《天文学与天体物理学研究》第0卷（20xx）第0期，000–000*http://www.raa-journal.org* *http://www.iop.org/journals/raa*(L
TEX: ms.tex; printed onMarch 31, 2026; 1:06)

R天文学与***A***天体物理学研究

arXiv:2603.27603v1 [astro-ph.EP] 29 Mar 2026

近邻宜居系外行星巡天（CHES）。V. 基于角距变化推导的行星参数

谭东杰[1,2], 纪江辉[1,2,3], 包春晖[1,2],黄秀敏[1,2],陈果[1,2],王苏[1,3], 董尧[1,3], 刘嘉诚[4], 朱梓[4,5], 李海涛[6,7,8],张俊博[8,9,10],方亮[8,10], 李东[11] 和邓磊[11]

[1] 中国科学院行星科学重点实验室，紫金山天文台，中国科学院，南京 210023，中国；*jijh@pmo.ac.cn*[2] 中国科学技术大学天文学与空间科学学院，合肥 230026，中国[3] 中国科学院比较行星学卓越创新中心，合肥 230026，中国[4] 南京大学天文学与空间科学学院，南京 210046，中国[5] 中国科学院大学，南京 211135，中国[6] 中国科学院国家空间科学中心，北京 100190，中国[7] 埃克塞特大学环境科学与经济学院物理与天文学系，EX4 4QL，英国[8] 中国科学院大学，北京 100049，中国[9] 中国自适应光学国家重点实验室，成都 610209，中国[10] 中国科学院光电技术研究所，成都 610209，中国[11] 中国科学院微小卫星创新研究院，上海 201306，中国

收稿日期：20xx month day；录用日期：20xx month day

摘要近邻宜居系外行星巡天（CHES）旨在对 10 秒差距以内约一百颗附近的 FGK型恒星实现微角秒级天体测量，以探测类地行星。这种精度超出了依赖盖亚星表的绝对天体测量能力；由于恒星运动和历元偏差导致的误差传播，其位置精度会随时间推移而降低，从而限制了星表在微角秒级探测中的应用。传统的相对天体测量依赖赤经和赤纬方向的位置分量，需要精确掌握视场旋转和卫星姿态，这会引入额外误差。为此，我们提出一种全新的相对测量模型，该模型仅依据目标恒星与参考恒星之间角距离长度的变化，不受方向影响。模型纳入了自行、视差、径向速度、光行差、引力透镜和行星摄动等效应，可用于重建行星轨道并确定其质量。这种方法提高了测量的稳定性和精度，为 CHES 及其他未来高精度天体测量任务提供了一种并非完全依赖盖亚 星表的方案。

关键词： 天体测量 — 行星与卫星：探测 — 行星与卫星：类地行星

1 引言

天体测量是天文学中研究天体位置和运动测量的分支，自古以来就具有重要意义。其发展与仪器的进步密切相关，从肉眼观测到空间高精度测量，显著加深了我们对天体动力学和宇宙演化的理解（Perryman 2012）。随着依巴谷卫星（van Leeuwen 2007）和盖亚 （盖亚合作组等人 2016）等任务的开展，天体测量进入了一个新时代（Brown 2021）。尤其是盖亚 提供了前所未有的恒星位置和运动测量，使双星系统和黑洞的探测成为可能，其中包括通过天体测量信号识别出的若干候选体（El-Badry 等人 2023b,a；盖亚合作组等人 2024）。其第三次数据发布的测量精度达到 ~ 20微角秒（Lindegren 等人 2021）。

这些进展为通过天体测量探测系外行星开辟了新途径。传统方法，如径向速度法（Vogt 等人 1994）和凌星观测（Howell 等人 2014；Ricker 等人 2015），已取得显著成功，但仍受轨道构型和观测条件的限制。天体测量通过测量恒星反射运动，直接探测绕行天体引起的引力扰动。凭借微角秒级精度（Malbet 等（2012）），它为探测类地行星提供了一种颇具前景的方法。迄今为止，已有三颗系外行星通过天体测量得到确认（Sahlmann 等人 2013；Curiel 等人 2022），其中一颗是基于盖亚观测发现的（Sozzetti 等人 2023）。

除盖亚外，还有若干太空任务旨在通过互补的方法推动天体测量和系外行星研究。JASMINE 系列专注于对银河系中心进行红外天体测量，从而能够在高消光区域开展观测（Gouda 2012；Kawata 等人 2023），相关任务包括 Nano-JASMINE 和 Small-JASMINE（Yamada 等人 2013；Gouda 与 Jasmine 团队 2020）。NEAT 和 Theia 等高精度差分天体测量任务（Malbet 等（2012）；The Theia Collaboration 等人 2017）旨在达到亚微角秒精度，以探测类地行星。其他任务则采用不同技术：PLATO（Rauer 等人 2014）和 ARIEL（Tinetti 等人 2016）专注于凌星和大气特征分析，而南希·格雷斯·罗曼太空望远镜（Wang 等人 2022）和欧几里得（欧几里得合作组 2025）则利用微引力透镜。HabEx（Gaudi 等人 2020）和宜居世界天文台（Mamajek 与 Stapelfeldt 2024）等直接成像任务，旨在直接探测类地行星。尽管付出了这些努力，要以微角秒精度探测类地行星仍然面临挑战。

探测宜居带中的类地行星需要达到微角秒级精度，这超出了当前盖亚星表的能力范围。尽管预计未来发布的数据将提高精度（盖亚合作组等人 2023），但自行和视差不确定度的时间传播会导致位置误差随时间增大（Gai等人 2022），从而限制盖亚开展此类探测的能力。

因此，基于先前星表的传统绝对天体测量已不足以满足要求，必须采用相对天体测量技术。这些方法测量目标恒星相对于邻近参考恒星的位置变化。然而，要实现高精度，仍需准确确定沿赤经和赤纬方向的位移，或等价地，确定沿固定参考方向的位移。

在CHES任务中（Ji等人 2022, 2024；Bao等人 2024b, 2025；Huang等人 2025；Jiang等人 2025），采用了相对测量策略（Tan 等人 2024）。观测在多个观测历元进行，在此期间，由于航天器姿态变化而产生的视场旋转不可避免。不同于盖亚通过AGIS推导全球天体测量参数（Lindegren 等人 2012；O’Mullane等人 2011；Bombrun等人 2012），CHES专注于对邻近恒星开展定向观测，无法依赖全球参考系。因此，确定视场旋转或维持赤经和赤纬方向上的微角秒级精度，成为一项重大挑战。

为解决这一问题，我们提出了一种全新的相对天体测量模型，仅基于角距离的变化，无需知道连线的方向。这种方法消除了对视场旋转和参考方向的依赖。在测量精度足够高的情况下，可以达到微角秒级的角距离测量精度。该模型包含自行、视差、径向速度、恒星光行差、引力透镜效应和行星摄动。

通过拟合观测到的变化，可以恢复恒星运动参数；利用多颗参考恒星，还可以重建二维行星信号。

该方法不仅适用于 CHES 任务中的类地行星，也适用于涉及大质量行星、双星和致密天体的系统。对于信号更强的情况，可放宽精度要求，因此该方法也适用于其他天体测量任务，并提供了一种可减少对盖亚星表依赖的替代框架。

本文结构安排如下。第2节介绍 CHES 任务和观测数据。第3节介绍天体测量模型，包括自行、视差和行星摄动。第4节通过对类地行星、木星型行星和黑洞的模拟展示该方法。最后，我们讨论未来的改进方向和仍待解决的挑战。

2 CHES任务与模拟观测数据

根据 CHES 任务设计，卫星将在日地L2点运行，开展为期五年的观测活动。根据观测策略（Tan 等人 2024），将循环监测一组包含81个目标的观测对象，其中包括91颗10秒差距以内的FGK型恒星（包括双星）。每个目标的观测次数为30至300次，具体取决于恒星星等、距离和可用参考恒星的数量等因素。观测历元分布在任务期间，以确保对视差和行星轨道周期有充分覆盖。设计的单次测量精度约为 $1\ \mu$as（Ji等人 2022）。

CHES采用激光干涉校准，以实现精度达到 $\sim 10^{-5}$ 像素级别的高精度角距离测量。高频稳定激光通过外差探测产生干涉条纹，用于角距离测量。光纤耦合 LED 光源模拟恒星图像以进行微像素校准，CMOS 探测器记录干涉条纹和恒星信号，以供数据处理（Ji等人，2024）。本研究在所有模拟中均采用 $1\ \mu$as的天体测量精度。

根据盖亚的天体测量参数及其不确定度（Gaia Collaboration等，2023），我们模拟了观测到的恒星场，如图1所示。图中仅显示视场范围内选定的参考恒星，较暗的背景恒星则未予显示。参考恒星根据星等从盖亚星表中选取，通常亮于13等。

