微波　　光子学表述的里德堡原子接收机　　r

David Rosser The
Aerospace Corporation
david.rosser@aero.org

arXiv:2611.27942v1 [quant-ph] 20 Nov 2026

摘要

里德堡原子接收器的性能很少用射频（RF）链路预算来表述。研究表明，该接收器是一种强度调制直接探测模拟光链路，其调制器就是激光驱动的蒸气。通过对四能级响应按原子速度进行平均，推导出热蒸气透射率的闭式表达式。转换增益、噪声系数、带宽、截点和无杂散动态范围均可由这一函数得出。对于弱探测光，瞬时带宽是双光子失谐下透明窗口宽度的一半。本地振荡器拍频使二阶截点接近本地振荡器场强的两倍，因此本地振荡器决定了偶次线性度。对于 17.04 GHz 的铷跃迁，这些闭式表达式与按速度分辨的密度矩阵模型相比，斜率和截点的误差为 1%，带宽的误差为 10%。它们对群时延的估计低了三分之一。该响应取决于原子常数，且传感体积不受 Chu极限约束。然而，热蒸气的噪声系数使其无法普遍替代天线和低噪声放大器。

1 引言

里德堡原子接收机是一种强度调制直接检测（IMDD）模拟光链路，其中激光驱动蒸气取代了调制器。这一对应关系可定量描述。输出电压是光电二极管电流流经跨阻后产生的电压；电流等于探测器响应度乘以接收光功率，而接收光功率等于发射的探测光功率乘以蒸气的透射率，$T(E_{\mathrm{RF}})$。接收机的转换增益、噪声系数、瞬时带宽、截点和无杂散动态范围（SFDR）都可由这一个函数推导得出；下文将针对热蒸气给出该函数的闭合形式。

换能器是里德堡静电计 [1, 2, 3]。弱探测激光器和强耦合激光器在热碱金属蒸气中产生电磁感应透明（EIT），从而在探测光上形成一个窄透射窗口。耦合一对里德伯态的微波场通过奥特勒–汤斯（AT）效应使该窗口分裂 [4], ，并且由于已知的偶极矩阵元可确定场强，分裂量便能以国际单位制单位反推出场强。使用射频（RF）本地

振荡器（LO）蒸气充当混频器，将弱信号转换为探测光上的中频（IF） [5, 6, 7]。演示涵盖从 1 吉赫到 500 吉赫的可溯源场测量[8, 9], 、弱场的失谐辅助测量 [10], ， 以及数字调制波形和广播波形的接收 [11, 12]。

图1 逐块绘制了两条信号链。在微波光子学的IMDD链路中[13, 14, 15, 16], 连续波激光器提供光载波，电光调制器将射频信号施加到光强上，光电二极管通过平方律探测将其恢复。在接收器中，探测激光器是载波，原子介质是调制器（其透射率

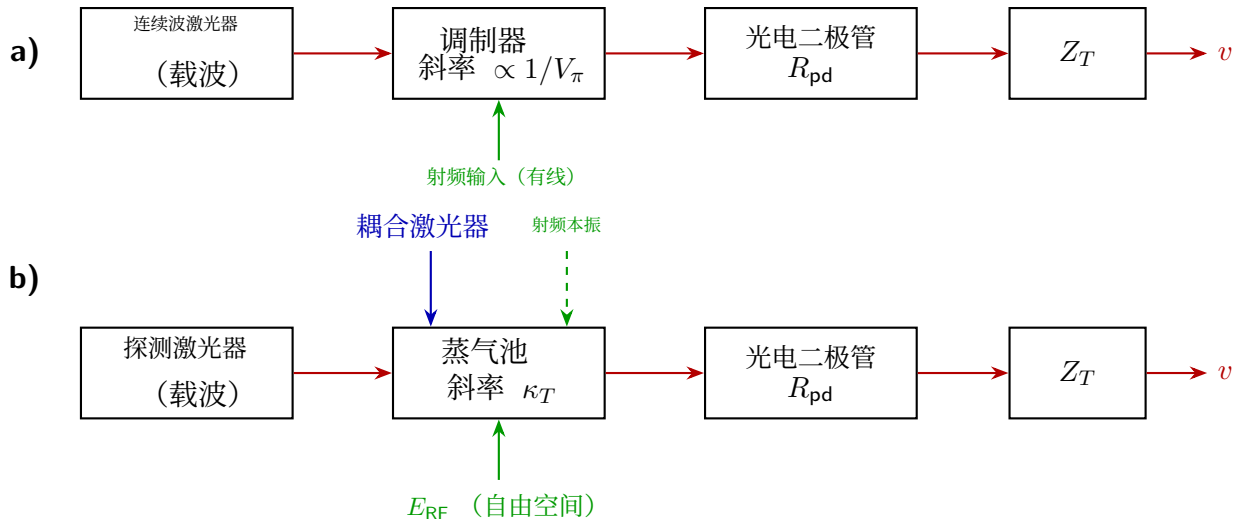

图 1：作为模拟光链路的接收器。(a) 强度调制直接检测光子链路由连续波（CW）光载波、偏置于平方和开方位置且斜率为 $\propto 1/V_\pi$ 的电光调制器，以及跨阻输入端的平方律探测组成。(b) 里德伯接收器实现了相同的三个模块。探测激光器充当载波。蒸气充当调制器，其传递特性为 $T(E_{\mathrm{RF}})$，斜率为 κ_T，偏置由射频本地振荡器设定在电磁感应透明拐点处。检测链完全相同，输出为第 $v = Z_T R_{\mathrm{pd}} P_0 T$ 节中的级联 2.1。射频信号从自由空间输入（第 2.4 节），原子常数决定斜率（第 3.5 节）。

即为调制器传输特性），而电磁感应透明与本地振荡器共同确立偏置点和调制斜率。IMDD链路的性能由到达探测器的光功率、调制器的斜率效率以及探测载波的噪声决定，同样的三个量也决定接收器的性能。无放大光子链路的噪声系数远高于电子放大器，且其无杂散动态范围受调制器曲率的限制 [13, 14]。该接收器继承了这两种限制。

接收器的两个特性在光子链路中没有对应项，也是该器件设计的动因。原子常数决定调制斜率，因此接收器能够以国际单位制 [1, 3] 为基准进行自校准。传感元件是一个亚波长体积的蒸气，既不像天线那样辐射，也不存储射频能量；电小天线的 Chu尺寸带宽极限对其不构成限制 [17, 18]。

先前对接收器的每一项分析都只涉及链路预算的一部分。Fan 等人综述了蒸气室传感器及其灵敏度极限 [2]。Cox 等人提出了电小接收器数据容量的标准量子极限，并在高达30兆赫的带宽下观测到量子极限接收 [19]。Meyer等人利用解析和半经典Floquet模型计算了场频率从1 kHz到1 THz时可达到的灵敏度，并将结果与电光传感器和天线耦合电子传感器进行了比较 [20]。Santamaria-Botello 等人和Sandidge 等人将测得的灵敏度换算为等效噪声温度，并得出结论：自由空间耦合的里德伯接收器需要场增强才能与室温电子前端竞争 [21, 22]。Wu 等人将超外差接收器的谐波和线性动态范围建模为探测光拉比频率的函数 [23], , Gon.calves 等人测量了此类接收器之一的压缩点、截点和无杂散动态范围 [24]。然而，这些处理并未给出单一表述，使射频链路预算的品质因数及其相互之间的权衡关系都能由同一个函数导出。

针对基于六波混频的接收器，也报道了双极点响应以及压缩点和三阶截点的闭式表达式 [25]。该分析未涉及二阶截点、噪声系数或无杂散动态范围。

微波光子学表征提供了这一公式体系。它引入了 IMDD 链路的链路预算形式体系，并且对于弱探测光，所有品质因数都可由热蒸气的传输函数以闭式形式推导得到。多普勒平均传输确定了透明窗口的宽度和深度，并通过线型常数确定其鉴频斜率。对于弱探测的蒸气，瞬时带宽等于双光子坐标中窗口宽度的一半，场在该坐标中穿过所有速度类。失真符合无记忆级联的特性：吸收线型的曲率决定三阶截点，而本地振荡器拍频与比尔–朗伯定律的指数函数共同决定本地振荡器场强约两倍处的二阶截点。噪声预算涵盖光子散粒噪声以及激光强度噪声和频率噪声；当探测功率较大时，如同任何直接检测链路，激光噪声项会决定实际噪声底。我们将这些闭式表达式与蒸气的速度分辨数值模型（附录 B）进行比较验证，该模型还给出了探测光饱和的影响；同时也将其与文献中报告的工作点测量结果（第 4.4节）进行比较，未使用任何拟合参数。与先前分析结果重叠的部分均与之吻合。散粒噪声极限灵敏度由参考文献中的光子散粒噪声表达式给出。 [19, 20]，折算至孔径的噪声系数则重现了参考文献中的结论，即若气室前没有场增益，单独的热蒸气无法与低噪声放大器竞争。 [21, 22]

第2 节推导 T 以及在此基础上建立的小信号模型。第3 节将噪声底置于该模型之下、将失真上限置于其上，并将两者转换为系统指标。第4 节评估一种设计，并将模型与测量结果进行比较。附录A 汇总了用于参数化 T的原子常数，附录B 介绍数值模型。

2 小信号模型

接收器的线性行为由场到电压的转换增益，以及该增益保持不变的带宽决定。两者均由蒸气的透射率决定。

2.1 接收器作为级联

后端观测量是探测光接收器跨阻 Z_T 两端的电压，而光电流等于探测器响应度乘以接收到的光功率，

$$v_{\mathrm{out}}(t) \;=\; Z_T\, i(t) \;=\; Z_T\, R_{\mathrm{pd}}\, P_{\mathrm{det}}(t), \qquad R_{\mathrm{pd}} = \frac{\eta e}{h\nu_p}, \tag{1}$$

其中， η 为探测量子效率， ν_p 为探测光频率。接收到的功率等于注入蒸气池的探测光功率 P_0 乘以原子介质的透射率，

$$P_{\mathrm{det}}(t) \;=\; P_0\, T\big(E_{\mathrm{RF}}(t);\, \nu\big), \tag{2}$$

透射率取决于所施加的射频场 E_{RF}、探测光探测介质时的光学（双光子）失谐ν ，并且由于原子相干性的响应时间有限，还取决于该场近期的历史。将（1）和（2）串联起来，

$$v_{\mathrm{out}}(t) \;=\; Z_T\, R_{\mathrm{pd}}\, P_0\, T\big(E_{\mathrm{RF}}(t)\big). \tag{3}$$

原子物理学仅通过（3）进入 T，而接收器的分析就是对这一个函数的分析。

对于工作点附近较小的场偏移 δE，输出为

$$\begin{aligned}\delta v &= Z_T\, R_{\rm pd}\, P_0\, \frac{\partial T}{\partial E_{\rm RF}}\,\delta E = Z_T\, R_{\rm pd}\, P_{\rm det}\, \kappa_T\, \delta E,\\ \kappa_T &\equiv \frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial E_{\rm RF}},\end{aligned} \tag{4}$$

它定义了分数透射响应度 κ_T（单位为 $(\mathrm{V/m})^{-1}$），这是调制器斜率效率的原子对应量。链路的场电压转换增益为

$$G_V \;=\; R_{\rm pd}\, P_{\rm det}\, \kappa_T\, Z_T \qquad [\mathrm{V/(V/m)}], \tag{5}$$

与光子链路一样，增益随探测到的光功率 $P_{\rm det}$ 成比例变化。

接收器的每项品质因数都是 T 的属性。转换增益和灵敏度取决于偏置点处它对场的一阶导数（5）。瞬时带宽和群时延取决于产生 T 的原子相干性的线性化动力学。噪声底包含所有会导致探测功率波动或模拟透射特征位移的因素（光子散粒噪声、激光强度噪声和激光频率噪声）；这些噪声均通过同一链路折算到场上（4）。压缩、截点和无杂散动态范围取决于 T 关于偏置点的高阶场导数。已知的偶极矩阵元和两个激光波长确定了 T 对场的依赖关系，无需针对参考场进行校准，这正是国际单位制溯源性的来源。

2.2 传输函数

该介质由 T 碱金属蒸气中的一个四能级系统构成 [图2(a)]。弱探测光将基态 $|1\rangle$ 与一个短寿命中间态 $|2\rangle$耦合。强耦合激光器将 $|2\rangle$ 与一个里德伯态 $|3\rangle$耦合。待测微波场将 $|3\rangle$与一个相邻的里德伯态 $|4\rangle$耦合；对于下文使用的这对态，后者的能量低 17.04 GHz。主量子数的选择共同确定射频载波（$f_{\rm RF}\propto n^{*-3}$）和耦合强度（$\mathcal{D}\propto n^{*2}$）。下文涉及的标度定律、偶极矩的角动量成分以及相干衰减率 γ_{21}，γ_{31}，γ_{41} 将在附录A中讨论。本文先处理四能级系统；当射频场关闭时，即可得到裸电磁感应透明（三能级）系统。

原子态是一个厄米矩阵 ρ，满足 $\mathrm{tr}\,\rho = 1$；其对角元素为布居数，非对角元素为相干项。作用于 i–j 跃迁的激光，其感受率正比于 ρ_{ij}。动力学 $\dot\rho = -\frac{i}{\hbar}[H,\rho] + \mathcal{L}[\rho]$ 构成一个线性状态空间模型，其中对易子表示能量守恒的耦合，而林德布拉德项则贡献线性阻尼，$\mathcal{L}[\rho]_{ij} = -\gamma_{ij}\rho_{ij}$。在旋转坐标系和旋波近似下，考虑偶极耦合 $-\mathbf{d}\cdot\mathbf{E}$，哈密顿量的非零元素为 $H_{12} = H_{21} = -\hbar\Omega_p/2$、$H_{23} = H_{32} = -\hbar\Omega_c/2$、$H_{34} = H_{43} = -\hbar\Omega_{\rm RF}/2$、$H_{22} = \hbar\Delta_p$、$H_{33} = \hbar(\Delta_p + \Delta_c)$ 和 $H_{44} = \hbar(\Delta_p + \Delta_c + \Delta_{\rm RF})$。光失谐是原子跃迁相对于激光的失谐，分别为 $\Delta_p = \omega_{21} - \omega_p$ 和 $\Delta_c = \omega_{32} - \omega_c$。射频失谐为 $\Delta_{\rm RF} = \omega_{\rm RF} - \omega_{43}$，其中 $\omega_{43} > 0$ 是 $|3\rangle$–$|4\rangle$跃迁的频率，其较低能态为 $|4\rangle$。

计算 $[H,\rho]_{ab} = \sum_k (H_{ak}\rho_{kb} - \rho_{ak}H_{kb})$ 并通过 $\dot\rho_{ab} = -\frac{i}{\hbar}[H,\rho]_{ab} + \mathcal{L}[\rho]_{ab}$ 加入阻尼后，保留探测场的一阶项，可得探测光、双光子相干项和射频相干项的运动方程，

$$\dot\rho_{21} = -(\gamma_{21} + i\Delta_p)\rho_{21} + \tfrac{i}{2}\Omega_p(\rho_{11} - \rho_{22}) + \tfrac{i}{2}\Omega_c\rho_{31}, \tag{6}$$

$$\dot\rho_{31} = -(\gamma_{31} + i\delta_2)\rho_{31} + \tfrac{i}{2}\Omega_c\rho_{21} + \tfrac{i}{2}\Omega_{\rm RF}\rho_{41}, \tag{7}$$

$$\dot\rho_{41} = -(\gamma_{41} + i\delta_3)\rho_{41} + \tfrac{i}{2}\Omega_{\rm RF}\rho_{31}, \tag{8}$$

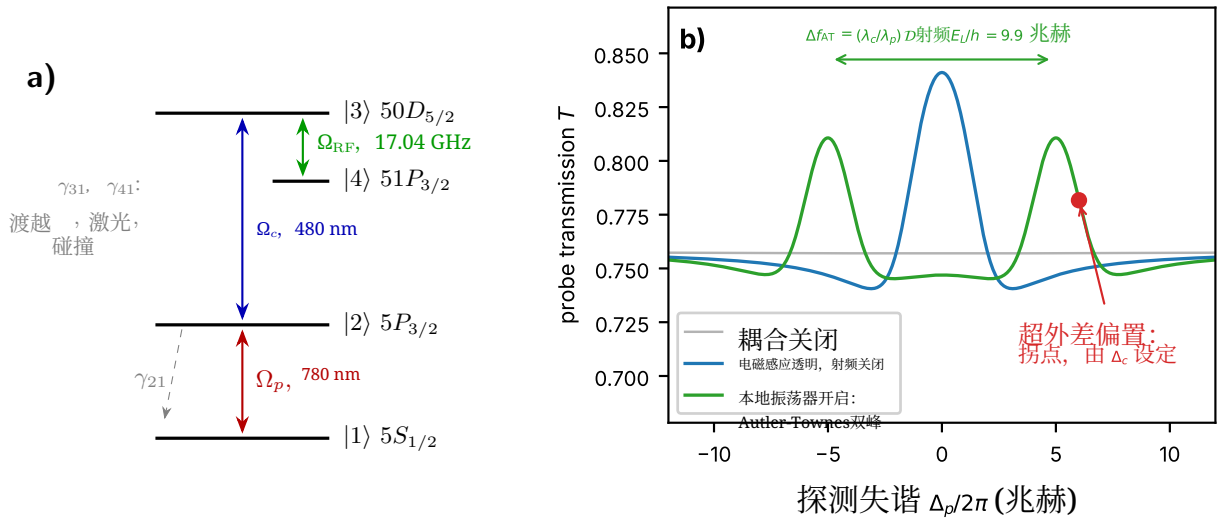

图 2：换能器及其工作点。(a) 设计示例中的四能级系统，包括光学和射频驱动，以及用于参数化 (6)–(8) 的衰减和退相干通道。$51P_{3/2}$ 态比 $50D_{5/2}$低 17.04 GHz。(b) 设计点处探测光透射率随探测失谐的变化；使用 (15) 对麦克斯韦–玻尔兹曼分布 [(12)–(14) 取平均，参数为 $\gamma_{21}/2\pi$ =3 MHz、 $\gamma_{31}/2\pi = \gamma_{41}/2\pi = 0.344$ MHz、$\Omega_c/2\pi = 3.5$ MHz 和 $d_0 = 0.28$]。曲线分别表示耦合关闭时（灰色）、射频关闭时的电磁诱导透明窗口（蓝色），以及 0.8 V/m 本地振荡器开启时的 Autler–Townes双峰（绿色）；其探测光扫描间隔为 $\Delta f_{\mathrm{AT}} = (\lambda_c/\lambda_p)\mathcal{D}_{\mathrm{RF}} E_L/h = 9.9$ MHz (26)。超外差工作方式通过耦合失谐 Δ_c设定双光子失谐，使其处于某一缀饰特征的拐点（标记点，绘于等效探测失谐 $(\lambda_c/\lambda_p)\Delta_c$处）；在该处，鉴频斜率 κ_T 最大。

单光子失谐为 Δ_p，双光子失谐为 $\delta_2 = \Delta_p + \Delta_c$，三光子失谐为$\delta_3 = \delta_2 + \Delta_{\mathrm{RF}}$。（（$-\frac{i}{2}\Omega_p\rho_{32}$ 式（7）中的项以及 $-\frac{i}{2}\Omega_p\rho_{42}$式（8）中的项均为探测场的二阶项，因此省略。）

这条链的稳态可望远镜式地化简为探测光相干性的闭合形式。由（8），$\rho_{41} = \frac{i\Omega_{\mathrm{RF}}/2}{\gamma_{41}+i\delta_3}\rho_{31}$。代入（7）后，里德堡相干性的衰减变为，

$$\gamma_{31} + i\delta_2 \;\longrightarrow\; \gamma_{31} + i\delta_2 + \frac{\Omega_{\mathrm{RF}}^2/4}{\gamma_{41} + i\delta_3}, \tag{9}$$

而（7）的稳态则给出

$$\rho_{31} = \frac{i\Omega_c/2}{\gamma_{31} + i\delta_2 + \dfrac{\Omega_{\mathrm{RF}}^2/4}{\gamma_{41} + i\delta_3}}\,\rho_{21}. \tag{10}$$

代入 将其代入弱探测极限下（6）的稳态（$\rho_{11} \approx 1$，$\rho_{22} \approx 0$），

$$(\gamma_{21} + i\Delta_p)\,\rho_{21} = \tfrac{i}{2}\Omega_p - \frac{\Omega_c^2/4}{\gamma_{31} + i\delta_2 + \dfrac{\Omega_{\mathrm{RF}}^2/4}{\gamma_{41} + i\delta_3}}\,\rho_{21}, \tag{11}$$

并合并 ρ_{21} 项，得到连分数

$$\rho_{21} = \frac{i\Omega_p/2}{(\gamma_{21} + i\Delta_p) + \dfrac{\Omega_c^2/4}{\gamma_{31} + i\delta_2 + \dfrac{\Omega_{\mathrm{RF}}^2/4}{\gamma_{41} + i\delta_3}}}. \tag{12}$$

