arXiv:2611.27981v1 [cond-mat.mes-hall] 20 Nov 2026

二维费米液体中共线散射引起的热电势过冲

Johannes Hofmann [1,2,*]

[1]哥德堡大学物理系，*41296*哥德堡，瑞典[2]*Nordita*，斯德哥尔摩大学与瑞典皇家理工学院，*10691*斯德哥尔摩，瑞典（日期：2026年11月23日）

电子输运通常用弛豫时间来描述，弛豫时间衡量费米面形变衰减的快慢。我们在此表明，二维费米液体的热电势所探测的并非这些形变的衰减，而是其结构，即以局域温度变化的形式呈现，我们称之为热修饰。这一结构导致热电势随波矢增大而超过其流体动力学值 $-s/(ne)$ ，随后在弹道极限下降至该值的一半。在低温下，超额热电势并不具有费米液体所预期的温度线性标度，而仅在最优波矢处以 $1/\ln(T_F/T)$ 的形式对数下降。该过冲由共线散射引起，共线散射在费米面上重新分配能量并诱导热修饰，其强度随形变的角谐指数 m 增大。与电荷电导率中的层析效应不同，这一过冲并不依赖于准粒子寿命中的奇偶效应，并定义了一个独特的热层析输运区。热电势过冲在实际无序下仍然存在，并应可在采用高迁移率样品的热电偶中被探测到。

热电势 $\mathcal{S}$ 衡量导体中单位电荷 [1, 2]所携带的熵。在流体动力学金属中，载流子之间的动量守恒二元碰撞占主导地位，热电势等于 $\mathcal{S}_{\rm hyd}=-s/(ne)$ [3–6], ，且与样品尺寸无关；在弹道极限下，热电势则减半。因此，人们可能会认为这两种状态之间的交叉过渡平平无奇。在这封信中，我们表明，二维费米液体中的情况并非如此：在有限波矢下（如狭窄通道中的情形），热电势会超过流体动力学值，过冲幅度随 $T_F/[T\ln(T_F/T)]$增大（T_F为费米温度，且令 $k_B=1$）。

热电势过冲源于近共线散射，它在费米面上不同点之间传递能量，并在准粒子分布中诱发局部温度变化

$$\delta f_m(\mathbf{k}) \sim \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right)(\delta\mu_m + \delta T_m w)e^{im\theta}, \qquad (1)$$

其中 θ 表示费米面上的动量角， m表示角谐指数， $w=(\varepsilon-\mu)/T$中， ε 是准粒子能量， μ 是化学势， $\delta\mu_m$ 表示刚性的局域化学势变化，而 $\delta T_m \propto \delta\mu_m$表示局域温度变化，我们称之为热修饰。热修饰的强度为$|\delta T_m/\delta\mu_m| \sim m^2T/T_F$ [式（4）] [7], 对于 $m>1$ 而言，它超过了流体动力学流动的强度。在有限波矢 q下，电流与更高阶角谐波耦合，这种修饰决定了热电势。因此，热电势取决于这些模式的结构（数学上，即碰撞积分的特征向量），而不仅仅取决于它们的弛豫时间（其特征值）。

迄今为止，近共线散射主要是在电子弛豫的背景下得到讨论。在二维系统中，对于近似平行或反平行的散射动量，能量与动量守恒不再构成相互独立的约束，从而增大了碰撞的相空间。这会使弛豫率出现典型的对数增强，其中最著名的例子是单粒子衰减率的 $T^2\ln(T_F/T)$ 标度 [9–12]。近期研究主要关注费米面形变的角谐波 $e^{im\theta}$ 的弛豫，其特征是奇偶效应。具体而言，正面碰撞会同等影响费米面上相对的两点，使偶宇称费米面形变（偶 m）弛豫，却不会改变奇宇称分量（奇m）。后者通过有限温度下对这一运动学过程的修正而衰减，其弛豫率相较于偶模受到 $(m^2T/T_F)^2$ [13–15]的抑制。准粒子寿命中的这种奇偶效应，是所提出的断层成像输运状态的基础；该状态将短寿命偶宇称模式与近乎无碰撞的奇宇称模式 [16–22]的动力学混合起来。其特征包括受限几何中的非局域输运 [20, 23–28]、磁输运 [29–32], 以及动力学探针 [33, 34]。这些分析为每个角谐波指定一个弛豫率（推广了弛豫时间近似 [35, 36]），并考察电荷输运；在主导阶上，电荷输运对形变的具体结构并不敏感。我们将在下文表明，热电势过冲并不依赖于奇数模的反常长寿命，