在狭窄视场中，目标恒星和参考恒星的先验位置均取自现有星表。然而，由此建立的参考系无法提供比星表本身更精确的赤经和赤纬（RA/Dec）坐标。盖亚 DR3 星表的精度达到 $\sim 20\ \mu$as（Lindegren 等，2021）；尽管预计未来版本会进一步提高精度（盖亚合作组等，2023），但自行和视差不确定度会随着时间传播而不断累积误差，从而限制其在微角秒级系外行星探测中的适用性。

在传统的窄视场相对天体测量中（例如 NEAT/Theia；Malbet 等（2012）），可观测量是目标相对于参考恒星的差分位置。这些测量被投影到赤经和赤纬方向，因此不仅要求角距具有很高的精度，还要求准确掌握观测几何。相关投影会引入额外的不确定度，涉及航天器姿态、星表误差和仪器效应。

即使不明确采用基于星表的参考系，沿固定天球方向测量位置变化仍需要精确的投影角。确定这些角度会引入更多不确定度，来源包括星表误差、自行和视差传播、航天器姿态以及仪器系统误差，这些因素都会直接影响可达到的精度。

投影的几何约束进一步限制了性能。例如，对于0.11°的间隔，要在给定坐标方向上达到 $1\ \mu$as的精度，需要具备 $\sim 521\ \mu$as量级的角度知识，且未计入测量噪声和系统误差。在实践中，要使航天器姿态达到如此高的精度极具挑战，而依赖参考恒星最终仍会受到星表的限制。

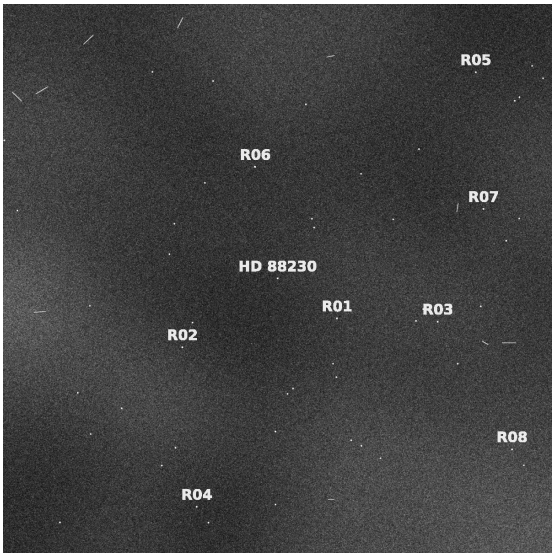

图 1：HD 88230 的模拟观测（盖亚合作组等，2023），显示了视场内所有星等亮于 16 的恒星。图像由 CMOS 探测器阵列降采样而来，每个探测器含有 4096 × 4096 个像素，最终分辨率为 2000 × 2000个像素。该模拟基于 CHES 光学望远镜有效载荷的技术规格（Ji 等人，2024）。

因此，窄视场相对天体测量存在固有局限：虽然可以高精度测量角距，但要将其转换为二维赤经/赤纬位移，就需要一个参考方向，而其不确定度可能成为误差预算中的主导因素。

相比之下，目标恒星与参考恒星之间的角距离可直接作为一维量进行高精度测量，且在很大程度上不受星表误差和航天器姿态的影响。这些角距离受自行、视差、双星性和行星摄动的影响，而多颗参考恒星可提供相互独立的测量结果以供分析。

受此启发，我们采用一种不依赖外部参考系和方向投影的方法。相反，我们分析角距离随时间的变化，以提取自行、视差和行星摄动的影响。在本研究中，恒星运动根据 SOFA 标准（Hohenkerk，2011），使用 PyMsOfa（Ji等人（2023））进行模拟。视差按照附录 A 中的公式建模，行星摄动则使用 Thiele–Innes 形式（Thiele，1883）描述。将这些分量组合起来生成模拟的角间距时间序列，并用于参数恢复和分析。

3 角距离长度的拟合

在观测时段内，目标恒星和参考恒星的位置会随时间发生变化，这是由它们的自行、视差和行星扰动造成的。角距离的变化由两颗恒星的运动共同决定。因此，仅凭一组角距测量，无法分别确定两颗恒星各自的参数。最终得到的参数将反映它们共同运动的耦合结果。

3.1 自行模型

对于一维角距测量，无法准确推导赤经和赤纬方向上的自行分量。因此，在自行拟合中，

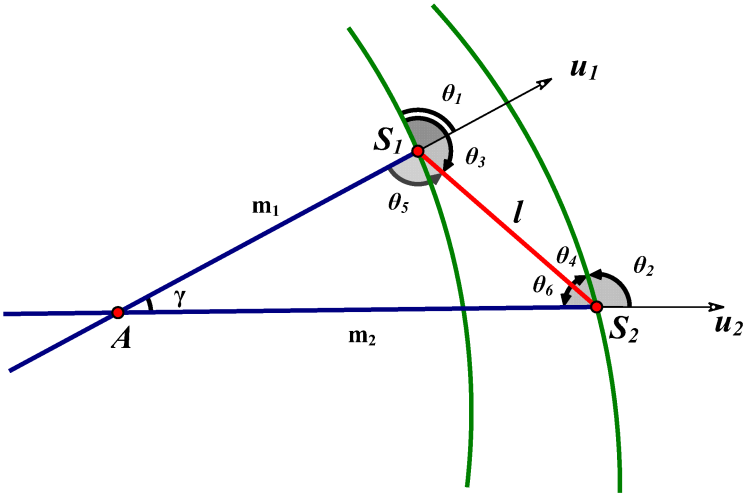

图 2：自行引起的角距离变化。 S_1， S_2 表示两颗恒星，$\mathbf{u_1}, \mathbf{u_2}$表示它们各自的自行方向， l 为两颗恒星之间的角距离。随着恒星沿各自的自行方向移动，角距离 l 也随之变化。

我们考虑恒星在天球上的总自行。在国际天球参考系中，忽略双星系统和黑洞等大质量天体的引力影响所导致的恒星轨迹偏转时，假定恒星沿固定方向运动，这一运动称为总自行。同时，由于恒星具有径向速度，会产生视向加速度，导致总自行的星等发生变化。我们利用总自行和视向加速度计算它们对角距离的影响。

从天球上恒星的位置（S_1， S_2）出发，我们沿其总自行方向（$\mathbf{u_1}$,$\mathbf{u_2}$）构造大圆。两颗恒星的大圆在天球上交于两点。其中，我们选取距离两颗恒星都较近的交点作为参考点A，如图 2 所示。恒星自行方向的差异会使恒星向参考点 A靠近或远离。连接 S_1 和 S_2 的线表示角距离 l。

两颗恒星（S_1， S_2）与参考点 A共同构成一个球面三角形。在观测周期内，恒星表现出自行和视向加速度，并沿各自总自行方向（$\mathbf{u_1}$,$\mathbf{u_2}$）沿相应的大圆移动。每颗恒星与参考点 A 之间的角距离变化率由总自行决定，表示为：

$$AS_1 = m_1 + u_1 t + a_{\mu 1} t^2, \tag{1a}$$

$$AS_2 = m_2 + u_2 t + a_{\mu 2} t^2. \tag{1b}$$

其中， m_1， m_2 分别表示恒星与参考点之间的初始角距离。$a_{\mu 1}$ 和$a_{\mu 2}$ 表示视向加速度。

视向加速度是一种几何效应，当恒星具有非零径向速度时便会产生，使其观测到的横向速度（自行）随时间呈非线性变化。视向加速度a_μ 的数值由恒星的径向速度 V_r、视差 ϖ和自行μ决定，并按以下公式计算：

$$a_\mu = -2\frac{\mu \times V_r}{\varpi}. \tag{2}$$

在这一过程中，由于存在径向速度，恒星视差也会出现微小变化，在高精度测量中不可忽略。因此，在拟合过程中也必须

考虑其变化。当自行方向远离参考点 A时，自行速率 u定义为正；相反，当运动方向接近 A时，u 视为负。视向加速度的符号由自行方向和径向速度共同决定。在恒星自行的整个过程中，参考点 A 保持固定，从而确保两个自行方向之间的角度 γ 保持不变。对于所得球面三角形（S_1AS_2），可应用余弦定理如下：

$$\begin{aligned}\cos(l_{pm}(t)) &= \cos AS_1 \cos AS_2 + \sin AS_1 \sin AS_2 \cos\gamma \\ &= \cos(m_1 + u_1 t + a_1 t^2)\cos(m_1 + u_2 t + a_2 t^2) \\ &+ \sin(m_1 + u_1 t + a_1 t^2)\sin(m_1 + u_2 t + a_2 t^2)\cos\gamma.\end{aligned} \tag{3}$$

其中，$l_{pm}(t)$ 表示自行分量对角距离变化的影响。根据此公式，可以使用 9 个参数（m_1，m_2，u_1，u_2，V_{r1}，V_{r2}，γ，ϖ_1，ϖ_2）拟合角距离变化中的自行项。