设置 $\Omega_{\mathrm{R\ \ F}} \to 0$ 消去最内层项，并恢复三能级电磁诱导透明相干。

通过宏观极化，相干性成为可观测量。在半振幅约定 $E(t) = \frac{1}{2}E_p e^{-i\omega_p t} + \mathrm{c.c.}$ 中，极化为 $P_p = \varepsilon_0 \chi E_p$，从微观角度看，对于原子数密度 $\mathcal{N}$，有 $\frac{1}{2}P_p = \mathcal{N}\mathcal{D}_{12}\rho_{21}$。当 $E_p = \hbar\Omega_p/\mathcal{D}_{12}$ 时，

$$\chi = \frac{2\mathcal{N}\mathcal{D}_{12}\rho_{21}}{\varepsilon_0 E_p} = \frac{2\mathcal{N}\mathcal{D}_{12}^2}{\varepsilon_0\hbar}\,\frac{\rho_{21}}{\Omega_p} = \frac{i\mathcal{N}\mathcal{D}_{12}^2}{\varepsilon_0\hbar\,\mathsf{D}}, \tag{13}$$

其中 D 是式（12）的分母。探测光强度吸收系数为 $\alpha = k_p \operatorname{Im}\chi$，对于长度为 L的气室，级联（3）的透射率为

$$T = e^{-\alpha L} = \exp\!\big[-k_p L \operatorname{Im}\chi(E_{\mathrm{RF}}, \nu)\big], \tag{14}$$

其中折射相位由 $\operatorname{Re}\chi$决定。式（12）–（14）是该链路的调制器传输特性。

2.3 热蒸气窗口

在热蒸气中，传递特性是对原子速度下（12）的平均，且该平均可用闭合形式求得。对于反向传播光束，轴向速度为 v （沿耦合光方向测量）的原子所看到的探测光频率为 $\Delta_p - k_p v$ ，且所有双光子失谐量都因残余项（$k_c - k_p$）v而发生偏移，因此吸收为麦克斯韦–玻尔兹曼平均

$$\bar{\alpha}(\Delta_p, \Delta_c) = \int \frac{e^{-v^2/u^2}}{u\sqrt{\pi}} \operatorname{Re}\frac{\gamma_{21}}{\mathsf{D}(v)}\,\mathrm{d}v, \tag{15}$$

其中，$\mathsf{D}(v)$ 是（12）的分母，其中 $\Delta_p \to \Delta_p - k_p v$ 和 $\delta_{2,\ 3} \to \delta_{2,\ 3} + (k_c - k_p)v$，$u = \sqrt{2k_B T_{\mathrm{cell}}/m}$ 是气室温度 T_{cell}下的最概然速率，而 $\bar{\alpha}$ 以单一速度类的共振吸收系数 $\mathcal{N}\mathcal{D}_{12}^2 k_p/\varepsilon_0\hbar\gamma_{21}$为单位表示。均匀结构的宽度为数兆赫，而多普勒宽度达数百兆赫（$k_p u/2\pi$ =铷在 293 K 时为 303 MHz），因此麦克斯韦–玻尔兹曼权重在该结构范围内为常数。将变量换为 $x = k_p v - \Delta_p$后，每个速度类的双光子失谐变为 $\xi + rx$，其中

$$\xi \equiv \frac{\lambda_p}{\lambda_c}\Delta_p + \Delta_c, \qquad r \equiv \frac{\lambda_p}{\lambda_c} - 1, \tag{16}$$

因此，透射率仅通过以下量取决于两个激光失谐 ξ。剩余的关于 x 的积分是一个有理函数的积分，可通过留数法求解（附录 B）。关闭射频后，结果为

$$\bar{A}(\xi) = \operatorname{Re}\frac{Z}{\sqrt{Z^2 + K^2}}, \qquad Z = r\gamma_{21} + \gamma_{31} + i\xi, \qquad K^2 = r\,\Omega_c^2, \tag{17}$$

其中 $A \equiv \bar{\alpha}/\bar{\alpha}_0$ 是将吸收归一化到耦合关闭时的线心值 $\bar{\alpha}_0$，从而 $T = e^{-d_0 \bar{A}}$，且根取在右半平面。波长失配（$r = 0.625$

对于780/480 纳米阶梯）进入两次，作为附加宽度 $r\gamma_{21}$ 以及作为因子 r 作用于耦合。方程（17）将完整速度平均匹配至 4×10^{-3} 于 $\bar{A}$ 中、在设计点（附录B）。

窗口的宽度决定非线性的响应度、带宽和场尺度，其深度则决定可供读出的调制对比度。由于透射率对失谐量的依赖仅通过 ξ，固定探测光的耦合扫描与固定耦合的探测扫描描绘同一条曲线，探测失谐轴被压缩了 λ_c/λ_p。半高全宽为 W_ξ （在 ξ 中）的窗口，在探测扫描中表现为 $W_p=(\lambda_c/\lambda_p)\,W_\xi$。宽度与分裂被一同压缩，因此它们的比值不依赖于扫描方式。然而，这两种宽度在下文中作用不同。 W_p 决定静态场尺度，这些尺度以探测扫描中测得的分裂为参照，而 W_ξ 决定动力学，因为场调制使每个速度类都经过 ξ。在第4节的设计点， $W_\xi=4.11$ 兆赫和 $W_p=2.53$ 兆赫。

该深度由（17）处的 $\xi=0$决定，

$$1-\bar{A}(0)=1-\frac{1}{\sqrt{1+\mathcal{C}_D}},\qquad \mathcal{C}_D\equiv\frac{K^2}{(\mathrm{Re}\,Z)^2}=\frac{r\,\Omega_c^2}{(r\gamma_{21}+\gamma_{31})^2}, \tag{18}$$

其中， $\mathcal{C}_D$ 为多普勒合作参数，是热蒸气中单一速度类的合作参数 $\Omega_c^2/4\gamma_{21}\gamma_{31}$ 的对应量（即相干双光子耦合与其所跨越的阻尼之比）。远离双光子共振时，耦合项消失，吸收恢复到其本征值，由此定义背景光学深度

$$d_0\equiv-\ln T\Big|_{\Omega_c\to0,\ \Delta_p=0}=\mathcal{N}\sigma_0 L,\qquad \sigma_0=\frac{3\lambda_p^2}{2\pi}\,R. \tag{19}$$

单一速度类的闭合跃迁具有共振截面 $\mathcal{D}_{12}^2k_p/\varepsilon_0\hbar\gamma_{21}=3\lambda_p^2/2\pi$。多普勒平均使其降低了 $\bar{\alpha}_0\approx\sqrt{\pi}\,\gamma_{21}/k_pu\approx1.7\times10^{-2}$，而超精细结构和跃迁强度分支会进一步降低该数值。因子 $R\le1$ 汇集了这些降低因素， $R\approx10^{-2}$ 将在下文采用。在背景 $T_b=e^{-d_0}$上的透明峰 $T_{\mathrm{peak}}=e^{-d_0\bar{A}\,(0)}$ 下，对比度为

$$C_{\mathrm{EIT}}=\frac{T_{\mathrm{peak}}-T_b}{T_{\mathrm{peak}}}=1-\exp\Big\{-d_0\Big[1-\frac{1}{\sqrt{1+\mathcal{C}_D}}\Big]\Big\}. \tag{20}$$

对比度在光学深度较小时随光学深度线性增长，并随耦合通过 $\mathcal{C}_D$而增大，于 $1-e^{-d_0}$ 处饱和，仅对于 $\mathcal{C}_D\gg1$。在设计点（$\gamma_{31}/2\pi=0.344$ 兆赫， 第4节） $\mathcal{C}_D=1.55$，深度 $1-A(0)$为0.374，而对比度 $C_{\mathrm{EIT}}=0.1$ 需要 $d_0=0.28$。该光学深度在数密度 $\mathcal{N}\approx2\times10^{15}\ \mathrm{m}^{-3}$ （$\approx2\times10^{9}\ \mathrm{cm}^{-3}$）下、光程$L\approx5$ cm时达到；对此，单个共振速度类的光学深度为28。这些属于普通的热原子池条件，因此 $C_{\mathrm{EIT}}=0.1$ 是一个保守选择。将 d_0 提高到接近1会使 C_{EIT} 提高到零点几，且第2.5 节的响应度按比例增大。

2.4 场图与本地振荡器

射频场进入级联（3），通过使传输特征在频率坐标中发生位移。定义于（4）的响应度按链式法则分解为线形（鉴频器）斜率和场到频率（位移）斜率，

$$\kappa_T=\frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial E_{\mathrm{RF}}}=\underbrace{\Big(\frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial\nu}\Big)}_{\text{discriminator slope}}\ \underbrace{\frac{\partial\nu}{\partial E_{\mathrm{RF}}}}_{\text{displacement slope}}. \tag{21}$$

这两个因子均以闭合形式得出。

位移斜率是射频缀饰里德伯对的一项性质。射频场耦合 $|3\rangle$和 $|4\rangle$，拉比频率为 $\Omega_{\mathrm{RF}} = \mathcal{D}_{\mathrm{RF}} E_{\mathrm{RF}}/\hbar$，失谐为 $\Delta_{\mathrm{RF}} = \omega_{\mathrm{RF}} - \omega_{43}$（偶极矩 $\mathcal{D}_{\mathrm{RF}}$的计算见附录A）。在射频旋转参考系中，关于 $\{|3\rangle, |4\rangle\}$（称为 $|3\rangle$）的二态哈密顿量为

$$H_{34} = \hbar \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_{\mathrm{RF}}/2 \\ -\Omega_{\mathrm{RF}}/2 & \Delta_{\mathrm{RF}} \end{pmatrix}. \tag{22}$$

其本征值满足 $\det(H_{34} - \mathcal{E}\,\mathbf{1}) = 0$，即为 $(\mathcal{E}/\hbar)^2 - \Delta_{\mathrm{RF}}(\mathcal{E}/\hbar) - \Omega_{\mathrm{RF}}^2/4 = 0$，因此得到

$$\frac{\mathcal{E}_{\pm}}{\hbar} = \frac{1}{2}\Big(\Delta_{\mathrm{RF}} \pm \sqrt{\Delta_{\mathrm{RF}}^2 + \Omega_{\mathrm{RF}}^2}\Big) \equiv \frac{1}{2}\big(\Delta_{\mathrm{RF}} \pm \tilde{\Omega}\big), \tag{23}$$

其中广义拉比频率为 $\tilde{\Omega} = \sqrt{\Delta_{\mathrm{RF}}^2 + \Omega_{\mathrm{RF}}^2}$。本征矢量通过角度 θ_d将 $|3\rangle$ 和 $|4\rangle$ 混合，

$$\tan\theta_d = \frac{\Omega_{\mathrm{RF}}}{\Delta_{\mathrm{RF}}}, \qquad \sin\theta_d = \frac{\Omega_{\mathrm{RF}}}{\tilde{\Omega}}, \qquad \cos\theta_d = \frac{\Delta_{\mathrm{RF}}}{\tilde{\Omega}}, \tag{24}$$

两个缀饰态中的 $|3\rangle$成分分别为 $\cos^2(\theta_d/2)$ 和 $\sin^2(\theta_d/2)$。由于耦合激光器通过 $|3\rangle$到达里德伯流形，该成分决定两个电磁感应透明特征的相对高度，也决定其中承载更陡可读斜率的特征。

施加光学读出几何结构后，缀饰能级便表现为可观测的特征位置。双光子失谐抵消缀饰里德伯能量时，会出现电磁感应透明。平均透射仅通过 ξ (16)依赖失谐量，其缀饰特征出现在 $\xi = -\mathcal{E}_{\pm}/\hbar$处，因此，当耦合处于共振时，它们位于探测失谐 $\Delta_p = -(\lambda_c/\lambda_p)\mathcal{E}_{\pm}/\hbar$处。从物理上看，探测光会选出与单光子跃迁共振的速度类，$k_p v = \Delta_p$而该速度类剩余的双光子多普勒频移会将每个分裂压缩λ_c/λ_p。换算为普通频率，并以赫兹表示拉比频率和失谐量，$f_R \equiv \Omega_{\mathrm{RF}}/2\pi = \mathcal{D}_{\mathrm{RF}} E_{\mathrm{RF}}/h$ 和 $\delta_{\mathrm{RF}} \equiv \Delta_{\mathrm{RF}}/2\pi$，两个特征位置为

$$\nu^{(\pm)} = \frac{\lambda_c}{\lambda_p}\frac{1}{2}\Big(-\delta_{\mathrm{RF}} \pm \sqrt{\delta_{\mathrm{RF}}^2 + f_R^2}\Big), \qquad f_R = \frac{\mathcal{D}_{\mathrm{RF}}}{h} E_{\mathrm{RF}}. \tag{25}$$

在射频共振时（$\delta_{\mathrm{RF}} = 0$），峰值位于 $\nu^{(\pm)} = \pm\frac{1}{2}(\lambda_c/\lambda_p) f_R$，它们的间距即为 Autler–Townes 分裂

$$\Delta f_{\mathrm{AT}} = \nu^{(+)} - \nu^{(-)} = \frac{\lambda_c}{\lambda_p}\frac{\mathcal{D}_{\mathrm{RF}} E_{\mathrm{RF}}}{h}, \tag{26}$$

反演后即可得到以国际单位制表示的场强，

$$E_{\mathrm{RF}} = \frac{h}{\mathcal{D}_{\mathrm{RF}}}\frac{\lambda_p}{\lambda_c}\Delta f_{\mathrm{AT}}. \tag{27}$$

测得的频率分裂和两个已知的光学波长无需参考已校准射频源即可确定场强。分裂的小信号斜率

$$\kappa_\nu \equiv \frac{\partial(\Delta f_{\mathrm{AT}})}{\partial E_{\mathrm{RF}}} = \frac{\lambda_c}{\lambda_p}\frac{\mathcal{D}_{\mathrm{RF}}}{h} \qquad [\mathrm{Hz/(V/m)}], \tag{28}$$

即为 AT响应度。对于单速度（冷）样品，不存在压缩，且 $\kappa_\nu \to \mathcal{D}_{\mathrm{RF}}/h$。

对分裂进行计量读出和进行小信号接收，对这一映射提出了不同要求。弱场无法分辨双峰，此时线心透射率是一个偶函数

函数 E_{RF}，其一阶导数在零场处为零，因此直接读出对弱信号的响应仅为二阶响应。与相干接收机类似，解决方法是在射频载波处提供一个强的相位相干本地振荡器，并提取本地振荡器与信号场之间的拍频 [5]。对于 $E_S \ll E_L$的共线同偏振场，瞬时振幅为

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{RF}}(t) &= \left|E_L + E_S e^{i\Omega t}\right| = E_L\sqrt{1 + 2\frac{E_S}{E_L}\cos\Omega t + \frac{E_S^2}{E_L^2}} \\ &= E_L + E_S\cos\Omega t + \mathcal{O}\Big(\frac{E_S^2}{E_L}\Big), \end{aligned} \tag{29}$$

偏置上叠加一个偏移（中频）频率 Ω 的音调 E_L [5, 7]。该 $\mathcal{O}(E_S^2/E_L)$ 项会在第 3.3 节再次出现，成为偶次失真的主要来源。此处的 Ω 是第 H2.6 节传递函数 (Ω) 滚降时对应的调制频率。可观测量是探测光所在的单个缀饰特征峰的位移，不读取峰峰分裂。对上部特征峰的（25）式求导，

$$\frac{\partial\nu^{(+)}}{\partial E_{\mathrm{RF}}} = \frac{\lambda_c}{\lambda_p}\,\frac{1}{2}\,\frac{\partial}{\partial E_{\mathrm{RF}}}\sqrt{\delta_{\mathrm{RF}}^2 + f_R^2} = \frac{\lambda_c}{\lambda_p}\,\frac{1}{2}\,\frac{f_R}{\sqrt{\delta_{\mathrm{RF}}^2 + f_R^2}}\,\frac{\mathcal{D}_{\mathrm{RF}}}{h}, \tag{30}$$

并在本振工作点处求值，此时 $f_R = \mathcal{D}_{\mathrm{RF}}E_L/h$，而（30）式中的比值由（$\theta_d$ 24）式给出，为 sin，

$$\left.\frac{\partial\nu}{\partial E_{\mathrm{RF}}}\right|_{\mathrm{single}} = \frac{1}{2}\sin\theta_d\,\kappa_\nu, \tag{31}$$

其中因子 1 2 表示读取单个缀饰特征峰而非完整分裂时的几何关系，而 $\sin\theta_d \le 1$ 则表示由射频与本振失谐决定的缀饰态混合。两个特征峰反向移动，$\partial\nu^{(\pm)}/\partial E_{\mathrm{RF}} = \pm\frac{1}{2}\sin\theta_d\,\kappa_\nu$（（$-\delta_{\mathrm{RF}}$ 25）式中的共模项与场无关）。使用两束探测光进行差分读出，一束位于一个特征峰的外侧翼，另一束位于另一个特征峰的内侧边沿，然后将两者相减，可获得

$$\left.\frac{\partial\nu}{\partial E_{\mathrm{RF}}}\right|_{\mathrm{diff}} = \sin\theta_d\,\kappa_\nu, \tag{32}$$

两束光共有的强度噪声和频率噪声会相互抵消。两束光携带彼此独立的散粒噪声，因此，这种读出在探测功率加倍时，会将散粒噪声极限底噪降低 $\sqrt{2}$。第 4 节的预算采用单特征读出，并在括号中列出差分值。

本振振幅是一个设计变量，与混频器的本振驱动类似，它决定转换的线性度。上述单特征表达式在双峰分辨后成立。附录 B 中的数值模型表明，当$E_L \gtrsim 0.26$ 伏特/米 ($\Omega_{\mathrm{RF}}/2\pi \gtrsim 1.25\,W_\xi$) 时，外侧边缘斜率与其分辨后的数值相差不到 1%；在高于 0.4 伏特/米时，该斜率保持恒定，变化不超过 0.2%。在这个平台上，斜率不再取决于 E_L，而二阶截点则随之增大（第 3.3 节），因此单特征偏置倾向于采用较强的本地振荡器。该设计采用

$$E_L = 0.8\ \mathrm{V/m}, \tag{33}$$

远在平台区内。另一种方案是让两台激光器都保持共振，并用较弱的本地振荡器对窗口进行对称分裂，如参考文献 [7] 中的超外差演示。该分裂的斜率在探测扫描分裂为 $\Delta f_{\mathrm{AT}} \approx 0.8\,W_p$（弱探测条件下为 $E_L^\star \approx 0.16$ 伏特 / 米时达到峰值

极限值，以及工作探针强度下的 0.23 伏特/米；在该强度下，探测光将窗口展宽至$W_p = 3.5$ 兆赫），此时斜率为单特征斜率的 1.5–1.6 倍。虽然这种线中心偏置也能一阶抑制激光频率噪声（第3.1节），且所需的本地振荡器弱 11–14 分贝，但其二阶截点仅约为 $2E_L^\star$。以下闭式表达式针对单特征偏置，所引线心值则来自数值模型（附录B）。

2.5 响应度

链式法则中剩余的因子（21）是偏置处透明特征的对数斜率。对于相对高度为 C_{EIT}、全宽为 W（单位为赫兹）的特征，将其最大值写作如下形式较为方便：

$$\max_{\nu}\left|\frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial \nu}\right| = \kappa_s\,\frac{C_{\mathrm{EIT}}}{W}, \tag{34}$$

其中 κ_s 是无量纲线型常数。对于吸收背景 $T_b = e^{-d_0}$ 上高度较小的洛伦兹型透明特征，保留 C_{EIT} 的一阶项可得，

$$T(\nu) \simeq T_b\big[1 + C_{\mathrm{EIT}}\,L(\nu)\big], \qquad L(\nu) = \frac{1}{1+[2(\nu-\nu_0)/W]^2}, \tag{35}$$

对 $y \equiv 2(\nu-\nu_0)$ 求导可得

$$\frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial \nu} = \frac{C_{\mathrm{EIT}}\,L'(\nu)}{1 + C_{\mathrm{EIT}}L(\nu)}, \qquad L'(\nu) = \frac{-2y}{(1+y^2)^2}\cdot\frac{2}{W}. \tag{36}$$

对于所关注的小到中等对比度（$C_{\mathrm{EIT}} \lesssim 0.3$），分母为 $1 + \mathcal{O}(C_{\mathrm{EIT}})$，斜率的极值由 L' 决定。令 $\mathrm{d}[2y/(1+y^2)^2]/\mathrm{d}y = 0$，可得 $1 - 3y^2 = 0$，因此拐点位于 $y = 1/\sqrt{3}$，其中 $|-2y/(1+y^2)^2| = (2/\sqrt{3})/(4/3)^2 = 9/8\sqrt{3} = 0.6495$。因此

$$\kappa_s = 2\cdot\frac{9}{8\sqrt{3}} = \frac{9}{4\sqrt{3}} \simeq 1.30 \qquad \text{(Lorentzian)}. \tag{37}$$

对于色散（相位）鉴频器或导数（锁相放大器）读出，常数有所不同，但仍为 $\mathcal{O}(1)$。

热蒸气的缀饰特征不是洛伦兹型函数，但其斜率也可以写成闭合形式。对于本地振荡器共振的可分辨双峰，且 $\gamma_{41} = \gamma_{31}$，缀饰使耦合均等地分配给两个缀饰态，每个特征的形式为 (17)，其中

$$Z \to Z_\pm = r\gamma_{21} + \frac{\gamma_{31}+\gamma_{41}}{2} + i\Big(\xi \mp \frac{\Omega_{\mathrm{RF}}}{2}\Big), \qquad K^2 \to K_d^2 = \frac{K^2}{2}. \tag{38}$$