我们将这种现象发生的区间称为热成像区，以区别于层析输运。

某个模式的热修饰与热电势之间的联系源于这样一个事实：根据昂萨格互易关系，热电势等于熵流与电荷流之比 $\mathcal{S}=j_s/j$。在费米液体中， $j_s=\langle wv\rangle$ 以及 $j=\langle -ev\rangle$，其中 $\langle\ldots\rangle$ 表示对偏离 δf 平衡态的平均值， $-e$ 表示电子电荷，而 $v\simeq v_F[1+wT/(2T_F)]$ 表示 T/T_F的一阶粒子速度。对于形式为（1）的运动局域费米-狄拉克分布，直接展开

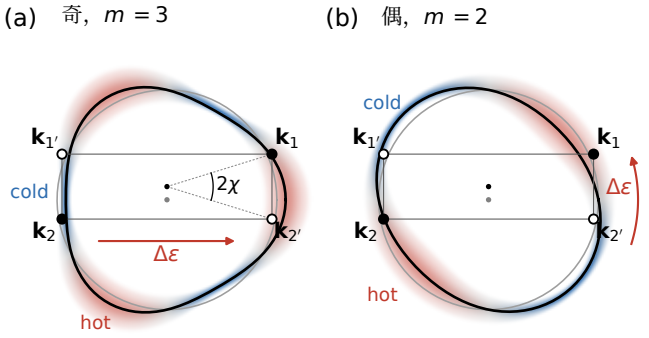

图 1. 近共线散射过程$\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2 \leftrightharpoons \mathbf{k}_{1'}+\mathbf{k}_{2'}$：在背景局域费米面形变（黑色）上，实心（空心）圆点表示初态（末态），其中 (a) 为奇宇称 $m=3$，(b) 为偶宇称 $m=2$。图中同时显示了平衡费米面（灰色）以供比较。颜色表示热修饰，红色箭头表示示意碰撞过程中净能量转移。

得到

$$\mathcal{S}=\frac{1}{2}(1+\vartheta)\mathcal{S}_{\rm hyd}, \tag{2}$$

其中，$\mathcal{S}_{\rm hyd}=-(\pi^2/3)T/(eT_F)$ 是抛物能带情况下 $-s/(ne)$ 的值，我们将倾斜 $\vartheta=(2T_F/T)\delta T/\delta\mu$ 定义为热修饰的无量纲度量。伽利略推动 $f\simeq f_0+\hbar\mathbf{k}\cdot\mathbf{u}(-\partial f_0/\partial\varepsilon)$ 的 $\vartheta=1$，对应流体动力学热电势；而刚性形变的 $\vartheta=0$，因此 $\mathcal{S}/\mathcal{S}_{\rm hyd}=1/2$。电流由 $m=1$ 谐波描述，但在有限波矢下，它会与高次谐波耦合，从而可能继承高阶模式的热修饰。具有 $\vartheta=m^2\xi_m$ 的这种缀饰模式，其 $\mathcal{S}/\mathcal{S}_{\rm hyd}=(1+m^2\xi_m)/2$；当 $m^2\xi_m>1$ [时，该值超过流体动力学值，其中 $0\le\xi_m\le1$ 是文献 [7]，中的相对缀饰，它考虑了非共线大角度散射导致热修饰减弱的情况，参见方程 (5)]。

为说明共线散射对准粒子弛豫和热修饰的影响，考虑近共线的动量构型 $\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2 \leftrightharpoons \mathbf{k}_{1'}+\mathbf{k}_{2'}$[图 1]。该图还显示了如下形式的刚性费米面形变（黑线）：$\delta\mu(\theta)=\delta\mu\cos(m(\theta-\theta_0))$，其中 $m=3$ 和 $\theta_0=0$ [为奇宇称，见图 1(a)]，而$m=2$ 和 $\theta_0=-\pi/4$ [为偶宇称，见图 1(b)]。根据能量守恒和动量守恒，四个散射动量的端点构成一个矩形。对于散射动量并非完全反平行的近似正碰撞，其中心（黑点）相对于费米面的中心（灰点）偏移了一小段距离 k_Fd。这些动量随后位于 $\theta_{1,2'}=d\pm\chi$ 和 $\theta_{2,1'}=\pi-d\pm\chi$，散射将能量 $\Delta\varepsilon=\varepsilon_1-\varepsilon_{2'}=4T_Fd\chi\lesssim T$ 传递过费米面。正向与反向过程之间的偏差由以下比值决定：

