$$

根据筛选过程的定义，可以改写为

$$\overline{V}\left(\prod_{\ell > \tilde{k}} \hat{\pi}_{j\ell}(H^{\widetilde{\mathcal{M}}}, z)\right) - \frac{c}{\left(\prod_{\ell \le \tilde{k}} \hat{\pi}_{j\ell}(H^{\widetilde{\mathcal{M}}}, z)\right)} \le P_j. \tag{3}$$

但现在，考虑企业 j 是否会在历史 $H^{\mathcal{M}}$中丢失。注意，如果企业 j 至少被搜索 z 次，那么

$$
\begin{aligned}
&\overline{V}\hat{Q}_j(H^{\mathcal{M}},z)-\frac{c}{\hat{\pi}_j(H^{\mathcal{M}},z)}\\
&=\overline{V}\left(\prod_{\ell>k}\hat{\pi}_{j\ell}(H^{\mathcal{M}},z)\right)-\frac{c}{\left(\prod_{\ell\le k}\hat{\pi}_{j\ell}(H^{\mathcal{M}},z)\right)}\\
&=\left(\prod_{k<\ell\le\tilde{k}}\hat{\pi}_{j\ell}(H^{\mathcal{M}},z)\right)\left(\overline{V}\left(\prod_{\ell>\tilde{k}}\hat{\pi}_{j\ell}(H^{\mathcal{M}},z)\right)-\frac{c}{\left(\prod_{\ell\le\tilde{k}}\hat{\pi}_{j\ell}(H^{\mathcal{M}},z)\right)}\right)\\
&=\left(\prod_{k<\ell\le\tilde{k}}\hat{\pi}_{j\ell}(H^{\mathcal{M}},z)\right)\left(\overline{V}\left(\prod_{\ell>\tilde{k}}\hat{\pi}_{j\ell}(H^{\widetilde{\mathcal{M}}},z)\right)-\frac{c}{\left(\prod_{\ell\le\tilde{k}}\hat{\pi}_{j\ell}(H^{\widetilde{\mathcal{M}}},z)\right)}\right)\\
&\le\left(\prod_{k<\ell\le\tilde{k}}\hat{\pi}_{j\ell}(H^{\mathcal{M}},z)\right)P_j\\
&\le P_j
\end{aligned}
$$

其中，第一个等号由带有搜索记录的市场的定义得出，第三个等号利用了我们所作耦合中的事实：$\hat{\pi}_{j\ell}(H^{\mathcal{M}},\ z)=\hat{\pi}_{j\ell}(H^{\mathcal{M}},\ z)$，接下来的不等式是（3），最后一个不等式则因为 $\prod_{k<\ell\le\tilde{k}}\hat{\pi}_{j\ell}(H^{\mathcal{M}},\ z)\le 1$而成立。

我们得出结论：如果企业 j 在历史 $H^{\mathcal{M}}$中丢失，那么企业 j 在历史 $H^{\mathcal{M}}$ 中也会丢失。也就是说，在我们的历史耦合下，$S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M})\supseteq S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M})$。

最后，由于 $S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M})\supseteq S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M})$，在市场 $\mathcal{M}$ 的稳态下进行最优搜索的每位消费者，其可供选择检查顺序的已了解企业集合都比市场 $\mathcal{M}$中的更大。因此，为市场稳态下的消费者最优搜索策略所选取的任何搜索顺序，也可以在 $\mathcal{M}$ 的稳态下实施。假设在针对市场 $\mathcal{M}$的这一最优策略中，价值为 V 的消费者搜索已了解企业 j 的概率为$\mu_j(V)$。那么，对于价值为 V的消费者，市场 $\mathcal{M}$稳态下的消费者长期期望效用为

$$
\begin{aligned}
U(\mathcal{M}\mid V)&=\sum_j\lambda_j(V)\left(VQ_j-\frac{c}{\pi_j}\right)\\
&=\sum_j\lambda_j(V)\left(V\prod_{\ell\le k}\pi_{j\ell}-\frac{c}{\prod_{\ell>k}\pi_{j\ell}}\right)
\end{aligned}
$$