对 ξ 求导，并乘以特征的位移 $\partial\xi_+/\partial E_{\mathrm{RF}} = \mathcal{D}_{\mathrm{RF}}/2\hbar$（即式 (31) 的双光子形式），得到外侧拐点处的斜率：

$$\kappa_T = \frac{d_0}{2}\,\frac{\mathcal{D}_{\mathrm{RF}}}{\hbar}\,\frac{\Phi(K_d/\Gamma_d)}{\Gamma_d}, \qquad \Phi(k) \equiv \max_s\Big|\,k^2\,\mathrm{Im}\big[(1+is)^2+k^2\big]^{-3/2}\Big|, \tag{39}$$

与 $\Gamma_d = \mathrm{Re}\,Z_\pm$。形状函数 Φ 在弱耦合时随 $0.73\,k^2$ 增长，在强耦合时大致随 $0.31\sqrt{k}$ 增长，且没有最大值。将其写成形式 (34)，其中采用射频关闭窗口的宽度和对比度，(39) 对应于线型常数

$$\kappa_s = \frac{d_0\,\Phi(K_d/\Gamma_d)}{C_{\mathrm{EIT}}}\,\frac{2\pi W_\xi}{\Gamma_d}, \tag{40}$$

与 Γ_d 角频率。在设计点 $\kappa_s = 1.47$。它大于洛伦兹型数值，因为多普勒平均窗口的边缘比宽度相同的洛伦兹型函数更陡（射频关闭窗口本身为 $\kappa_s = 1.97$），而在两个缀饰态之间分配耦合 $K_d^2 = K^2/2$，会使每个特征变得更窄但更浅，从而降低该常数。在 $\Omega_c/2\pi = 1.5$–7 兆赫和 $\gamma_{31}/2\pi = 0.3$–1.5 兆赫范围内，该常数为 0.8 至 3.0。

两个因子均具有闭合形式，因此响应度可直接组装。将（34）中的$W = W_p$代入，其中宽度取自定义 κ_ν 所在的坐标，并将（31）代入链式法则（21），即可得到超外差响应度；其偏置点位于所选缀饰特征 [图 2（b）]，

$$\kappa_T = \kappa_s \, \frac{C_{\mathrm{EIT}}}{W_p} \cdot \frac{\sin\theta_d}{2} \, \kappa_\nu \qquad [(\mathrm{V/m})^{-1}], \tag{41}$$

其中 κ_s 来自（40），对于差分读出（32），取 $\sin\,\theta_d/2 \to \sin\theta_d$。方程（41）是链路的调制斜率，将其代入（5）后，即完成了从场到输出电压的小信号级联。

在光学深度固定时，斜率随耦合强度单调上升，因为在（39）中Γ_d 不依赖于 Ω_c，$K_d \propto \Omega_c$，而 Φ 没有最大值。实际上，可用的耦合激光功率决定了耦合拉比频率（EIT读出的最佳激光参数见参考文献 [26]）。然而，（39）是弱探测斜率。在使散粒噪声底最小的探针强度下，$\Omega_p \approx 0.9\,\Omega_c$，附录 B 中的林德布拉德主方程给出的结果约为其一半，因此工作斜率可写为 $\mathcal{S}\kappa_T$ 其中 $\mathcal{S} \approx \frac{1}{2}$。

2.6 动力学

级联的电子学（3）具有宽带特性，因此接收器的速度取决于 T自身的变化速率，也就是原子相干性跟随场变化的速率。对于单一速度类，这一机制最为清晰。在超外差体制下，射频场会使电磁感应透明共振发生位移（使双光子失谐按比例随场变化），$\delta(t) = \delta_b + s\,\delta E(t)$，其中$s = \mathcal{D}_{\mathrm{RF}}\sin\theta_d/2\hbar$ 是双光子坐标中的位移斜率（31），而 $\delta E(t) = \delta E\, e^{i\Omega t}$是偏置 δ_b附近的小信号。将 $\rho = \rho^{(0)} + \delta\rho$ 代入（6）–（7），并保留一阶项，静态探测驱动 Ω_p 会消去；又因为 δ 与 ρ_{31}相乘，场调制表现为双光子相干性的一个信号源，

$$\delta\dot\rho_{21} = -(\gamma_{21} + i\Delta_p)\,\delta\rho_{21} + \tfrac{i}{2}\Omega_c\,\delta\rho_{31}, \tag{42}$$

$$\delta\dot\rho_{31} = -(\gamma_{31} + i\delta_b)\,\delta\rho_{31} + \tfrac{i}{2}\Omega_c\,\delta\rho_{21} \underbrace{-\,i\rho_{31}^{(0)}\,s\,\delta E(t)}_{\text{field drive}}. \tag{43}$$

对于调制，$\propto e^{i\Omega t}$ 第一个方程给出 $\delta\rho_{21} = \frac{i\Omega_c/2}{\gamma_{21}+i\Delta_p+i\Omega}\,\delta\rho_{31}$，将其代入第二个方程后，这两个方程便归结为双光子相干性，

$$\Big[\, i\Omega + \gamma_{31} + i\delta_b + \underbrace{\frac{\Omega_c^2/4}{\gamma_{21} + i\Delta_p + i\Omega}}_{\text{optical coherence}} \Big]\delta\rho_{31} = -i\rho_{31}^{(0)}\,s\,\delta E. \tag{44}$$

透射率遵循光学相干，因此在工作偏置下，传递函数$\delta T(\Omega) = \kappa_T\,H(\Omega)\,\delta E$是该括号内表达式的倒数再乘以 $\gamma_{21} + i\Delta_p + i\Omega$，并以其直流值归一化。偏置失谐 δ_b 会使慢极点沿虚轴移动，导致本地振荡器的上、下边带感受到不同的带宽（附录 B）。暂且不考虑这一点，令

$\Delta_p = 0$，该乘积是关于 $i\Omega$ 的二次式，而 H 是双极点响应，

$$H(\Omega) = \frac{\lambda_- \lambda_+}{(\lambda_- + i\Omega)(\lambda_+ + i\Omega)}, \tag{45}$$

其极点满足 $(i\Omega + \gamma_{31})(i\Omega + \gamma_{21}) + \frac{1}{4}\Omega_c^2 = 0$，在 $i\Omega \to -\lambda$ 条件下可写为

$$\lambda^2 - (\gamma_{21} + \gamma_{31})\lambda + \left(\gamma_{21}\gamma_{31} + \frac{\Omega_c^2}{4}\right) = 0, \qquad \lambda_\pm = \frac{(\gamma_{21} + \gamma_{31}) \pm \sqrt{(\gamma_{21} - \gamma_{31})^2 - \Omega_c^2}}{2}. \tag{46}$$

这些是受驱动三能级系统两个正则模（亮极化激元和暗极化激元）的衰减率；它们也是决定该速度类吸收谱线形状的同一组根。当 $\Omega_c < \gamma_{21} - \gamma_{31}$时，它们为实数，分别对应一个快速模 $\lambda_+ \approx \gamma_{21}$ 和一个慢速模；对于 $\Omega_c \ll \gamma_{21} - \gamma_{31}$ 和 $\gamma_{31} \ll \gamma_{21}$，慢速模为

$$\lambda_- \simeq \gamma_c \equiv \gamma_{31} + \frac{\Omega_c^2}{4\gamma_{21}} = \frac{\Gamma_{\mathrm{EIT}}}{2}, \qquad \Gamma_{\mathrm{EIT}} = \frac{\Omega_c^2}{2\gamma_{21}} + 2\gamma_{31} = \frac{\Omega_c^2}{\Gamma_e} + 2\gamma_{31}, \tag{47}$$

一个速度类的电磁感应透明谱线宽度 [27, 28], 其中 $\Gamma_e \equiv 2\gamma_{21}$ 为中间态的自然线宽。（当 $\Omega_c = \gamma_{21} - \gamma_{31}$ 时，极点为复数，该速度类的谱线分裂为 Autler–Townes双峰 [4]。）在弱耦合下，慢速模主导响应，

$$H(\Omega) \simeq \frac{1}{1 + i\Omega/\gamma_c}, \qquad \tau_g(0) = \frac{1}{\lambda_-} + \frac{1}{\lambda_+} \simeq \frac{1}{\gamma_c}, \tag{48}$$

光学相干跟随双光子相干性的绝热极限。快速模态使时延增加 $1/\lambda_+ \approx 1/\gamma_{21}$，并使滚降在 γ_{21} 以上变得更陡。

在蒸气中，每个速度类都受到相同的 ξ调制，测得的透射率是各速度类响应的平均值。因此，ξ 中平均窗口的宽度取代了单个速度类的线宽；单极点形式（48）在 $\gamma_c \to \pi W_\xi$条件下仍近似适用。半功率频率，即 $|H|^2 = [1 + (\Omega/\gamma_c)^2]^{-1} = \frac{1}{2}$，为

$$f_{3\mathrm{dB}} = \frac{\gamma_c}{2\pi} = \frac{W_\xi}{2}, \tag{49}$$

而 H 的相位给出群时延

$$\tau_g(\Omega) = -\frac{\mathrm{d}\arg H}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{1/\gamma_c}{1 + (\Omega/\gamma_c)^2}, \qquad \tau_g(0) = \frac{1}{\pi W_\xi}. \tag{50}$$

对于弱探测光，附录 B 中的数值模型对这一带宽的计算结果误差在 10% 以内，但给出的时延长 50%；文中将这一差异归因于速度类的叠加。随后，围绕本地振荡器的双边中频通带范围为 $\approx W_\xi$。然而，这一规律在强探测下并不成立。在第 4 节所述的工作探针强度下，探测光使窗口展宽至 $W_\xi = 5.7$ 兆赫，而带宽降至 1.6 兆赫，仅为展宽后窗口宽度的一半的 0.57 倍；这一损失归因于饱和。

该延迟限制了快速跳频和去啁啾的灵活性，因为工作点无法重新调谐，场的跟踪速度也不能快于 $\sim 1/\pi W_\xi$；而且，工作点发生较大变化时，稳定下来所需的时间还会更长（见第 4.4节）。瞬时带宽也不能与调谐覆盖范围混淆；通过选择 n [8]，单个气室的调谐覆盖范围可从 1 吉赫延伸至 500 吉赫。接收器在载波选择方面具有宽带特性，但在瞬时响应方面属于窄带接收器。宽度超过窗口的信号需要使用多条里德堡谱线或本振音梳，因为单个 EIT 共振无法一次性捕获该信号。超出单个窗口的接收器已实现 10 至 210 兆赫的带宽，可采用频率梳探测光 [29], 六波混频 [30], 人工设计的多重缀饰态 [31], 或由蒸气室组成的斯塔克梳阵列 [32], ；单窗口接收机则在第 49节中与之进行比较（见第 4.4节）。

3 灵敏度与动态范围

接收器的可用范围介于噪声底和失真上限之间。这两者都是 T 以及光载波的属性，并且都会转化为接收机工程中的功率折算惯例和级联预算。本节中的表达式具有一般性，第 4节将对其进行评估。

3.1 噪声底

级联（3）通过平方律探测，从较大的光载波中恢复微弱调制，因此载波的波动决定了灵敏度，这与模拟光链路中的情况相同。每种噪声贡献均表示为噪声等效场（NEF），即在 1 赫兹带宽内产生单位信噪比的正弦信号的均方根场；具体做法是通过信号电流将光电流噪声折算为场 $i_{\mathrm{sig}} = R_{\mathrm{pd}} P_{\mathrm{det}}\, \kappa_T\, \delta E$ （4）。

不可避免的光学噪声项是探测载波上的散粒噪声。平均值为 $i_{\mathrm{dc}} = R_{\mathrm{pd}} P_{\mathrm{det}}$ 的电流具有单边肖特基谱密度 $S_i = 2e\, i_{\mathrm{dc}}$，因此

$$\mathrm{NEF}_{\mathrm{PSN}} = \frac{\sqrt{2e\, R_{\mathrm{pd}} P_{\mathrm{det}}}}{R_{\mathrm{pd}} P_{\mathrm{det}}\, \kappa_T} = \frac{1}{\kappa_T}\sqrt{\frac{2h\nu_p}{\eta P_{\mathrm{det}}}}, \tag{51}$$

使用 $R_{\mathrm{pd}} = \eta e / h\nu_p$ （1）中的结果。它仅随探测功率的平方根增长而改善，这是 IMDD 链路的典型标度关系。

探测光的相对强度噪声，

$$\mathrm{RIN}(f) \equiv \frac{S_{\Delta P}(f)}{\langle P \rangle^2} \qquad [\mathrm{Hz}^{-1}], \tag{52}$$

产生光电流谱密度 $i_{\mathrm{dc}}^2 \mathrm{RIN}$，该光电流谱密度在探测器处与透射率调制无法区分。通过相同的信号电流折算，并在本地振荡器将信号转换到的中频偏移 Ω 处进行评估，

$$\mathrm{NEF}_{\mathrm{RIN}} = \frac{\sqrt{\mathrm{RIN}(\Omega)}}{\kappa_T}. \tag{53}$$

与（51）不同，该噪声底不会随 P_{det}而改善。提高载波功率只会降低散粒噪声等效噪声场，直到两项相交为止，此时为

$$P_{\mathrm{det}}^{\star} = \frac{2h\nu_p}{\eta\, \mathrm{RIN}(\Omega)}, \tag{54}$$

因此，当探测光相对强度噪声低于散粒噪声等效值 RIN 时，它的影响可以忽略$^{\mathrm{eq}} = 2h\nu_p / \eta P_{\mathrm{det}}$。光子链路中常用的两种补救方法同样适用 [13, 14]。可以将中频设在激光相对强度噪声的 $1/f$ 拐点之外，并避开其弛豫振荡峰。与基带工作相比，这能带来数十分贝的优势；再加上线性偏置，这是外差读出的主要优势之一 [7]。由于相对强度噪声会乘性地作用于载波，因此对于来自同一光束的信号光电二极管和参考分光支路，它也属于共模噪声，所以平衡探测或主动强度稳定可将其抑制 20–30 分贝。耦合激光器相对强度噪声通过窗口的深度和宽度以一阶效应进入，其中，对于弱探测光，$\mathrm{d}\ln T / \mathrm{d}\ln P_c = 0.04$；在工作探针强度下为 0.02（附录B），比探测光对应的单位系数低 28 至 34 分贝。本地振荡器上的幅度噪声也通过相同的平方律途径进入。其调幅边带

在中频处调制偏置，并对单边相对幅度噪声谱密度 S_{AM} 产生 $\mathrm{NEF}_{\mathrm{LO}} = E_L\sqrt{S_{\mathrm{AM}}(\Omega)}$（其值为单边带电平的两倍，单位为 dBc/Hz）。

频率噪声会通过鉴频器本身进入系统，因为鉴频器会将激光器与原子谱线特征之间的任何相对涨落转换成表观信号。相关涨落是两个激光频率的组合，该组合进入 ξ (16)，并以探测扫描为参照，$\delta\nu = \delta\nu_p + (\lambda_c/\lambda_p)\,\delta\nu_c$。它与场涨落 $\delta\nu/(\partial\nu/\partial E_{\mathrm{RF}})$ 无法区分，因此

$$\mathrm{NEF}_{\mathrm{FM}} = \frac{\sqrt{S_\nu(\Omega)}}{\frac{1}{2}\sin\theta_d\,\kappa_\nu}, \tag{55}$$

其中 S_ν 是在中频处 $\delta\nu$ 的单边谱密度。自由运转激光器的带内频率噪声比此处相关的噪声水平高出数个数量级，会主导噪声预算。因此，文献 [7]中的超外差测量将两台激光器都锁定到一个高精细度腔。S_ν 的慢速分量会使窗口展宽。在第 2.4 节所述的线中心偏置下，透射率对两个激光频率均保持稳定，因此，(55) 的一阶项为零（附录 B）。

合并各项后，独立噪声以平方和开方的方式相加，

$$\mathrm{NEF}^2_{\mathrm{tot}} = \frac{1}{\kappa_T^2}\left[\frac{2h\nu_p}{\eta P_{\mathrm{det}}} + \mathrm{RIN}(\Omega)\right] + \mathrm{NEF}^2_{\mathrm{FM}}, \tag{56}$$

探测器暗电流和跨阻级的输入噪声会在此基础上增加除以（$R_{\mathrm{pd}}P_{\mathrm{det}}$）^{2}的项。这些项可通过增大载波功率来抑制；在载波功率较低时，则可通过提高跨阻来抑制（第 4 节）。

3.2 基本噪声极限

在这些技术噪声极限之下，是原子级本身的投影噪声，即非纠缠系综的标准量子极限（SQL）[33, 34]。每个原子均作为一次投影式二能级测量读出，其结果概率为 $p(\phi) = \frac{1}{2}(1+\cos\phi)$，其中 $\phi = 2\pi\nu_s T_2$ 是在场引起的频移下、经过相干时间累积的相位。每个原子、每次测量的费 Fisher 信息为 $(\partial_\phi p)^2/p(1-p) = 1$，与 ϕ 无关，因此对于 N 个原子和 T'/T_2 次测量，Cramér–Rao 界给出

$$\Delta\nu_{s,\min} = \frac{1}{2\pi\sqrt{N\,T_2\,T'}}, \tag{57}$$

并转换为单位带宽（$T' = 1$ 秒）内的场，

$$\mathrm{NEF}_{\mathrm{SQL}} = \frac{\hbar}{\mathcal{D}_{\mathrm{RF}}\sqrt{N\,T_2}}. \tag{58}$$

请注意，N 统计了探测体积内的所有原子。有些作者只统计参与测量的原子，或者用 h 代替 $\hbar$ 来表示该极限，而第 4.2 节比较了这些惯例。

工作噪声底与该极限之比表明灵敏度损失发生在哪里。工作斜率为 $\mathcal{S}\kappa_T$ 的 (41) 处的散粒噪声底 (51) $\mathcal{S}\kappa_T$ 与 58) 之比不包含偶极矩，

$$\mathcal{R} \equiv \frac{\mathrm{NEF}_{\mathrm{PSN}}}{\mathrm{NEF}_{\mathrm{SQL}}} = \frac{2\pi W_p T_2}{\mathcal{S}\,\kappa_s\,C_{\mathrm{EIT}}\,\frac{1}{2}\sin\theta_d\,(\lambda_c/\lambda_p)}\sqrt{\frac{2N}{N_{\mathrm{ph}}}}, \tag{59}$$

其中 $N_{\mathrm{ph}} = \eta P_{\mathrm{det}} T_2 / h\nu_p$ 是相干时间内探测到的光子数。差距由四个因素构成。窗口宽度以相干时间为单位的贡献为 $2\pi W_p T_2$，斜率几何$[\kappa_s C_{\mathrm{EIT}} \frac{1}{2} \sin\,\theta_d(\lambda_c/\lambda_p)]^{-1}$、探测光饱和 $1/\mathcal{S}$以及原子–光子比 $\sqrt{2N/N_{\mathrm{ph}}}$。只有缩窄窗口、使对比度接近 1，并采用投影读出，才能消除差距 [20, 21, 35, 36]。阶梯型电磁诱导透明的吸收式读出无法达到该极限，因为存在吸收损耗 [26]。采用激光冷却原子的外差式电场计已达到其投影极限的 2.6 倍 [37]。

环境的黑体场设定了一个与传感器无关的噪声底。根据环境温度 T_{amb} and$w = \varepsilon_0 \langle E^2 \rangle$下的普朗克能量密度 $w_\nu = (8\pi h\nu^3/c^3)/(e^{h\nu/k_B T_{\mathrm{amb}}} - 1)$，平方场的单边谱密度为

$$S_E(\nu) = \frac{w_\nu}{\varepsilon_0} \xrightarrow[h\nu \ll k_B T_{\mathrm{amb}}]{} \frac{8\pi\nu^2 k_B T_{\mathrm{amb}}}{\varepsilon_0 c^3}, \tag{60}$$

因此，测量一个笛卡尔分量的传感器所感受到的

$$\mathrm{NEF}_{\mathrm{th}} = \sqrt{\frac{S_E}{3}} = \sqrt{\frac{8\pi k_B}{3\varepsilon_0 c^3}}\, \nu \sqrt{T_{\mathrm{amb}}}. \tag{61}$$

这就是场域奈奎斯特定理 [38] ，也是参考文献 [21]，中卡伦–韦尔顿表达式的热极限；在室温下，只有当频率高于 ≈4 THz 时，微波真空项才会超过它。在超外差工作方式中，两个边带的热场都会折叠到中频，使单边带信号的噪声底升高 $\sqrt{2}$ 。热噪声底不同于原子投影极限 [33, 39]。对于任意噪声底，带宽为 B 时的最小可检测信号为 MDS =NEF$\sqrt{B}$。 —

3.3 失真

接收器的有效范围受失真的上限限制，而 T 的高阶场导数描述了这种失真。从气室中的场到透射功率的转换是一个无记忆级联，其中每一级都有其自身的非线性。本地振荡器与信号之间的拍频形成原子所感受到的振幅。该振幅会移动缀饰特征。吸收线型将位移转换为光学深度，而比尔–朗伯定律的指数函数 $T = e^{-d_0 \bar{A}}$ 则将光学深度转换为透射率。这一处理采用标准的无记忆传递特性的微扰展开 [40, 41], ，并逐级应用。

第一级是拍频（29）。将以本地振荡器为参考的复信号包络 $\tilde{e}\,(t)$ 展开到二阶，原子所感受到的振幅为

$$\left|E_L + \tilde{e}(t)\right| = E_L + \mathrm{Re}\,\tilde{e} + \frac{(\mathrm{Im}\,\tilde{e})^2}{2E_L} + \mathcal{O}\Big(\frac{|\tilde{e}|^3}{E_L^2}\Big). \tag{62}$$