我们使用 PyMsOfa 软件包（Ji等人（2023））模拟了目标恒星 HD 88230 和最亮的参考恒星（Gaia DR3 823765969936234368）（盖亚合作组（2020））在天球上的运动，以及它们之间角距离的变化。在 PyMsOfa 中，该模拟通过计算恒星因自身运动而在三维空间中的位置变化，再将这些位置投影到天球上，从而模拟恒星自行后的所在位置。随后，我们根据目标恒星和参考恒星的位置，计算它们之间的角距离。

采用模拟中目标恒星和参考恒星的参数，根据上述模型计算角距离，精度达到 $0.02\ \mu$as。残差误差源于自行与视向加速度之间的相互耦合：自行会受到视向加速度的影响，而视向加速度的计算也取决于自行。

3.2 视差模型

视差是指观测者绕太阳运行导致恒星在天球上的位置每年发生的视位置偏移。对于从 L2 点进行观测的 CHES卫星，恒星的观测视差约为国际天球参考系统中定义的视差值的 1.01 倍。在视差的影响下，恒星在天球上的位置将朝太阳方向偏移。该偏移量（r）取决于恒星与观测者之间的距离、恒星与太阳之间的相对位置，以及恒星的黄道纬度：

$$\begin{aligned} r &= \varpi\sqrt{\frac{\sin^2\beta}{\cos^2 p + \sin^2\beta\sin^2 p}}, \\ \cot p &= \sin\beta\ \cot q, \end{aligned} \tag{4}$$

其中，r 表示位移距离，ϖ 表示恒星的视差，并会在观测时段内随径向速度而变化。β 是其黄纬，p是连接恒星与太阳的直线和黄经方向之间的夹角；q 表示太阳与恒星之间的黄经差，如图3(b)所示。

在上一节提出的自行模型基础上，我们现在将视差对恒星位置的影响纳入考量，如图3(a)所示。在黄道坐标系中，视场内的两颗恒星（S_1 和 S_2）沿各自的自行方向（$\mathbf{u}_1$ 和$\mathbf{u}_2$）移动。受视差影响，它们分别朝太阳方向偏移一定距离（r_1 和 r_2）。仅考虑自行时，它们的角距离在图中表示为 l_{pm}。纳入视差后，角距离变为 l_{pm+plx}，如图所示。

图中所示的参数中，AS_1 和 AS_2 由上一节的公式1给出。r_1 和 r_2 是利用两颗恒星的视差和视差因子，通过

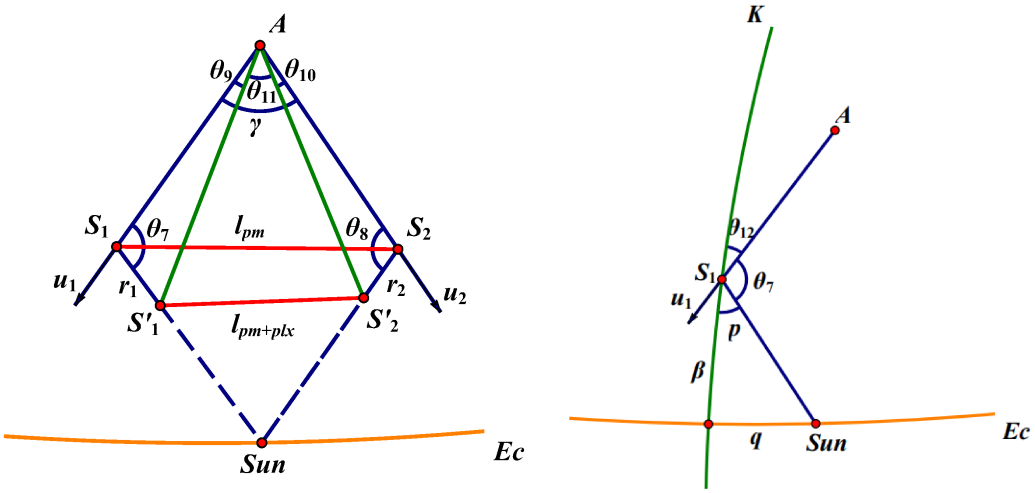

图3：视差叠加在自行引起的角距离变化之上。左图： l_{pm}表示仅考虑自行时的角距离；视差使恒星位置朝向太阳移动距离 r_1 和 r_2，从而产生新的角距离 $l_{\mathrm{pm+plx}}$。右图：模型中相关角度的几何关系，这些角度由恒星的黄经和纬度定义。

公式4计算得出的。 θ_7 在图3(b)中定义，其值为：

$$\theta_7 = \pi - p - \theta_{12}, \tag{5}$$

其中， θ_{12} 表示恒星自行方向与黄经方向之间的夹角。由于该角度会随自行而变化，因此在此模型中，其初始值（w_1）和变化率（uw_1）均作为拟合参数。 θ_8 的计算方式类似，使用 w_2 和 uw_2进行计算。

基于 θ_7 和 θ_8，我们可以使用球面三角公式计算 θ_9 和 θ_{10}，以及AS'_1 和 AS'_2:

$$\begin{aligned}
\cot\theta_9 &= \frac{1}{\sin\theta_7}\left(\sin AS_1 \cot r_1 - \cos AS_1 \cos\theta_7\right), \\
\cot\theta_{10} &= \frac{1}{\sin\theta_8}\left(\sin AS_2 \cot r_2 - \cos AS_2 \cos\theta_8\right), \\
\cos AS'_1 &= \cos AS_1 \cos r_1 + \sin AS_1 \sin r_1 \cos\theta_7, \\
\cos AS'_2 &= \cos AS_2 \cos r_2 + \sin AS_2 \sin r_2 \cos\theta_8.
\end{aligned} \tag{6}$$

利用模型中定义的两颗恒星自行方向之间的固定角度 γ，可以计算 θ_{11}：

$$\theta_{11} = \gamma + \mathrm{sign}_1\theta_9 + \mathrm{sign}_2\theta_{10}, \tag{7}$$

其中，sign_1 和 sign_2 的值为 $+1$ 或 -1，由太阳、恒星位置与恒星自行方向的交点 (A) 之间的几何关系决定。该值可以利用先验参数预测。

根据余弦定理可得 l_{pm+plx} 的值：

$$\begin{aligned}
\cos l_{pm+plx} = &\cos AS'_1 \cos AS'_2 \\
&+ \sin AS'_1 \sin AS'_2 \cos\theta_{11}.
\end{aligned} \tag{8}$$

结合方程1和4-8，我们得到同时考虑自行和视差的一维角分离变化模型。

基于视差原理，我们模拟了位于 L2 点的卫星观测视场内目标恒星和参考恒星的位置，从而获得自行和视差影响下角距离的变化。利用模拟中采用的恒星参数，我们还计算了模型中描述的 13 个参数（m_1，m_2，u_1，u_2，V_{r1}，V_{r2}，γ，ϖ_1，ϖ_2，w_1，w_2，uw_1，uw_2）的真实值。模型计算得到的角距与模拟获得的角距之差不超过 0.1 μ角秒。

3.3 像差与引力透镜效应

除了自行和视差引起的位置变化外，空间天体测量卫星观测到的恒星视位置还会受到多种物理效应的影响。其中，恒星光行差和引力透镜效应是高精度天体测量中必须建模的主要影响因素（Klioner 2003；Soffel 等人 2003）。

恒星光行差源于观测者相对于入射星光的运动，会使视位置向运动方向偏移。对于日地 L2 点附近的卫星，这种效应可达数十毫角秒（Klioner 2003）。引力透镜效应则源于太阳系中大质量天体造成的光线偏折，其中太阳的影响占主导（Soffel et al. 2003）。在 CHES 的观测策略中，目标与太阳的角距离保持在 60° 以上，因此光线偏折被限制在数十微角秒；而其他太阳系天体还会引入微角秒量级的额外扰动（Klioner 2003）。

这些效应主要由卫星运动和外部引力场决定，因此，同一视场内恒星受到的影响几乎相同，只有很小的差分贡献。

为校正这些效应，我们利用先验恒星位置、卫星运动学和太阳系星历计算相应的校正因子。根据盖亚 天体测量参数，我们推导出各历元的预期恒星位置，并计算引力透镜效应（k_{gl}）和恒星光行差（k_{ab}）导致的角距离校正。校正后的角距离为

$$l_{mod} \approx k_{ab}(t), k_{gl}(t), l_{L2}, \tag{9}$$

其中，l_{mod} 为观测到的角距离，l_{L2} 仅包括自行和视差。

卫星的位置和速度根据附录 B 中所述的轨道模型进行模拟，并用于计算随时间变化的修正量。应用这些修正后，角距离中的残差降低至 $\sim 10^{-3}$ μas，表明系统效应得到了有效消除。