而如果消费者在市场 $\mathcal{M}$ 的稳态中采用相同的策略，他们将获得价值

$$
\begin{aligned}
\sum_j\lambda_j(V)\left(V\prod_{\ell\le\tilde{k}}\pi_{j\ell}-\frac{c}{\prod_{\ell>\tilde{k}}\pi_{j\ell}}\right)&=\sum_j\lambda_j(V)\left(\prod_{k<\ell\le\tilde{k}}\pi_{j\ell}\right)^{-1}\left(V\prod_{\ell\le k}\pi_{j\ell}-\frac{c}{\prod_{\ell>k}\pi_{j\ell}}\right)\\
&\ge\sum_j\lambda_j(V)\left(V\prod_{\ell\le k}\pi_{j\ell}-\frac{c}{\prod_{\ell>k}\pi_{j\ell}}\right)\\
&=U(\mathcal{M}\mid V).
\end{aligned}
$$

由于市场 $\mathcal{M}$ 中的消费者最优搜索策略只会优于这一策略，因此我们得出结论：在我们的历史耦合下，价值为 V 的消费者在市场 $\mathcal{M}$ 中获得的效用至少相同。对消费者价值取期望可得，在我们的历史耦合下， $U(\mathcal{M}) \geq U(\mathcal{M})$。

□

D 第7节遗漏的证明：价格内生化

D.1 命题 7.2 的证明

证明。 证明过程与命题 5.1 的证明十分相似。唯一的区别在于证明的最后一步，该步骤表明，历史记录中只被检查有限次的每家企业$H^{\mathcal{M}}$ 都必定会丢失。

给定历史记录 $H^{\mathcal{M}}$，考虑任意一家企业 j 和消费者 i，使得 $\sigma_j(0, \hat{\pi}_{ij}, \hat{Q}_{ij}, V) > 0$。由于 P_j 是需求响应定价规则，因此 $\sigma_j(P_j(H_{i-1}^{\mathcal{M}}), \hat{\pi}_{ij}, \hat{Q}_{ij}, V) > 0$ 也必然成立。由于所有企业的匹配概率都与概率 1 保持一定距离，这意味着消费者 i以一个有正下界的正概率检查企业 j。由于在企业 j 被检查之前，$\hat{\pi}_{ij}$ 和 Q_{ij}不会改变，这意味着企业 j 必定会以概率 1 在第 i 轮或之后的某一轮被检查。因此，如果 j 只被检查有限次，那么必定存在某个 i，使得 $\sigma_j(0, \hat{\pi}_{ij}, Q_{ij}, V) \leq 0$；否则， j就会被无限次检查。这意味着每家未被学习的企业都会丢失，证毕。

□

D.2 命题 7.3 的证明

证明。 我们将按照定理 6.1 证明中的相同方式耦合历史 $H^{\mathcal{M}}$ 和 $H^{\mathcal{M}}$：独立抽取消费者价值序列，以及每家企业的匹配度和质量实现值序列 Ω_j。这些价值和投影历史决定 $H^{\mathcal{M}}$，并且（如定理 6.1 的证明中所示）对每个 j， $H|_j^{\mathcal{M}}$都是 Ω_j 的前缀。这些价值和投影历史也会在给定分配给各企业的定价规则后决定 $H^{\mathcal{M}}$。同样，$H|_j^{\mathcal{M}}$是 Ω_j的前缀，且仅当企业 j 丢失时才是有限的。

在此耦合下，假设企业 j 在市场 $\mathcal{M}$的历史 $H^{\mathcal{M}}$ 中丢失。那么存在某个 $z \geq 1$，使得在该企业被检查 z 次之后（例如在第 t轮），$\sigma_j(0, \hat{\pi}_j(H_t^{\mathcal{M}}), \hat{Q}_j(H_t^{\mathcal{M}}) V) \leq 0$。