同相分量线性通过，而正交分量出现在二阶项中。使接收器线性化的本地振荡器混频，同时也会将信号与其自身进行混频。

第二阶段是线性的。缀饰能级（23）包含了里德伯原子对的共振耦合，无需近似，因此探测到的特征每单位场移动 $\frac{1}{2}\kappa_\nu$ （31）。与其他里德伯能级的非共振耦合会引入二次式交流斯塔克频移；对于该设计示例中的原子对，在 0.3 伏特/米时，频移约为 2 千赫，比窗口宽度低三个数量级，二阶截点约为 460 伏特/米（附录A）。以下将忽略这一影响。

吸收线型与指数函数最好一并处理。关于偏置，透射率的对数是经由线性映射所见的吸收线型，$\ln[T(E_L +$

$\delta E)/T(E_L)] = \kappa_T\,\delta E + \tfrac{1}{2}g_2\,\delta E^2 + \tfrac{1}{6}g_3\,\delta E^3 + \cdots$，其中$g_n = -d_0\,\partial^n \bar{A}/\partial E^n$与 δE为振幅相对于 E_L 的偏移。超外差偏置是吸收的拐点 $g_2 = 0$，此处 κ_T 达到最大，取指数后得到

$$\frac{T(E_L+\delta E)}{T(E_L)} = 1 + \kappa_T\,\delta E + \tfrac{1}{2}\kappa_T^2\,\delta E^2 + \tfrac{1}{6}\big(g_3 + \kappa_T^3\big)\delta E^3 + \mathcal{O}(\delta E^4). \tag{63}$$

在该偏置下，吸收线型仅包含奇次项，而指数函数还会引入偶次项 $\tfrac{1}{2}\kappa_T^2$。其三次项 κ_T^3 在设计点处比 g_3 小三个数量级，因此可以忽略。

对于两个等幅双音 $\delta E = A(\cos\omega_1 t + \cos\omega_2 t)$，三次系数 a_3 会在 $2\omega_1 - \omega_2$ 处产生带内产物，其振幅为 $\tfrac{3}{4}|a_3|A^3$；在弱非线性区，基波的振幅为 $a_1 A$。将二者外推至相等时，定义为输入截点。令 $a_1 = \kappa_T$ 和 $a_3 = g_3/6$，

$$A_{\mathrm{IIP3}} = \sqrt{\frac{4a_1}{3|a_3|}} = \sqrt{\frac{8\kappa_T}{|g_3|}} = \frac{1}{\nu_1}\sqrt{8\,\big|f'/f'''\big|}, \tag{64}$$

其中，f 是吸收特征的形状，$\nu_1 = \tfrac{1}{2}\kappa_\nu$ 是位移斜率。f 的自然坐标是以射频关闭窗口半宽为单位的失谐，即 $y = (\nu-\nu_0)/(W_p/2)$。由于该特征每单位场移动 $\tfrac{1}{2}\kappa_\nu$，因此 y 的一个单位对应的场为

$$\Delta E_\Gamma = \frac{W_p}{\kappa_\nu}, \tag{65}$$

使分裂变化一个窗口全宽，并且

$$A_{\mathrm{IIP3}} = \beta\,\Delta E_\Gamma, \qquad \beta = \sqrt{8\,\big|f'/f'''\big|}\,\Big|_{y_b}, \tag{66}$$

其中导数是相对于偏置 y_b 处的 y 求取的。形状常数 β 在失真中的作用，相当于斜率中的 κ_s。对于洛伦兹特征，$f(y) = 1/(1+y^2)$ 在其拐点 $y_b = 1/\sqrt{3}$ 处偏置，其中

$$f'(y_b) = -\frac{2y_b}{(1+y_b^2)^2} = -\frac{9}{8\sqrt{3}}, \qquad f'''(y_b) = \frac{24y_b(1-y_b^2)}{(1+y_b^2)^4} = \frac{81}{16\sqrt{3}}, \tag{67}$$

因此 $|f'/f'''| = 2/9$ 且 $\beta = 4/3$。将相同的构造应用于热蒸气的缀饰特征（38），在设计点处得到 $\beta = 1.37$，而 β 在差分读出（32）中保持不变，其中每个特征仍以 $\tfrac{1}{2}\kappa_\nu$ 移动。

单音压缩可由同一个三次多项式推出。$a_1\,\delta E + a_3\,\delta E^3$ 对于 $\delta E = A\quad \omega t\quad a_1 A + \tfrac{3}{4}a_3 A^3$ 1 20 10[1 −cos 的基波为，而对于压缩符号，-分贝点 $\tfrac{3}{4}|a_3/a_1|A_{1\mathrm{dB}}^2] = -1$ 满足 log，因此

$$\frac{A_{1\mathrm{dB}}}{A_{\mathrm{IIP3}}} = \sqrt{1 - 10^{-1/20}} = 0.330, \tag{68}$$

任何无记忆三次前端的 9.6 分贝回退量 [41, 42]。

偶次失真来自拍频和指数函数。对于音调幅度为A的两个音调，式（62）的差频项振幅为 $A^2/2E_L$，并经过斜率 κ_T；而式（63）的二次项则在相同频率上增加了 $\tfrac{1}{2}\kappa_T^2 A^2$。令两者之和等于基波 $\kappa_T A$，即可得出差频产物的截点：

$$A_{\mathrm{IIP2}} = \frac{2E_L}{|1+\kappa_T E_L|}, \tag{69}$$

其中 κ_T 带符号。在透射率随场增强而上升的边缘处，两项相加；在透射率下降的边缘处，两项则部分抵消。在和频处，拍频项改变符号，因此该产物的截点为 $2E_L/|1-\kappa_T E_L|$，而单音的二次谐波具有其两倍的截点。对于$|\kappa_T|E_L \ll 1$，两个双音截距均为 $2E_L$，由拍频决定；在上升边缘处，随着驱动增强，差频截点趋近于由指数函数决定的上限 $2/|\kappa_T|$ 。本地振荡器决定接收器的偶次线性度，其作用类似于混频器的本地振荡器驱动，因此在单特征偏置下，较强的本地振荡器更有利。对于低于$A_{\mathrm{IIP3}}^2/A_{\mathrm{IIP2}}$的所有音调幅度，二阶产物都强于三阶产物。若中频带窄于一个倍频程，两个二阶产物均落在带外，此时无杂散动态范围由线形决定；而基带或更宽的中频带则受二阶无杂散动态范围限制。

3.4 无杂散动态范围

截点和噪声底通过对数坐标轴上的标准构造，共同形成接收器的无杂散窗口 [13, 41]。输入功率和输出功率以分贝表示时，基波的斜率为 1，$P_{\mathrm{fund}} = P_{\mathrm{in}} + G$，而三阶产物经过截点时的斜率为 3，$P_{\mathrm{im3}} = 3(P_{\mathrm{in}} - P_{\mathrm{IIP3}}) + (P_{\mathrm{IIP3}} + G)$。产物达到输出噪声底 P_N 时，在$P^{\star}_{\mp} = P_{\mathrm{IIP3}} + \frac{1}{3}($ $P_N - P_{\mathrm{IIP3}} - G)$，此时基波高于噪声底

$$\mathrm{SFDR} = (P_{\mathrm{in}}^{\star} + G) - P_N = \tfrac{2}{3}\big(P_{\mathrm{IIP3}} - P_{\mathrm{MDS}}\big) \tag{70}$$

，其间距为 $P_{\mathrm{MDS}} = P_N - G$ 输入折算噪声底。以场单位表示时，功率为场振幅的 $20\log_{10}$。截点是每个音调的峰值振幅，而 NEF 是均方根密度，因此，1 Hz 带宽噪声底处的音调振幅为 $\sqrt{2}\mathrm{NEF}_{\mathrm{tot}}$，并且

$$\mathrm{SFDR} = \tfrac{2}{3}\left[20\log_{10}\!\left(\frac{A_{\mathrm{IIP3}}}{\sqrt{2}\,\mathrm{NEF}_{\mathrm{tot}}}\right)\right] \qquad [\mathrm{dB}\cdot\mathrm{Hz}^{2/3}]. \tag{71}$$

当二阶产物落在带内时，二阶无杂散动态范围为 $\frac{1}{2}\times 20\log_{10}(A_{\mathrm{IIP2}}/\sqrt{2}\,\mathrm{NEF}_{\mathrm{tot}})$ 分贝·$\mathrm{Hz}^{1/2}$。带宽为 B 时的线性动态范围以相同方式比较振幅，即 $20\log_{10}(A_{1\mathrm{dB}}/\sqrt{2}\mathrm{NEF}\sqrt{B})$。

3.5 噪声系数与楚极限

要与传统前端进行比较，必须将场折算灵敏度转换为接收机工程中采用的功率折算惯例。噪声系数是相对于信号源在 $T_0 = 290$ K [43, 44], 时的可用功率定义的，而原子响应的是场，因此这种转换需要用到收集面积。均方根场为 E 的平面波通过参考孔径 A_{ref} 传递的功率为

$$P = \frac{E^2 A_{\mathrm{ref}}}{\eta_0}, \qquad \eta_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} \approx 376.7\ \Omega, \tag{72}$$

并通过同一孔径折算噪声等效场（NEF）[2]，可得等效噪声温度和噪声系数

$$T_e = \frac{\mathrm{NEF}^2 A_{\mathrm{ref}}}{\eta_0 k_B}, \qquad \mathrm{NF} = 10\log_{10}\left(1 + \frac{T_e}{T_0}\right). \tag{73}$$

口径是一种核算约定。原子采样的是局部场，因此场域信噪比

$$\mathrm{SNR} = \left(\frac{E_{\mathrm{RF}}}{\mathrm{NEF}\sqrt{B}}\right)^2 \tag{74}$$

与 A_{ref} 无关，只有以功率为参考的量会受其影响。报告里德堡接收器的噪声系数时，应注明其口径，并同时报告式 (74)。下文采用两种约定。一种是固定物理面积（$A_{\mathrm{ref}} = 1\ \mathrm{cm}^2$, , 与蒸气气室的横截面相当）。另一种是短偶极子的有效口径，$3\lambda^2/8\pi$ (0.369 cm^2，在 17.04 GHz 下)，为各向同性口径的 $3/2\ \lambda^2/4\pi$ (0.246 cm^2，在 17.04 GHz 下)。偶极子口径适用于读取单个场分量的传感器，因为将热场 (61) 经由该口径换算后可得 $T_e = T_{\mathrm{amb}}$。采用该口径时，式 (73) 即为参考文献 [21], 中的换算方式，其中灵敏度表示场振幅（在 10 GHz 下，1.25 $\mu\mathrm{V\ m^{-1}\ Hz^{-1/2}}$ 对应 16 100 K；若将相同数值视为均方根密度，则对应 32 200 K）。振幅读数还以 0.1 分贝的精度再现了参考文献 [22] 中针对 10.22 GHz 下 23 和 1.58 $\mu\mathrm{V\ m^{-1}\ Hz^{-1/2}}$ 所报告的 42.44 和 19.23 分贝噪声系数。无论采用哪种口径，热蒸气的噪声都比低噪声放大器高出数十分贝（第 4 节），与未经放大的 IMDD光子链路处于同一频段 [13, 14]。

半径为 a 的电小天线满足其辐射品质因数的 Chu–Wheeler界限 [17, 18, 45],

$$Q \gtrsim \frac{1}{(ka)^3} + \frac{1}{ka}, \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \tag{75}$$

因此，匹配小天线必须具备窄带、损耗，或同时具备二者。该界限计算了最低阶球模近场中储存的无功能量，并约束任何必须通过自身共振向匹配负载输送功率的结构。蒸气池不受其前提条件约束。读出不从射频场中汲取功率（探测激光器提供所检测的能量），气室不储存谐振射频能量，也不存在会导致带宽受限的阻抗匹配。原子窗口（49）决定瞬时带宽，与气室的电尺寸 $ka \ll 1$ 无关。这一特性在小天线中没有对应物，并且允许进行共形安装和电小型安装 [19, 46]。然而，气室也没有谐振场增益，上述噪声系数是裸入射场的噪声系数。

3.6 接收链路

等效全向辐射功率（EIRP）的发射器在距离 d 处产生功率密度 $\mathrm{EIRP}/4\pi d^2$，因此均方根场为

$$E_{\mathrm{RF}} = \sqrt{\frac{\eta_0}{4\pi}}\,\frac{\sqrt{\mathrm{EIRP}}}{d}, \qquad \sqrt{\frac{\eta_0}{4\pi}} \approx 5.48\ \Omega^{1/2}, \tag{76}$$

它可将发射机和距离直接转换为气室处的场，也就是上述每项性能指标所指的量。

气室之前的场增益无需付出通常的噪声代价。由于读出不消耗功率，也不需要阻抗匹配，因此可将气室置于有效口径为 $A_e = G_d\lambda^2/4\pi$ 、焦径比为 $F = f/D$ 的抛物面会聚光束中。能量守恒使捕获功率 $I_{\mathrm{inc}}A_e$ 集中到衍射极限焦斑 $A_f \sim$ （λF）^{2}, ，因此可获得的强度增益和场增益为

$$G_I^{\max} \simeq \frac{A_e}{A_f} \sim \frac{G_d}{4\pi F^2}, \qquad g_E = \sqrt{G_I}. \tag{77}$$

这是光子链路类比中的场增益补救 [13],，通过用反射器替代光放大器实现，并且由于读出不会造成扰动，因此可以采用。原子无法区分集中场与更强的平面波，因此所有固有品质因数均保持不变。入射折算等效噪声场改善了 g_E，截距仍以相同方式对应于入射场

因子，而无杂散动态范围保持不变，同时可用窗口向较弱场方向移动。虽然这种增益不会增加噪声，但强带内干扰信号会在入射端提前 $20\log_{10} g_E$ 分贝达到压缩，这是前端增益通常带来的代价。增益还有其他代价。衍射极限焦体积所容纳的原子更少（$N^{-1/2}$ 见（58）），其深度在傍轴估计中约为焦点两侧各 $8\lambda F^2$，可能比气室更短，因而气室对场的平均值低于峰值场。在离焦位置进行模式匹配放置，并使束腰靠近气室孔径，可在降低增益的情况下避免这两个问题。原子窗口仍决定瞬时带宽，而反射器可能受其表面公差限制，出现鲁泽效应限制。自校准（27）给出的是局部场，因此要恢复入射场，需要 g_E 借助电磁模型或原位校准。

气室之后的预算按照弗里斯公式计算，所有噪声均折算到场输入端。第一级 k [低噪声放大器（LNA）、混频器、中频放大器] 的输入等效电压噪声密度$e_{n,\ k}$ 经由其前级的累积转换增益折算后，贡献为$e_{n,\ k}/G_{V,\ 1:k-1}$，各个独立的贡献以平方和开方的方式相加，

$$\mathrm{NEF}_{\mathrm{sys}}^2 = \mathrm{NEF}_{\mathrm{atom}}^2 + \sum_{k\geq 2}\left(\frac{e_{n,k}}{G_{V,1:k-1}}\right)^2, \tag{78}$$

噪声温度弗里斯级联的场域形式，$T_{e,\ \mathrm{sys}} = T_{e,\ \mathrm{atom}} + T_{e,\ \mathrm{LNA}}/G_{\mathrm{atom}} + \cdots$ [43]。除非 P_{det} 很大，否则原子级的转换增益很小；在此之前，放大器和混频器的噪声不会受到抑制，这正是无放大光子链路的情况 [13, 14]。提高 P_{det} （最高可达相对强度噪声交越点（54）），或在气室前增加场增益，才能使原子级决定系统噪声系数。截距按标准方式级联，

$$\frac{1}{A_{\mathrm{IIP3,sys}}^2} \approx \frac{1}{A_{\mathrm{IIP3,atom}}^2} + \frac{G_{\mathrm{atom}}^2}{A_{\mathrm{IIP3,LNA}}^2} + \cdots, \tag{79}$$

因此，高增益前端需要在原子的适中截距与放大器的截距之间权衡，就像任何射频链路一样 [41]。

4 设计示例

本文针对一种设计评估闭式表达式，内容涵盖从原子常数到链路预算。所有输入均为原子属性（附录 A）或明确说明的实验选项。

4.1 工作点

考虑 ^{87}Rb 系统 $5S_{1/2} \to 5P_{3/2} \to 50D_{5/2} \to 51P_{3/2}$，探测光为 $\lambda_p = 780$ 纳米，耦合光为 $\lambda_c = 480$ 纳米（$\lambda_c/\lambda_p = 0.615$，$r = 0.625$），射频载波为 $f_{\mathrm{RF}} = 17.04$ 吉赫。附录[47] A中的ARC计算得出，这一对跃迁的球形偶极分量介于 643 和 2033 ea_0 之间。设计采用 π 分量，

$$\mathcal{D}_{\mathrm{RF}} = 1575\, ea_0 = 1.34\times 10^{-26}\ \mathrm{C\,m}, \qquad \frac{\mathcal{D}_{\mathrm{RF}}}{h} = 20.2\ \mathrm{MHz/(V/m)}, \tag{80}$$

在圆偏振下，拉伸 σ 分量（2033 ea_0）还可使响应度提高 29%。此时 AT响应度（28）为

$$\kappa_\nu = \frac{\lambda_c}{\lambda_p}\frac{\mathcal{D}_{\mathrm{RF}}}{h} = 0.615\times 20.2 = 12.4\ \mathrm{MHz/(V/m)}. \tag{81}$$

探测光与耦合光束共用半径为 $1/e^2$ 的光束 $w = 1$，位于温度为 293 K 的气室中，此时最概然速率为 $u = 237$ m/s。（环境热场在相同温度下进行评估，噪声系数则以标准温度 290 K 为基准。）光束半径会通过渡越退相干、给定拉比频率下的探测光功率、给定 Ω_c所需的耦合功率，以及（58）中的原子数影响设计；设计对这四项均采用同一个值 $w = 1$ mm。渡越造成的全宽为$\sqrt{2\ln 2}\,u/(\pi w) = 0.089$ MHz，其半宽与典型的暖池碰撞和激光退相干（$2\pi \times 0.3$ MHz）相加，因此 $\gamma_{31}/2\pi = \gamma_{41}/2\pi = 0.344$ MHz，其中 $\gamma_{21}/2\pi = 3$ MHz（附录A）。在该光束下，耦合拉比频率 $\Omega_c/2\pi = 3.5$ MHz 需要 0.6–1.0 W 的 480 nm 光，具体取决于偏振 [47]。窗口（17）的宽度为

$$W_p = 2.53\ \text{MHz}, \qquad W_\xi = \frac{\lambda_p}{\lambda_c}\, W_p = 4.11\ \text{MHz}, \tag{82}$$

在探测扫描和双光子坐标中，以及达到对比度 $C_{\text{EIT}} = 0.1$ 时$d_0 = 0.28$（第 2.3节）。探测光以散粒噪声最优强度 $\Omega_p/2\pi \approx 3$ 兆赫（$\approx 0.9\Omega_c$，附录 B）运行，其中 $\mathcal{S} \approx \frac{1}{2}$。对于 1 毫米光束，入射功率为 13 μ瓦，探测功率为 $P_{\text{det}} \approx 10\,\mu$瓦，量子效率为 $\eta = 0.5$。本地振荡器处于共振状态（$\sin\theta_d = 1$），为 $E_L = 0.8$ 伏特/米（33），采用单特征读出。

4.2 链路预算

下文给出了两组数值。闭式表达式给出弱探测值，而数值模型给出工作探针强度下的数值，表 1 在括号中列出了这些数值。噪声底采用工作斜率 $\mathcal{S}\kappa_T$；除非另有说明，文中引用的带宽和截距均为闭式表达式。

在设计点，线型常数（40）为 $\kappa_s = 1.47$，响应度（41）为

$$\kappa_T = \kappa_s \frac{C_{\text{EIT}}}{W_p} \frac{\sin\theta_d}{2}\, \kappa_\nu = 1.47 \times \frac{0.1}{2.53\ \text{MHz}} \times \frac{1}{2} \times 12.4\ \frac{\text{MHz}}{\text{V/m}} = 0.36\ (\text{V/m})^{-1} \tag{83}$$

在弱探测极限下。在工作探针强度下，斜率为 $\mathcal{S}\kappa_T = 0.18$ （伏特/米）$^{-1}$，因此，1 mV/m 的场会使透射功率调制 1.8×10^{-4}。当 $R_{\text{pd}} = 0.31$ A/W 且$Z_T = 100$ kΩ 时，转换增益（5）为 $G_V \approx 57$ mV/(V/m)。较大的跨阻适合较低的载波功率。反馈电阻的约翰逊噪声 $\sqrt{4k_B T_0/Z_T} = 0.4$ pA/$\sqrt{\text{Hz}}$，低于探测载波的 1.0 pA/$\sqrt{\text{Hz}}$ 散粒噪声，使下方的噪声底提高了 8 %；引用的噪声底未计入这一项。

散粒噪声底（51）为，在 $h\nu_p = 2.55 \times 10^{-19}$ J 时，

$$\text{NEF}_{\text{PSN}} = \frac{1}{0.18}\sqrt{\frac{2 \times 2.55 \times 10^{-19}}{0.5 \times 10^{-5}}} = 1.8 \times 10^{-6}\ \frac{\text{V/m}}{\sqrt{\text{Hz}}} = 18\ \frac{\text{nV cm}^{-1}}{\sqrt{\text{Hz}}} \tag{84}$$

