arXiv:2611.27976v1 [cond-mat.quant-gas] 20 Nov 2026

均匀偶极超流体边界处旋子型密度增强的观测

Jasmine Kalia, * Kiryang Kwon, * William J. Solorio Hernandez, *Rubaiya R. Emran、Aryan Prasad 和 Richard J. Fletcher†*MIT-Harvard Center for Ultracold Atoms, Research Laboratory of Electronics, and Department of Physics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts 02139, USA*（日期：2026年11月23日）

量子液体的集体激发是其涌现行为的核心 [1]。在许多系统中，激发能量 ε 随波矢 k 的变化会在某个特征长度尺度上表现出软化，这对热力学和输运 [2–4]起着关键作用。这些被称为旋子的激发，往往反映了液体潜在的结晶倾向，即转变为与之竞争的对称性破缺态 [5]，，例如氦的固态，或磁场中电子形成的维格纳晶体 [6–8]。50多年前，人们就预测旋子应会表现为流体边界处涌现的密度振荡 [9–11]，，但这一效应尚未被观测到。在此，我们实现了一种受均匀囚禁势约束的超冷偶极超流体，并直接证实其边缘处出现了旋子型密度增强。与此同时，体相中出现了旋子型密度涨落，它们通过涨落耗散定理与静态边缘结构相关联。随着偶极特性的增强，流体边界出现方位角密度调制；我们表明，这种行为类似于受环形光势约束的准一维流体。

旋子液体边界处的密度振荡，是由壁面所施加的密度为零这一条件引起的，它促使邻近原子在局部组织成周期性平面。更具体地说，波矢为 k_{r} 处$\varepsilon(k)$的软化意味着静态密度响应函数 $\chi(k)$ [12, 13], 会出现相应的峰值；该函数决定了流体的密度在受到波矢为 k的扰动后如何变化。在一项关于液氦的开创性研究中， [9], Regge 指出，这一峰值会直接表现为边界处的密度振荡，其空间周期为 $2\pi/k_{\mathrm{r}}$。人们认为，类似的密度结构也会伴随量子涡旋 [14–16] 和杂质 [17], 出现，并在耗散和湍流中发挥关键作用 [18]。根据涨落-耗散定理 [12]，这种静态密度响应与体相瞬态密度涨落密切相关，而后者由结构因子 $S(k)$表征。在分数量子霍尔液体中，类似的边缘效应最初由数值方法发现 [19, 20] ，随后被认为与体相磁旋子有关 [21–24]。更多

广义而言，旋子会出现在许多截然不同的系统中，包括中子星 [25], 、重原子核 [10], 、里德伯气体 [26], 以及莫尔′材料 [27]。然而，这些密度调制至今从未被观测到。

超冷原子气体为探索量子流体提供了一个极其可控的平台。通过外部驱动，研究人员已在自旋-轨道耦合气体 [28, 29], 、光学腔 [30, 31],和光学晶格 [32], 以及旋转流体 [33]中实现了旋子现象。在磁偶极气体中，长程原子间作用力与流体约束之间的相互作用，产生了高度可调的旋子激发谱 [34–36]。研究人员已通过布拉格光谱学 [37]和热密度涨落 [38], 探测到旋子；而将其能量调节至消失，则会引发朝向自发密度调制的动力学不稳定性 [39] ，并形成对称性破缺态，例如液滴晶体和超固体 [40–43]。然而，此前所有实验都采用了被置于谐势阱中的非均匀气体 [40], ，尽管已有大量理论研究付出努力 [16, 44–46], 仍无法探索边界物理。

在此，我们实现了由磁性 ^{166}Er 原子组成的玻色-爱因斯坦凝聚体（BEC），并将其约束在均匀的圆柱形盒式光学势阱 [47] 中。我们观察到边界处明显的密度增强；通过调节粒子间相互作用或轴向囚禁来增强流体的旋子特性时，其幅度会增大。伴随这种静态调制的，是贯穿流体体相的旋子密度涨落，其幅度与边缘密度响应同步增大。旋子能量的软化最终会使高密度边界区域出现显著的方位角密度调制，这与环形光学阱中受限准一维流体的观测演化高度相似。

在转向实验之前，我们先考察平面偶极凝聚体预期的边缘密度分布。其旋子特性编码于激发

谱 [34, 35, 48]。为简便起见，我们考虑仅占据轴向基态的情况 [49],

$$\varepsilon(k) = \hbar\omega_z \tilde{k}\sqrt{\tilde{k}^2 + \eta_{\mathrm{dd}}\left(2 + \epsilon_{\mathrm{dd}}^{-1}\right) + \eta_{\mathrm{dd}}\, G(\tilde{k})}\,, \qquad (1)$$

其中， $\hbar$ 是约化普朗克常数， ω_z 是轴向势阱频率，$\tilde{k} = k\ell_z/\sqrt{2}$, ℓ_z 是轴向振子的˜长度，而函数 $G(k) < 0$ 描述了相互作用能的降低

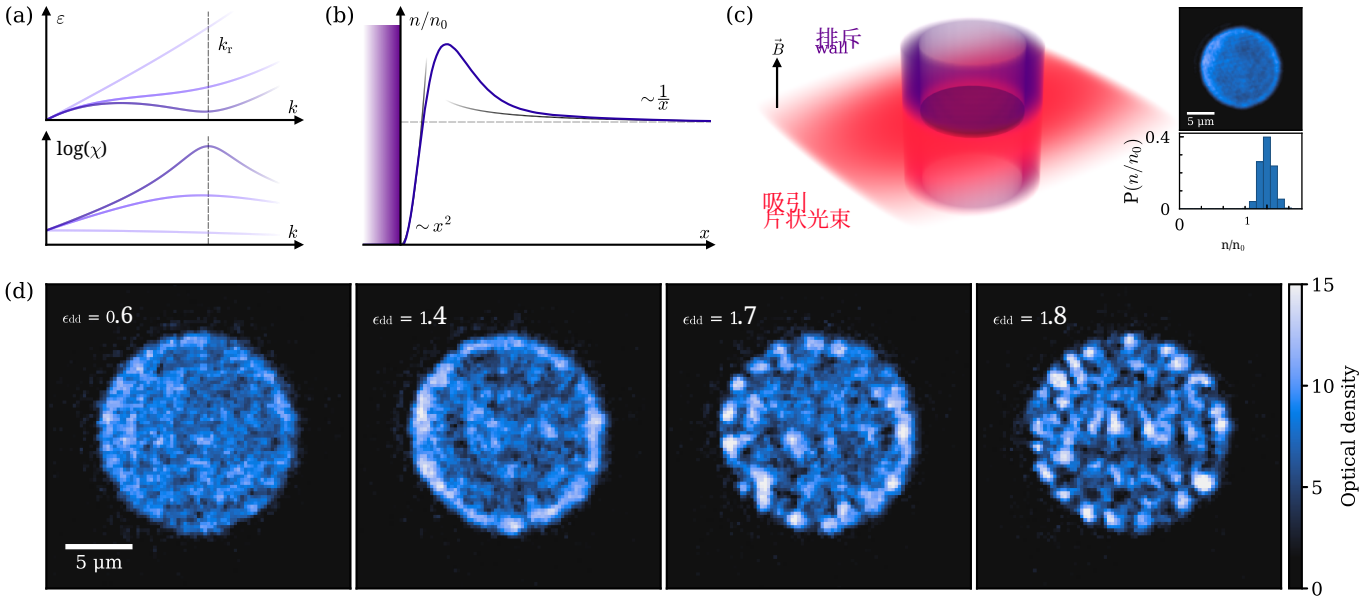

图1. **均匀偶极超流体中涌现的边缘密度调制与体区涨落。a)** 在许多量子流体中，集体激发的谱 $\varepsilon(k)$ 在特征波矢 k_r 处出现软化。这种软化表现为静态密度响应函数 $\chi(k)$ 中一个显著峰值，该函数决定了外部扰动所引起的密度调制。三条曲线展示了示意性的激发谱及其对应的响应函数。**b)** 在约束壁（紫色）附近，旋子表现为密度 n 相对于其体区值 n_0 的调制，反映了流体内部潜在的结晶倾向。紫色曲线通过求解 GP方程得到，黑色曲线则是无需任何自由参数、用于描述短程和长程行为的解析函数。虚线表示 $n = n_0$。**c)** 我们将偶极性 ^{166}Er 原子的玻色-爱因斯坦凝聚体囚禁在均匀圆盘形囚禁势中，该势由吸引性片光束（红色）与一道锐利的排斥壁（紫色）相交形成。轴向磁场 $\vec{B}$ 既能使磁偶极子定向排列，也能调节 s–波散射长度。插图显示了偶极参数为 $\epsilon_{dd} = 0.6$ 时的平均密度分布，以及标准差为 7% 的密度直方图。**d)** 随着旋子特性增强，我们观察到密度分布发生了显著变化。起初，流体在壁处呈现明显的密度增强；进一步增大 ϵ_{dd} 后，沿这一准一维边界出现显著的方位角密度调制。流体边缘的这种演变伴随着整个体相中旋子长度尺度上的涨落增强。