3.4 行星摄动模型

行星运动的拟合通常采用源自 TI（Thiele-Innes）公式的方法（Thiele 1883），在观测平面内进行拟合，以考虑行星运动引起的恒星位置偏移。然而，当仅已知角距离的变化时，无法直接确定行星在天球上的具体运动；因此，本文提出的模型不适用于直接拟合。

我们首先假设目标恒星周围只有一颗行星。在这种情况下，行星引起的角距离变化只会影响角距离的一端。该端的位置投影到不受行星扰动影响的角距离方向上，如图4所示。目标恒星沿角距离方向的投影位置记为 Q_1。S_1Q_1 与 S_1S_{22} 之间的长度差表示为 Q_1Q_2；对于位于宜居带内的类地行星，该值约为10^{-4} μ。因此，我们用拟合 S_1Q_1的长度来替代对行星引起的角距离变化进行拟合。

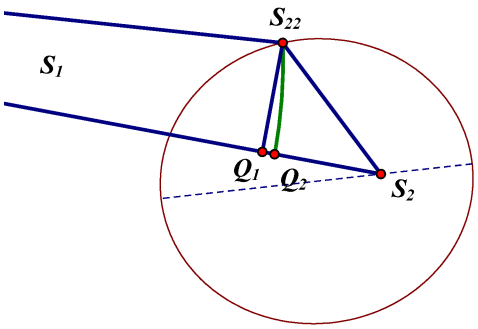

图4：恒星 S_2受到其行星引力扰动的影响，位置移至点S_{22}。它在角分离方向上的投影在图中表示为点 Q_1 。 S_1Q_2表示 S_1S_{22} 在角分离方向上的实际长度。

在轨道平面内，考虑开普勒定律，位置矢量可以表示为一个二维矢量：

$$\mathbf{r_1} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} \cos E - e \\ \sqrt{1-e^2}\sin E \end{pmatrix}. \tag{10}$$

其中， E 表示偏近点角， e 表示轨道偏心率， a 表示轨道的半长轴。我们用一组正交基向量$\mathbf{u}$和$\mathbf{v}$表示恒星在轨道平面中的位置，因此其位置矢量可表示为$\mathbf{r_1} = x\,\mathbf{u} + y\,\mathbf{v}$。令$\mathbf{n}$表示定义三维空间中角分离方向的单位向量。那么，恒星位置从轨道平面向角分离方向的投影可写为：

$$l_{pl3D} = a[(\cos E - e)(\mathbf{u}\cdot\mathbf{n}) + (\sqrt{1-e^2}\sin E)(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n})]. \tag{11}$$

将其对角距离的影响投影到观测平面并简化公式后，得到：

$$l_{pl} = D_1(\cos E - e) + D_2(\sqrt{1-e^2}\sin E). \tag{12}$$

这里， D_1 和 D_2 概括了轨道平面与连接两颗恒星的直线之间的空间位置关系，以及从空间投影到观测平面的关系。 D_1 和 D_2 的拟合值不会超过轨道半长轴 a 。偏近点角 E 的计算涉及开普勒方程，其表达式为：

$$E - e\sin E = \frac{2\pi}{P}t - M_0. \tag{13}$$

因此，拟合参数还将包括轨道周期 P 和$t = 0$时的平近点角 M_0 。

我们使用 TI 公式模拟了单颗行星绕行恒星的轨道运动，并计算了仅由行星扰动导致的角距离变化。随后将这一变化作为行星分量拟合的观测输入。根据拟合参数得出的角距与模拟结果之间的差异小于0.005 μ角秒。然而，由于拟合量仅表示恒星运动沿角距离方向的投影，因此仅凭与单颗参考恒星的角距离，无法确定完整的轨道参数。只能确定偏心率 e、轨道周期P。此外，由于角距离具有一维特性，无法通过平近点角 M_0确定恒星运动的方向，因此必须将其限制在

$0-\pi$的范围内。此外，当行星信号的强度与角距离的观测不确定度相当时，行星模型的拟合参数将出现显著误差，稍后将对此进行详细讨论。

在我们的观测中，视场通常包含不少于六颗参考恒星。观测过程中，可以同时测量目标恒星与视场内所有参考恒星之间的角距。不同方向上参考恒星对应的角距，提供了行星摄动引起的恒星运动在多个方向上的投影，从而能够重建观测平面内完整的恒星运动。在这一二维重建过程中，可将恒星的先验位置作为运动投影方向的参考，而恒星的位置不确定性不会显著影响重建轨迹的精度。因此，根据拟合结果，可以在赤道坐标系中重建行星扰动引起的恒星运动，并利用 TI 公式或类似方法推导其他相关参数。行星轨道参数的详细拟合流程超出了本文的讨论范围，因此这里不再赘述。已有大量研究探讨了这一主题；在我们的分析中，我们采用 Bao 等人（2024a）所述的拟合方法，该方法为根据天体测量信号推导行星轨道提供了一个全面的框架。

3.5 角距离拟合

在前四个小节中，我们讨论了自行、视差、光行像差、引力透镜效应和行星摄动对角距离变化的影响。综合这些效应后，目标恒星与参考恒星之间角距离的总变化可表示为

$$l_{\rm mod}(t) = k_{\rm gl}(t)\, k_{\rm ab}(t)\, f(l_0, m_i, \mu_i, \gamma, V_{ri}, \varpi_i, w_i, uw_i, \\ e,\, P,\, M_0,\, D_1,\, D_2,\, t)\,, \quad (i=1,2) \tag{14}$$

其中，自行模型取决于 $m_i, \mu_i, \gamma, V_{ri}, \varpi_i$；视差模型使用$V_{ri}, \varpi_i, w_i, uw_i$；行星摄动模型则采用 e, P, M_0, D_1, D_2。

除拟合参数外，还需将目标恒星和太阳的先验黄道坐标作为辅助输入。完整模型总结于附录 C。

该模型共包含 18 个线性独立参数，全部由角距离变化的一维测量确定。表1列出了这些参数及其物理意义。参数估计采用 dynesty 嵌套抽样算法，该算法能够高效探索后验分布，并自然地评估贝叶斯证据。这种方法非常适用于结合线性和非线性成分的模型。

似然函数假设角距离的测量不确定性服从高斯分布：

$$\mathcal{L} = \exp\left[-\frac{1}{2}\sum_t \frac{\left(l_{\rm ob}(t) - l_{\rm mod}(t)\right)^2}{\sigma_l^2}\right], \tag{15}$$

其中 σ_l 为测量不确定度。结合均匀先验或基于星表的先验，该似然函数构成了对所有拟合参数进行贝叶斯推断的基础。

除五个行星参数外，所有参数均可采用盖亚 或其他天体测量星表提供的先验。对于总自行较小的恒星，可以忽略自行方向与黄经之间的角度变化，从而减少拟合参数的数量并提高计算效率。

我们在不同信噪比（SNR）下评估模型，并假设角分离测量不确定性为 ~ 1 μas。行星引起的恒星反射运动差异很大：宜居带中的类地行星产生 ~ 1 μas 的信号，暖木星产生数十个 μas，而木星类比行星产生数百个 μas。因此，木星类比行星对应的信噪比为数百，

表1：模型中包含的拟合参数列表。

参数	物理意义
m_1, m_2	沿自行方向，恒星与交点之间的初始距离。
μ_1, μ_2	总自行的大小。
γ	交点处自行的位置角。
V_{r1}, V_{r2}	径向速度。
ϖ_1, ϖ_2	恒星视差。
w_1, w_2, uw_1, uw_2	自行方向与黄经之间的夹角及其变化率。
e, P, M_0	行星扰动的轨道偏心率、周期和平近点角。
D_1, D_2	轨道运动沿角距离方向的投影系数。

表2：拟合参数、不确定度和真实值。

参数（单位）	拟合值	不确定度	真实值
m_1 (rad)	1.514×10^{-2}	6.55×10^{-8}	1.515×10^{-2}
m_2 (rad)	1.328×10^{-2}	6.92×10^{-8}	1.329×10^{-2}
μ_1 (rad yr^{-1})	4.948×10^{-6}	4.82×10^{-12}	4.948×10^{-6}
μ_2 (rad yr^{-1})	3.349×10^{-7}	1.73×10^{-11}	3.351×10^{-7}
γ (rad)	1.755×10^{-1}	6.76×10^{-7}	1.753×10^{-1}
V_{r1} (km s^{-1})	-2.634×10^{1}	1.41×10^{-2}	-2.648×10^{1}
V_{r2} (千米 秒$^{-1}$)	3.247×10^{1}	2.24×10^{-3}	3.273×10^{1}
ϖ_1 (角秒)	2.053×10^{-1}	9.28×10^{-7}	2.053×10^{-1}
ϖ_2 (角秒)	1.082×10^{-2}	6.82×10^{-7}	1.081×10^{-2}
w_1 (弧度)	5.684×10^{0}	3.77×10^{-5}	5.680×10^{0}
w_2 (弧度)	5.940×10^{0}	7.50×10^{-4}	5.857×10^{0}
uw_1 (弧度 年$^{-1}$)	2.906×10^{-6}	7.33×10^{-7}	2.045×10^{-6}
e	3.138×10^{-1}	2.93×10^{-3}	3.000×10^{-1}
T (年)	3.876×10^{-2}	4.59×10^{-7}	3.876×10^{-2}
M_0 (弧度)	9.068×10^{-1}	1.09×10^{-2}	7.854×10^{-1}
D_1 (μas)	2.529×10^{1}	4.97×10^{-2}	-
D_2 (μas)	5.570×10^{0}	2.77×10^{-1}	-