（使用差分读出（32）时为 12.5，探测功率加倍）。该功率下的散粒噪声等效相对强度噪声为 -130 dB/Hz。若中频处腔稳频探针的噪声为 -150 dB/Hz，则会增加一个与功率无关的 1.8 nV cm^{-1} Hz$^{-1/2}$（53）；相对强度噪声交越点（54）随后位于 $P^\star \approx 1$ mW，比工作功率高两个数量级，光学总噪声（56）为 18 nV cm^{-1} Hz$^{-1/2}$。若使用噪声为 -125 dB/Hz 的自由运行二极管激光器，则底噪会达到 31 nV cm^{-1} Hz$^{-1/2}$，因此探测光在中频处的强度谱是首要设计参数。噪声为 -125 dB/Hz 的耦合激光器会增加 0.65 nV cm^{-1} Hz$^{-1/2}$。0.8-V/m 偏置上的本地振荡器幅度噪声为 $S_{\text{AM}} = -130$ dB/Hz（单边带电平为 -133 dBc/Hz），会增加 2.5 nV cm^{-1} Hz$^{-1/2}$，与相对强度噪声项相当。残余频率噪声 $\delta\nu$ 为 1 Hz/$\sqrt{\text{Hz}}$，经由 $\frac{1}{2}\kappa_\nu = 6.2$ MHz/(V/m) 转换后为

$1.6\,\mathrm{nVcm^{-1}\,Hz^{-1/2}}$ (55)。293 K、17 GHz 时的热场（61）为 2.0（单个分量）至 3.5（所有模式）；若将两个边带都折叠到中频，则单个分量为 2.9。将光学总噪声、本地振荡器噪声项、频率噪声项和折叠后的热场按平方和开方合成，得到 $18\ \mathrm{nV\ cm^{-1}\,Hz^{-1/2}}$。该总噪声低于热蒸气超外差接收机测得的 $55\ \mathrm{nV\ cm^{-1}\,Hz^{-1/2}}$，高于自由空间热蒸气接收机报告的 $12.5\ \mathrm{nV\ cm^{-1}\,Hz^{-1/2}}$。下文的系统级评估采用 $55\ \mathrm{nVcm^{-1}\,Hz^{-1/2}}$ 作为工作噪声等效因子，并将其视为均方根密度。这是实测输入，模型无法对其作出预测。在探针强度固定时，光学底噪按 $1/w$ 缩放，因此增大光束可降低底噪，但代价是耦合功率增加。

任何探测协议可用的相干时间都受基态–里德堡态退相干限制，$T_2 \approx 1/\gamma_{31} = 0.46$ μ秒（仅渡越过程本可允许 $2w/u = 8.4$ μ秒），而探测体积$\pi w^2 L$ ($L = 5$ 立方厘米）在密度为 $N = 3.0 \times 10^8$ 时包含 $d_0 = 0.28$，2×10^9 立方厘米$^{-3}$；该密度对应于 293 K 下天然丰度铷蒸气的 ^{87}铷密度 [49]。因此，投影极限（58）为

$$\mathrm{NEF_{SQL}} = \frac{1.05 \times 10^{-34}}{1.34 \times 10^{-26}\sqrt{3.0 \times 10^8 \times 0.46 \times 10^{-6}}} = 6.7\ \frac{\mathrm{pV\,cm^{-1}}}{\sqrt{\mathrm{Hz}}}, \tag{85}$$

而差距（59）为 $\mathcal{R} \approx 2.7 \times 10^3$。窗口贡献 $2\pi W_p T_2 \approx 7$，斜率几何为 22（洛伦兹特征为 25），探测光饱和为 2，原子–光子比为 8，且每个相干时间内 $N_{\mathrm{ph}} \approx 9 \times 10^6$探测到的光子数为。该极限取决于两种约定。只有与探测光共振的速度类参与测量，占原子总数的 $\bar{\alpha}_0 = 1.7\%$，若仅计入这些原子，如参考文献 [7], 中的做法，极限将提高至 $51\ \mathrm{pV\ cm^{-1}\,Hz^{-1/2}}$，差距则降至 350。参考文献 [37] 将（58）中的 h 替换为 $\hbar$，使极限进一步提高 2π，达到 $0.32\ \mathrm{nV\ cm^{-1}\,Hz^{-1/2}}$，差距则降至 56。

带宽（49）和群时延（50）为

$$f_{3\mathrm{dB}} = \frac{W_\xi}{2} = 2.1\ \mathrm{MHz}, \qquad \tau_g(0) = \frac{1}{\pi W_\xi} = 77\ \mathrm{ns}, \tag{86}$$

而非线性的场尺度为 $\Delta E_\Gamma = W_p/\kappa_\nu = 0.20$ 伏特/米（65）。由 $\beta = 1.37$ （66），第3.3节的截距和压缩为

$$A_{\mathrm{IIP3}} = \beta\,\Delta E_\Gamma = 0.28\ \mathrm{V/m}, \qquad A_{1\mathrm{dB}} = 0.092\ \mathrm{V/m}, \qquad A_{\mathrm{IIP2}} = \frac{2E_L}{1+\kappa_T E_L} = 1.24\ \mathrm{V/m}, \tag{87}$$

最后一项由拍频与比尔–朗伯曲率共同给出（69），低于上限 $2/\kappa_T$ =5.6 伏特/米。和频截距为 2.2 伏特/米。在三阶截点处，二阶产物比载波低

$$0.06 \qquad 13 \qquad 71 \qquad 67 \qquad . \qquad ^{2/3} \qquad 61 \qquad . \qquad ^{2/3} \qquad A^2_{\mathrm{IIP3}}/A_{\mathrm{IIP2}} \approx \text{分贝},$$

并在伏特/米以下超过三阶产物。无杂散动态范围（ ）在光学底噪处为分贝赫兹，在工作噪声等效因子处为分贝赫兹，计入带内二阶产物时则为 57 和 52 分贝·赫兹$^{1/2}$。这些三阶数值远低于微波光子链路所报道的 110–130 分贝·赫兹$^{2/3}$ [50], ，尽管两种器件都是在弯曲的传递特性上读取微小调制。这一差距主要归因于 0.1 的对比度以及 10 μ瓦的探测功率。第 4.3 节的动态范围比随 $C_{\mathrm{EIT}}\sqrt{P_{\mathrm{det}}}$ 增大，因此光子链路十倍更大的调制深度以及 1 至 10 毫瓦的探测功率，按此标度对应于 27 至 33 分贝的无杂散动态范围。闭合形式截距为弱探测值。在工作探针强度下，探测光将窗口展宽至 $W_p = 3.5$ 兆赫，从而在数值模型中将它们提高到 $A_{\mathrm{IIP3}} = 0.39$ 伏特/米、$A_{1\mathrm{dB}} = 0.13$ 伏特/米和 $A_{\mathrm{IIP2}} = 1.4$ 伏特/米（最后一项亦由（69）结合工作斜率得到）。采用展宽宽度的闭合形式（66）给出相同的三阶截点 $\beta W_p/\kappa_\nu = 0.39$ 伏特/米。饱和将带宽降至 1.6 兆赫（附录B）。所引用的无杂散动态范围偏保守 2 分贝。图 3 以弱探测值绘出双音构造。

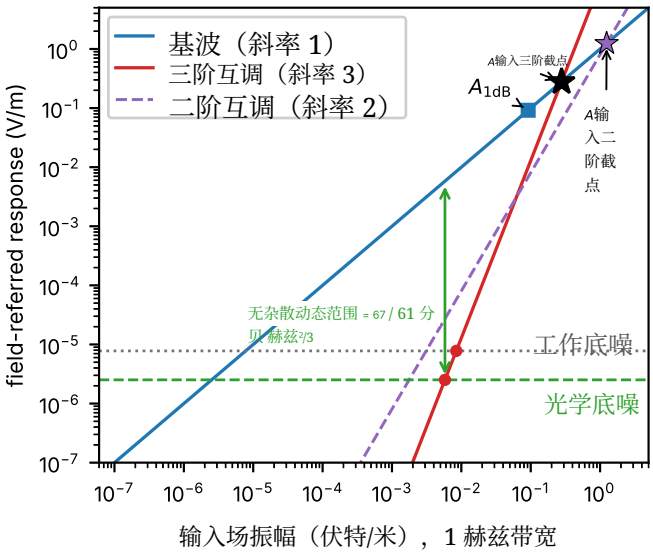

图 3：设计示例的双音动态范围图。基波（斜率 1）与三阶互调（斜率 3）响应在截点处相交 $A_{\mathrm{IIP3}} = 0.28$ 伏特/米，方形标记表示压缩场 $A_{1\mathrm{dB}} = 0.092$伏特/米（87）。二阶产物（虚线，斜率 2）与基波在 $A_{\mathrm{IIP2}} = 1.24$ 伏特/米（69）处相交。水平线表示信噪比为 1 的 1 赫兹音调振幅 $\sqrt{2}$NEF，分别对应模型的光学噪声底（虚线）和工作底噪 55 nV cm^{-1} Hz$^{-1/2}$（点线），后者为实测输入。无杂散动态范围（71）根据三阶线与各底噪线的交点读取，分别为 67（光学）和 61（工作）分贝·Hz$^{2/3}$。

在一个 $B = 1$ 兆赫信道中，工作最小可检测信号为 55 纳伏 厘米$^{-1}\sqrt{\times}\sqrt{10^6} = 55$ μ伏特/厘米（18 μ伏特/厘米，光学底噪处），线性动态范围，即 1 dB 压缩处的振幅与最小可检测信号处单音振幅之比，为 $20\log_{10}[0.092/(\sqrt{2}\times 5.5\times 10^{-3})] \approx 21$ 分贝。经由（73）结合 $A_{\mathrm{ref}} = 1$ 厘米^2,，工作噪声等效因子给出 33 分贝的噪声系数（光学底噪处为 23 分贝），结合偶极子口径则为 29 和 19 分贝。仅一个分量的热场对应于 5.7 和 3.0 分贝。工作状态数值对应于等效噪声温度 2.1–5.8 $\times 10^5$ 开。

直径为 $D = 0.30$ 米、焦径比为 $F = 0.4$、孔径效率为$\eta_{\mathrm{ap}} = 0.6$ 的主焦点反射器在 17.04 吉赫（$\lambda = 17.6$ 毫米）下具有

$$G_d = \eta_{\mathrm{ap}}\left(\frac{\pi D}{\lambda}\right)^2 \approx 1.7\times 10^3 \ (32\ \mathrm{dBi}), \qquad g_E = \sqrt{\frac{G_d}{4\pi F^2}} \approx 29, \tag{88}$$

一个比毫米级波束 $A_f = \lambda^2 F^2 \approx 0.50$ 厘米^2, 更大的焦斑。焦区宽度为$\lambda F = 7.0$ 毫米；根据傍轴估计，$8\lambda F^2 = 23$ 毫米深，焦点两侧均如此，因此居中的 5 厘米气室测得的平均场强为峰值场的 0.53。后续数值均取峰值场，并且对于该长度的气室而言属于上限。在反射器后方，入射参考工作噪声等效功率降至 1.9 nV 厘米$^{-1}$ 赫兹$^{-1/2}$；1 兆赫兹带宽内的最小可检测信号为 ≈ 1.9 μ伏特/厘米，入射 $A_{1\mathrm{dB}}$ 为 3.1 毫伏/米。通过同一光学系统传递信号和噪声时，焦斑成为一致的参考孔径；相对于该孔径的工作噪声系数为 ≈ 30 分贝，与偶极子等效值相差 $8\pi F^2/3$ （1.3 分贝）。相对于距离常数（76），1 瓦 EIRP 发射器在裸露环境下 1.0 千米处产生的工作最小可检测信号为 55 μ伏特/厘米，而在反射器后方则为 $\approx$ 29 千米；前端设计师可根据这些数值继续计算（78）–（79）。表1汇总了这些数值。

表1：设计示例，适用于 ^{87}铷 $50D_{5/2} \to 51P_{3/2}$，频率为 17.04 GHz，$C_{\mathrm{EIT}} = 0.1$，$w = 1$ 毫米，$\Omega_c/2\pi = 3.5$ 兆赫，$\Omega_p/2\pi \approx 3$ 兆赫（$P_{\mathrm{det}} \approx 10$ μ瓦），$\eta = 0.5$，共振本地振荡器为 $E_L = 0.8$ 伏特/米，采用单特征读出。括号内为差分读出（32），探测功率为两倍。方括号内为工作探针强度下的数值模型（附录B），当其与闭合形式相差超过 10% 时给出。工作噪声等效因子为参考文献 [7] 中测得的值，作为输入。

量	符号 / 方程	数值	单位
射频偶极矩（π）	$\mathcal{D}_{\mathrm{RF}}$, (80)	1575（$= 1.34 \times 10^{-26}$ C 米）	ea_0
AT响应度	κ_ν, (28)	12.4	兆赫/（伏特/米）
窗口宽度（探测扫描/双光子）	W_p, W_ξ, (82)	2.53 / 4.11	MHz
背景光学深度	d_0, (20)	0.28	—
耦合功率 ($\Omega_c/2\pi = 3.5$ 兆赫)	—	0.6–1.0	W
探测到的探测光功率	P_{det}	10	μW
线型常数	κ_s, β	1.47, 1.37	—
透射响应度，弱探测光	κ_T, (83)	0.36	(伏特/米)$^{-1}$
透射响应度，工作状态	$\mathcal{S}\kappa_T$	0.18	(伏特/米)$^{-1}$
转换增益（$Z_T = 100$ kΩ）	G_V, (5)	57	mV/(伏特/米)
瞬时带宽	$f_{3\mathrm{dB}}$, (49)	2.1 [1.6]	MHz
群时延（直流）	τ_g, (50)	77 [168]	ns
非线性的场尺度	ΔE_Γ, (65)	0.20	V/m
散粒噪声等效噪声场	(51)	18 (12.5)	nV cm^{-1}/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$
相对强度噪声等效噪声场（−150 分贝/赫兹）	(53)	1.8	nV cm^{-1}/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$
光学噪声总量	(56)	18	nV cm^{-1}/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$
调频噪声等效因子（1 赫兹/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$ 残余）	(55)	1.6	nV cm^{-1}/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$
工作状态噪声等效因子（测量值 [7]）	—	55	nV cm^{-1}/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$
热场，293 K（1 个分量 / 全部）	(61)	2.0 / 3.5	nV cm^{-1}/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$
投影标准量子极限（$N = 3 \times 10^8$，$T_2 = 0.46$ μ秒）	58)	6.7	pV cm^{-1}/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$
投影标准量子极限，参与原子	(58)	51	pV cm^{-1}/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$
三阶截点	A_{IIP3}, (66)	0.28 [0.39]	V/m
1 dB 压缩	A_{1dB}, (68)	0.092 [0.13]	V/m
二阶截点	A_{IIP2}, (69)	1.24 [1.4]	V/m
无杂散动态范围（光学底噪 / 工作状态）	(71)	67 / 61	分贝·赫兹$^{2/3}$
$B = 1$ 兆赫下的最小可检测信号（工作状态）	噪声等效场$\sqrt{B}$	55	μ伏/厘米
$B = 1$ 兆赫下的线性动态范围（工作状态）	$A_{\mathrm{1dB}}/\sqrt{2}$最小可检测信号	21	dB
噪声系数，$A_{\mathrm{ref}} = 1$ cm^2 (工作/光学/热)	(73)	33 / 23 / 5.7	dB
噪声系数，$A_{\mathrm{ref}} = 3\lambda^2/8\pi$	(73)	29 / 19 / 3.0	dB
反射面场增益（$D = 0.30$ m，$F = 0.4$）	g_E, (88)	29	—
入射参考工作噪声等效功率（反射器）	—	1.9	nV cm^{-1}/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$

4.3 交易关系与设计规则

闭式表达式给出了增益带宽积。响应度（41）的分母中包含 W_p ，而带宽（49）的分子中包含 $W_\xi = (\lambda_p/\lambda_c)W_p$ ，因此两者的乘积与宽度无关，

$$\kappa_T \, f_{3\mathrm{dB}} = \frac{\kappa_s}{2} \, C_{\mathrm{EIT}} \, \frac{\sin\theta_d}{2} \, \frac{\mathcal{D}_{\mathrm{RF}}}{h} = 0.74 \ \mathrm{MHz\,(V/m)^{-1}} \tag{89}$$

在设计点处（数值模型中为 0.81 兆赫（伏特/米）$^{-1}$ ；在工作探针强度下为 0.29，此时饱和会降低这两个因子）。在对比度和线形固定时，较窄的窗口只有以牺牲带宽为代价，才能提高响应度。耦合是个例外，因为在热蒸气中，耦合还会通过 $\mathcal{C}_D$ (18)提高对比度，并通过 Φ (39)提高斜率。在光学深度固定时，将 $\Omega_c/2\pi$ 从 2 兆赫提高到 5 兆赫，会使 $\kappa_T f_{3\mathrm{dB}}$ 提高五倍（附录B），因此增加耦合功率可以同时提升灵敏度和带宽，直到耦合激光器所能提供的功率上限。超过这一限制后，若要进一步改善，就需要提高对比度（光学深度）、增大偶极矩（提高n，但要以载波频率为代价，见附录A），或采用差分读出。

这些闭式表达式还给出了散粒噪声限制的动态范围比。截点 $A_{\mathrm{IIP3}} = \beta W_p/\kappa_\nu$和散粒噪声等效噪声场（shot NEF），两者均为 $\propto W_p/\kappa_\nu$ ，会同步变化，因此它们的比值——无杂散动态范围（71）中的自变量——与线宽和偶极矩无关，

$$\frac{A_{\mathrm{IIP3}}}{\sqrt{2}\,\mathrm{NEF}_{\mathrm{PSN}}} = \beta \, \mathcal{S} \, \kappa_s \, C_{\mathrm{EIT}} \, \frac{\sin\theta_d}{2} \, \sqrt{\frac{\eta P_{\mathrm{det}}}{4h\nu_p}}. \tag{90}$$

在散粒噪声极限下，原子级的无杂散动态范围仅由线型常数、对比度、读出几何结构和探测光子率决定。在探针强度固定时， $+10$ 分贝的无杂散动态范围需要付出 $5.6\times$ 对比度或 $32\times$光功率的代价（直至相对强度噪声交越点（54）），重新调谐 n 不会改变它，而 Ω_c 只会通过对比度和线形改变它。差分读出（$\sin\theta_d/2 \to \sin\theta_d$）在探测功率加倍时可增加$\frac{2}{3} \times 3 = 2$ 分贝的无杂散动态范围，因为每个特征的截点保持不变，而散粒噪声底降低$\sqrt{2}$。

这些结果将设计归结为一个简短的步骤序列。光束尺寸和耦合功率需要一并选择，因为在光学深度固定时，斜率和带宽都会随 Ω_c 增大，而光束面积上可用的 480 纳米功率决定了 Ω_c；对于 1 毫米光束，若要达到 3.5 兆赫，功率约需 1 瓦。探测光在散粒噪声最优点 $\Omega_p \approx 0.9\Omega_c$附近工作，$P_{\mathrm{det}}$ 通过增大光束面积来提高，直至接近相对强度噪声交越点（54），并通过与参考分光支路进行平衡探测，或采用差分读出，抵消相对强度噪声。本地振荡器由中频方案确定。对于单特征偏置，选择高于第 2.4 节平台阈值的本地振荡器，可提高 A_{IIP2} (69)，且不会牺牲斜率。在线中心处，若本地振荡器功率弱 11–14 分贝，斜率可提高 1.5–1.6 倍，并能以一阶精度抑制激光频率噪声，但代价是二阶截点接近 $2E_L^\star$；亚倍频程中频带可以容忍这一点。对于单特征偏置，探测光和耦合激光器锁定到同一个共用腔，使带内残余调频噪声满足 $\sqrt{S_\nu} \lesssim 10$ 赫兹/$\sqrt{\text{赫兹}}$，且中频处的–探测光相对强度噪声为 $\lesssim -130$ 分贝/赫兹。达到这些水平时，(55) 和 (53) 的噪声便降至设计示例的散粒噪声底。若应用允许使用定向孔径，反射器前置增益（77）可降低入射折算等效噪声场，并在参考孔径固定时相应降低噪声温度，降低量为 $20\log_{10} g_E$，且不会引入额外噪声，但代价是入射折算压缩和直接可追溯性的损失。

4.4 验证

闭式表达式首先对照附录B的数值模型进行检验，该模型对完整麦克斯韦–玻尔兹曼分布上的四能级响应取平均，并积分运动方程

表2：模型与已发表测量结果的对比。在第一部分中，模型使用各实验报告的拉比频率和光束尺寸、来自 ARC 的原子常数，以及设计示例中的退相干参数进行评估，除非另有说明（附录 B）。第二部分将第 4.2节的设计示例与报告值并列对比。未拟合任何参数。范围表示实验未报告的量。