现在假设企业 j 在耦合历史 H中的检查次数至少为 z。在市场$\mathcal{M}$，例如第 z次检查发生在第 t轮。由于 $H|_j^{\widetilde{\mathcal{M}}}$和 $H|_j^{\mathcal{M}}$在前 z 个元素上相同，引理 5.3 意味着 $\hat{\pi}_j(H_{t'}^{\mathcal{M}}) = \hat{\pi}_j(H_t^{\mathcal{M}})$，且 $\hat{Q}_j(H_{t'}^{\mathcal{M}}) = \hat{Q}_j(H_t^{\mathcal{M}})$。但是，如果 P_j 是 $\mathcal{M}$中分配给企业 j 的固定价格，我们必有

$$\begin{aligned}\sigma_j(P_j, \hat{\pi}_j(H_{t'}^{\widetilde{\mathcal{M}}}), \hat{Q}_j(H_{t'}^{\widetilde{\mathcal{M}}}), \overline{V}) &= \sigma_j(P_j, \hat{\pi}_j(H_t^{\mathcal{M}}), \hat{Q}_j(H_t^{\mathcal{M}}), \overline{V}) \\ &\leq \sigma_j(0, \hat{\pi}_j(H_t^{\mathcal{M}}), \hat{Q}_j(H_t^{\mathcal{M}}), \overline{V}) \\ &\leq 0\end{aligned}$$

因此企业 j 也会从历史中丢失 $H^{\mathcal{M}}$。我们得出结论，在这种历史耦合下，$S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M}) \supseteq S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M})$。

□

D.3 引理 7.8 的证明

证明。 这一结果源自 Choi 等人（2018）的分析，并针对我们的情形进行了专门处理。为完整起见，我们在此给出证明。

考虑市场 $\mathcal{M}$ 中两家已学习企业 j 和 j'。给定两家企业选择的价格 P_j 和 $P_{j'}$，在我们的搜索市场中，消费者在什么条件下会与企业 j 交易，而不与企业 j' 交易？我们分别考虑以下情况：

1. 如果 $F_{ij} = F_{ij'} = 1$，那么由于消费者在匹配度条件成立时总会与已检查的企业交易，当且仅当消费者先检查企业 j，再检查企业 j' 时，消费者才会选择企业 j，而不是企业 j'。这发生在 $V_iQ_j - P_j - c/\pi_j \geq V_iQ_{j'} - P_{j'} - c/\pi_{j'}$ 时。
2. 如果 $F_{ij} = 0$，消费者绝不会与企业 j 交易。
3. 如果 $F_{ij} = 1$，但 $F_{ij'} = 0$，消费者绝不会与企业 j' 交易，因此只要检查企业 j 优于价值为 0 的外部选项，消费者就会与企业 j 交易。这发生在 $V_iQ_j - P_j - c/\pi_j \geq 0$ 时。

在所有情况下，消费者的行为都与以下情形相同：消费者对于企业 j 的价值（已知且无需检查）在 $F_{ij} = 1$ 时为 $W_{ij} = V_iQ_j - c/\pi_j$，在 $F_{ij} = 0$ 时为 $W_{ij} = 0$；而对于企业 j' 的价值在 $F_{ij'} = 1$ 时为 $W_{ij'} = V_iQ_{j'} - c/\pi_{j'}$，否则为 $W_{ij'} = 0$。

将这一论证分别应用于每一对企业，我们得出结论：在存在消费者搜索的市场中，任意价格组合所对应的预期卖方收益，等于无搜索的等价市场中相同价格组合所对应的预期卖方收益。因此，两个市场的混合均衡集合必然相同。