而暖木星的信噪比为数十。在这些高信噪比条件下，行星扰动占主导，远强于测量噪声，因此可以稳健地拟合全部五个行星参数，并高保真地重建完整的二维轨道运动。

对于振幅与噪声相当的类地行星，信噪比接近 1，因此直接拟合所有行星参数并不可靠。在这一低信噪比情形下，首先不考虑行星扰动，确定 13 个非行星参数。随后利用观测间隔与模型预测间隔之间的残差（其中包含行星信号和观测噪声）重建轨道。尽管与高信噪比拟合相比，这种基于残差的方法会降低精度并增加不确定度，但它保留了连贯的轨道信息，因此在信噪比处于临界水平、直接多参数拟合变得不稳定时仍然有效。

例如，在第4.2节中，我们针对热木星情形下目标恒星与一颗参考恒星之间的 125 次角间隔测量进行拟合。表2列出了全部 17 个参数的拟合值。表中所列的不确定度对应于根据后验分布得出的统计误差，代表在所采用模型下的精度，不包括模型局限性可能造成的系统误差。除视差和径向速度外，所有拟合参数均对应于首次观测历元。为提高计算效率，省略了参考恒星自行方向与黄经之间夹角的微小变化率（uw_2）。几何系数 D_1 和 D_2 在此未赋予明确的数值。

在测量不确定度为 1 μas 时，热木星的扰动具有较高的信噪比。因此，二维轨道运动既可以（i）直接根据五个行星参数（e、 T、 M_0、 D_1、 D_2）重建，也可以（ii）按照适用于低信噪比情形的流程，减去基于前 12 个参数的模型后，利用得到的残余角距进行重建。

对于具有 n颗参考恒星的目标恒星，可以构造 C_n^2 种独特的角距组合。每种组合都能对恒星运动提供独立约束，从而提高精度并减小重建二维轨道的不确定度。然而，当目标恒星与两颗参考恒星几乎共线时，相应的角距离向量几乎平行。因此，为确保轨道重建稳定可靠，会排除这类退化组合。

4 数值模拟案例

CHES任务旨在利用微角秒级相对天体测量，探测并表征距离约为 10 pc 的邻近类太阳恒星宜居带内的类地行星。在对半长轴长度进行建模时，所采用的方法基于行星对其宿主恒星施加的摄动。公式 12 中对恒星轨道的描述并不局限于拥有系外行星的系统，也适用于双星和黑洞。因此，该模型广泛适用于恒星运动遵循开普勒轨道的各种情形。

4.1 类地行星

类地行星摄动引起的恒星运动信号摆动通常处于微角秒量级，其约束因素包括恒星与其宜居带内行星之间的距离、类地行星所需的行星质量，以及恒星与观测者之间的距离。为评估前文所述方法能否达到所需的观测精度，我们选取此前提及的 HD 88230 作为目标恒星。在其视场中的 15 颗参考恒星中，我们选取星等亮于 12 的 8 颗作为观测目标。在本分析中，我们假设目标恒星的宜居带内存在一颗类地行星。

利用 PyMsOfa 软件包，结合视差原理、TI 公式，以及由观测卫星的瞬时位置和速度决定的相对论修正（即恒星光行差和引力光偏折），我们模拟了在采用的观测策略（Tan 等人 2024）所定义的观测历元，视场内目标恒星和参考恒星的视位置。基于该模拟，我们计算了实际观测中可获得的目标恒星与参考恒星之间的角距离。在 CHES 设计中，观测误差规定为 $1\ \mu$as。通过计算照相底片上两颗恒星沿 x 和 y 方向的角距离，并应用误差传播公式（Taylor1997）：

$$\begin{aligned} L &= \sqrt{x^2+y^2} \\ \Delta L &= \sqrt{(\tfrac{\partial L}{\partial x}\Delta x)^2+(\tfrac{\partial L}{\partial y}\Delta y)^2}. \end{aligned} \tag{16}$$

角距的测量误差也为 $1\ \mu$as。最终，用于处理的数据由八组目标恒星与参考恒星之间随时间变化的角距信息组成。

根据前几节所述的模型进行拟合后，我们从角距数据中去除了自行和视差项，并进行了二维重建。所得数据在图 5 中以红点表示。在此基础上，我们通过开普勒拟合获得了行星摄动的相关参数，如表 3 所列。

4.2 木星型行星

木星类行星分布广泛，是行星系统的重要组成部分。观测表明，这类行星不仅在我们的太阳系中普遍存在，也经常在其他行星系统中被探测到（Mayor 与 Queloz（1995））。质量更大的木星类行星，其质量可与

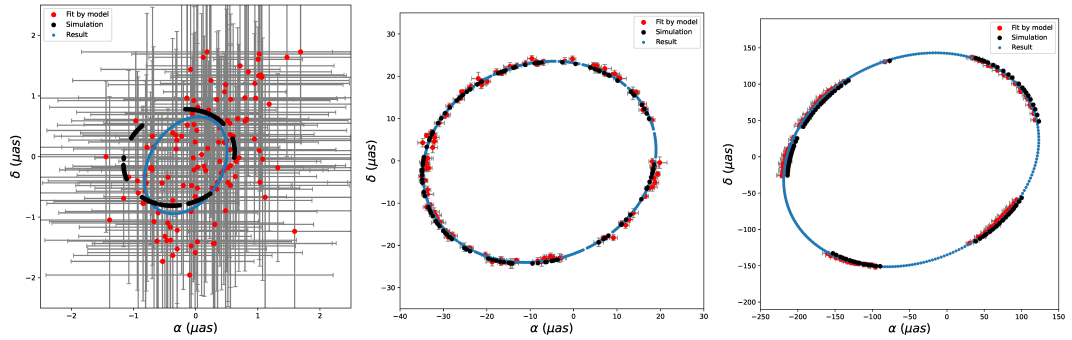

图5：系外行星拟合。(a) 目标恒星为 HD 88230，假设一颗类地行星位于距该恒星 1 天文单位处。(b) 目标恒星仍为 HD 88230，假设一颗暖木星位于距该恒星 0.1 天文单位处。(c) 目标恒星为 HD 147513，已知其拥有探测到的木星型行星 HD 147513 b。角距离测量精度为 $1\ \mu$as。黑色点表示模拟得到的行星参数，红色点表示通过拟合去除自行和视差后的残差。蓝色点描绘了由行星摄动引起的恒星运动轨道，该轨道由对残差进行开普勒拟合得出。

木星和土星相当，通常由于更强的引力和测光特征而更容易被观测到。它们的质量约为木星质量的 0.3 倍至数倍，轨道周期则从几天（热木星）到数十年（长周期巨行星）不等，反映出多样的动力学演化历史。对这些行星的研究为理解行星系统的形成与演化提供了重要线索（Pollack 等，1996）。

热木星绕宿主恒星近距离运行，因其独特特征而成为研究焦点。这些行星的发现为行星迁移理论提供了关键证据，并揭示了复杂的行星—恒星相互作用（Matsumura 等，2007；Dawson 和 Johnson，2018）。

本文提出的模型适用于宿有木星类行星的行星系统。为验证模型性能，我们针对暖木星和经典木星型行星两种情形进行了额外模拟。对于暖木星情形，我们以 HD 88230 为例，该恒星拥有一颗轨道周期为 14.16 天的行星。若发生凌星，可通过凌星法探测该行星；否则，天体测量就至关重要。对于木星型行星情形，HD 147513 拥有已确认的行星 HD 147513 b（Mayor 等，2004），其参数列于表 3。视向速度测量给出的最小质量为 $M \sin i = 1.21\ \mathrm{M_{Jup}}$，而天体测量可以确定其真实质量。在模拟行星扰动时，我们假设 $\sin i = 0.6$，质量为 614.472 $\mathrm{M_\oplus}$。

在 HD 147513 的视场内，九颗星等亮于 12 等的参考恒星在五年间被观测了 153 次。我们采用与类地行星相同的方法模拟轨道运动，并获得目标恒星与参考恒星之间的角距测量。模型拟合后的结果如图 5 所示，开普勒拟合得出的行星参数列于表 3。