量	模型	实测	Ref.
报告工作点下的模型			
电磁感应透明（EIT）宽度，铯，$\Omega_p/\Omega_c = 5.9$（耦合扫描）	7.3 兆赫	7.9 兆赫	[7]
电磁感应透明（EIT）宽度，铯，$\Omega_p/\Omega_c = 3.4$（探测光扫描）	3.2 兆赫	3.1 兆赫	[29]
最佳本振场	0.32 伏特/米	0.30 伏特/米	[7]
半功率带宽，非共振外差	3.4–5.8 兆赫（$W_\xi/2$）	4.0 兆赫	[51]
双边带通带，$\gamma_{31}/2\pi = 3$ 兆赫	4.8–12 兆赫（W_ξ）	> 10 兆赫	[52]
半幅度偏移，强探测	0.30 兆赫 (0.23–0.50)	≈ 0.4 兆赫	[29]
压缩场，$A_{1\mathrm{dB}}/E_L$	0.5–1.0	1.0	[24]
二次谐波截点/E_L	3.7–18	20	[24]
双音三阶截点/E_L	1.5–3.0	6.5	[24]
测得的散粒噪声底斜率（nV cm^{-1} Hz$^{-1/2}$）	17–24	55（实测噪声等效场）	[7]
大信号开关时间	未建模（$1/\gamma_{\mathrm{tr}} = 1.8$ μ秒）	1.0–6.1 μ秒	[53]
报告值旁的设计示例			
1 赫兹线性动态范围	81–91 分贝	80、90 分贝	[51, 7]
1 赫兹三阶无杂散动态范围	61–67 分贝	58 分贝	[24]
灵敏度（nV cm^{-1} Hz$^{-1/2}$）	18（光学底噪）	12.5–55	[48, 7]
超出单个窗口（测量带宽，灵敏度单位为 nV cm^{-1} Hz$^{-1/2}$）			
频率梳探测光	—	12 兆赫，1910	[29]
六波混频	—	$\pm$10.2 兆赫，62	[30]
多重缀饰态	—	76.8 兆赫，222.6	[31]
斯塔克频率梳元胞阵列	—	210 兆赫，326.6	[32]

在时域中进行，并在探针强度起作用时以林德布拉德主方程取代弱探测极限。闭式表达式在等对比度下将斜率复现至0.05%，将三阶和二阶截距复现至0.3%，将带宽复现至10%（表B1）。它们在群时延上有所不足，数值模型给出116纳秒，而对照值为 $1/\pi W_\xi = 77$ 纳秒。同一模型确定谱线中心最优点，固定 $\mathcal{S}$，并给出工作探针强度下的数值。

与测量结果的比较是在各实验报告的工作点下评估该模型（表 2）。输入参数包括报告的拉比频率和光束尺寸、来自 ARC 的原子常数，以及设计示例中的碰撞与激光退相干， $2\pi \times 0.3$ 兆赫。如果实验未报告所需的某项参数，则比较结果以范围表示。

线宽和最佳本地振荡器均在 10% 以内得到复现。对于 Jing等人的超外差接收器（Cs $47D_{5/2} \to 48P_{3/2}$，频率为 6.95 吉赫，$\Omega_p/2\pi = 5.7$ 兆赫，$\Omega_c/2\pi$ =0。97 兆赫），林德布拉德模型在耦合扫描中给出的电磁感应透明（EIT）宽度为 7.3 兆赫，而报告值为 7.9 兆赫；模型得出的最佳本地振荡器为 0.32 伏特/米，此时 $\Omega_{\mathrm{RF}}/2\pi = 0.80\,W_\xi$，而报告值为 0.30 伏特/米 [7]。对于 Artusio-Glimpse等人的单频探测（Cs,

$\Omega_p/2\pi = 3.7$ 兆赫，$\Omega_c/2\pi \approx 1.1$ 兆赫），模型在探测扫描中给出的宽度为 3.2 兆赫，而测得值为 3.1 兆赫 [29]。两种探测光的强度都比耦合强数倍，因此这些宽度由饱和效应决定；弱探测宽度（17）则低估了它们，低估幅度为 2.3 至 3.3 倍。计算值取决于所假设的退相干。在 $2\pi \times 0.1$ 至 $2\pi \times 1$ 兆赫范围内，两种宽度和最佳本地振荡器与测量值的偏差均不超过 25%（附录 B）。

带宽规则（49）是弱探测结果，而已发表的带宽可检验其适用范围。Meyer 等人报告称，^{85}铷 [51]中的非共振外差受电磁感应透明带宽支配，带宽为 4.0 兆赫。所述耦合功率和光束尺寸对应的峰值耦合拉比频率为 9.9 兆赫（ARC），此时 $W_\xi/2 = 5.8$ 兆赫，按规则取该值的 0.6 倍可得 3.4 兆赫。文中未报告光束剖面和磁子能级上的有效拉比频率；在此耦合强度下，计算得到的响应在半功率水平附近出现平台（附录 B），因此两者仅在量级上吻合。Tang 等人报告称，Ref. [7], 中铯跃迁的四能级外差接收机具有宽于 10 兆赫的双侧边带通带，其密度矩阵模型在里德堡态退相干为 $2\pi \times 3$ 兆赫 [52]时与测量响应吻合。在该退相干条件下，对于 1 至 10 兆赫的耦合拉比频率，窗口（17）宽 4.8 至 12 兆赫，因此测得大小的双侧通带可由单个窗口实现。该实验的拉比频率未予报告，因此这一比较也仅在量级上成立。在 Artusio-Glimpse等人的测量中，探测光强度是耦合光的 3.4 倍，正如预期，带宽规则不再适用。按该规则得到的带宽为 1.15 兆赫，而林德布拉德模型显示，对于最佳本地振荡器，响应降至其振幅一半时的偏移为 0.30 兆赫（本地振荡器为最佳值的两倍至一半时，该偏移为 0.23–0.50 兆赫），而测得值为 ≈ 0.4 兆赫 [29]。

时域测量结果与单类极点一致。在设计示例的跃迁中，Meyer 等人 发现，上升时间与 Ω 的倒数成正比$^2_c/2\Gamma_e$，这是慢极点的耦合项（47）；下降时间则受光学相干的衰减限制 [11]。Simons等人 追踪铯混频器的拍频，直至中频达到 2.5 兆赫；随着偏移增大，振幅会减小 [5]。然而，大信号切换会呈现小信号响应中不存在的较慢分量。Prajapati 等人 测得上升和下降时间为 1.0 至 6.1 μ 秒，且随光束宽度增加而延长 [53], ；Bohaichuk 等人 观察到一个短于 100 纳秒的瞬态，随后系统经过约 2 μ秒 [54]逐渐接近稳态。这些时间尺度对应于布居穿过光束的输运（$1/\gamma_{\mathrm{tr}} = 1.8$ μ设计示例中，1 毫米光束对应的时间），而模型中的 116 至 168 纳秒群时延不应被视为切换时间。模型还忽略了里德堡态间碰撞和电离；文献 [54] 指出，这些因素与渡越共同塑造了瞬态响应。

两项测量用于检验线性度。Gordon等人发现，混频器输出与信号场呈线性关系，直到约达到 Autler–Townes 阈值；他们将本地振荡器设为 [6]。Gon˛calves等人报告称，对于一台共振本地振荡器为 0.21 伏特/米的铯接收器，单音 1 dB 压缩场与本地振荡器场相差不超过 0.1 分贝；根据中频谐波得出的二阶截点为20 E_L，双音三阶截点为 $6.5\,E_L$ [24]。在线中心偏置下，该模型将每一种失真尺度都与本地振荡器场关联起来，其比值取决于本地振荡器振幅相对于最佳 $E_L^\star$ 的大小。对于 $E_L = E_L^\star/2$，模型给出的压缩场为 $1.0\,E_L$，二次谐波截点为 $18\,E_L$，与测量值接近；但三阶截点为 $3.0\,E_L$，仅为测量值的一半。对于 $E_L = E_L^\star$，三个数值分别为 0.5、3.7 和 $1.5\,E_L$。实验未报告本地振荡器与线宽之比；其频率为 100 和 110 千赫的音调高于 61 千赫的中频带宽，超出了本文假定的准静态状态。三阶比较仍未有定论。同一接收器在 1 赫兹带宽内测得的无杂散动态范围为 58 分贝，该数值来自音调间隔为 1 兆赫的双音截点测量 [24], ，而设计示例为 61 至 67 分贝·赫$^{2/3}$ 。这两台接收器的跃迁、本地振荡器、

和噪声底均不同，因此这种一致性仅具有参考意义。

设计示例的线性动态范围和灵敏度均处于实测范围内。该模型在工作状态与光学底噪之间的 1 Hz 频带内给出 81 至 91 分贝，而该频带中超外差接收机报告的数值为 80 和 90 分贝 [51, 7]。实测范围的上限并未以 1 dB 压缩定义，因此这一致性也具有指示意义。18 nV cm^{-1} Hz$^{-1/2}$ 的光学底噪处于热蒸气超外差接收机的 12.5 至 55 nV cm^{-1} Hz$^{-1/2}$ 之间 [48, 7]。由于在探针强度固定时，底噪按 $1/w$ 缩放，因此这一比较仅检验光束尺寸和探测功率的计算。Jing 等人报告的斜率直接给出了其接收机的散粒噪声底。将其转换系数 7.9×10^{3} V cm^{-1} W^{-1} 理解为探测器处单位光功率对应的场，该系数在其探测器上约为 $10\ \mu$W 的光功率下，对应于 0.13 (V/m)$^{-1}$ 的分数响应度，以及在 η 介于 1 和 0.5 之间时 17 至 24 nV cm^{-1} Hz$^{-1/2}$ 的散粒噪声底。实测的 55 nV cm^{-1} Hz$^{-1/2}$ 比该底噪高出 2 至 3 倍，因此为式 (56) 中的技术项留下了空间。其响应度接近设计示例中的 0.18 (V/m)$^{-1}$ 。然而，他们的气室在光学上是厚的（120-μW 的探测光到达探测器时约为 $10\ \mu$W），因此这两个斜率不能直接比较。

带宽更大的接收机不符合单窗口规则。频率梳探测光在等效单频灵敏度为 1910 nV cm^{-1} Hz$^{-1/2}$ [29] 时达到 12 MHz；六波混频在 ±10.2MHz 时达到 62 [30]，；多着装态工程在 222.6 [31]，时达到 76.8 MHz；而由蒸气室构成的斯塔克梳阵列在 326.6 nV cm^{-1} Hz$^{-1/2}$ [32] 时达到 210 MHz。

这些比较支持将级联用作线宽、最佳本地振荡器和灵敏度的设计模型。它们将压缩场的范围限定在相差不超过两倍之内，但无法以更高精度确定三阶截点或带宽，因为已发表的实验未能确定有效拉比频率或本地振荡器电平。

5 结论

里德堡原子接收机是一种强度调制直接检测模拟光链路，其调制器为蒸气池，而其链路预算取决于蒸气的透射率。对于热蒸气，该函数可以用闭合形式表示（17）。其一阶场导数给出转换增益（41），其在双光子坐标中的宽度给出弱探测带宽（49），而其曲率与本地振荡器拍频一起给出截距（66）和（69）。光载波的噪声经同一斜率折算后，给出噪声底（56）。速度分辨数值模型对闭合形式的复现精度为：斜率和截距达到 1%，带宽达到 10%。该模型也标明了它们的局限。闭合形式将群时延低估了三分之一；在散粒噪声最优探测光强度下，饱和会使斜率减半，并将带宽降至窗口宽度一半的 0.57 倍。

该公式将提升接收器性能的参数，与仅在不同品质因数之间进行权衡的参数区分开来。耦合功率会同时提高灵敏度和带宽（89）；而在散粒噪声极限下，无杂散动态范围仅取决于线型常数、对比度、读出几何结构和探测光子率（90）。散粒噪声底与投影极限之间的差距，根据所采用的约定，在 56 至 2.7×10^{3} 之间；这一差距取决于窗口宽度、斜率几何、探测光饱和以及原子–光子比（59）。在已发表的工作点上进行评估时，该模型对测得线宽和最佳本地振荡器的预测误差在 10% 以内，并给出了已测量截距的接收器压缩场的上下界。该接收器测得的三阶截点是模型值的两倍，这一差异尚未得到解释。

实际中的限制因素是本地振荡器。超外差偏置必须达到

作为射频场激励原子；在实验室的实际应用中，喇叭天线会将其辐射穿过气室。以自身调谐频率发射载波的接收器并非被动接收器；如果必须使用具有实用口径的喇叭天线，那么将其接入低噪声放大器通常是更好的被动接收方案。存在几种补救方法。第 2.4 节的线中心偏置需要一个弱 11–14 分贝的本地振荡器。不会向远场辐射的导波结构（例如气室下方的共面波导） [51, 55], 或调谐谐振器 [56]可在局部提供场，但代价是接收几何结构或可调谐性受到限制。闭环和全光方案无需射频本地振荡器，但目前需要更复杂的激励，且灵敏度较低 [57, 58]。导波方案不会改变品质因数，因为这些因数取决于原子处的局部场。全光方案取代了 EIT–AT换能器，不在本文讨论范围之内 T。

就目前的热蒸气形态而言，里德伯接收器并不能普遍替代天线和低噪声放大器。其噪声系数、单窗口瞬时带宽以及本地振荡器的几何结构，使其仅适用于以下应用：无需校准即可进行可溯源至国际单位制的场测量、非扰动式亚波长传感，或对 1 吉赫至 500 吉赫范围内的频谱进行校准监测，但每次只能使用一个瞬时窗口。要达到投影极限，需要更窄的窗口、更高的对比度以及投影读出；而本地振荡器的限制则要求采用上述导波或全光方案。能否将这些发展成果结合到一台仪器中，仍是一个悬而未决的问题。

A 换能器的原子物理学

少量原子输入参数化了传输函数。本附录给出了射频载波和偶极矩随主量子数的标度关系、产生偶极矩的角分解（80）、第 3.3 节中交流斯塔克频移背后的动态极化率，以及相干衰减率的物理内涵 γ_{21}、 γ_{31}和 γ_{41}。

接收器的粗略布局源自两个标度定律。在碱金属原子中，高-n态的单个价电子感受到一个类氢核，其中量子亏损 $\delta_{\ell j}$ 修正了低-ℓ 态。能量遵循里德伯公式，有效主量子数为 $n^{*} = n - \delta_{\ell j}$, $\mathcal{E}_n = -hcR_M/n^{*2}$ [59]。由相邻里德伯态之间的 $|3\rangle$–$|4\rangle$ 跃迁寻址的载波，其频率就是局域能级间距，

$$f_{\mathrm{RF}} \simeq \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}n}\left(\frac{cR_M}{n^{*2}}\right) = \frac{2cR_M}{n^{*3}}, \tag{91}$$

该间距按 n^{*-3}减小。对于 Rb 的 $nD_{5/2}$–$(n+1)P_{3/2}$ 跃迁，ARC 给出的频率在 $n = 20$时为 309 吉赫，在 $n = 50$时为 17.04 GHz，在 $n = 100$时为 2.0 GHz，因此选择 n就是接收器的粗调。轨道半径按以下规律增长：

$$\langle r\rangle = \tfrac{1}{2}a_0\left[3n^{*2} - \ell(\ell+1)\right] \;\propto\; n^{*2}, \tag{92}$$

跃迁偶极矩也随之增大， $\mathcal{D} \sim e\langle r\rangle \propto n^{*2}$ （在 $n \sim 50$时达到$\sim 10^3\, ea_0$，比光学跃迁偶极矩大三个数量级）。选择 n使偶极矩与载波频率相关联， $\mathcal{D} \propto f^{-2/3}$ 射频。设计示例位于 $n = 50$，下面的计算为 π 分量给出 $f_{\mathrm{RF}} = 17.04$ 吉赫和 $\mathcal{D}_{\mathrm{RF}} = 1575\, ea_0$，与标度定律一致。

偶极算符是秩为 1 的球张量，维格纳–埃卡特定理将其

几何与其径向物理分离 [60],

$$\langle n'\ell'j'm'|\, d_q \,|n\ell jm\rangle = (-1)^{j'-m'} \begin{pmatrix} j' & 1 & j \\ -m' & q & m \end{pmatrix} \times \langle n'\ell'j' \| \, d \, \| n\ell j\rangle, \tag{93}$$

其中 $q = 0$ π （$\Delta m = 0$）和 $q = \pm 1$ $\sigma^{\pm}$ 分量由相对于光学量子化轴的射频极化选定。约化矩阵元再次通过一个6-j 符号分解到轨道矩阵元,

$$\langle n'\ell'j' \| d \| n\ell j\rangle = (-1)^{j+\ell'+3/2}\sqrt{(2j+1)(2j'+1)} \times \begin{Bmatrix} \ell' & j' & 1/2 \\ j & \ell & 1 \end{Bmatrix} \langle n'\ell' \| d \| n\ell\rangle, \tag{94}$$

而轨道矩阵元约化为径向积分 $\int R_{n'\ell'}(r)\, er\, R_{n\ell}(r)\, r^2 \mathrm{d}r$，由模型势波函数 [61, 62]的努梅罗夫积分求得。开源ARC库[47, 63] 以数值方式完成（93）–（94）的计算链。对于 ^{87}铷 $50D_{5/2} \to 51P_{3/2}$，它给出从 643 ea_0 到拉伸值 2033 ea_0的球分量，正文（80）采用 $|m_j| = 1/2$ π 分量 $1575\, ea_0 = 1.34 \times 10^{-26}\,\mathrm{C\,m}$，并将 $51P_{3/2}$置于 $50D_{5/2}$之下。该展宽在链路预算的3分贝水平上至关重要。以圆偏振和光抽运驱动拉伸 σ 分量，响应度可提高29%（2033/1575），而非偏振平均值则会损失相当的幅度。

这对能级的交流斯塔克频移可由标准的二阶频移公式得到。振幅为E 、频率为 ω 的场会使能级 $|i\rangle$ 发生二阶频移（对于没有永久偶极矩的态，这是最低的非零 Floquet 阶），

$$\Delta\mathcal{E}_i = -\tfrac{1}{4}\,\alpha_i(\omega)\,E^2, \qquad \alpha_i(\omega) = \sum_k \frac{2\,\omega_{ki}\,|\mathcal{D}_{ik}|^2}{\hbar\,(\omega_{ki}^2 - \omega^2)}, \tag{95}$$

动态（交流）极化率，对所有偶极耦合邻态求和 k 及 ω_{ki} 其跃迁频率。里德伯态周围密布着强耦合邻态构成的阶梯（$\mathcal{D} \propto n^{*2}$，间隔为 $\propto n^{*-3}$），因此其极化率很大， $\alpha \propto n^{*7}$ [59]。当求和中由一个近共振邻态占主导时，（95）便化为熟知的两能级光频移

$$\Delta\mathcal{E}_{\mathrm{AC}} \approx \frac{\hbar\,\Omega_{\mathrm{RF}}^2}{4\Delta}, \tag{96}$$

其中 Δ 是与该邻态的失谐（对缀饰态能量（23）在 $|\Delta_{\mathrm{RF}}| \gg \Omega_{\mathrm{RF}}$时展开，可得到相同的表达式）。在接收器中，这对能级的共振项不计入（95），因为缀饰（23）已对其进行了精确处理，其余各项则在载波频率处求值。对于设计示例中的这对能级，ARC 给出 $\alpha/h =$ $+2.7\times10^{3}$ ^{2} $50D_{5/2}$ $49F_{7/2}$ 1 6 $-0.9\times$兆赫/(V/cm)，对 10^{3} ^{2} 应于，主要由，.位于载波频率以上 GHz 的跃迁主导；而 $51P_{3/2}$兆赫/(V/cm)，对应于 $50D_{3/2}$，即目标能级的精细结构伙伴态，位于载波频率以下 90 兆赫。共振本地振荡器的缀饰特征随这对能级的平均频移变化， $-\frac{1}{4}\bar{\alpha}E^2$，在 0.3 伏特/米时约为 2 千赫，因此其二阶截点 2()/|$\bar{\alpha}$/$\hbar$| ≈460 伏特/米，与拍频的二阶截点相比可以忽略（第 3.3节）。若某邻态距载波频率仅几个线宽，则会受到共振增强，必须像处理这对能级本身一样处理。

跃迁速率γ_{ij} 是使（6）–（8）中的相干项衰减的速率，等于两个态的布居衰减率之和的一半，再加上任何纯退相干， $\gamma_{ij} = \frac{1}{2}(\Gamma_i + \Gamma_j)$ $+\gamma_{ij}^{\mathrm{deph}}$。 –

探测光相干性以 γ_{21}的速率衰减，该速率主要由中间态的辐射线宽决定。对于铷 $5P_{3/2}$，$\Gamma_e = 2\pi \times 6.07$ 兆赫 [49], 因此 $\gamma_{21} \approx \Gamma_e/2 = 2\pi \times 3$ 兆赫。这是（47）分母中的速率，也是（45）中的快极化激元极点，并且通过波长失配，形成热蒸气窗口（17）的附加线宽 $r\gamma_{21}$ 。

双光子相干性以 γ_{31}的速率衰减。里德伯态寿命很长（辐射寿命加上黑体辐射诱导寿命约为 100 μ秒，在 $n \sim 50$ [59]时），因此 γ_{31} 受退相干限制。退相干的来源包括热原子穿过光束时的渡越（$\sim u/w \approx 2\pi \times 40$对于光束腰为 1–0.1 毫米时为 –400 千赫）、里德伯碰撞、直流斯塔克非均匀性，以及激光的相对线宽。残余双光子多普勒频移则通过速度平均（17）单独计入。第4 节的 $2\pi \times 0.3$ 设计示例在碰撞和激光项中取 $2\pi \times 0.3$ 兆赫，这是热池的典型值；再加上原子穿过其 1 毫米光束所产生的 0.044 兆赫。由于 $T_2 \sim 1/\gamma_{31}$ 还限制了标准量子极限下的相干探测时间（58），退相干既决定投影噪声下限，也决定窗口宽度的一部分，两者都会进入间隙的第一因子（59）。冷原子系综或受限原子系综还能消除残余多普勒宽度 $r\gamma_{21}$，从而使窗口变窄，并延长T_2 。

射频相干性以 γ_{41}的速率衰减，其物理含义与 γ_{31} （两个长寿命里德伯态）相同，并进入连分数最内层的链路（12）。在 γ_{31} 条件下，它决定了每个缀饰特征（$\gamma_{31} + \gamma_{41}$）/2 的宽度（38），设计示例取值为 $\gamma_{41} = \gamma_{31}$。