□

D.4 定理 7.12 的证明

证明。 首先，假设收入最大化价格 p^* 唯一。我们将明确求出均衡。在该均衡中，每家企业的价格分布都以 $[0, p^*]$ 为支撑集，且在 p^* 处没有原子。根据这一假设，定价为 p^* 的企业，其价格将严格高于所有其他企业，这意味着只有当消费者实现的其他所有企业的有效价值 W_{ij} 均为 0 时，该企业才能售出商品，而这种情况发生的概率为 $(1-\pi)^{n-1}$。在此条件下，该企业如同垄断者，获得收入 $R^* = \max_p pD(p)$。

每家企业都会在范围 $[\underline{p}\ p^*]$ 内随机选择价格，其中 $\underline{p}$ 将在后文给出。用 $G(p)$ 表示这一价格分布的累积分布函数。那么，如果企业 j 定价为 p，只要对于每家定价低于 p 的企业，该消费者的有效价值都为 0，它就能从一位上门消费者那里获得收入 $pD(p)$。换句话说，不存在一家企业既定价低于 p，又能获得非零的消费者有效价值。因此，期望收益为

$$(1 - \pi G(p))^{n-1} pD(p).$$

因此，我们的均衡条件要求该数值等于 $(1-\pi)^{n-1}p^*D(p^*)$ 的均衡收入。解出 $G(p)$ 可得

$$G(p) = \frac{1}{\pi}\left[1 - (1-\pi)\left(\frac{p^*D(p^*)}{pD(p)}\right)^{\frac{1}{n-1}}\right].$$

底价 $\underline{p}$ 定义为满足 $G(\underline{p}) = 0$ 的最大值。

根据构造，每家企业对 $[\underline{p}\ p^*]$ 中的价格都无差异。价值分布的正则性进一步意味着，任何低于 $\underline{p}$ 的价格带来的收入都更低，因为垄断者

的收入会下降，而且企业只要定价低于 p，就能确保自己的价格最低。此外，任何价格 $p > p^*$ 带来的收入为 $(1-\pi)^{n-1}pD(p)$，根据 p^* 的最优性，该收入至多为 $(1-\pi)^{n-1}p^*D(p^*)$。由此可知，没有卖方能够通过偏离而获益，因此价格分布 G确实是一个均衡。

为证明唯一性，我们首先注意到，对任何企业 j 而言，无论其他企业如何定价，高于 p^* 的定价都处于劣势，因为定价高于 p^* 只会降低垄断者的收入，而其他企业的存在只会使较低价格相对于企业 j 作为垄断者的情形更有利。价格分布还必须满足"无原子"性质；否则（若某个价格 p处存在一个原子），卖方从价格 p改为价格 $p-\epsilon$会严格改善其收益，只要 $\epsilon > 0$足够小，因为这样做会以任意小的交易条件下收入降幅，严格提高交易概率。类似地，价格分布还必须满足"无间隙"性质，即其支撑集为一个连续的价格区间；否则（若该分布的支撑集由两个或更多子区间构成），企业将最高子区间内的最高价格改为次高子区间内的最低价格会严格改善其收益，因为这样做会提高垄断者收入，同时不影响竞争造成的扭曲效应。

我们得出结论：均衡必须具有一个支撑在某个范围 $[p_1, p_2]$ 上的累积分布函数，其形式为

$$G(p) = \frac{1}{\pi}\left[1-(1-\pi)\left(\frac{p_2 D(p_2)}{pD(p)}\right)^{\frac{1}{n-1}}\right],$$

其中 $p_2 \le p^*$。但如果 $p_2 < p^*$，那么将价格从 p_2 调整为 p^* 会严格有利，因为这样做会增加垄断者收入，同时不影响竞争的扭曲效应。因此，我们必须有 $p_2 = p^*$。无原子性质随即意味着我们必须有 $p_1 = p$。我们得出结论：上面构造的均衡是唯一的均衡。 –