假设天体测量精度为 $1\ \mu$as，木星型行星引起的信号远强于类地行星产生的信号，因此可以稳健地进行拟合。更强的信号（例如半长轴更大的情况）能让模型更准确地恢复轨道信息，展现其探测木星型行星的能力。

4.3 黑洞

以往的黑洞探测主要依赖间接电磁证据，例如来自双星系统的X射线（Remillard & McClintock 2006; Corral-Santana 等人 2016）。天体测量方法提供了另一种途径，通过测量恒星微小的轨道偏移，推断黑洞的引力影响、

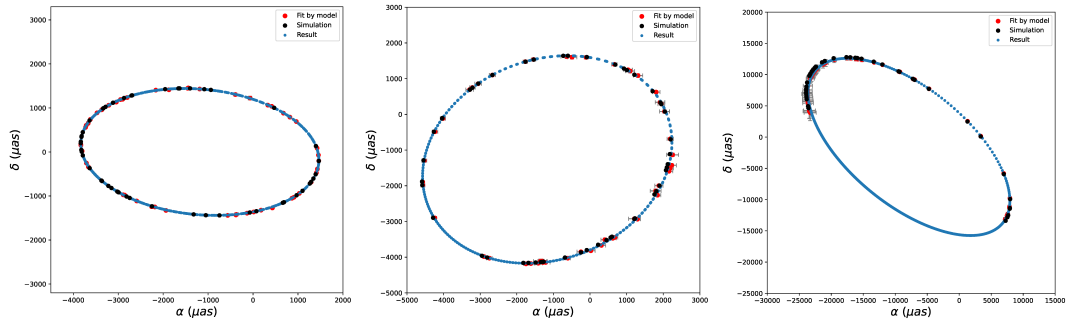

图 6：黑洞的拟合结果。三个面板分别对应盖亚 BH1、BH2 和 BH3。角距离测量精度为 20 μ as。黑点表示模拟的轨道参数，红点表示拟合并去除自行和视差后的残差。蓝点表示黑洞引力影响所导致的恒星运动轨道，该轨道通过对残差进行开普勒拟合获得。

表 3：类地行星、木星型行星和黑洞的拟合结果。

参数	类地行星		暖木星		HD 147513 b[a]	
	拟合值	给定值	拟合值	给定值	拟合值	给定值
$\cos i$	$0.708^{+0.118}_{-0.077}$	0.867	$0.866^{+0.005}_{-0.006}$	0.867	$0.802^{+0.005}_{-0.005}$	0.80
e	$0.265^{+0.066}_{-0.046}$	0.300	$0.293^{+0.002}_{-0.002}$	0.300	$0.281^{+0.002}_{-0.002}$	0.26
升交点经度（度）	$27.288^{+16.168}_{-11.555}$	60.0	$60.936^{+0.973}_{-1.651}$	60.0	$60.008^{+0.613}_{-0.581}$	60.0
M_0 (度)	$80.917^{+13.499}_{-21.376}$	45.0	$46.663^{+0.380}_{-0.406}$	45.0	$228.379^{+0.286}_{-0.275}$	228.304
ω (度)	$27.972^{+18.907}_{-12.652}$	30.0	$30.809^{+1.500}_{-1.140}$	30.0	$30.180^{+0.722}_{-0.744}$	30.0
质量（$M_\oplus$）	$0.964^{+0.071}_{-0.046}$	1.0	$299.118^{+1.763}_{-0.615}$	300.0	$629.330^{+2.501}_{-2.710}$	625.400
周期（天）	$425.091^{+9.285}_{-8.148}$	447.67	$14.157^{+0.0001}_{-0.0001}$	14.16	$529.538^{+0.172}_{-0.173}$	529.436
参数	BH1[b]		BH2[c]		BH3[d]	
	拟合值	给定值	拟合值	给定值	拟合值	给定值
$\cos i$	$-0.595^{+0.001}_{-0.001}$	-0.596	$0.818^{+0.005}_{-0.002}$	0.820	$-0.359^{+0.003}_{-0.004}$	-0.352
e	$0.451^{+0.001}_{-0.001}$	0.451	$0.515^{+0.002}_{-0.001}$	0.518	$0.722^{+0.005}_{-0.004}$	0.729
升交点经度（度）	$97.782^{+0.113}_{-0.112}$	97.81	$267.722^{+0.430}_{-0.989}$	266.9	$136.103^{+0.240}_{-0.231}$	136.24
M_0 (度)	$30.072^{+0.146}_{-0.146}$	30.0	$29.062^{+0.334}_{-0.339}$	30.0	$30.828^{+0.448}_{-0.666}$	30.0
ω (度)	$12.859^{+0.204}_{-0.202}$	12.8	$129.291^{+1.099}_{-0.482}$	130.9	$77.087^{+0.561}_{-0.485}$	77.34
质量（$M_\odot$）	$9.694^{+0.023}_{-0.022}$	9.62	$8.485^{+0.073}_{-0.121}$	8.94	$33.566^{+0.346}_{-0.349}$	32.70
周期（天）	$185.594^{+0.011}_{-0.011}$	185.59	$1278.864^{+0.968}_{-0.987}$	1276.7	$4128.321^{+96.837}_{-62.057}$	4253.1

参考文献：(a) Mayor 等人（2004）；(b) El-Badry 等人（2023b）；(c) El-Badry 等人（2023a）；(d) Gaia 合作组等人（2024）。

质量和轨道性质（Ghez 等人 2008; Gillessen 等人 2009）。这种方法尤其适用于孤立黑洞和低质量暗天体。最近，研究人员通过它们对邻近恒星的影响，确认了三个可能的黑洞——盖亚 BH1 、 BH2 和 BH3 （ El-Badry 等人 2023b,a; 盖亚合作组 2024 ），这标志着揭示暗天体分布的重要一步。

CHES 目标星表不包含潜在的光学黑洞目标，但 CHES 的高精度天体测量，包括对参考恒星的交叉验证，或可助力识别此类目标。

为检验该模型的适用性，我们选取了 BH1、BH2 和 BH3 光学目标。它们的盖亚星等分别为 13.77、12.28 和 11.23。每个视场中最亮的八颗恒星被选作参考星，采用与 CHES 目标相同的标准。我们模拟了五年内的 50 次随机观测，

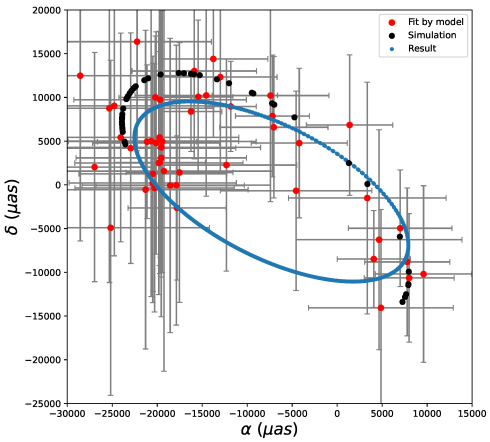

图 7：盖亚 BH3 的模拟天体测量观测与轨道拟合。角距测量的天体测量精度参考开普勒 标定数据，相对精度为 4 毫角秒。黑点表示模拟天体测量数据，红点表示去除恒星自行和视差后的残差。蓝色曲线显示黑洞引力影响所致的恒星轨道运动，该曲线由对残差进行开普勒拟合得出。

表 4：使用开普勒标定精度对盖亚 BH3 的拟合结果。

参数	拟合值	给定值
$\cos\ i$	$-0.384^{+0.113}_{-0.079}$	-0.352
e	$0.657^{+0.101}_{-0.122}$	0.729
升交点经度（度）	$124.91^{+9.970}_{-8.953}$	136.24
M_0 （度）	$32.598^{+10.976}_{-7.650}$	30.0
ω （度）	$66.062^{+18.338}_{-20.011}$	77.34
质量（$M_\odot$）	$23.600^{+4.488}_{-6.426}$	32.70
周期（天）	$3427.559^{+1452.236}_{-761.546}$	4253.1

采用盖亚DR3 观测误差 20 μas（盖亚合作组等，2023）。处理后的角距数据见图 6 和表 3。

此外，我们还测试了使用光度观测卫星 *Kepler*，其角距离精度为~ 4 毫角秒（Monet 等，2010年）。将其作为观测不确定性，我们生成了与 Gaia BH3 模拟类似的角距，结果见图 7 和表 4。

这些模拟表明，所提出的模型可应用于光度观测任务。尽管此类任务并非为天体测量而设计，且其导出的参数不如专用任务（如 盖亚）精确，但只要相对角距离精度足够高，便能揭示潜在的天体测量信号。达到微角秒精度时，其探测能力可接近图 6 和表 3 所示的水平。