，这种降低源于首尾相接的偶极排列。图1a所示的谱在波矢 $k_r \sim 1/\ell_z$处呈现软化，其旋子特征由两个无量纲量控制。首先，偶极参数 $\epsilon_{dd} = a_{dd}/a_s$ [50] 决定了原子间长程磁力相对于短程范德瓦耳斯力的强度。这里a_s 是 s 波散射长度，可通过Feshbach共振 [51]进行调节，$a_{dd} = 65.4\ a_0$ 是铒的偶极长度，而 a_0 是玻尔半径。其次，$\eta_{dd} = 4\sqrt{2\pi}\, a_{dd}\ell_z n$ 将偶极相互作用能量尺度 $\sim \hbar^2 a_{dd} n/(m\ell_z$与旋子激发的动能代价 $\sim \hbar^2/(m\ell_z^2$进行比较，其中 n 是二维数密度， m 是粒子质量。在我们的实验中，我们通过 ℓ_z调节 η_{dd} 。因此，我们预计，ϵ_{dd} 或 η_{dd}的值越大，旋子边缘密度增强越显著。

虽然 $\varepsilon(k)$决定了密度响应函数$\chi(k)$， [12, 13], 但边界本质上是非微扰的，这意味着线性响应理论无法进行定量应用。在液氦中，这就需要采用密度泛函方法 [11, 15], ；而在这里，我们求解基态密度分布的 Gross-Pitaevskii（GP）方程 [49]。对于硬壁情形，我们在图 1b 中展示了这一点，并辨识出三个物理上截然不同的区域。初始增长 $n(x) = n_0($ $m\mu/\hbar^2)x^2$ 由边界处流入流体的动量通量 $\hbar^2(\partial\sqrt{n}/\partial x)^2/$ $(2m)$ 等于体相热力学压力 $n_0\mu/2$ [49]这一要求所决定。这里， n_0 表示体相中的数密度。流体中的长程偶极相互作用不会影响初始的二次函数形式，只会通过其对化学势 μ 的贡献改变曲率。在远离壁面、位于$x \gg \ell_z$处时，原子不受边缘密度结构细节的影响，主要受到朝向边界的有效吸引，这是由于缺少来自陷阱外部的偶极排斥所致。因此，密度会以代数衰减 $n(x)$ $/n_0 = 1+3\epsilon_{dd}\ell_z/[(1+2\epsilon_{dd})\sqrt{2\pi x}]$ 的形式趋近其体区值 [49]。在中间区域，流体呈现出显著的密度增强，反映了对约束边界的强烈旋子型密度响应。这类似于长期以来预测的液氦和分数量子霍尔流体中的边缘调制。

我们将由 50×10^3 个 ^{166}自旋极化、处于基态的 Er 原子玻色-爱因斯坦凝聚体，限制在图1c 所示的光学阱中。吸引性片光束提供轴向谐振阱，其频率 $\omega_z \in 2\pi \times [193, 501]$ Hz 可调。通过 370 nm 的排斥性激光形成锐利的约束壁。空间强度分布由数字微镜器件控制，并通过数值孔径为 0.6 [49]的显微镜物镜成像到原子上。我们利用这一装置投射圆形和环形均匀光学阱，其外半径均为 8.4 μm。

云团最初制备时具有 $\epsilon_{\rm dd} = 0.9$ 和$\eta_{\rm dd} = 4.2$。随后，我们将 $\epsilon_{\rm dd}$ 或 $\eta_{\rm dd}$ 扫至感兴趣的数值，耗时50 ms，并保持20 ms；之后，使用与投射光学边界 [49]相同的显微镜物镜，获取轴向积分原子密度分布的吸收成像。在图1d中，我们展示了偶极特性增强时密度分布的演变 $\epsilon_{\rm dd}$。即使对于偶极性最低的样品，我们也观察到边界处的密度增强，这与旋子流体的预期相符。随着 $\epsilon_{\rm dd}$增大，这种增强也随之加剧，同时体相中出现显著的密度涨落，高密度边界区域的方位角密度调制也不断增强。

为量化边缘密度增强，我们在图2中绘出 n 随距壁距离 x 的变化，涵盖 $\epsilon_{\rm dd}$ 和 $\eta_{\rm dd}$的若干取值。增强的静态密度响应必然伴随着涨落增加，因此我们对流体的100个独立实现样本求平均，得到平均密度分布。为尽量减少片状光束残余非均匀性造成的畸变（这类非均匀性主要出现在其传播方向的横向），我们从势阱中心沿片状光束传播轴方向截取宽度为 2.4 μm的区域，并由此获得 $n(x)$。我们观察到，对于所有 $\epsilon_{\rm dd}$和 $\eta_{\rm dd}$取值，边界处密度的初始增长都相似。这与我们的预期一致，即$n(x) \propto \mu x^2$ 在壁处；值得注意的是，在所研究的参数范围内，化学势变化不大 [49]。然而，如插图所示， $n(x)$相对于n_0 的增强随两个偶极参数$\epsilon_{\rm dd}$ 和 $\eta_{\rm dd}$显著增大。除实验数据外，我们还展示了通过求解GP方程得到的理论曲线，以确定基态密度分布 [49], ，二者吻合良好——不存在任何自由参数。势阱中的残余非均匀性使我们难以分辨密度朝体区值衰减的预测代数规律；在其有效范围内，这种衰减幅度仅为百分之几$x \gg \ell_z$。

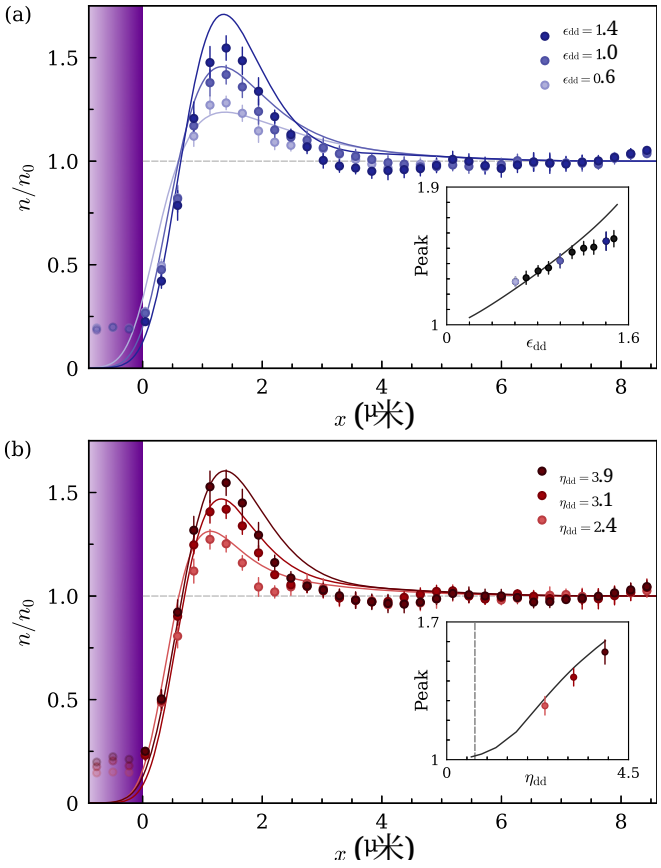

图2. **偶极超流体边界处的密度分布**。数据展示了约束壁附近观测到的原子密度分布 $n(x)$；图中以紫色标出约束壁，并给出不同条件下的结果：**a)** 固定 $\eta_{\rm dd} = 4.2$时的偶极特性 $\epsilon_{\rm dd}$ ，以及**b)** 固定 $\epsilon_{\rm dd} = 1.3$时的相对偶极能 $\eta_{\rm dd}$ 。每条分布曲线均取自100个独立实现样本的平均值，并按体密度 n_0归一化。尽管所有曲线在靠近壁处的初始密度增长相似，但峰值密度增强随 $\epsilon_{\rm dd}$ 和 $\eta_{\rm dd}$单调增大，这与流体旋子特性的预期增强一致。插图分别显示峰值密度随$\epsilon_{\rm dd}$ 和 $\eta_{\rm dd}$的变化。主图和插图中的实线均为通过求解无自由参数的GP方程基态得到的理论预测。下方插图中的竖直虚线表示 $\eta_{\rm dd}$ 的取值；低于该值时， ℓ_z 小于壁势长度尺度 $\sim$ 100 nm，旋子响应受到抑制 [45]。误差棒表示用于获得密度分布的宽度为 2.4 μm的截面上密度的标准差。