局域费米因子

$$\ln\frac{\Gamma_{\rightharpoonup}}{\Gamma_{\leftharpoondown}}=\sum_i{}'\ln\frac{f_i}{1-f_i}$$
$$\simeq\frac{1}{T}\sum_i{}'[\delta\mu(\theta_i)+w_i\delta T(\theta_i)]\equiv r_\mu+r_T, \tag{3}$$

其中 $\sum'$遍历初态减末态，并且我们使用了 $f/(1-f)=e^{-[\varepsilon-\mu(\theta)]/T(\theta)}$，其中化学势和温度发生局部变化，分别为 $\delta\mu(\theta)=\delta\mu_me^{im\theta}$和 $\delta T(\theta)=\delta T_me^{im\theta}$。

对于奇宇称形变，$\delta\mu(\theta+\pi)=-\delta\mu(\theta)$，同样有 $\delta T(\theta+\pi)=-\delta T(\theta)$。直接进行泰勒展开可得 $r_\mu=4\chi d\delta\mu''(0)/T$，也就是说，相反斑块之间的梯度项相互抵消，而偏置与费米面形变的曲率成正比。由于对于 $\delta\mu>0$，$\delta\mu''(0)<0$，这使图 1(a) 中的散射朝相反方向进行，并导致准粒子过剩区域逐渐向准粒子耗尽区域发生净转移，因此共线散射开始弛豫该模式。与此同时，净能量转移 $\Delta\varepsilon$ 会在左右斑块之间产生局域温度不平衡，并产生相应的热偏置 $r_T=2\delta T(0)\Delta\varepsilon/T^2\sim\chi d$。由于两种偏置均按 χd 标度，当 $\delta T(0)=-T\delta\mu''(0)/(2T_F)$ 时二者相互平衡，从而得到

$$\frac{\delta T_m}{\delta\mu_m}=\frac{m^2}{2}\frac{T}{T_F}. \tag{4}$$

准粒子过剩的斑块温度更高，而准粒子减少的斑块温度更低 [在图中分别以红色和蓝色表示。1(a)]。直观而言，较热斑块上的加热会增加高能态的占据，从而使共线散射偏向前向。这意味着对于每一次近共线碰撞，前向散射与后向散射之间都满足细致平衡，因此共线散射不会弛豫经修饰的奇宇称形变。于是，大角度散射成为唯一剩余的弛豫途径。对于 $m=1$ (伽利略推动)，热修饰也能抵御大角度散射，因此该模具有无限寿命，这正是动量守恒所要求的。由于热修饰源于运动学，以下我们采用常数相互作用势；对碰撞积分作低温展开，并保留 T/T_F 的最低阶项，得到 [7]

$$\xi_m=1-\frac{2}{\Lambda_T}\Big(2o_m-1-\frac{1}{m}\Big), \tag{5}$$

其中 $o_m=\sum_{\text{奇}\,j\le m}1/j\simeq(\ln 2m)/2+\gamma_E/2+O(1/m)$，其中 γ_E 为欧拉常数，且 $\Lambda_T=\ln(e^hT_F/T)$，其中 $h=-0.05615$。在 $m=1$ 处，我们有$o_1=1$，因而 $\xi_1=1$。随着 m 增大，ξ_m 逐渐减小，并在 $m^2T/T_F=O(1)$ 时达到零，这标志着共线散射不再主导大角度弛豫的边界。