最后，我们声称，即使收入最大化价格 p^* 不唯一，上述构造仍然定义良好且唯一。事实上，假设某个范围 $(p_1, p_2]$ 内的所有价格都是收入最大化价格。那么，如果在上述构造中选择 $p^* = p_2$，就有 $G(p) = 1$，对所有 $p \in [p_1, p_2]$ 均成立。换言之，无论选择哪个收入最大化价格 p^*，构造得到的价格分布都相同，因此均衡也相同。 □

D.5 定理 7.15 的证明

~证明。我们先引入一些预备记号。令 $\lambda = (c - c')$。由于 $W_{ij} = V_i Q - \tilde{c}/\pi$以概率 π 出现，而 $W_{ij} = V_i Q - c/\pi$ 以概率 π出现，因此存在一种自然耦合，使得

~ ~ ~$W_{ij} = W_{ij} = 0$ 以概率 $1-\pi$出现，否则为 $W_{ij} = W_{ij} - \lambda$。换言之，$W_{ij}$ 的分布与 W_{ij} 相同，但所有非零值都增加了一个大小为 λ的常数加性平移。

~ ~由于 W_{ij}和 W_{ij}的分布仅相差一个加性平移，因此对于所有 p，$D(p) = D(p+\lambda)$，从而对于所有 $q \in [0,1]$，$\tilde{p}(q) = p(q) + \lambda$。这意味着，对于所有 q，

$$\tilde{R}(q) = q \cdot \tilde{p}(q) = q \cdot p(q) + \lambda q = R(q) + \lambda q.$$

~ ~定义 $R^* = \max_q R(q)$ 和 $R^* = \max_q R(q)$ 分别为市场 M ~ ~和 M中垄断者的最优收入。由于对于所有 q，$R(q) = R(q) + \lambda q \ge R(q)$，因此必有 $R^* \le R^*$。根据定理 7.12，若没有企业丢失，则市场 M 和 $\tilde{M}$ 的对称均衡中的企业总收入分别为 $n(1-\pi)^{n-1}R^*$ 和 $n(1-\pi)^{n-1}\tilde{R}^*$。因此我们得出结论：在没有企业丢失这一条件下，$M$ 的预期企业总收入不低于 M。

现在我们来考察总福利和消费者剩余。回想一下，我们可以将~ ~市场 $\mathcal{M}$ 和 $\mathcal{M}$ 的历史进行耦合，使得 $S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M}) \supseteq S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M})$，这意味着市场中丢失的企业更少

$\sim\mathcal{M}$。我们注意到，对于任意给定的市场，稳态中被学习的企业越多，每位消费者就有越多潜在的交易对象；并且（根据我们对均衡价格分布的刻画），每家企业设定的价格在一阶随机占优的意义下更低。这意味着，在市场中被学习的企业$\widetilde{}$越多，消费者剩余和总福利都会增加。因此，由于 $S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M}) \supseteq S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M})$，只需证明在满足 $S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M}) = S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M})$ 的稳态中，市场 $\mathcal{M}$ 的总福利$\widetilde{}$$\widetilde{}$和消费者剩余更高；一般情形便可由此推出：在市场 $\mathcal{M}$中加入任何额外的已学习企业，因为这只会进一步提高总福利和消费者剩余。

因此，在下文中我们将假设 $S^{\mathtt{lnd}}(\mathcal{M}) = S^{\mathtt{lnd}}($$\widetilde{}$$\mathcal{M})$。此外，由于流失企业不会影响均衡或消费者结果，因此不失一般性，我们可以$\widetilde{}$舍弃流失企业，并假设所有企业都在 $\mathcal{M}$ 和 $\mathcal{M}$ 中被学习（这也意味着，根据对称性，所有企业都是对称的）。因此，为了简化符号，在下文中我们将假设所有企业都是对称的且已被学习。