边界处的静态密度增强伴随着贯穿流体体区的旋子密度涨落。为探究这一联系，我们通过计算体区的静态结构因子 $S(k) = \langle |\delta n_{\mathbf{k}}|^2 \rangle / N_{\rm b}$ ，对这些涨落进行表征，取值涵盖若干种的 $\epsilon_{\rm dd}$ [49]。这里 $\delta n_{\mathbf{k}}$ 是密度偏离 δn（$\mathbf{r}$）平均值的傅里叶变换，所分析区域内的原子数为 $N_{\rm b}$，而 $\langle \ldots \rangle$表示对流体的许多实现样本取平均。结构因子绘于图3a 中，并在波矢 $\sim 1/\ell_z$ 处出现峰值，该峰值随 $\epsilon_{\rm dd}$单调增长。作为比较，我们计算了 S（k）在与偶极凝聚体相同的温度下、且具有

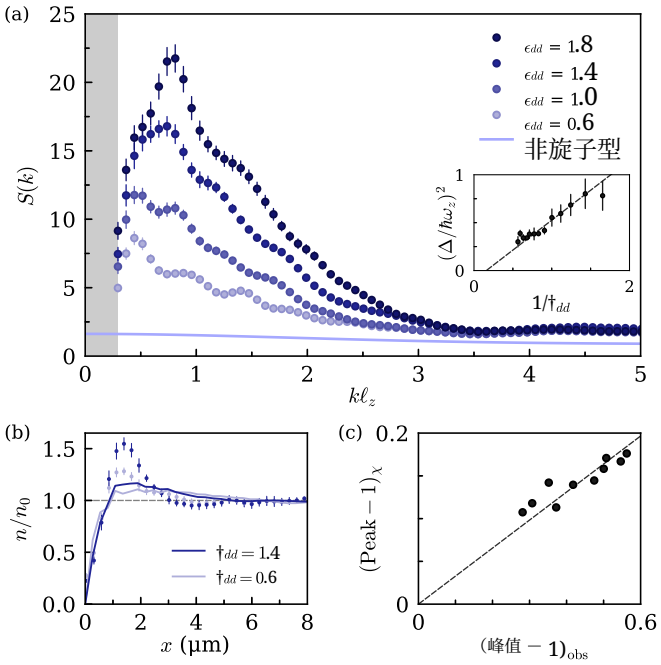

图 3. **体相流体中的密度涨落。a)**我们从密度涨落的功率谱中提取结构因子 $S(k)$。结构因子在$k\ell_z \sim 1$ 处出现峰值，且其幅度随偶极特性 ϵ_{dd}增强，这与旋子主导的涨落一致。所有数据都显著高于相同温度和化学势下非偶极凝聚体的理论结果，后者以实线表示。插图显示了从 $S(k)$ 的最大值获得的旋子能量 Δ，虚线则表示二维流体中预期的线性关系。误差棒通过自助抽样获得。灰色阴影区域表示由体相有限范围决定的低-k 截断。**b)** 我们利用高温下的涨落-耗散定理 $S(k) \propto \chi(k)$，构建边缘密度分布的线性响应估计，实线表示该估计，数据点表示测得的分布。**c)** 我们将此线性响应模型得到的边缘峰值密度增强与实测值进行比较，发现二者近似成正比，如虚线所示。这体现了体相密度涨落与边缘密度响应之间的紧密联系。

偶极流体的平均化学势 [49]。所得曲线由实线表示，显著低于数据，说明旋子软化对密度涨落产生了极其显著的影响。

根据热能 k_BT 与 $\varepsilon(k)$ 的比值，其中 k_B 为玻尔兹曼常数， T 为温度，密度涨落可能源于热占据的集体激发，也可能源于其相关的零点能。对于弱相互作用玻色–爱因斯坦凝聚体 [12, 38]，

$$S(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m\varepsilon(k)} \coth\left(\frac{\varepsilon(k)}{2k_BT}\right). \qquad (2)$$

由于无法探测到任何热原子，直接测量流体的温度颇具挑战，因此我们

因此，我们根据 $S(k)$ [49]的高-k 行为提取温度 $T = 44$ (5) 纳开尔文。由于旋子波矢为 $1/\ell_z$，低-k 声子色散 $\varepsilon \approx \hbar k\sqrt{\mu/m}$给出的旋子能量为 $\Delta \lesssim \sqrt{\mu\hbar\omega_z} \sim k_B \times 10$ 纳开尔文。这意味着在我们的系统中，热能远大于旋子能量，并且图 3a 中表征的涨落主要是热涨落。因此，我们利用高温关系 $S(k) \approx k_BT\hbar^2k^2/(m\varepsilon^2(k))$，根据 $S(k)$ 的峰值提取 Δ 。该结果绘于图 3a 的插图中。正如方程（1）的形式所预期的那样，我们发现 Δ^2 随 $1/\epsilon_{dd}$ 近似线性变化。

流体的密度涨落与其密度响应通过涨落-耗散定理 $S(k) \geq k_BT\chi(k)$ 密切相关；在极限 $k_BT \gg \varepsilon(k)$ [12, 13] 下，该定理变为等式。对于我们的实验，$k\ell_z \lesssim \sqrt{2k_BT/(\hbar\omega_z)} \approx 3$ 满足这一条件，这意味着在此范围内，图 3a 所示的结构因子近似正比于 $\chi(k)$。因此，我们利用对体相中 $S(k)$ 的测量，按照 [9] 的方法，并假设边界处的调制与 δ 函数扰动产生的调制成正比，从而构建边界处密度结构的线性响应估计。由此得到 $n(x)/n_0 = 1 - \int dk\chi(k)\exp(ikx)/\int dk\chi(k)$。所得剖面示例见图 3b，它们在定性上捕捉了密度的初始上升、峰位以及向体相衰减的趋势，但系统性地低估了观测到的峰值。在图 3c 中，我们将观测到的峰值密度增强与线性响应所得的峰值密度增强相互对照，发现二者近似成正比，表明了流体边界处的静态密度响应与体相中瞬态密度涨落之间的联系。

除了边缘密度增强的幅度随偶极特性增强而增加外，对于 $\epsilon_{dd} \gtrsim 1.6$，我们还观察到流体边界显著的方位角密度调制。其特征长度尺度为 $\sim 2\pi\ell_z$，这表明沿准一维边缘取向的波矢对应的旋子模发生了软化，正如近期理论研究所讨论的那样 [46]。近期，有研究预测，在分数量子霍尔流体中也可能存在类似的边缘旋子 [23]。

为探究这种相似性，我们比较边界区域与环形流体的密度调制增长情况，图中展示了环形流体的示意图像。4a。我们选取的外半径为 8.4 μm，内半径为6.3 μm，原子数密度也经过选择，使其与图1d 中密度增强的边界区域尽可能匹配，并采用与此前盘状云相同的实验序列。随着 ϵ_{dd} 增大，我们观察到密度调制显著增强，其特征长度尺度与旋子理论预期 $2\pi\ell_z$高度吻合。由 30 次实验迭代得到的平均图像中并未出现这种调制，说明其相位是随机的。我们还对