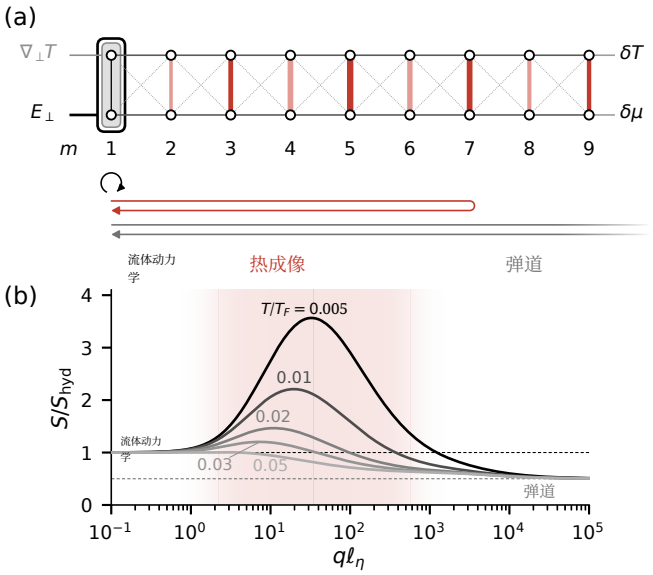

图 2. (a) 动理学方程的紧束缚表示 7。每个横档代表一个角谐波，下方（上方）支路代表刚性分量 （温度分量 ）。相邻谐波由平流项耦合$(v_F q/2)\mathcal{V}$ （水平线和灰色十字），电探针（热探针）则在 处与电荷流（热流）耦合（方框）。红色横档表示热修饰，其粗细代表修饰强度；在 处强度最大。(b) 热电势随波矢 的变化，分别对应五个温度，0.01，0.02，0.03和 0.05。

对于偶宇称形变 [图 1(b)]， $\delta\mu(\theta+\pi) = \delta\mu(\theta)$ 同样地 $\delta T(\theta+\pi) = \delta T(\theta)$。此处，$r_\mu = 4\chi\delta\mu'(0)/T$ 取决于费米面形变的梯度，且转移能量平均为零，费米面片区之间没有任何净转移。于是，热修饰由共线散射对其的产生与能量弛豫之间的竞争决定，而非由细致平衡决定。动理学理论计算给出 $\delta T/\delta\mu \sim -m^2 T/T_F$ [见文末材料及参考文献的附录 E [7]], 其符号与奇模情形相反，即准粒子过剩的费米面片区更冷 [图1(b)]。

为了了解有限波矢下热修饰如何体现在输运中，我们求解线性化动理学方程。对于一般偏离 $\delta f = (-T\partial f_0/\partial\varepsilon)h$，方程为

$$\frac{1}{T}\left[\frac{(\varepsilon-\mu)}{T}\mathbf{v}\cdot\boldsymbol{\nabla}_\perp T + \mathbf{v}\cdot e\mathbf{E}_\perp\right] + i\mathbf{v}\cdot\mathbf{q}h = -\mathcal{L}[h]. \tag{6}$$

我们在温度梯度和电场 $\nabla_\perp T e^{+i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}$ 以及 $E_\perp e^{+i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}$中加入横向平面波微扰，其波矢为 $\mathbf{q} = (q, 0)$，沿 x 方向，而 $\nabla_\perp T$ 和 $E_\perp$ 沿 y 方向。这种设置为宽度为 $W = \pi/q$ [20, 28, 29, 34, 37] 的有限宽度通道中的流动提供了有效描述。

相对于内积 $\langle h|h'\rangle = (N_0 T)^{-1}\int_{\mathbf{k}} f_0(1-f_0)h^* h'$，碰撞积分是半正定的，其中 $N_0 = m^*/(2\pi\hbar^2)$ 是每自旋的态密度。最初的正交归一基矢为 $u_0 = 1$和 $u_1 = \sqrt{3}w/\pi$，分别描述刚性位移和局部温度变化。在这两个元素之后截断径向基，我们得到一个用二分量矢量 $\mathbf{h}_m = (h_\mu, h_T)^T$表示的有效描述。第一个分量是局部变化 $h_\mu = \delta\mu(\theta)/T$，第二个分量为 $h_T = (\pi/\sqrt{3})\delta T(\theta)/T$。投影动力学方程为

$$\begin{aligned} i\frac{v_F q}{2}\mathcal{V}\left[\mathbf{h}_{m+1} + \mathbf{h}_{m-1}\right] + L_m\mathbf{h}_m \\ = -\delta_{m,1}\frac{v_F}{T}(eE_\perp\mathbf{c} + \nabla_\perp T\mathbf{s}), \end{aligned} \tag{7}$$