$\tilde{}$现在令 $G(p)$ 和 $G(p)$ 分别表示市场 $\mathcal{M}$ $\widetilde{}$$\widetilde{}$和 $\mathcal{M}$中的均衡价格分布的累积分布函数。为了证明 $\mathcal{M}$ 中的总福利和预期消费者剩余都高于$\tilde{}$在 $\mathcal{M}$中的水平，我们声称，对于每个价格 p，$G(p) \leq G(p+\lambda)$。也就是说，在 $\mathcal{M}$ 中，企业选择低于 p 的价格的概率，至多等于在 $\mathcal{M}$中企业选择低于 $\sim p+\lambda$ 的价格的概率。这个论断意味着总福利会如所需般弱增，因为对于价值分布中任意给定分位数的消费者而言，在市场 $\mathcal{M}$中进行交易的可能性至少与在市场 $\mathcal{M}$中一样大，且交易时的价值更高。此外，交易的消费者平均有效价值恰好增加 λ，而平均价格至多增加 λ，因此，$\mathcal{M}$ 中的消费者总效用$\widetilde{}$也必定不低于 $\mathcal{M}$ 中的水平。

剩下需要证明的是这一结论：$G(p) \leq$ $\tilde{}$$G(p+\lambda)$ 对所有 p 均成立。令 q^* 为使$\sim R(q)$达到最大值的分位数，则 $R^* = R(q^*)$。类似地，定义 $\tilde{q}^*$ 为 $R(q)$ 的最大化点。由于 R 是凹函数，且 $\tilde{R}(q) = R(q) + \lambda q$，因此必有 $\frac{d}{dq}R(q^*) = 0$ 且 $\frac{d}{dq}\tilde{R}(q^*) = \lambda > 0$，从而得到 $\tilde{q}^* \geq q^*$。图 1(a) 展示了这一点。

任取 $q \in [0,1]$。于是有

$$G(p(q)) = \frac{1}{\pi}\left[1-(1-\pi)\left(\frac{R(q^*)}{R(q)}\right)^{\frac{1}{n-1}}\right] \leq \frac{1}{\pi}\left[1-(1-\pi)\left(\frac{R(\tilde{q}^*)}{R(q)}\right)^{\frac{1}{n-1}}\right]$$

$\tilde{}$其中，不等式成立是因为 q^* 是 $R(q)$ 的最大化点。接下来注意到，由于对所有 $q \geq \tilde{q}^*$ 都有 $R(\tilde{q}^*) \geq R(\tilde{q}^*) \geq 0$，$\sim$且 $0 \geq \frac{d}{dq}\tilde{R}(q) \geq \frac{d}{dq}R(q)$，因此必有

$$\begin{aligned}
\frac{\tilde{R}(\tilde{q}^*)}{\tilde{R}(q)} &= \frac{\tilde{R}(\tilde{q}^*)}{\tilde{R}(\tilde{q}^*) + \int_{\tilde{q}^*}^{q}\frac{d}{dz}\tilde{R}(z)dz} \\
&\leq \frac{\tilde{R}(\tilde{q}^*)}{\tilde{R}(\tilde{q}^*) + \int_{\tilde{q}^*}^{q}\frac{d}{dz}R(z)dz} \\
&\leq \frac{R(\tilde{q}^*)}{R(\tilde{q}^*) + \int_{\tilde{q}^*}^{q}\frac{d}{dz}R(z)dz} \\
&= \frac{R(\tilde{q}^*)}{R(q)}
\end{aligned}$$

对于所有 $q \geq \tilde{q}^*$，其中，第一个不等式成立是因为对于所有 $z \in [\tilde{q}^*, q]$ 和$\tilde{}$，$0 \geq \frac{d}{dz}\tilde{R}(z) \geq \frac{d}{dz}R(z)$；第二个不等式成立是因为我们从分子和分母中减去了一个正数（即 $R(\tilde{q}^*) - R(\tilde{q}^*)$），这只会使比值增大。见图1(b)。这意味着