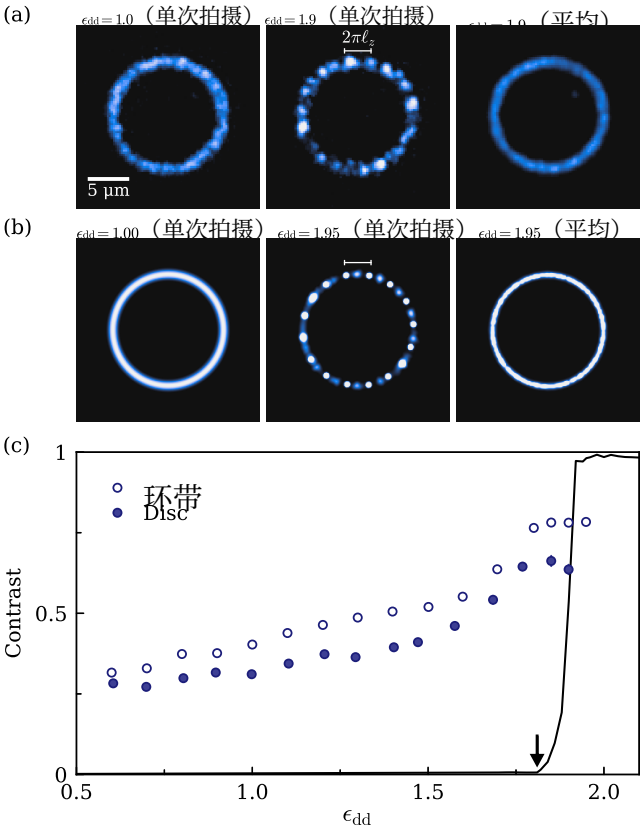

图4. **环形偶极流体的旋子密度调制。a）**我们将偶极凝聚体限制在环形势阱中，其演化类似于图1d所示二维流体的边界。当 ϵ_{dd} 升高时，我们观察到旋子长度尺度 $2\pi\ell_z$处的密度调制，白色比例尺标示了该尺度。调制相位是随机的，平均图像呈现出方位角对称性便证明了这一点。**b）**我们通过实时演化GP方程来模拟实验，并获得了与实验观测结果相似的密度分布。**c）**为了比较环形流体与盘状云边界的演化，我们绘制了它们的一维方位角密度的对比度。两种势阱几何形状均表现出相似的行为，反映出二维流体边界具有准一维性质。零温模拟云的对比度以实线表示，呈现出突然出现的变化。这与基态从方位角对称凝聚体转变为液滴相有关，箭头标示了这一转变。实验中的非零温度导致在接近该不稳定性时热涨落不断增大。误差线表示均值标准误。

实验进行了模拟：根据 GP 方程进行实时演化，并在图4b 中展示了示意图像，与观测到的分布高度吻合。模拟流体中的调制虽然在略高的 ϵ_{dd}值下才出现，但我们发现，这取决于原子数以及环形约束的壁面强度分布。

为了量化密度调制随 ϵ_{dd}的增长，我们通过径向积分获得靠近边缘的方位角一维密度，并在图4c中绘制环形流体、二维云边界以及GP 实时模拟的密度对比度 [49]。两种囚禁几何表现出相似的行为，这与边界的方位角密度调制源于准一维旋子模的观点一致。我们的零温模拟流体的对比度增长更加突然，其起始点与底层基态从方位角对称凝聚体转变为孤立液滴相吻合，如箭头所示。这表明，在GP方程实时演化过程中观察到的调制对应于一种与方位角旋子模相关的动力学不稳定性，这与谐振囚禁气体中的实验结果类似 [40, 41]。在实验中，随着我们接近这一不稳定性，非零温度必然会导致显著的热密度涨落，使得对比度的增长更加平缓。

这些实验直接实现了关于环形量子流体边界处密度调制的长期预测，并提供了一个仅由粒子间相互作用和约束势产生涌现结构的典型范例。我们的环形流体天然具备周期性边界条件，因此非常适合研究流体动力学和激发 [52–54]。更广泛地说，偶极量子气体均匀势的逐渐可用，将有助于探索集体激发、输运、关联、湍流和临界现象。

致谢

我们感谢 Jens Hertkorn 和 Martin Zwierlein 就本研究进行的有益讨论以及对稿件提出的批评性意见，并感谢 Jared Rivera 早期参与排斥势装置的工作。本研究得到美国国家科学基金会通过超冷原子中心（PHY-2317134）和 PHY-2207367 号资助，以及空军科学研究办公室青年研究人员计划（FA9550-22-1-0066）和 David 和 Lucile Packard 基金会（2023-76156）的支持。本材料基于美国国防高级研究计划局（DARPA）根据协议编号 HR00112490527 所支持的工作。J.K. 感谢美国国家科学基金会研究生研究奖学金（资助编号 2141064）的支持。K.K. 感谢由 Gordon 和 Betty Moore 基金会通过 GBMF13896 号资助的 MIT 量子计划博士后奖学金项目提供的支持。

作者贡献

J.K.、K.K. 和 W.S.H. 完成了测量。J.K. 和 K.K. 分析了数据。R.E.、K.K. 和 A.P. 进行了数值模拟。R.J.F. 构建了理论描述。K.K. 和 R.J.F. 负责监督