其中 L_m 是角子空间 m中的 2×2 碰撞矩阵，$\mathcal{V} = I + \kappa\sigma_x$ 表示平流（其中 σ_x为泡利矩阵，且 $\kappa = \pi T/(2\sqrt{3}T_F)$），源向量$\mathbf{c} = \mathcal{V}\mathbf{e}_0 = (1,\kappa)^T$ 与 $\mathbf{s} = (\pi/\sqrt{3})\mathcal{V}\mathbf{e}_1 = (\pi/\sqrt{3})(\kappa, 1)^T$ 分别诱导电荷流与热流。方程(7)呈紧束缚梯子 [图2(a)], 的形式，每个角谐波对应一个横档，平流作为相邻横档之间的跃迁，源作用于 $m = 1$ [图2(a)中的方框]。由于横向源仅激发满足 $m \geq 1$的sin$(m\theta)$谐波，该梯子从 $m = 1$开始。

在线性响应中，电荷流为$\mathbf{j} = -2eN_0 T\langle\mathbf{v}|h\rangle$。对于沿 x 轴的$\mathbf{q}$，仅 y分量非零， $j_y = \sigma E_\perp - \alpha\nabla_\perp T$，其中$\sigma \sim e^2\mathbf{c}^T\mathcal{G}_1\mathbf{c}$为电荷电导率， $\alpha \sim -e\mathbf{c}^T\mathcal{G}_1\mathbf{s}$为热电系数（相差公共前置因子）。传播子 $\mathcal{G}_m$ 满足戴森方程

$$\mathcal{G}_m = \left[L_m + \left(\frac{v_F q}{2}\right)^2\mathcal{V}\mathcal{G}_{m+1}\mathcal{V}\right]^{-1}, \tag{8}$$

它是单轨道链 [21, 39] 连分式展开的矩阵等价形式 [38]。 $\mathcal{G}_m$ 描述从位点 m出发，向更高位点移动再返回的过程。其逆由位点衰减 L_m 和自能项 $-(v_F q/2)^2\mathcal{V}\mathcal{G}_{m+1}\mathcal{V}$组成，后者描述不可约的往返过程，即离开位点 m后恰好返回一次的过程。在开路 $j_y = 0$条件下，热电势（或塞贝克系数）是所形成的电场 $E_\perp$ 与施加的热力 $\nabla_\perp T$之比，

$$\mathcal{S} = \frac{\alpha}{\sigma} = -\frac{1}{e}\frac{\mathbf{c}^T\mathcal{G}_1\mathbf{s}}{\mathbf{c}^T\mathcal{G}_1\mathbf{c}}. \tag{9}$$

由于 $\mathcal{G}_1$ 具有对称性，这个表达式衡量了传播后的电荷增益 $\mathcal{G}_1\mathbf{c}$ 与热流的重叠，并以其与原始电荷增益的重叠进行归一化。由于 $c_0 = O(1)$ 且 $c_1 = O(T/T_F)$，而混合由 $\mathcal{V}$ 和 L的非对角元素引起，因此同样的层级关系也适用于返回向量 $\mathcal{G}_1\mathbf{c}$。写作$\mathcal{G}_1\mathbf{c} \sim \delta\mu(1,\kappa\vartheta)$，我们再次得到式（2）。