特别是

$$\begin{aligned} G(p(q)) &\le \frac{1}{\pi}\left[1-(1-\pi)\left(\frac{R(\tilde{q}^*)}{R(q)}\right)^{\frac{1}{n-1}}\right] \\ &\le \frac{1}{\pi}\left[1-(1-\pi)\left(\frac{\tilde{R}(\tilde{q}^*)}{\tilde{R}(q)}\right)^{\frac{1}{n-1}}\right] \\ &= \tilde{G}(\tilde{p}(q)) \\ &= \tilde{G}(p(q)+\lambda) \end{aligned}$$

如要求。 □

D.6 更多信息的搜索可能降低企业收入

本节证明，在内生定价下，信息性更强的搜索可能降低企业收入，但这只能通过改变丢失的企业数量来实现。给定丢失的企业数量，预期企业收入只会增加。

我们需要引入一些额外的记号。令 Rev($\mathcal{M}$, Φ) 表示市场 $\mathcal{M}$ 在均衡 Φ下的预期企业总收入。聚焦于规范均衡，令 Rev($\mathcal{M}$, Φ) := Rev($\mathcal{M}$, $\Phi_{\mathsf{can}}(\mathcal{M})$) 表示规范企业收入。

命题 D.1。 设对称市场 $\mathcal{M}, \mathcal{M}$ 完全相同，唯一区别在于搜索成本 $\tilde{c} < c$。

(a) 存在 $\mathcal{M}, \mathcal{M}$ ，使得 $\mathcal{M}$ 的规范企业收入较低，具体而言

$$\mathbb{E}[\, \mathit{Rev}(\widetilde{\mathcal{M}})\,] < \mathbb{E}\,[\,\mathit{Rev}(\mathcal{M})\,]\,.$$

(b) 设 S、S分别是 $\mathcal{M}$、$\mathcal{M}$的已学习集合的任意可行实现，且满足 $|S| = |S|$。设 $\Phi = \Phi(\mathcal{M}, S)$、 $\Phi = \Phi(\mathcal{M}, S)$ 为相应的市场均衡。那么

$$\mathit{Rev}(\widetilde{\mathcal{M}}, \widetilde{\Phi}) \ge \mathit{Rev}(\mathcal{M}, \Phi).$$

证明。 关于丢失企业数量的条件下， $\mathcal{M}$ 的平均收入高于 $\mathcal{M}$这一结论，已在定理 7.15 的证明中得到证明。

现在我们构造一个例子，其中平均收入较低 $\widetilde{\mathcal{M}}$ 而不是在 $\mathcal{M}$中。在两个市场中，都有 n 家企业，每家企业都有 $\pi_j = \pi = 1/2$ 和 $Q_j = Q = 1$。每个消费者的价值为 $V = 1$，且服从点质量分布。每个消费者都知道每家企业的 $Q = 1$ ，但他们对每个 π_j 的信念是：它服从参数为 (1,1) 的贝塔分布。

在市场 $\widetilde{\mathcal{M}}$ 搜索成本为 0，因此企业永远不会丢失，且所有企业都会被学习。由于最优垄断者收入为 π （在价格为 1 时实现），每家企业获得的收入为$\pi(1-\pi)^{n-1} = 2^{-n}$。

在市场 $\mathcal{M}$ 搜索成本为 $1/3$。对于每家企业 j，如果第一次调查尝试未成功，那么关于 π_j 的后验信念服从均值为 $1/3$的 beta(1，2) 分布。在这些信念下，即使价格为 0，消费者也不会进行搜索，因此该企业会丢失。因此，若我们用 ρ 表示一家企业被学习的概率，则有 $\rho \le \pi$ （因为企业被学习的必要条件是，对该企业的首次调查揭示了匹配度）。