在整个调谐范围内，射频跃迁频率随 n^{*-3} 降低，而射频偶极矩随 n^{*2}增大。决定 $5P_{3/2}$ 的寿命 γ_{21} 与 n无关，而 $nD_{5/2}$ 辐射加黑体辐射寿命则随 $\sim n^{*3}$ 增大，并使 γ_{31} 达到下限（相较于暖气室中的退相干可忽略不计，处于千赫兹量级）。在耦合激光强度固定时，将其代入（17）和（49）可知，$\Omega_c^2 \propto \mathcal{D}_c^2$ 随 n增大而减小，因此，高n （低载波）工作点的窗口狭窄且浅，响应较慢；低n （高载波）工作点则以偶极矩为代价换取带宽。这就是增益带宽关系（89）所体现的权衡，其驱动力来自原子结构层面。

B 蒸气数值模型

正文中的闭式表达式假设麦克斯韦–玻尔兹曼权重在均匀结构上保持平坦，场响应仅使一个分辨出的缀饰特征发生位移，并且采用弱探测光。本附录介绍一种蒸气数值模型，该模型不作上述任何近似，并记录其在第 4 节设计点处得到的结果，汇总于表 B1 中。该模型针对每个原子速度组计算四能级相干性（12），并在完整的麦克斯韦–玻尔兹曼分布上对其取平均；对运动方程（6）–（8）进行线性化和积分，以处理动态测试和双音测试；当探针强度不可忽略时，则以四能级系统的林德布拉德主方程取代弱探测极限。模型中没有调整任何参数来匹配闭合形式。

速度平均

使用式（15）中的代换计算相干性，并通过对$u = 237$ m/s、 $k_p u/2\pi = 303$ MHz 条件下 293 K 的速度分布进行 1.4×10^4 速度类的梯形求和来求平均值。在具有均匀结构的 ± 100 m/s 核心区内，速度类间隔为 0.02 m/s；在核心区之外，间隔为 0.5 m/s，延伸至 $5u$。跃迁速率取自第4节，$\gamma_{21}/2\pi = 3$ MHz，$\Omega_c/2\pi = 3.5$ MHz，以及 $\gamma_{31}/2\pi = \gamma_{41}/2\pi = 0.344$ MHz，射频跃迁共振频率为 $\mathcal{D}_{\mathrm{RF}}/h = 20.15$ MHz/(V/m)。¯吸收 A 以裸多普勒展宽跃迁的线中心值归一化，因此 $T = e^{-d_0 \bar{A}}$，并通过要求射频关闭对比度（20）等于 $C_{\mathrm{EIT}} = 0.1$来确定

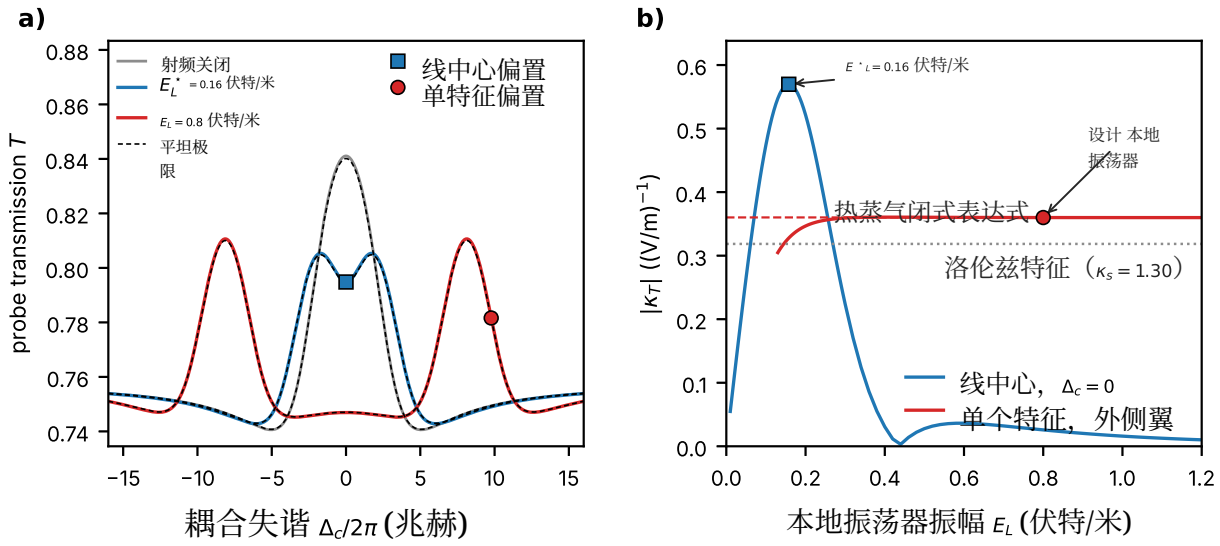

图 B1：基于完整麦克斯韦–玻尔兹曼平均（实线）和平坦多普勒极限（97）（虚线）得到的静态透射率和本地振荡器振幅。(a) 射频关闭时（灰色）、处于谱线中心最优点 $\Delta_p = 0$ V/m 时（蓝色），以及处于设计本地振荡器 $E_L^\star = 0.16$ V/m 时（红色），探测光透射率随耦合失谐的变化。标记表示两个工作点。在 $E_L = 0.8$ 处进行探测扫描时，会描绘出相同的曲线，但横坐标按 $\Delta_c = 0$ 压缩。(16)。(b) 线中心处（蓝色）以及上方缀饰特征的外侧翼处（红色）的响应度随本地振荡器振幅的变化；每个 λ_c/λ_p 处都会重新优化耦合失谐（仅在特征有定义的位置绘出）。虚线为热蒸气闭式表达式（39），点线为具有相同宽度和对比度的洛伦兹型函数特征（37）。

通过在求平均的过程中对连分数进行解析微分，得到响应度 $\kappa_T = -d_0\,\partial A/\partial E_{\mathrm{RF}}$。

平坦多普勒极限

权重取为常数后，对 $x = k_p v - \Delta_p$ 的积分是有理函数的积分，可通过留数求得。关闭射频时，结果为（17）。开启射频时，被积函数是关于 x 的分母为三次多项式、分子为二次式的有理函数，并且

$$\bar{A}(\xi) = \mathrm{Re}\Big[1 + 2i \sum_{\mathrm{Im}\, x_k > 0} \frac{\mathcal{Q}_2(x_k)}{\mathcal{Q}_3'(x_k)}\Big], \qquad (97)$$
$$\mathcal{Q}_2(x) = (b + irx)(c + irx) + \tfrac{1}{4}\Omega_{\mathrm{RF}}^2, \qquad \mathcal{Q}_3(x) = (\gamma_{21} - ix)\,\mathcal{Q}_2(x) + \tfrac{1}{4}\Omega_c^2\,(c + irx),$$

其中 $b = \gamma_{31} + i\xi$、$c = \gamma_{41} + i\,(\xi + \Delta_{\mathrm{RF}})$ 以及 x_k 是三次多项式 $\mathcal{Q}_3$ 的根。对于可分辨双峰，这可化为缀饰特征（38）。在超过 ± 30 兆赫的失谐范围内，对于 $E_{\mathrm{RF}} = 0$、0.3 和 0.8 伏特/米，式（97）与完整平均值的最大差异在 $\bar{A}$ [图 B1(a)] 中不超过 4.1×10^{-3}。当射频关闭时，完整平均值给出的深度 $1 - A(0)$ 为 0.378（式（18）给出 0.374），$d_0 = 0.278$ (0.281)，而宽度分别为 $W_\xi = 4.110$ 兆赫和 $W_p = 2.529$ 兆赫；它们的比值精确到四位有效数字为 λ_p/λ_c，式（17）对此的复现误差为 10^{-4}。

表 B1：第 ^{87} 节铷系统的闭合形式与4数值模型的对比，其中 $\gamma_{21}/2\pi$ =3 兆赫， $\gamma_{31}/2\pi = \gamma_{41}/2\pi = 0.344$ 兆赫， $\Omega_c/2\pi = 3.5$兆赫， $C_{\mathrm{EIT}} = 0.1$，以及 293 K 下完整的麦克斯韦–玻尔兹曼平均。除非另有说明，探测光较弱。闭合形式指单特征偏置，其在 $\Omega_p/2\pi = 3$ 兆赫处的斜率包含因子 $\mathcal{S} = \frac{1}{2}$。

	闭合形式	数值模型	
量	单个特征	单个特征	线中心
本地振荡器振幅 E_L (伏特/米)	0.8	0.8	0.158
偏置 $\Delta_c/2\pi$ (兆赫)	9.72	9.77	0
窗口宽度 W_p / W_ξ (兆赫)	2.53 / 4.11	2.53 / 4.11	
κ_T ((伏特/米)$^{-1}$)	0.360	0.360	0.570
$f_{3\mathrm{dB}}$，调幅（兆赫）	2.06	2.26	2.66
$f_{3\mathrm{dB}}$，上/下边带（兆赫）	—	2.68/1.82	2.66/2.66
$\tau_g(0)$（纳秒）	77	116	105
A_{IIP3} (伏特/米)	0.279	0.280	0.235
A_{1dB} (伏特/米)	0.092	0.097	0.080
A_{IIP2} (伏特/米)	1.24	1.24	0.35
一阶调频转换	$\frac{1}{2}\kappa_\nu$	$\frac{1}{2}\kappa_\nu$	0
在散粒噪声最优探测光强度下，$\Omega_p/2\pi = 3$ 兆赫：			
κ_T ((伏特/米)$^{-1}$)	0.18	0.178	0.272
$f_{3\mathrm{dB}}$，调幅（兆赫）	—	1.62	1.59
$\tau_g(0)$（纳秒）	—	168	182
A_{IIP3} / A_{IIP2} （伏特/米）	—	0.39 / 1.4	0.32 / 0.50
散粒噪声等效噪声场（nV cm^{-1} Hz$^{-1/2}$）	18	17	11

斜率和本地振荡器振幅

在 $E_L = 0.8$ 伏特/米时，斜率在上部特征峰的外侧翼处达到最大值，该处为 $\Delta_c/2\pi$ =9.77 兆赫，此时 $\kappa_T = 0.360$ (伏特/米)$^{-1}$；内侧边沿位于 $\Delta_c/2\pi = 6.47$ 兆赫处，此时 -0.355 (伏特/米)$^{-1}$。在那里， $K_d/\Gamma_d = 0.882$ 和 $\Phi = 0.282$，而式（39）给出 0.360（伏特/米）$^{-1}$；在等对比度下，这与完整平均值相差不到 0.05%，在等 d_0 下相差 1.0%。在 $\Omega_c/2\pi = 1.5$–7 兆赫和$\gamma_{31}/2\pi = 0.3$–1.5 兆赫范围内，它与平坦多普勒数值计算的符合度达到 0.05%，而线形常数（40）在 0.8 到 3.0 之间变化。图 B1(b) 展示了斜率随本地振荡器振幅的变化。在外侧翼处，一旦双峰形成，斜率便趋于饱和。当 $E_L \gtrsim 0.26$ 伏特/米（$\Omega_{\mathrm{RF}}/2\pi \gtrsim 1.25\,W_\xi$）时，其值与 0.8 伏特/米时的值相差不到 1%，并且在 0.4 至 1.2 伏特/米之间变化不到 0.2%，因此单峰闭式解在整个这一平台区间内均成立。当两台激光器都处于共振状态时，本地振荡器反而使窗口发生对称分裂，下降沿透射的斜率在 $E_L^\star = 0.158$ 伏特/米处达到峰值；此时 $\Omega_{\mathrm{RF}}/2\pi = 0.77\,W_\xi$，探测扫描分裂为 $0.77\,W_p$，且$\kappa_T = 0.570$ (伏特/米)$^{-1}$，是单特征值的 1.58 倍（4.0 分贝）。该线中心最大值在 Δ_c 和 E_L 范围内为全局最大值，也是文献 [7] 中超外差演示所采用的配置。在上述参数范围内，最优点位于 $\Omega_{\mathrm{RF}}^\star/2\pi =$ （0.71–0.84） W_ξ ，其斜率是单特征斜率的 1.4–1.9 倍；规则 $\Delta f_{\mathrm{AT}} \approx 0.8\,W_p$ 在整个范围内都能将峰值斜率复现到 5% 以内，在设计点处则可达到 0.2% 以内。

线中心偏置

采用共振本地振荡器时，速度平均不受联合反转 Δ_p， $\Delta_c \to -\Delta_p$， $-\Delta_c$ 的影响，因此在线中心处， T 对两个激光频率的梯度均为零，激光频率噪声也就不会发生一阶转换。计算得到的 $\partial \ln T/\partial\Delta_c$ 和 $\partial \ln T/\partial\Delta_p$

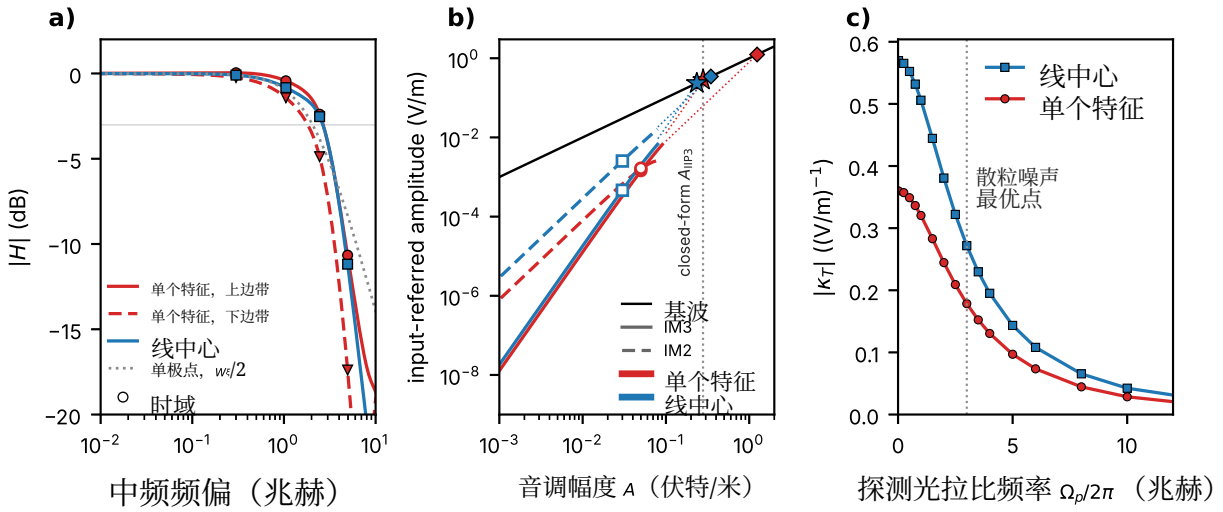

图 B2：动力学、失真与探针强度。(a) 在单特征偏置处，上边带（实线）与下边带（虚线）信号以及线中心（蓝色）的小信号响应，并给出时域积分（标记）和单极点形式（48），带宽为 $W_\xi/2$ （点线）。(b) 折合到输入的双音测试，采用包络 $|E_L + \tilde{e}\,(t)\,|$进行准静态计算。曲线给出单特征偏置（红色）和线中心（蓝色）处的三阶（实线）与二阶（虚线）产物、其斜率为 3 和斜率为 2 的外推（点线）、截距（星号与菱形）以及时域积分（空心标记）。竖线为闭式 $A_{\mathrm{IIP3}} = \beta\,\Delta E_\Gamma$ （66）。(c) 由林德布拉德主方程得到的响应度随探测光拉比频率的变化，并在每个点重新优化偏置。点线标出散粒噪声最优点。

在该处数值精度范围内均为零，而在外侧翼上，转换结果与位移斜率 $\frac{1}{2}\kappa_\nu$ （31）相差仅 0.3%。本地振荡器的强度低 14 分贝（在工作探针强度下低 11 分贝，此时 $E_L^\star$ 升至 0.23 伏特/米），因此幅度噪声底 $E_L\sqrt{S_{\mathrm{AM}}}$ 也按相同比例降低，且边带之间的响应对称。

动力学

小信号响应的计算方法是：针对以本地振荡器的一个边带形式输入的信号 $\Omega_{\mathrm{RF}}(t) = \Omega_L + \epsilon\, e^{\pm i\Omega t}$，对稳态附近的速度分辨方程进行线性化，并对一阶 ρ_{21}取平均。双边带（调幅）响应由式（45）描述，是两个单边带响应的平均值 [图 B2(a)]。在外侧翼，AM 半功率频率为 2.26 兆赫，与 $W_\xi/2 = 2.06$ 兆赫（49）相差不到 10%；两个边带的响应则不同，上边带为 2.68 兆赫，下边带为 1.82 兆赫。在谱线中心，两者重合，均为 2.66 兆赫。外侧翼处的群时延为 116 纳秒，谱线中心处为 105 纳秒，而 $1/\pi W_\xi = 77$ 纳秒（50）；因此，时延带宽积$\tau_g(0)\cdot 2\pi f_{3\mathrm{dB}}$ 分别为 1.65 和 1.76。单极点的时延带宽积为 1，任意一对极点的时延带宽积至多为$\sqrt{2}$ 。具有相同跃迁速率的静止单一速度类，在其自身的单特征偏置下，半功率频率为 1.06 兆赫，群时延为 208 纳秒，时延带宽积为 1.38，接近最大平坦双极点系统的时延带宽积。三能级响应（45）在此耦合下的极点为复数，$(1.67 \pm 1.14i)\times 2\pi$ 兆赫；其半功率频率为 1.69 兆赫，群时延为 130 纳秒，时延带宽积同样为 1.38。两者均低于 $\sqrt{2}$，因此任一速度类的极点都无法提供蒸气中过量的时延；这归因于具有不同双光子失谐的速度类之间的叠加。对相同方程进行直接时域积分（积分因子四阶 Runge–Kutta 方法，步长为 2 纳秒），并对 ± 50 米/秒范围内的速度类进行计算，由.....驱动

由四个振幅为 2 伏特/米、频率介于 0.3 至 5 兆赫之间的单边带音调同时驱动，所得结果在振幅上与线性化响应相差 3×10^{-4}，相位上相差 2×10^{-4} 弧度。

失真

失真以准静态方式计算，形式为 $T(|E_L+\tilde{e}(t)|)$，其中 $\tilde{e}(t)$ 为复双音包络；该计算对充分位于 $f_{3\mathrm{dB}}$ 之内的音调频率有效。以 0.20 和 0.25 兆赫的音调进行时域积分，可将准静态基波、三阶和二阶幅度复现到 3.3% 以内 [图 B2(b)]。在外侧翼为 $A_{\mathrm{IIP3}}=0.280$ 伏特/米，对比由 (66) 得到的 0.279 伏特/米，以及 $A_{1\mathrm{dB}}=0.097$ 伏特/米，比值为 0.346，对比纯三次项 (68) 的 0.330。在线中心为 $A_{\mathrm{IIP3}}=0.235$ 伏特/米和 $A_{1\mathrm{dB}}=0.080$ 伏特/米。二阶截点在边缘为 1.24 伏特/米，在线中心为 0.35 伏特/米；(69) 在两种偏置下均将其复现到 0.1%，而在工作探针强度下给出 1.40 和 0.50 伏特/米，对比计算得到的 1.38 和 0.50 伏特/米。这些是差频产物的截距。和频产物的截距在边缘为 2.24 伏特/米，在线中心为 0.289 伏特/米，$2E_L/|1-\kappa_T E_L|$ 将其复现到 0.2%；单音的二次谐波具有两倍的和频截距。在三阶截点处，二阶产物在边缘比载波低 13 分贝，在线中心低 3 分贝，因此在相同的探测功率下，线中心偏置使三阶无杂散动态范围提高 1.6 分贝，而使二阶无杂散动态范围降低 3.6 分贝。在线中心，每一失真尺度都跟随本地振荡器。对于$E_L=E_L^{\star}/2$，单音压缩场为 $1.0\,E_L$，双音三阶截点为 $3.0\,E_L$，二次谐波截点为 $18\,E_L$；对于 $E_L=E_L^{\star}$，三者分别为 0.51、1.5 和 $3.7\,E_L$。