该项目。所有作者均参与了结果的阐释和手稿的准备工作。

利益冲突

作者声明不存在利益冲突。

---

* 这些作者贡献相同。† rfletch@mit.edu[1] P. Nozi`eres 和 D. Pines, *The Theory of Quantum Liquids: Normal Fermi Liquids* （CRC Press, 2018）。[2] L. Landau, 《氦II超流性的理论》, 《物理评论》60, 356（1941）。[3] L. Landau, 《关于氦II超流性理论》, J. Phys 11, 91（1947）。[4] R. P. Feynman, 《液氦双流体模型的原子理论》, 《物理评论》94, 262–277（1954）。[5] P. Nozi`eres, 《超流 ^{4}He中的旋子是布拉格斑的幽灵吗？》, 《低温物理学杂志》137- 137, 45–67（2004）。[6] E. E. Mendez、M. Heiblum、L. L. Chang 和 L. Esaki, 《稀薄二维电子气中的强磁场输运》, 物理评论B 28, 4886(R)（1983）。[7] P. K. Lam 和 S. M. Girvin, 《液-固转变与分数量子霍尔效应》, 物理评论B 30, 473 1984(R)（）。[8] H. W. Jiang、R. L. Willett、H. L. Stormer、D. C. Tsui、L. N. Pfeiffer 和 K. W. West, 《在ν=1/5朗道能级填充附近的量子液体与电子固体》, 《物理评论快报》65, 633（1990）。[9] T. Regge, 《氦II的自由边界与费曼波函数》, 《低温物理学杂志》9, 123 133 1972–（）。[10] M. Rasetti 和 T. Regge, 《氦液滴作为重原子核的类似物》, 载于 *Quantum Liquids*, J. Ruvalds 和 T. Regge 编（Elsevier, 1978）, 第227–236页。[11] F. Dalfovo、A. Lastri、L. Pricaupenko、S. Stringari 和 J. Treiner, 《超流氦的结构与动力学性质：密度泛函方法》, 物理评论B 52, 1193（1995）。[12] L. Pitaevskii 和 S. Stringari, *Bose-Einstein Condensa-tion and Superfluidity* （牛津大学出版社, 2016）, 第89–109页。[13] R. N. Bisset、P. B. Blakie 和 S. Stringari, 《静态响应理论与扁平偶极玻色-爱因斯坦凝聚体的旋子-极大子谱》, 《物理评论A》100, 013620（2019）。[14] G. V. Chester、R. Metz 和 L. Reatto, 《关于量子化涡旋的理论》, 《物理评论》175, 275–285（1968）。[15] F. Dalfovo, 《零温下氦中涡旋的结构》, 物理评论B 46, 5482（1992）。[16] R. M. Wilson、S. Ronen、J. L. Bohn 和 H. Pu, 《偶极玻色-爱因斯坦凝聚体中旋子模的表现》, 《物理评论快报》100, 245302（2008）。[17] F. Dalfovo, 《^{4}He团簇中的原子与分子杂质》, Zeitschrift f¨ur Physik D 原子、分子与团簇 29, 61–66（1994）。[18] I. Amelio、D. E. Galli 和 L. Reatto, 《通过量子蒸发测量探测 ^{4}He中的量子湍流》, 《物理评论快报》121, 015302（2018）。[19] R. Morf 和 B. I. Halperin, 分数量子霍尔效应试探波函数的蒙特卡罗评估：圆盘几何, 《物理评论B》33, 2221（1986）。[20] O. Ciftja 和 C. Wexler, 圆盘几何中类劳克林态的蒙特卡罗模拟方法, 《物理评论B》67, 075304（2003）。[21] S. M. Girvin、A. H. MacDonald 和 P. M. Platzman, 分数量子霍尔效应集体激发的磁旋子理论, 《物理评论B》33, 2481（1986）。[22] I. V. Kukushkin、J. H. Smet、V. W. Scarola、V. Umansky 和 K. von Klitzing, 分数量子霍尔态激发的色散关系, 《科学》324, 1044（2009）。[23] S. Jolad、D. Sen 和 J. K. Jain, 分数量子霍尔边缘：非线性色散和边缘旋子的影响, 《物理评论B》82, 075315（2010）。[24] P. Wiegmann, 分数量子霍尔边缘的非线性流体动力学与分数量子化孤子, 《物理评论快报》108, 206810（2012）。[25] N. Chamel 和 P. Haensel, 中子星壳层物理学, 《相对论在线评论》11, 10（2008）。[26] N. Henkel、R. Nath 和 T. Pohl, 里德伯激发玻色-爱因斯坦凝聚体中的三维旋子激发与超固体形成, 《物理评论快报》104, 195302（2010）。[27] N. Paul、A. Abouelkomsan、A. Reddy 和 L. Fu, 揭示莫尔´分数陈绝缘体中的集体模, 《物理评论快报》137, 096505（2026）。[28] M. A. Khamehchi、Y. Zhang、C. Hamner、T. Busch 和 P. Engels, 自旋轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体中集体激发的测量, 《物理评论A》90, 063624（2014）。[29] S.-C. Ji、L. Zhang、X.-T. Xu、Z. Wu、Y. Deng、S. Chen 和 J.-W. Pan, 自旋轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体中旋子和声子模的软化, 《物理评论快报》114, 105301（2015）。[30] R. Mottl、F. Brennecke、K. Baumann、R. Landig、T. Donner 和 T. Esslinger, 腔介导长程相互作用量子气体中的旋子型模软化, 《科学》336, 1570（2012）。[31] J. L´eonard、A. Morales、P. Zupancic、T. Esslinger 和 T. Donner, 量子气体中打破连续平移对称性的超固体形成, 《自然》543, 87–90（2017）。[32] L.-C. Ha、L. W. Clark、C. V. Parker、B. M. Anderson 和 C. Chin, 振荡光学晶格中玻色凝聚体的旋子-麦克森激发谱, 《物理评论快报》114, 055301（2015）。[33] B. Mukherjee、A. Shaffer、P. B. Patel、Z. Yan、C. C. Wilson、V. Cr´epel、R. J. Fletcher 和 M. Zwierlein, 旋转量子气体中玻色子量子霍尔态的结晶, 《自然》601, 58–62（2022）。[34] L. Santos、G. V. Shlyapnikov 和 M. Lewenstein, 受囚禁偶极玻色-爱因斯坦凝聚体的旋子-麦克森谱与稳定性, 《物理评论快报》90, 250403（2003）。[35] S. Giovanazzi 和 D. H. J. O'Dell, 具有偶极-偶极相互作用的准一维玻色-爱因斯坦凝聚气体中的不稳定性与旋子谱, 《欧洲物理学杂志D》31, 439–445（2004）。[36] S. Ronen、D. C. E. Bortolotti 和 J. L. Bohn, 受限偶极气体中的径向和角向旋子, 《物理评论快报》98, 030406（2007）。[37] D. Petter、G. Natale、R. M. W. van Bijnen、A. Patscheider、M. J. Mark、L. Chomaz 和 F. Ferlaino, 探测稳定偶极玻色

气体的旋子激发谱，《物理评论快报》122，183401（2019）。[38] J. Hertkorn、J.-N. Schmidt、F. B¨ottcher、M. Guo、M. Schmidt、K. S. H. Ng、S. D. Graham、H. P. B¨uchler、T. Langen、M. Zwierlein 和 T. Pfau，偶极量子气体超流-超固相变过程中的密度涨落，《物理评论X》11，011037（2021）。[39] L. Chomaz、R. M. W. van Bijnen、D. Petter、G. Faraoni、S. Baier、J. H. Becher、M. J. Mark、F. W¨achtler、L. San[40] tos 和 F. Ferlaino，偶极量子气体中旋子模占据的观测，《自然·物理》14，442–446（2018）。[41] L. Chomaz、I. Ferrier-Barbut、F. Ferlaino、B. Laburthe-Tolra、B. L. Lev 和 T. Pfau，偶极物理：磁性量子气体实验综述，《物理学进展报告》86，026401（2022）。[42] A. Recati 和 S. Stringari，超冷偶极气体中的超固性，《自然综述：物理》5，735–743（2023）。´Y. He、H. Zhen、M. K. Parit、M. Huang、N. Defenu、J. Boronat、J. S[43] anchez-Baena 和 G.-B. Jo，二维偶极气体中超固性条纹态的观测（2025），arXiv:2512.13280。¨K. Chandrashekara、C. G¨olzh[44] auser、L. Platt、J. Gao、J. Kusch、L. Hoenen、M. Ballu、W. Kirkby 和 L. Chomaz，偶极量子气体中相互竞争的三角形与条纹超固体序（2026），arXiv:2608.20327。[45] H.-Y. Lu、H. Lu、J.-N. Zhang、R.-Z. Qiu、H. Pu 和 S. Yi，受限偶极凝聚体中的空间密度振荡，《物理评论A》82，023622（2010）。´P. Juh´asz、M. Krstaji[46] c、D. Strachan、E. Gandar 和 R. P. Smith，如何在旋子区间实现均匀偶极玻色气体，《物理评论A》105，L061301（2022）。[47] S. M. Roccuzzo、S. Stringari 和 A. Recati，盒式势阱中偶极量子气体的超固体边缘相与体相，《物理评论研究》4，013086（2022）。[48] N. Navon、R. P. Smith 和 Z. Hadzibabic，光学盒式势阱中的量子气体，《自然·物理》17，1334–1341（2021）。[49] D. Baillie 和 P. B. Blakie，扁平偶极凝聚体的一般理论，《新物理学杂志》17，033028（2015）。[50] 参见方法。¨T. Koch、T. Lahaye、J. Metz、B. Fr[51] ohlich、A. Griesmaier 和 T. Pfau，纯偶极量子气体抗塌缩的稳定化，《自然·物理》4，218–222（2008）。[52] A. Patscheider、L. Chomaz、G. Natale、D. Petter、M. J. Mark、S. Baier、B. Yang、R. R. W. Wang、J. L. Bohn 和 F. Ferlaino，铒原子散射长度的测定，《物理评论A》105，063307（2022）。´M. ˇSindik、T. Zawi[53] slak、A. Recati 和 S. Stringari，环形偶极超固体中的声波、超流性与层压缩率，《物理评论快报》132，146001（2024）。¨J. Hertkorn、P. St[54] urmer、K. Mukherjee、K. S. H. Ng、P. Uerlings、F. Hellstern、L. Lavoine、S. M. Reimann、T. Pfau 和 R. Klemt，受囚禁偶极超固体中解耦的声模与振幅模，《物理评论研究》6，L042056（2024）。[55] L. M. Platt、D. Baillie 和 P. B. Blakie，超固体光谱学，《物理评论A》111，053305（2025）。R. P. Smith、R. L. D. Campbell、N. Tammuz 和 Z. Hadzibabic，相互作用对受囚禁玻色气体临界温度的影响，《物理评论快报》106，250403（2011）。[56] K. Glaum、A. Pelster、H. Kleinert 和 T. Pfau，弱相互作用偶极凝聚体的临界温度，《物理评论快报》98, 080407 (2007)。[57] M. Krstaji´c、J. Ku˘cera、L. R. Hofer、G. Lamb、P. Juh´asz 和 R. P. Smith，偶极气体中玻色–爱因斯坦凝聚温度的相互作用位移，《物理评论A》111, L051303 (2025)。[58] R. L. D. Campbell，*Thermodynamic properties of a Bose gas with tuneable interactions*，博士论文，剑桥大学 (2012)。[59] W. J. Smith，*Modern optical engineering: the design of optical systems* 2008 376 383 ( )第 – 页。[60] U. R. Fischer，具有主导偶极-偶极相互作用的准二维玻色-爱因斯坦凝聚体的稳定性，《物理评论A》73, 031602(R) (2006)。[61] T. D. Lee、K. Huang 和 C. N. Yang，硬球玻色系统的本征值与本征函数及其低温性质，《物理评论》106, 1135 (1957)。[62] R. Sch¨utzhold、M. Uhlmann、Y. Xu 和 U. R. Fischer，具有有限程相互作用的玻色–爱因斯坦凝聚体中的平均场展开，《国际现代物理学杂志B》20, 3555 (2006)。[63] A. R. P. Lima 和 A. Pelster，偶极玻色气体中的量子涨落，《物理评论A》84, 041604(R) (2011)。