该市场中垄断者的收入为 $\pi(1-c) = 2\pi/3$，通过设定价格 $2\pi/3$ 获得。无论哪些企业被学习或丢失，我们都知道，对每家

企业而言，垄断者定价都是一个最佳响应价格。因此，对每家企业而言，在对丢失的企业集合以及由此产生的价格均衡取期望后得到的期望均衡收入，便是设定垄断者价格所获得的期望收益。由于每家企业只有在被学习时才能获得正收入，且只需与其他被学习的企业竞争，我们得出结论：每家企业在均衡时获得的平均收入为

$$\frac{2}{3}\rho\pi(1-\rho\pi)^{n-1}.$$

$\widetilde{\mathcal{M}}$ 中产生的平均收入与 $\mathcal{M}$ 中产生的平均收入之比因此为

$$\frac{2}{3}\times(2\rho\pi)\times(2(1-\rho\pi))^{n-1}.$$

由于 $\pi=1/2$ 和 ρ 仅取决于单个企业产生的反馈，因此 ρ 是一个不依赖于 n的常数。因此，由于 $\rho\pi<\pi=1/2$，我们有 $2(1-\rho\pi))>1$，所以该比值随 n增加。因此，当 n足够大时，市场 $\mathcal{M}$中的平均期望收益将严格更高。

□

D.7 命题 7.16 的证明

证明。我们构造一个具体的例子。在市场 $\mathcal{M}$ 中有两家企业，每家企业的质量为$Q=1/2$，匹配概率为 $\pi=1-\epsilon$，其中 $\epsilon>0$足够小。消费者价值分布是在 1 处的点质量。搜索成本为 0。

市场 $\widetilde{\mathcal{M}}$与之相同，唯一不同的是每家企业的质量为 $Q=1$，且 $\tilde{\pi}=(1-\epsilon)/2$。我们注意到 $\widetilde{\mathcal{M}}$，$\mathcal{M}$ 的信息性搜索程度更高，因为我们可以将这种差异理解为：相关概率为 $\pi_k=1/2$ 的筛选从市场 $\mathcal{M}$ 中的交易后类别转移到了市场 $\mathcal{M}$中的检查 $\widetilde{\mathcal{M}}$类别。

由于两个市场的搜索成本均为 0，因此不会有企业丢失：在任一市场的每个稳态中，消费者都会学习到两家企业。

在市场 $\mathcal{M}$ 中，垄断者最优收入为 $R^*=\pi Q=(1/2)(1-\epsilon)$。均衡时每家企业获得的收入为 $(1-\pi)R^*=(1/2)\epsilon(1-\epsilon)$。由于只要至少有一个匹配，消费者就总会进行交易，而至少出现一个匹配的概率为 $1-\epsilon^2$，因此产生的总剩余为 $Q(1-\epsilon^2)=(1/2)(1-\epsilon^2)$。因此，消费者剩余为

$$\frac{1}{2}(1-\epsilon^2)-2\times\frac{1}{2}\times(\epsilon)(1-\epsilon)=\frac{1}{2}-O(\epsilon).$$

在市场 $\widetilde{\mathcal{M}}$ 中，垄断者最优收入为 $R^*=\tilde{\pi}Q=(1/2)(1-\epsilon)$。每家企业获得的收入为 $(1-\pi)R^*=(1/2)(1+\epsilon)(1/2)(1-\epsilon)=(1/4)(1-\epsilon^2)$。由于只要至少有一个匹配，消费者同样总会进行交易，而至少出现一个匹配的概率为$1-(1-\pi)^2=1-(1/4)(1+\epsilon)^2=(3/4)-O(\epsilon^2)$，因此产生的总剩余为 $(3/4)-O(\epsilon^2)$。因此，消费者剩余为

$$\frac{3}{4}-O(\epsilon^2)-2\times\frac{1}{4}\times(1-\epsilon^2)=\frac{1}{4}-O(\epsilon^2).$$

因此，当 $\epsilon>0$足够小时，市场 $\mathcal{M}$的对称均衡 $\widetilde{\mathcal{M}}$下的消费者剩余严格高于市场 $\mathcal{M}$。

□