探针强度

弱探测模型仅在 $\Omega_p \ll \Omega_c$ 时成立，因此使用四能级系统的完整 16×16 林德布拉德主方程 $\dot{\rho}=-\frac{i}{\hbar}[H,\rho]+\sum_k\left(C_k\rho C_k^{\dagger}-\frac{1}{2}\{C_k^{\dagger}C_k,\rho\}\right)$，对每个速度类求解稳态，以考察探针强度。塌缩算符包括辐射衰减 $\sqrt{\Gamma_e}\,|1\rangle\langle2|$，其 $\Gamma_e/2\pi=6$ 兆赫；里德伯态衰减 $\sqrt{\Gamma_r}\,|2\rangle\langle3|$ 和 $\sqrt{\Gamma_r}\,|1\rangle\langle4|$，其 $\Gamma_r/2\pi=2.3$ 千赫；里德伯原子对的共同退相干 $\sqrt{2\gamma_d}\,(|3\rangle\langle3|+|4\rangle\langle4|)$，其 $\gamma_d/2\pi=0.299$ 兆赫；以及渡越过程，通过对里德伯态布居进行重置 $\sqrt{\gamma_{\mathrm{tr}}}\,|1\rangle\langle j|$（$j=3$，4）表示，其 $\gamma_{\mathrm{tr}}/2\pi=0.089$ 兆赫。在弱探测极限下，这些参数重现了 γ_{21}、γ_{31} 和 γ_{41}；当 $\Omega_p/2\pi=0.02$ 兆赫时，主方程与弱探测模型在 $\bar{A}$ 中的吻合度达到 3×10^{-5}。随着探针强度增加，并在每个点重新优化偏置 [图 B2(c)]，，斜率在 $\Omega_p/2\pi\approx3$ 兆赫时减半，到 20 兆赫时降至弱探测值的 2% 以下。在光束面积固定时，探测功率与 Ω_p^2T 成正比，因此散粒噪声底（51）与 $(\kappa_T\Omega_p\sqrt{T})^{-1}$ 成正比，并在两种偏置下均于 $\Omega_p/2\pi\approx3$ 兆赫（$\approx0.9\,\Omega_c$）时达到最小值。此时，边缘处为 $\kappa_T=0.178$（伏特/米）$^{-1}$，线中心处为 0.272（伏特/米）$^{-1}$，分别是弱探测值的 0.50 和 0.48 倍，由此确定 $\mathcal{S}\approx\frac{1}{2}$。探针还会使射频关闭窗口变宽，在此强度下分别达到 $W_\xi=5.70$ 兆赫和 $W_p=3.51$ 兆赫。边缘处 1.62 兆赫的调幅带宽是展宽后窗口宽度一半的 0.57 倍；线中心最优点 $E_L^{\star}=0.23$ 伏特/米对应的探测扫描分裂为展宽后窗口的 $0.83\,W_p$。对于循环跃迁上的高斯光束，其半径为 $1/e^2$ w，$P=\pi w^2 I_{\mathrm{sat}}(\Omega_p/\Gamma_e)^2$，其中 $I_{\mathrm{sat}}=1.67$ 毫瓦/平方厘米^2 [49]，；因此，在 1 毫米设计光束下，最优点对应的入射功率为 13 μ 瓦，透射功率为 $P_{\mathrm{det}}=10.6$ μ 瓦。使用主方程斜率时，边缘处和线中心处的散粒噪声底分别为 17 和 11 纳伏·厘米$^{-1}$ 赫兹$^{-1/2}$（采用差分读出（32）时，边缘处为 12）。同一模型给出的耦合功率一阶¯灵敏度，即 $\mathrm{d}\ln T/\mathrm{d}\ln P_c=-(d_0\Omega_c/2)\,\partial A/\partial\Omega_c$，在弱探测下，边缘处为 0.040，线中心处为 0.045；当 $\Omega_p/2\pi=3$ 兆赫时，分别为 0.021 和 0.024。使用工作斜率时，耦合激光器相对强度噪声为 -125 分贝/赫兹，对应边缘处 0.65 纳伏·厘米$^{-1}$ 赫兹$^{-1/2}$。

耦合

在固定 d_0 时，将 $\Omega_c/2\pi$ 从 2 兆赫提高到 5 兆赫，会使射频关闭对比度从 0.051 提高到 0.134，使单特征斜率从 0.178 提高到 0.486（伏特/米）$^{-1}$，并使调幅带宽从 1.60 兆赫提高到 3.02 兆赫，因此增益带宽积（89）从 0.29 增至 1.47 兆赫（伏特/米），提高五倍$^{-1}$。在线中心处，增益带宽积从 0.55 增至 2.76 兆赫（伏特/米）$^{-1}$。在这一范围内，单特征带宽比 $W_\xi/2$高 7% 至 12%，线中心带宽则比其高 22% 至 35%。当 $\Omega_c/2\pi = 7$ 兆赫时，单特征响应在半功率水平附近出现平台，使其 $f_{3\mathrm{dB}}$ 条件变差；而线中心增益带宽积进一步升至 4.6 兆赫（伏特/米）$^{-1}$。

已发表的工作点

第 4.4 节的比较使用每项实验的常数评估同一模型。波长、中间态的自然线宽和热速度取自原子种类及气室温度；渡越速率根据所述光束尺寸，按照第 4.1 节中的方式确定；碰撞与激光退相干保持为 $2\pi \times 0.3$ 兆赫；里德堡偶极矩和拉比频率取自 ARC。对于文献 [7]（铯 $47D_{5/2} \to 48P_{3/2}$，$\Omega_p/2\pi = 5.7$ 兆赫，$\Omega_c/2\pi = 0.97$ 兆赫，探测光束直径为 1.70 mm），ARC 对 π分量给出 $\mathcal{D}_{\mathrm{RF}} = 1443\, e a_0$ 。主方程给出的射频关闭窗口在耦合扫描中为 7.35 兆赫，在探测扫描中为 4.39 兆赫，而弱探测响应 W_ξ 为 2.24 兆赫；线中心斜率在 $E_L^\star = 0.318$ 伏特/米处达到峰值，此时 $\Omega_{\mathrm{RF}}/2\pi = 0.80\, W_\xi$。对于文献 [29] 的单频探测（铯，$\Omega_p/2\pi = 3.7$ 兆赫，$\Omega_c/2\pi = 1.1$ 兆赫，光束半高全宽为 1 mm），耦合扫描中的窗口为 5.30 兆赫，探测扫描中为 3.17 兆赫，而弱探测响应 W_ξ 为 2.30 兆赫。线中心斜率在 $\Omega_{\mathrm{RF}}/2\pi = 4.3$ 兆赫处达到峰值，此处 AM 响应在 0.16 兆赫处降至半功率，在 0.30 兆赫处降至半幅，群时延为 0.92 μ秒。将本地振荡器减半或加倍，会使半幅点移动到 0.50 或 0.23 兆赫。将退相干设为 $2\pi \times 0.1$ 和 $2\pi \times 1$ 兆赫后，文献 [7] 的耦合扫描宽度变为 6.95 和 8.57 兆赫，其最佳本地振荡器变为 0.305 和 0.353 伏特/米；探测扫描宽度变为 2.97 和 3.83 兆赫。对于文献 [51]（^{85}铷 $59D_{5/2}$，380-μμm 直径光束中的 500 mW 耦合光，气室温度为 50 °C），ARC 给出 π 跃迁的峰值耦合拉比频率为 9.9 兆赫，而式（17）对该值的 1.0、0.8、0.6 和 0.4 倍分别给出 $W_\xi/2 = 5.79$、4.54、3.35 和 2.30 兆赫。在窗口边缘对双光子失谐进行调制时，这些耦合强度下的弱探测响应达到半功率的频率介于 2.1 和 3.3 兆赫之间；对于其中较大的三个耦合强度，随后在 -3 至 -6.5 分贝之间保持平台，直至 6 至 10 兆赫。在那里，其半功率频率的条件很差；对于 $\Omega_c/2\pi = 7$ 兆赫的设计系统也是如此。对于文献 [52]（文献 [7],中的铯跃迁，探测光束直径为 1.18 mm），拉比频率未见报道，退相干设为 $2\pi \times 3$ 兆赫，该数值使该工作与其测量响应相匹配。此时，对于 $\Omega_c/2\pi = 1$、 4 、 6.5 和 10 兆赫，窗口（17）的宽度分别为 4.78、6.11、8.13 和 11.77 兆赫。

参考文献

[1] J. A. Sedlacek, A. Schwettmann, H. K¨ubler, R. L¨ow, T. Pfau, 和 J. P. Shaffer，“利用明亮原子共振，通过蒸气池中的里德堡原子进行微波电测量”，《自然·物理》，第 8 卷，第 11 期，第 819–824 页，2012年。[2] H. Fan, S. Kumar, J. Sedlacek, H. K¨ubler, S. Karimkashi 和 J.P.Shaffer，“基于原子的射频电场传感”，《物理学杂志 *B*：原子、分子与光学物理》，第 48 卷，第 20 期，第 202001 页，2015年。

[3] C. L. Holloway, M. T. Simons, J. A. Gordon, A. Dienstfrey, D. A. Anderson 和 G. Raithel, “实现国际单位制溯源性的电场计量：原子蒸气中电磁诱导透明的系统测量不确定度”, 应用物理学杂志, 第 121 卷, 第 23 期, 第 233106 页, 2017年。[4] S. H. Autler 和 C. H. Townes, “快速变化场中的斯塔克效应”, 《物理评论》, 第 100 卷, 第 2 期, 第 703–722 页, 1955年。[5] M. T. Simons, A. H. Haddab, J. A. Gordon 和 C. L. Holloway, “一种基于里德堡原子的混频器：测量射频波的相位”, 《应用物理快报》, 第 114 卷, 第 11 期, 第 114101 页, 2019年。[6] J. A. Gordon, M. T. Simons, A. H. Haddab 和 C. L. Holloway, “利用基于里德堡原子的混频器, 在射频下以低于1赫兹的分辨率探测微弱电场”, 《*AIP*进展》, 第 9 卷, 第 4 期, 第 045030 页, 2019年。[7] M. Jing, Y. Hu, J. Ma, H. Zhang, L. Zhang, L. Xiao 和 S. Jia, “基于微波缀饰里德堡光谱的原子超外差接收机”, 《自然·物理》, 第 16 卷, 第 9 期, 第 911–915 页, 2020年。[8] C. L. Holloway, J. A. Gordon, S. Jefferts, A. Schwarzkopf, D. A. Anderson, S. A. Miller, N. Thaicharoen 和 G. Raithel, “用于国际单位制溯源、自校准测量的宽带里德堡原子电场探头”, 《*IEEE*天线与传播汇刊》, 第 62 卷, 第 12 期, 第 6169–6182 页, 2014年。[9] J. A. Gordon, C. L. Holloway, A. Schwarzkopf, D. A. Anderson, S. Miller, N. Thaicharoen 和 G. Raithel, “通过铷里德堡原子中的 Autler-Townes劈裂探测毫米波”, 《应用物理快报》, 第 105 卷, 第 2 期, 第 024104 页, 2014年。[10] M. T. Simons, J. A. Gordon, C. L. Holloway, D. A. Anderson, S. A. Miller 和 G. Raithel, “利用频率失谐提高通过里德堡原子中的电磁诱导透明和 Autler-Townes劈裂进行电场测量的灵敏度”, 《应用物理快报》, 第 108 卷, 第 17 期, 第 174101 页, 2016年。[11] D. H. Meyer, K. C. Cox, F. K. Fatemi 和 P. D. Kunz, “利用里德堡原子和幅度调制微波场进行数字通信”, 《应用物理快报》, 第 112 卷, 第 21 期, 第 211108 页, 2018年。[12] D. A. Anderson, R. E. Sapiro 和 G. Raithel, “用于调幅和调频无线电通信的原子接收机”, 《*IEEE*天线与传播汇刊》, 第 69 卷, 第 5 期, 第 2455–2462 页, 2021年。[13] V. J. Urick, Jr., J. D. McKinney 和 K. J. Williams, 《微波光子学基础》。新泽西州霍博肯：Wiley, 2015年。[14] C. H. Cox, III, 《模拟光链路：理论与实践》。剑桥：剑桥大学出版社, 2004年。[15] J. Capmany 和 D. Novak, “微波光子学融合两个领域”, 《自然·光子学》, 第 1 卷, 第 6 期, 第 319–330 页, 2007年。[16] D. Marpaung, J. Yao 和 J. Capmany, “集成微波光子学”, 《自然·光子学》, 第 13 卷, 第 2 期, 第 80–90 页, 2019年。

[17] L. J. Chu，“全向天线的物理限制”，应用物理学杂志，第19卷，第12期，第1163–1175页，1948年。[18] H. A. Wheeler，“小型天线的基本限制”，IRE学报，第35卷，第12期，第1479–1484页，1947年。[19] K. C. Cox、D. H. Meyer、F. K. Fatemi和P. D. Kunz，“电小尺寸区域中的量子极限原子接收器”，《物理评论快报》，第121卷，第11期，第110502页，2018年。[20] D. H. Meyer、Z. A. Castillo、K. C. Cox和P. D. Kunz，“里德堡原子用于宽带电场传感的评估”，《物理学杂志 B：原子、分子与光学物理》，第53卷，第3期，第034001页，2020年。[21] G. Santamaria-Botello、S. Verploegh、E. Bottomley和Z. Popovic，“里德堡原子与电子微波接收器噪声温度的比较”，arXiv:2209.00908，2022年。[在线]。可获取：https://arxiv.org/abs/2209.00908[22] G. Sandidge、G. Santamaria-Botello、E. Bottomley、H. Fan和Z. Popovi´c，“用于里德堡原子微波接收器灵敏度提升的谐振结构”，IEEE《微波理论与技术汇刊》，第72卷，第4期，第2057–2066页，2024年。[23] F. Wu、Q. An、Z. Sun和Y. Fu，“里德堡原子微波超外差接收器的线性动态范围”，《物理评论A辑》，第107卷，第4期，第043108页，2023年。[24] L. F. Gon˸calves、T. Zhang、G. Raithel和D. A. Anderson，“原子无线电接收器中的非线性：谐波与互调失真”，APS开放科学，第1卷，第000083页，2026年。[25] Y. Chen、C. Yuen和C. M. S. See，“利用六波混频实现里德堡原子接收机的宽带量子转换”，IEEE《通信领域精选期刊》，第44卷，第5472–5488页，2026年。[26] D. H. Meyer、C. O’Brien、D. P. Fahey、K. C. Cox和P. D. Kunz，“利用电磁感应透明读出的最优原子量子传感”，《物理评论A辑》，第104卷，第4期，第043103页，2021年。[27]M. Fleischhauer、A. Imamoglu和J. P. Marangos，“电磁感应透明：相干介质中的光学系统”，《现代物理评论》，第77卷，第2期，第633–673页，2005年。[28] J. Gea-Banacloche、Y.-q. Li、S.-z. Jin和M. Xiao，“梯型非均匀展宽介质中的电磁感应透明：理论与实验”，《物理评论A辑》，第51卷，第1期，第576–584页，1995年。[29] A. B. Artusio-Glimpse、D. A. Long、S. M. Bresler、N. Prajapati、D. Shylla、A. P. Rotunno、M. T. Simons、S. Berweger、N. Schlossberger、T. W. LeBrun和C. L. Holloway，“利用光学频率梳探针提高里德堡原子电测量的瞬时带宽”，arXiv:2402.17942，2024年。 [在线]。可获取：https://arxiv.org/abs/2402.17942[30] B. Yang、Y. Yan、X. Li、L. Xiao、X. Li、L. Q. Chen、J. Deng和H. Cheng，“具有增强瞬时带宽的高灵敏度微波电测量”，《物理评论应用》，第21卷，第3期，第L031003页，2024年。

[31]Y. Yan、B. Yang、X. Li、H. Zhao、B. Yu、J. Deng、L. Q. Chen和H. Cheng，“多缀饰态工程化里德堡电场测量”，arXiv:2506.10541，2026年。 [在线]。可获取：https://arxiv.org/abs/2506.10541[32] Y. Jiao、Y. Yin、Y. He、J. Hu、C. Lu、J. Bai、Z. Bai、W. Li、S. Jia和J. Zhao，“基于可扩展里德堡蒸气池阵列与斯塔克梳的按需瞬时带宽微波接收机”，《通讯物理学》，2026年，doi: 10.1038/s42005-026-02941-9。[33] W. M. Itano、J. C. Bergquist、J. J. Bollinger、J. M. Gilligan、D. J. Heinzen、F. L. Moore、M. G. Raizen和D. J. Wineland，“量子投影噪声：二能级系统中的布居数涨落”，《物理评论A辑》，第47卷，第5期，第3554–3570页，1993年。[34] C. L. Degen、F. Reinhard和P. Cappellaro，“量子传感”，《现代物理评论》，第89卷，第3期，第035002页，2017年。[35] S. Kumar、H. Fan、H. K¨ubler、J. Sheng和J. P. Shaffer，“利用零差读出对弱射频电场进行原子传感”，《科学报告》，第7卷，第1期，第42981页，2017年。[36] D.-S. Ding、Z.-K. Liu、B.-S. Shi、G.-C. Guo、K. Mølmer和C. S. Adams，“多体里德堡原子体系临界点处的增强计量”，《自然·物理》，第18卷，第12期，第1447–1452页，2022年。[37] H.-T. Tu、K.-Y. Liao、H.-L. Wang、Y.-F. Zhu、S.-Y. Qiu、H. Jiang、W. Huang、W. Bian、H. Yan和S.-L. Zhu，“逼近里德堡原子微波电场计的标准量子极限”，《科学进展》，第10卷，第51期，第eads0683页，2024年。[38] H. Nyquist，“导体中电荷的热骚动”，《物理评论》，第32卷，第1期，第110–113页，1928年。[39] D. J. Wineland、J. J. Bollinger、W. M. Itano、F. L. Moore和D. J. Heinzen，“光谱学中的自旋压缩与量子噪声降低”，《物理评论A辑》，第46卷，第11期，第R6797–R6800页，1992年。[40] R. W. Boyd，《非线性光学》，第4版，Academic Press，2020年。[41] B. Razavi，《射频微电子学》，第2版，新泽西州上萨德尔河：Pearson，2012年。[42] D. M. Pozar，《微波工程》，第4版，新泽西州霍博肯：Wiley，2012年。[43] H. T. Friis，“无线电接收机的噪声系数”，IRE学报，第32卷，第7期，第419–422页，1944年。[44] H. A. Haus、W. R. Atkinson、G. M. Branch、W. B. Davenport, Jr.、W. H. Fonger、W. A. Harris、S. W. Harrison、W. W. McLeod、E. K. Stodola和T. E. Talpey，“线性双端口中的噪声表示”，IRE学报，第48卷，第1期，第69–74页，1960年。[45] J. S. McLean，“电小天线辐射Q值基本极限的再审视”，《IEEE天线与传播汇刊》，第44卷，第5期，第672–676页，1996年。[46] J. Kitching，“芯片级原子器件”，《应用物理评论》，第5卷，第3期，第031302页，2018年。

[47] N. ˇSibali´c、J. D. Pritchard、C. S. Adams 和 K. J. Weatherill，《ARC：用于计算碱金属里德伯原子性质的开源库》，Computer Physics Communications，第220卷，第319–331页，2017年。[48] M. Cai、Z. Xu、S. You 和 H. Liu，《基于里德伯原子的微波传感器的灵敏度改进与测定》，《光子学》，第9卷，第4期，第250页，2022年。[49] D. A. Steck，《铷-87 D线数据》，在线 उपलब्ध于 http://steck.us/alkalidata（修订版2.3.4，2025年8月8日）。[50] D. Marpaung、C. Roeloffzen、R. Heideman、A. Leinse、S. Sales 和 J. Capmany，《集成微波光子学》，《激光与光子学评论》，第7卷，第4期，第506–538页，2013年。[51] D. H. Meyer、P. D. Kunz 和 K. C. Cox，《0至20 GHz的波导耦合里德伯频谱分析仪》，《物理评论应用》，第15卷，第1期，第014053页，2021年。[52] Y. Tang、S. Wang、S. Ren、C. Yang、H. Zhou 和 C. Lu，《四能级外差里德伯原子接收器的响应分析》，《IEEE天线与传播汇刊》，第74卷，第4期，第3266–3281页，2026年。[53] N. Prajapati、A. P. Rotunno、S. Berweger、M. T. Simons、A. B. Artusio-Glimpse、S. D. Voran 和 C. L. Holloway，《量子接收器进行电视和电子游戏流媒体传输：基于里德伯原子的接收器带宽与接收清晰度研究》，《AVS量子科学》，第4卷，第3期，第035001页，2022年。[54] S. M. Bohaichuk、D. Booth、K. Nickerson、H. Tai 和 J. P. Shaffer，《里德伯原子静电计瞬态响应的起源及其对射频脉冲传感的影响》，《物理评论应用》，第18卷，第3期，第034030页，2022年。[55] C. P. Wen，《共面波导：适用于非互易旋磁器件应用的表面带状传输线》，IEEE《微波理论与技术汇刊》，第17卷，第12期，第1087–1090页，1969年。[56] D. A. Anderson、E. G. Paradis 和 G. Raithel，《利用偏振选择性场增强谐振器进行射频场检测的蒸气室原子传感器》，《应用物理快报》，第113卷，第7期，第073501页，2018年。[57] S. Berweger、A. B. Artusio-Glimpse、A. P. Rotunno、N. Prajapati、J. D. Christesen、K. R. Moore、M. T. Simons 和 C. L. Holloway，《用于相位分辨里德伯原子场传感的闭环量子干涉测量》，《物理评论应用》，第20卷，第5期，第054009页，2023年。[58] M. Schmidt、S. M. Bohaichuk、V. Venu、R. Wang、H. K¨ubler 和 J. P. Shaffer，《利用振荡动力学对里德伯原子传感器进行全光射频相位检测》，《物理评论快报》，第135卷，第9期，第093602页，2025年。[59] T. F. Gallagher，《里德伯原子》。剑桥：剑桥大学出版社，1994年。[60] A. R. Edmonds，《量子力学中的角动量》。新泽西州普林斯顿：普林斯顿大学出版社，1957年。[61] M. Marinescu、H. R. Sadeghpour 和 A. Dalgarno，《碱金属二聚体的色散系数》，《物理评论A辑》，第49卷，第2期，第982–988页，1994年。

[62] M. L. Zimmerman、M. G. Littman、M. M. Kash 和 D. Kleppner，《碱金属原子的里德伯态斯塔克结构》，《物理评论*A*辑》，第20卷，第6期，第2251–2275页，1979年。[63] E. J. Robertson、N. ˇSibali´c、R. M. Potvliege 和 M. P. A. Jones，《ARC 3.0：用于原子物理计算的扩展 Python 工具箱》，*Computer Physics Communications*，第261卷，第107814页，2021年。