这些示例旨在说明，我们的模型同样适用于黑洞引起的恒星运动。对于距离我们更远、质量更小或位置更靠近其光学目标的黑洞，其信号强度会减弱。不过，只要角距测量精度足够高，该模型就能实现对黑洞的探测。这种方法可用于识别由黑洞、双星或其他致密天体产生的扰动信号，也可识别由暗物质等因素引起的动力学效应所产生的信号。

5 总结与讨论

本文提出了一种基于角距离变化探测系外行星天体测量信号的新方法。该方法解决了传统相对天体测量面临的两大挑战：（1）不同观测历元的视场旋转使建立稳定参考系变得困难；（2）参考恒星的固有运动和长期测量不确定性会导致星表误差不断累积。与依赖先验恒星星表的传统方法不同，我们的模型只需测量视场内目标恒星与多颗参考恒星之间角距离随时间的一维变化。因此，可达到的精度仅取决于相对角距测量的精度，无需建立全球参考系。

我们分别对自行、视差、恒星光行差、引力透镜效应和行星摄动的贡献进行了建模。完整模型可达到亚微角秒精度。通过微角秒级的角距离测量，利用参考恒星沿多个非共线方向提供的角距变化，可以重建目标的二维轨道运动，从而探测宜居带中的类地行星。拟合过程还可得出目标和参考恒星的天体测量参数，例如总自行、径向速度和视差。

在第 4 节中，我们通过若干数值模拟展示了所提出的模型能够以微角秒精度探测宜居带中的类地行星、暖木星和木星类行星。此外，同一数学框架也适用于其他开普勒系统，例如双星和黑洞。我们使用模拟的 盖亚 BH1、BH2 和 BH3 观测数据进行了验证测试。

为进一步验证该模型，我们模拟了盖亚 BH3观测，假设相对角距离精度约为4毫角秒（Monet 等，2010年），与开普勒任务的校准数据一致。结果表明，黑洞引起的引力扰动仍可探测到，这证实了所提出的模型也可用于光度观测任务或其他能够实现高精度相对角度测量的非天体测量卫星。未来，随着光度观测任务的相对天体测量精度不断提高——通常这比达到绝对精度更容易——在局部视场内同时开展光度观测和天体测量观测将成为可能。

由于观测数据仅包含视场内恒星之间的一维角距变化，因此可以在这一框架下合并不同观测计划的测量结果。由此，可以联合分析在不同时间和位置获得的角距，以探测自行和视差之外的恒星运动信号。

本研究聚焦于目标恒星周围有一颗行星运行的系统。未来的研究将把这一框架拓展至多行星系统，以及参考恒星拥有行星伴星的情形。此外，由于该方法依赖于观测平面内的一维角变化，我们计划探索其与视向速度测量的结合，从而更全面地实现恒星运动的三维重建。

致谢 本研究得到国家自然科学基金（项目编号：12533011、12033010、12473076）、中国科学院空间科学战略性先导科技专项（项目编号：XDA 15020800）、外国专家项目（项目编号：S20240145）以及紫金山天文台小行星基金的资助。

软件：astropy（Astropy 合作组等人，2013）、scipy（Virtanen等人，2020）、emcee（Foreman-Mackey等人，2013）、PyMsOfa（Ji等人（2023））、Nii-C（Jin等人，2024）、dynesty（Speagle，2020）。

附录 A：视差效应模拟

我们模拟了视差导致的目标恒星和参考恒星在 L2 点观测期间的位置变化，并计算了它们的角距。所使用的计算模型如下（Kovalevsky & Seidelmann，2011）：

$$\begin{aligned}\cos AR = & \cos(\tfrac{\pi}{2}-\delta)\cos(\tfrac{\pi}{2}-\delta_{\odot}) \\ & +\sin(\tfrac{\pi}{2}-\delta)\sin(\tfrac{\pi}{2}-\delta_{\odot})\cos(\alpha-\alpha_{\odot})\end{aligned} \tag{A.1}$$

其中， AR 表示恒星与太阳之间的角距离。 δ 和 α 是恒星的赤道坐标。 δ_{odot} 和 $\alpha_{\odot}$ 是太阳的赤道坐标。

在三维空间中：

$$\frac{\sin(AR-p)}{d}=\frac{\sin b}{D}, \tag{A.2}$$

其中， d 表示目标恒星与太阳之间的距离，根据恒星的视差计算得出。 b表示从观测者所在位置和太阳系质心观测到的目标恒星位置之间的角度差。 D 表示观测者与太阳之间的距离。

小角位移公式：

$$\begin{aligned}k &= -p/\sin AR \\ \alpha' &= \alpha + k\cdot\sec\delta\cos\delta_{\odot}\sin(\alpha-\alpha_{\odot}) \\ \delta' &= \delta + k\cdot[\sin\delta\cos\delta_{\odot}\cos(\alpha-\alpha_{\odot})-\cos\delta\sin\delta_{\odot}],\end{aligned} \tag{A.3}$$

其中， k 表示小角位移公式的系数。 α' 和 δ' 是目标恒星经过视差处理后的赤道坐标。

附录 B：卫星轨道仿真模型

为估算模拟观测中的像差和引力透镜效应，我们需要对卫星相对于太阳系质心的瞬时位置和速度进行合理估计。假设航天器在日地 L_2 拉格朗日点附近运行，许多现代空间任务，例如盖亚、*JWST*以及拟议中的*CHES* ，都采用准周期晕轨道或利萨如轨道，以保持热稳定性并持续背日指向（de Bruijne 2012；Gardner 等，2023；Ji 等，2022）。

在模拟中，地球沿半径为 1 天文单位、速度为 29.78 km s^{-1}的圆形日心轨道运行。L_2 点位于地球背日方向约 0.01 天文单位（1.5×10^6 km）处。卫星绕 L_2 点的运动用简化的三维晕轨道表示，其振幅为 0.0017 天文单位（2.5×10^5 km），周期为 0.5 年，这与当前天体测量和系外行星任务典型的 L_2轨迹一致。

质心位置$\mathbf{r}_{\rm sat}(t)$通过叠加地球的轨道运动和绕 L_2,的周期性振荡得到，而速度$\mathbf{v}_{\rm sat}(t)$则同时包含共动轨道分量和较小的晕轨道引起的变化。这个近似运动学模型捕捉了评估微角秒量级相对论效应所需的基本几何特征，无需进行完整的 N 体动力学积分。

附录 C：天体测量模型概要

$$
\begin{aligned}
E - e\sin E &= \frac{2\pi}{P}t - M_0,\\
l_{pl} &= D_1(\cos E - e) + D_2\sqrt{1-e^2}\,\sin E,\\
\varpi_i &= \varpi_{i0} + V_{ri}\Delta t,\\
a_{\mu i} &= -2\frac{\mu_i V_{ri}}{\varpi_i},\\
AS_1 &= m_1 + u_1\Delta t + a_{\mu 1}\Delta t^2 + l_{pl}(t),\\
AS_2 &= m_2 + u_2\Delta t + a_{\mu 2}\Delta t^2,\\
r_i &= \varpi_i\sqrt{\frac{\sin^2\beta_i}{\cos^2 p_i + \sin^2\beta_i\sin^2 p_i}},\\
\cot p_i &= \sin\beta_i\cot q_i,\\
\theta_{i+6} &= \pi - p_i - (w_i + u_{wi}\Delta t),\\
\cot\theta_{i+8} &= \frac{1}{\sin\theta_{i+6}}\Big(\sin AS_i\cot r_i - \cos AS_i\cos\theta_{i+6}\Big),\\
\cos AS_i' &= \cos AS_i\cos r_i + \sin AS_i\sin r_i\cos\theta_{i+6},\\
\theta_{11} &= \gamma + \mathrm{sign}_1\theta_9 + \mathrm{sign}_2\theta_{10},\\
\cos l_{pm+plx} &= \cos AS_1'\cos AS_2' + \sin AS_1'\sin AS_2'\cos\theta_{11},\\
l_{\mathrm{mod}} &\approx k_{ab}k_{gl}l_{pm+plx},\\
i &= 1, 2.
\end{aligned}
\tag{C.1}
$$

以上各节完整介绍了目标恒星之间观测到的角距离变化模型。模型的数学表达式见公式 C.1。

在此框架下，行星扰动直接作用于恒星在天球上的视位置，因此在建模初期与恒星的内禀自行一并处理。根据已知的太阳黄道坐标，可以确定系数p_i 和 q_i ，从而正确计入视差对角距离的贡献。

除与行星扰动相关的轨道参数外，需要求解的主要天体测量参数包括：每颗恒星与由其自行方向交点确定的固定点之间的角距离（m_i）、总自行幅度（u_i）、自行方向的位置角（γ_i）、径向速度（$V_{r,\ i}$）以及恒星视差（ϖ_i）。这些参数共同描述了系统在质心坐标系中的运动学和几何性质。