方法

均匀势 铒的强 401纳米跃迁意味着，要构造排斥光学势，激光波长必须低于这一数值。为了形成锐利的约束壁，我们使用 370 nm 光；该光由可调谐钛宝石激光器以 740 nm 激光产生，再经倍频腔倍频。随后，我们用这种光照射数字微镜器件（DMD），再通过显微镜物镜将其成像到原子上。物镜的数值孔径 NA $= 0.6$ 对应的边缘扩展函数，其理论形式可由宽度为$d = 90$ nm的S形函数 $\sim 1/(1+\exp(-x/d))$很好地描述。DMD 的像素间距为 13.6 μm，在原子处对应 160 nm，小于我们的成像分辨率。

为估算约束势的非均匀性，我们提取了一个偶极性极弱的样品在 $\epsilon_{\mathrm{dd}} = 0.6$条件下的密度变化，如图 1c 所示。首先，我们对 100 次连续实验结果求平均，得到平均密度分布。接着，我们构建直方图，统计每个像素处测得的密度相对于平均密度的归一化值。由于云团最外侧 3 μm 即使在可实现的最低 ϵ_{dd}下也会出现旋子型密度增强，因此在分析中将其排除。直方图显示标准差为 0。07，从而限定了阱的缺陷所导致的密度非均匀性。根据我们实验参数下 GP方程的解，对于图 1c 所示的流体，我们得到化学势 $\approx h \times 770$ Hz，这意味着囚禁势在样品范围内的变化为 $\sim h \times 50$ Hz。

偶极流体的化学势化学势是通过虚时间传播求解

GP方程以求得偶极流体的基态，并且随 $\epsilon_{\rm dd}$ 和 $\eta_{\rm dd}$而变化。对于最弱的 $\omega_z = 2\pi \times 193$ Hz轴向囚禁，化学势从 $\epsilon_{\rm dd} = 0.6$时的 $h\times$870 Hz变化至 $\epsilon_{\rm dd} = 1.6$时的 $h\times$650Hz；而在固定 $\epsilon_{\rm dd} = 1.3$ 的情况下改变轴向俘获时，我们发现 $\omega_z = 2\pi \times 193$ Hz时为 $h \times 690$ Hz，$\omega_z = 2\pi \times 501$ Hz时为$h \times 1500$ Hz。此处给出的数值包含轴向谐振子势阱的零点能。

气体成像 原子密度分布通过高强度吸收成像进行测量。成像光的饱和参数为 ~ 20，脉冲持续时间为 $\tau = 2$ μs，因此每个 ^{166}Er原子在脉冲期间的轴向运动为 $2\pi\Gamma\hbar\tau^2/(4m\lambda) = 1.1$ μm，与成像景深相当。此处$\Gamma = 2\pi \times 30$ MHz是波长为 $\lambda = 401$ nm的蓝光成像跃迁的自然线宽。原子在成像脉冲期间的横向扩散为 $4\pi\sqrt{\Gamma/2\hbar\tau^{3/2}}/(3m\lambda) \approx 110$ nm，远小于光学分辨率。

原子数标定 为了在我们测得的旋子密度调制与求解GP方程所得预言之间进行无参数比较，我们对绝对原子数进行标定。这是通过束缚于由两束交叉高斯光束形成的圆柱对称偶极势阱中的热气体出现玻色-爱因斯坦凝聚体来实现的。首先，我们在飞行时间后通过低强度吸收成像测量临界原子数。接着，我们利用已知的温度、势阱频率、散射长度和偶极长度计算理论临界数。我们将相互作用诱导的偏移纳入临界数 [55–57]

$$N_c = A\zeta(3)\left(\frac{k_{\rm B}T}{\hbar\bar{\omega}}\right)^3 \times \left(\frac{1}{1-3.426\left\{\frac{a_s}{\lambda_{\rm dB}}-\frac{a_{\rm dd}}{\lambda_{\rm dB}}f\left(\frac{\omega_z}{\omega_r}\right)\frac{3\cos^2\theta-1}{4}\right\}+46\left(\frac{a_s}{\lambda_{\rm dB}}\right)^2}\right)^3 \quad (3)$$

其中，$\theta = 0$ 是磁偶极子与势阱对称轴之间的夹角，$\lambda_{\rm dB}$ 是热德布罗意波长，$\bar{\omega} = (\omega_r^2\omega_z)^{1/3}$、$\omega_{r,\ z}$ 分别是径向和轴向势阱频率，函数 $f(x)$ 由 [56], 给出，前因子 $A \approx 1.09$ 则考虑了高斯俘获光束 [58] 的非谐剖面。对于我们的低强度成像，成像得到的原子数与计算所得原子数之比为 0.73；论文中给出的所有原子数均由此方法获得。

结构因子测量我们通过获取静态结构因子 $S(k) = \langle|\delta n_{\mathbf{k}}|^2\rangle/N_{\rm b}$ 来表征体相流体的密度涨落，其中 $\delta n_{\mathbf{k}}$ 是密度相对于其平均值的偏差 $\delta n(\mathbf{r})$的傅里叶变换，而 $N_{\rm b}$ 是分析区域内的原子数。我们获取了 100 张图像这些图像来自相同的实验迭代，并剔除原子数偏离平均值超过 >10 % 的图像，通常少于 10 张。我们构建平均密度分布 $\bar{n}(\mathbf{r})$。因此，每张图像都会得到相应的涨落分布 $\delta n(\mathbf{r}) = n(\mathbf{r}) - \bar{n}(\mathbf{r})$。随后，我们乘以半径为 6 μm 的圆形顶帽函数，以排除密度增强的边界区域对分析的影响，并从 $\delta n(\mathbf{r})$ 中去除任何常数偏移或线性梯度；这些成分分别对应于原子数涨落和质心振荡。我们获得功率谱 $|\delta n_{\mathbf{k}}|^2 = |\int {\rm d}^2\mathbf{r}\ \exp(i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})n(\mathbf{r})|^2$，将其除以体相区域中的原子数 $N_{\rm b}$，并对所有图像取平均，以得到 $S(\mathbf{k})$。最后，我们在动量空间中对 $S(\mathbf{k})$进行方位角平均，得到 $S(k = |\mathbf{k}|)$，其绘制于正文图 3a 中。为纳入有限成像分辨率的影响，我们根据理论调制传递函数，按照 $S(k) \to S(k)/{\rm MTF}^2(k)$对测得的 $S(k)$ 进行修正，其中

$${\rm MTF}(k) = \frac{2}{\pi}\left\{\cos^{-1}\left(\frac{k}{k_{\rm c}}\right) - \left(\frac{k}{k_{\rm c}}\right)\sqrt{1-\left(\frac{k}{k_{\rm c}}\right)^2}\right\}.$$

这里，波矢 $k \le k_{\rm c} = 4\pi{\rm NA}/\lambda$，NA $= 0.6$ 是我们的显微镜物镜的数值孔径，而$\lambda = 401$ nm 是成像波长 [59]。

气体测温 直接测量流体的温度颇具挑战，因为飞行时间成像下无法探测到原子的热布居。为了估算温度，我们注意到在高-k 极限下，色散关系具有如下形式 $\varepsilon(k) \to \hbar^2k^2/(2m)$。根据正文中的式（2），我们将 $\coth^{-1}S$ 作为 $(k\ell_z)^2$ 的函数作图，并预期其呈现斜率为 $\hbar\omega_z/(4k_{\rm B}T)$ 的线性关系。结果如图 S1所示，我们在 $k\ell_z \gtrsim 2$区域内进行线性拟合以提取温度，并在插图中将其绘为 $\epsilon_{\rm dd}$的函数。由均值和标准差估算得到的温度为 44(5) 纳开尔文。

非偶极凝聚体的结构因子 在图 3a 中，我们将测得的 $S(k)$ 与非偶极凝聚体的理论曲线进行比较。该凝聚体的温度与实验中研究的偶极流体相同，即 $T = 44$ nK，化学势也相同$\mu = h \times 640$ Hz，与 $\epsilon_{\rm dd} = 1$ 样品相同。这里，我们从化学势中减去了与轴向运动相关的零点能。结构因子由正文中的式（2）计算得到，其中代入了非偶极玻色-爱因斯坦凝聚体的色散关系$\varepsilon(k) = \sqrt{\hbar^2k^2/(2m)}\sqrt{\hbar^2k^2/(2m) + 2\mu}$.

偶极超流体的理论边缘结构在正文图1b 中，我们展示了 $n(x)$ 位于 $x = 0$处的硬墙势附近的偶极超流体二维数密度。该分布通过求解 GP 方程的数值解得到，我们还展示了描述小距离

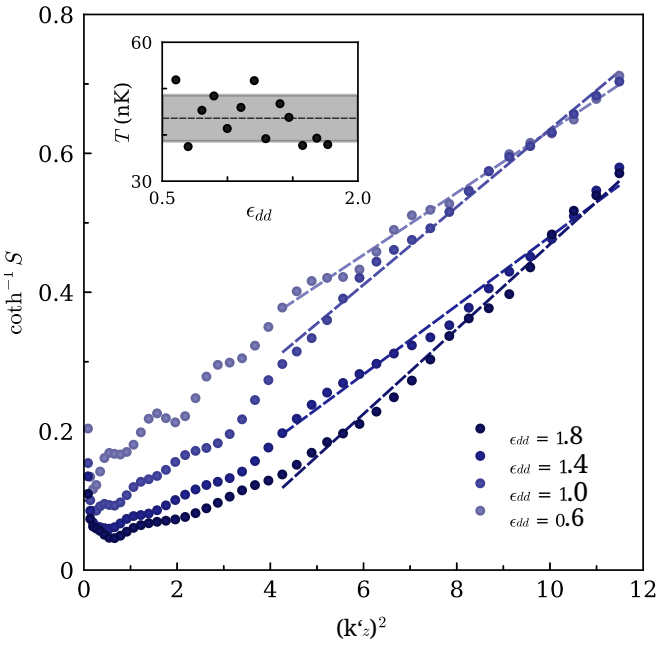

图 S1. **根据结构因子估算温度**。在高-k 极限下，偶极凝聚体的色散关系变得类似自由粒子，从而使 $\coth^{-1} S$ 与 k^2之间呈线性关系。我们对 $k\ell_z \gtrsim 2$的数据进行拟合，拟合结果以虚线表示，并根据斜率提取温度。插图展示了温度随 $\epsilon_{\rm dd}$ 的变化，平均值和标准差为 44(5) 纳开尔文。

和大距离极限行为的解析形式，这些形式将在下文推导。

通过注意到约束势传递给流体的动量通量必须等于体相热力学压强$n_0\mu/2$，即可得到密度的初始增长。沿受限的z–方向对三维GP方程积分，并假设系统沿 y具有平移不变性，即可得到动量通量：

$$\begin{aligned}\psi''(x) &= \frac{2m}{\hbar^2}\left(U(x)+\phi(x)-\mu\right)\psi(x)\\ &= \lambda(x)\psi(x)\end{aligned} \tag{4}$$

其中，撇号表示对 x求导，U（x）是约束势，而 ϕ（x）是位于 x 的原子因与其他原子相互作用而感受到的势。由于我们考虑的是基态，波函数 ψ（x）为实数，且 n（x）$=\psi^2$（x）。

注意到流体上的总力密度为$-n(U'+\phi')$，我们将动量通量 σ 识别为来自关系式 $\sigma' = -n$（$U'+\phi'$）。利用式（4）我们得到

$$\begin{aligned}-n(U'+\phi') &= \frac{-\hbar^2}{2m}\lambda'\psi^2 = \frac{-\hbar^2}{2m}(\psi\psi''' - \lambda\psi\psi')\\ &= \frac{-\hbar^2}{2m}(\psi\psi''' - \psi'\psi'')\\ &= \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\hbar^2}{2m}(\psi'^2 - \psi\psi'')\right]\end{aligned} \tag{5}$$

由此可确定动量通量 $\sigma = \hbar^2$（$\psi'^2 - \psi\psi''$）$/2m$。

由于波函数在边界处必须为零，其变化形式为 ψ（x）$\approx \gamma x$，因此在壁面位置处，流体受到的动量通量为$\hbar^2\gamma^2/2m$。令其等于体相热力学压强 $n_0\mu/2$，可得 $\gamma^2 = m\mu n_0/\hbar^2$，从而得到密度分布

$$\lim_{x\to 0}\frac{n(x)}{n_0} = \frac{m\mu}{\hbar^2}x^2. \tag{6}$$

我们注意到，这种初始二次演化与仅具有接触相互作用的凝聚体的演化完全相同，其边缘结构具有解析形式$n(x) = n_0\tanh^2(\sqrt{\frac{m\mu}{\hbar^2}}x)$。加入长程偶极相互作用不会影响初始的二次函数形式，只会通过其对化学势的贡献改变曲率。对于正文图1b中绘制的二次分布，我们采用求解GP方程所得的化学势，并减去所有原子共有的轴向零点运动贡献。

远离限制边界时，我们预计原子主要受到指向边缘的有效长程吸引力，这是因为空区域中不存在偶极排斥。利用两个并排偶极子的相互作用势能$3g_s\epsilon_{\rm dd}/(4\pi r^3)$，其中 r 为原子间距离，对空区域 $x<0$ 积分，可得到一种有效吸引势

$$\begin{aligned}Q(x) &= n_0\frac{3g_s\epsilon_{\rm dd}}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}{\rm d}y\int_{-\infty}^{x}{\rm d}s\frac{1}{(s^2+y^2))^{3/2}},\\ &= \frac{3g_s\epsilon_{\rm dd}}{2\pi}n_0\frac{1}{x}.\end{aligned} \tag{7}$$

因此，我们根据二维偶极流体的可压缩性 $\partial n/\partial\mu = l_z\sqrt{2\pi}/(g_s(1+2\epsilon_{\rm dd}))$ [48] 推断出其远场密度分布

$$\begin{aligned}\lim_{x\to\infty}\frac{n(x)}{n_0} &= 1+\frac{\partial n}{\partial\mu}\frac{Q(x)}{n_0}\\ &= 1+\frac{3\epsilon_{\rm dd}}{1+2\epsilon_{\rm dd}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{l_z}{x},\end{aligned} \tag{8}$$

如图所示1b，且无需自由参数。

激发谱 多篇理论研究探讨了平面均匀偶极凝聚体的集体激发谱 [34, 48, 60]。

为了直观了解旋子行为如何出现及其尺度变化，我们考虑流体仅占据轴向基态的情况，由此得到的激发谱为

$$\varepsilon(k) = \sqrt{\frac{\hbar^2 k^2}{2m}} \times \sqrt{\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{n g_s}{\ell_z}\left[1 + \epsilon_{\rm dd}\left(2 + G\left(\frac{k\ell_z}{\sqrt{2}}\right)\right)\right]} \tag{9}$$