此外，最终观测到的角距离还会受到恒星光行差和引力光偏折的影响，这两者均由观测卫星的瞬时位置和速度决定。该模型的整体精度达到微角秒级，而导出参数的精度最终取决于角距离的测量精度，后者由仪器性能和观测质量决定。

参考文献

Astropy 合作组, Robitaille, T. P., Tollerud, E. J., 等. 2013, 《天文学与天体物理学》, 558, A33 16 Bao, C. H., Ji, J. H., Tan, D. J., 等. 2024a, 《天文学报》, 65, 39 10 Bao, C., Ji, J., Tan, D., 等. 2024b, 《天文学杂志》, 167, 286 2 Bao, C., Ji, J., Tan, D., 等. 2025, 《天文学杂志》, 170, 26 2

Bombrun, A., Lindegren, L., Hobbs, D., 等. 2012, 《天文学与天体物理学》, 538, A77 2 Bro wn, A. G. A. 2021, 《天文学与天体物理学年度评论》, 59, 59 2 Corral-Santana, J. M., Casares, J., Mu˜noz-Darias, T., 等. 2016, 《天文学与天体物理学》, 587, A61 13 Curiel, S., Ortiz-Le´on, G. N., Mioduszewski, A. J., & Sanchez-Bermudez, J. 2022, 《天文学杂志》, 164, 93 2 Dawson, R. I., & Johnson, J. A. 2018, 《天文学与天体物理学年度评论》, 56, 175 13 de Bruijne, J. H. J. 2012, 《天体物理与空间科学》, 341, 31 17 El-Badry, K., Rix, H.-W., Cendes, Y., 等. 2023a, 《皇家天文学会月刊》, 521, 4323 2, 14 El-Badry, K., Rix, H.-W., Quataert, E., 等. 2023b, 《皇家天文学会月刊》, 518, 1057 2, 14 欧几里得合作组, Mellier, Y., Abdurro'uf, 等. 2025, 《天文学与天体物理学》, 697, A1 2 Foreman-Mackey, D., Hogg, D. W., Lang, D., & Goodman, J. 2013, 《太平洋天文学会刊》, 125, 306 16 Gai, M., Vecchiato, A., Busonero, D., 等. 2022, 《天文学与空间科学前沿》, 9, 388 2 盖亚合作组. 2020, VizieR在线数据目录, I/350 6 盖亚合作组, Prusti, T., de Bruijne, J. H. J., 等. 2016, 《天文学与天体物理学》, 595, A1 2 盖亚合作组, Vallenari, A., Brown, A. G. A., 等. 2023, 《天文学与天体物理学》, 674, A1 2, 3, 4, 15 盖亚合作组, Panuzzo, P., Mazeh, T., 等. 2024, 《天文学与天体物理学》, 686, L2 2, 14 Gardner, J. P., Mather, J. C., Abbott, R., 等. 2023, 《太平洋天文学会刊》, 135, 068001 17 Gaudi, B. S., Seager, S., Mennesson, B., 等. 2020, arXiv 电子预印本, arXiv:2001.06683 2 Ghez, A. M., Salim, S., Weinberg, N. N., 等. 2008, 《天体物理学杂志》, 689, 1044 14 Gillessen, S., Eisenhauer, F., Trippe, S., 等. 2009, 《天体物理学杂志》, 692, 1075 14 Gouda, N. 2012, 载于太平洋天文学会会议系列, 第458卷, 银河系考古学：近场宇宙学与银河系的形成, 编者 W. Aoki, M. Ishigaki, T. Suda, T. Tsujimoto, & N. Arimoto, 417 2 Gouda, N., & Jasmine团队. 2020, 载于国际天文学联合会研讨会, 第353卷, 大型巡天时代的银河系动力学, 编者 M. Valluri & J. A. Sellwood, 51 2 Hohenkerk, C. 2011, Scholarpedia, 6, 11404 4 Howell, S. B., Sobeck, C., Haas, M., 等. 2014, 《太平洋天文学会刊》, 126, 398 2 Huang, X., Ji, J., Bao, C., 等. 2025, 《天体物理学杂志》, 984, 82 2 Ji, J.-H., Li, H.-T., Zhang, J.-B., 等. 2022, 《天文学与天体物理学研究》, 22, 072003 2, 3, 17 Ji, J., Tan, D., Bao, C., 等. 2023, 《天文学与天体物理学研究》, 23, 125015 4, 6, 16 Ji, J., Li, H., Zhang, J., 等. 2024, 《空间科学学报》, 44, 193 2, 3, 4 Jiang, H., Li, D., Deng, L., 等. 2025, 载于《物理学杂志会议系列》, 第3120卷, 《物理学杂志会议系列》（IOP）, 012018 2 Jin, S., Jiang, W., & Wu, D.-H. 2024, 《天体物理学杂志增刊》, 274, 10 16 Kawata, D., Kawahara, H., Gouda, N., 等. 2023, arXiv 电子预印本, arXiv:2307.05666 2 Klioner, S. A. 2003, 《天文学杂志》, 125, 1580 8 Kovalevsky, J., & Seidelmann, P. K. 2011, 天体测量学基础（剑桥大学出版社） 17 Lindegren, L., Lammers, U., Hobbs, D., 等. 2012, 《天文学与天体物理学》, 538, A78 2 Lindegren, L., Klioner, S. A., Hern´andez, J., 等. 2021, 《天文学与天体物理学》, 649, A2 2, 3 Malbet, F., L´eger, A., Shao, M., 等. 2012, 《实验天文学》, 34, 385 2, 3 Mamajek, E., & Stapelfeldt, K. 2024, arXiv 电子预印本, arXiv:2402.12414 2 Matsumura, S., Pudritz, R. E., & Thommes, E. W. 2007, 《天体物理学杂志》, 660, 1609 13 Mayor, M., & Queloz, D. 1995, 《自然》, 378, 355 12 Mayor, M., Udry, S., Naef, D., 等. 2004, 《天文学与天体物理学》, 415, 391 13, 14 Monet, D. G., Jenkins, J. M., Dunham, E. W., 等. 2010, arXiv 电子预印本, arXiv:1001.0305 15, 16 O'Mullane, W., Lammers, U., Lindegren, L., Hernandez, J., & Hobbs, D. 2011, 《实验天文学》, 31, 215 2 Perryman, M. 2012, 《欧洲物理学杂志H辑》, 37, 745 2 Pollack, J. B., Hubickyj, O., Bodenheimer, P., 等. 1996, 《伊卡洛斯》, 124, 62 13 Rauer, H., Catala, C., Aerts, C., 等. 2014, 《实验天文学》, 38, 249 2 Remillard, R. A., & McClintock, J. E. 2006, 《天文学与天体物理学年度评论》, 44, 49 13

Ricker, G. R., Winn, J. N., Vanderspek, R. 等人。2015，《天文望远镜、仪器与系统杂志》，1，014003 2 Sahlmann, J., Lazorenko, P. F., S´egransan, D. 等人。2013，《天文学与天体物理学》，556，A133 2 Soffel, M., Klioner, S. A., Petit, G. 等人。2003，《天文学杂志》，126，2687 8 Sozzetti, A., Pinamonti, M., Damasso, M. 等人。2023，《天文学与天体物理学》，677，L15 2 Speagle, J. S. 2020，《皇家天文学会月刊》，493，3132 16 Tan, D., Ji, J., Bao, C. 等人。2024，《天文学杂志》，168，172 2, 3, 12 Taylor, J. 1997，《误差分析导论：物理测量中不确定度的研究》12 The Theia Collaboration, Boehm, C., Krone-Martins, A. 等人。2017，arXiv 电子预印本，arXiv:1707.01348 2 Thiele, T. N. 1883，《天文学新闻》，104，245 4, 8 Tinetti, G., Drossart, P., Eccleston, P. 等人。2016，载于国际光学工程学会（SPIE）会议系列，第9904卷，《2016年空间望远镜与仪器：光学、红外与毫米波》，编者 H. A. MacEwen、G. G. Fazio、M. Lystrup、N. Batalha、N. Siegler 和 E. C. Tong，99041X 2 van Leeuwen, F. 2007，《天文学与天体物理学》，474，653 2 Virtanen, P., Gommers, R., Oliphant, T. E. 等人。2020，《自然·医学》，17，261 16 Vogt, S. S., Allen, S. L., Bigelow, B. C. 等人。1994，载于国际光学工程学会（SPIE）会议系列，第2198卷，《天文学仪器学 VIII》，编者 D. L. Crawford 和 E. R. Craine，362 2 Wang, Y., Zhai, Z., Alavi, A. 等人。2022，《天体物理学杂志》，928，1 2 Yamada, Y., Fujita, S., Gouda, N. 等人。2013，载于国际天文学联合会研讨会，第289卷，《推进宇宙距离物理学》，编者 R. de Grijs，429 2