其中 $G(x) = -3\sqrt{\pi}x\exp(x^2)\mathrm{erfc}(x)$ 和 $\mathrm{erfc}(x)$ 表示互补误差函数。引入无量纲变量 $\tilde{k} = k\ell_z/\sqrt{2}$，$\epsilon_{\rm dd} = a_{\rm dd}/a_s$ 和 $\eta_{\rm dd} = 4\sqrt{2\pi}\, a_{\rm dd}\ell_z n$，谱可写成正文公式（1）所示的形式，

$$\frac{\varepsilon(k)}{\hbar\omega_z} = \tilde{k}\sqrt{\tilde{k}^2 + \eta_{\rm dd}\left(2 + \epsilon_{\rm dd}^{-1}\right) + \eta_{\rm dd}\, G(\tilde{k})}\,, \tag{10}$$

从物理上看，根号内的第一项对应动量为 $\tilde{k}$ 的激发所需的动能代价，第二项表示由接触相互作用和偶极相互作用的零动量分量产生的恒定能量代价，第三项则描述相邻偶极子之间的吸引作用，这种作用会降低激发密度调制所需的能量代价。

在我们的实验中，化学势为 $\sim 4\hbar\omega_z$，这意味着凝聚体波函数中混入了更高轴向态。不过，我们预计，关于 $\epsilon_{\rm dd}$ 和 $\eta_{\rm dd}$ 在量化旋子特性方面所起作用的预测仍然有效。

通过密度对比度量化密度调制在图4c中，我们将环形流体的方位角密度调制与二维云的边界进行比较。我们在径向区间 [6.8 μm 7.9 μm] 上对密度进行积分，以构建方位角密度分布 $n_{\rm 1D}$，并移除对应于方位角周期为 2π 和 π的傅里叶分量，以减弱残余势阱不均匀性和原子云晃动的影响。密度对比度定义为（最大值$\{n_{1D}\}$ − 最小值$\{n_{\rm 1D}\}$）/（最大值$\{n_{\rm 1D}\}$ + 最小值$\{n_{\rm 1D}\}$）。

Gross-Pitaevskii 方程 零温下的偶极流体由扩展的 Gross-Pitaevskii 方程描述

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\mathbf{r},t) = \left[-\frac{\hbar^2\nabla^2}{2m} + U(\mathbf{r}) + g_s|\psi(\mathbf{r},t)|^2 + \gamma|\psi(\mathbf{r},t)|^3 + \int d\mathbf{r}' V_{\rm dd}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')|\psi(\mathbf{r}',t)|^2\right]\psi(\mathbf{r},t), \tag{11}$$

其中，偶极势为 $V_{\rm dd}(\mathbf{u}) = 3g_s\epsilon_{\rm dd}(1-3\cos^2\theta)/(4\pi|\mathbf{u}|^3)$，$\theta$ 是$\mathbf{u}$ 与偶极极化轴 $\hat{\mathbf{z}}$之间的夹角，接触相互作用强度为$g_s = 4\pi\hbar^2 a_s/m$，并在平均场层面通过以下方式将 Lee-Huang-Yang 修正纳入能量：

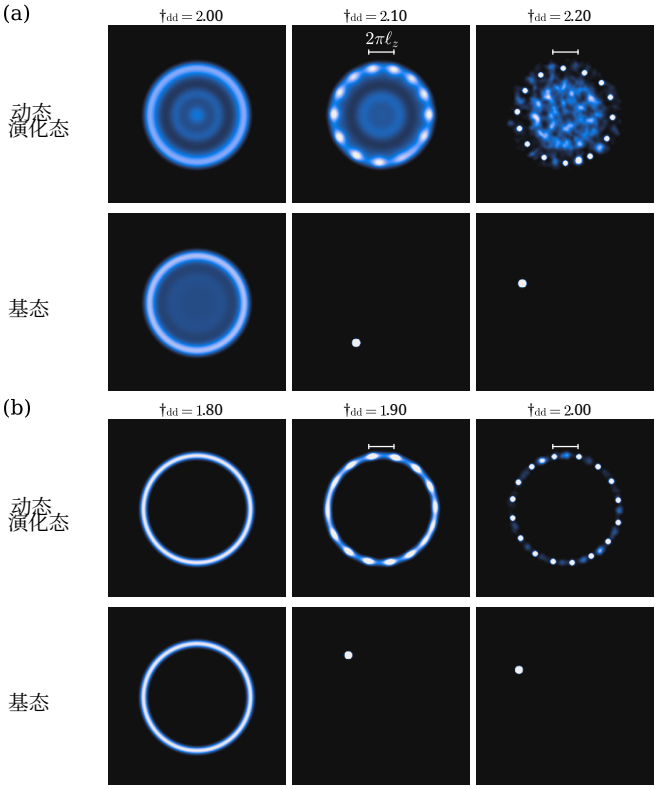

图 S2。**偶极特性对基态和动态演化态的影响**。我们展示了按照实验方案对 GP方程进行实时演化和虚时演化所得到的密度分布。我们分别对实验中使用的**a)** 圆盘势阱和**b)** 环形势阱进行了模拟。我们观察到，基态几何形状发生了急剧转变，从方位角对称凝聚体转变为孤立液滴。在实时演化过程中，基态的这一变化通过在旋子长度尺度 $\sim 2\pi\ell_z$上出现周期性密度调制得到体现。圆盘势阱中的模拟原子数为 48×10^3，环形势阱中的模拟原子数为 23×10^3，二者均选取为与实验测得的原子数相匹配。

$\gamma = 32g_s\sqrt{a_s^3/\pi}\left(1 + 3\epsilon_{\rm dd}^2/2\right)/3$ [61–63]。柱坐标下的势阱势能建模为

$$U(\mathbf{r}) = \frac{U_0}{1 + e^{(\rho_{\rm out}-\rho)/w(z)}} + \frac{1}{2}m\omega_z^2 z^2,$$

对应于半径为 $\rho_{\rm out}$、高度为 U_0 且特征宽度为 w 的排斥性光学壁势。为获得 w，我们计算衍射极限边缘扩展函数 $\mathrm{ESF}(x) = \int_{-\infty}^{x} dx' \int_{-\infty}^{\infty} dy' \mathrm{PSF}(x', y')$，其中 $\mathrm{PSF}(x, y)$ 表示我们显微镜物镜的点扩散函数。随后，我们对 ESF 拟合 S 形函数，以获得聚焦状态下的宽度 w_0。为重现实验条件，我们通过比较使凝聚体变得不受束缚时的光功率与通过 GP方程的虚时间传播获得的化学势，校准阱深 U_0。

我们还考虑了实验校准的离焦

，即物镜的 2.8 μm从 370 纳米焦平面到 401 纳米焦平面的偏移。

为确定给定实验参数下的能量基态，我们通过分步傅里叶方法对方程（11）进行虚时演化。我们还模拟了凝聚体在特定实验序列下的演化。首先，我们确定 $\epsilon_{\mathrm{dd}} = 0.87$时的基态；在实验中，凝聚体最初在此条件下制备并装载到均匀光学阱中。随后，我们按照实验中相同的斜坡方式，在 ϵ_{dd} 下对所得初态进行实时演化。

在图S2中，我们比较了这一动态演化态与若干个 ϵ_{dd} 取值下的能量基态。对于较小的 ϵ_{dd}，圆盘和环形势阱中的基态与动态演化态都十分相似。然而，当 ϵ_{dd}超过某一临界值后，两者便明显不同。基态呈现出方位角对称性破缺，形成液滴态；而动态演化的流体则在旋子长度尺度$\sim\ 2\pi\ell_z$上呈现显著的方位角密度调制。对于我们测得的原子数，基态由单个液滴构成；而更大的原子数则会形成多个液滴，沿边界排列成一维阵列，如[46]所示。此外，尽管模拟流体的 ϵ_{dd} 临界值略高于实验中观测到的值，我们发现这一临界点对模拟所用的原子数十分敏感。基态几何形状的变化与实时演化过程中密度调制的出现相一致，这表明后者应被解释为一种动力学不稳定性，其成因是沿方位角方向传播的旋子的能量变为虚数。这种不稳定性已在谐和势阱系统中得到广泛研究 [40, 41]。

数据可用性

如有需要，可向通讯作者索取所有数据文件。

代码可用性

如有合理需求，可向通讯作者索取分析代码。