图2（b）展示了使用双矩递推（8）结合解析碰撞矩阵计算得到的热电势

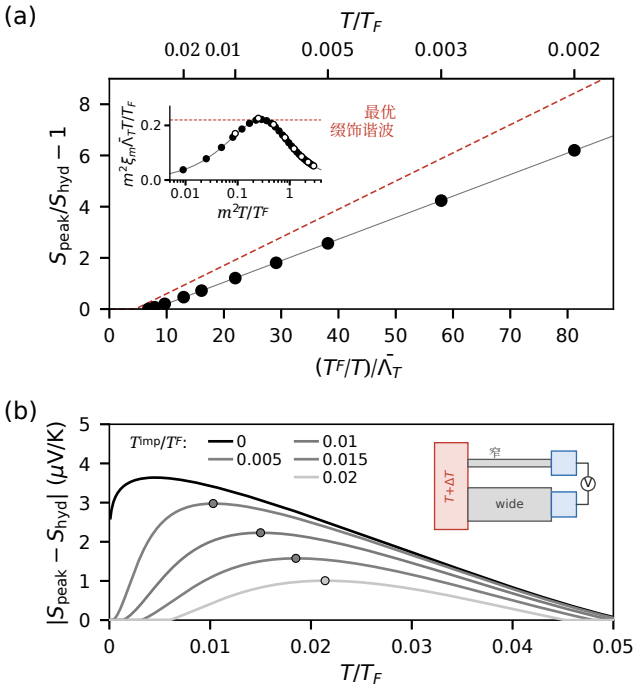

图 3。(a) 热电势峰相对于流体动力学值随标度变量 $T_F/(T\Lambda_T)$ 的变化。插图：倾斜 $m^2\xi_m$ 作为 m^2T/T_F 的函数的标度形式。红色虚线：最大倾斜（插图）和最优谐波估计（主图）。(b) 具有宽腿和窄腿的热电偶（插图）中，峰值热电势相对于流体动力学值的超出量随温度的变化。灰线表示存在短程无序时的超出量，圆点标示极大值。

常数相互作用势的元素 [参见文末注释]。波矢的单位为 $1/\ell_\eta = \gamma_\eta/v_F$，其由 $m = 2$ 剪切弛豫率设定。在较小的 q 下，热电势固定为流体动力学值 $\mathcal{S}/\mathcal{S}_{\rm hyd} = 1$。在图 2(a) 的表示中，从初始位置 $m = 1$ 的偏离被抑制为 $O(q^2)$，因此返回向量等于电荷增益。对于 $q\ell_\eta \gtrsim 1$，初始电荷增益在返回之前会探索越来越多的位置。在被平流到更远处或衰减之前，某个角谐波中保持足够长时间的模会通过共线散射获得热修饰。如果这种修饰传播回位置 $m = 1$，就会使热电势超过流体动力学值，且该超调量会随着温度降低而增大。尽管偶数模的热修饰为负 $\delta T \sim -m^2(T/T_F)\delta\mu$，它们仍会增强热电势，因为前往位置 m 并返回 $m = 1$ 的过程带有一个平流跃迁因子 $(iv_Fq/2)^{2(m-1)} \sim (-1)^{m-1}$，该因子在偶数位置和奇数位置之间交替。对于 $q\ell_\eta \gg 1$，初始电荷增益会快速经过具有热修饰的位置，并通过大范围偏离返回，而不会受到热修饰。由公式（8）可得，对于 $L_m \to 0$，$\mathcal{G}_1 = (2/v_Fq)\mathcal{V}^{-1}$，因此初始增益会作为刚性形变$\mathcal{G}_1$c $\sim$ e$_0$,和 $\mathcal{S}/\mathcal{S}_{\rm hyd} = 1/2$ 返回。

峰的位置由响应达到强修饰谐波时的波矢决定。由式 (5) 可知，此类模式的数目为 $m_\star = O(\sqrt{T_F/T})$。在双矩模型中，图 2(a) 上腿上的温度分量必须在以共线弛豫率 γ_c [G_m 衰减之前返回到格点 $m = 1$，该弛豫率出现在式 (10)], 中，并以因子 $\sim \Lambda_T$超过 γ_η。上腿上所覆盖的格点数由跃迁率与阻尼之比 $(v_Fq/2)/\gamma_c$ 给出，因此，$v_Fq/2 \simeq \gamma_c m_\star$ 给出 $q\ell_\eta \simeq \bar{\Lambda}_T\sqrt{T_F/T}$。该峰的位置远天于决定横向电导率中层析效应起始的波矢 $q \simeq 1/\ell_{\rm tom} = \sqrt{\gamma_\eta\gamma_3/v_F} \ll 1/\ell_\eta$，后者由寿命最长的奇模的弛豫率 γ_3 决定。事实上，在我们的描述中去掉较长的奇数模寿命并不会消除热电势过冲，而去掉热修饰则会消除它 [参见文末补充材料中的图 4]。

对于峰高，式（5）表明，使倾斜$m^2\xi_m$达到最大的最优缀饰谐波具有 $m^2\xi_m \sim T_F/\ T\bar{\Lambda}_T$ $\mathcal{S}/\mathcal{S}_{\rm hyd} - (\ )$，这决定了 $1 \sim T_F/(T\Lambda_T)$。图 3(a) 展示了这一标度关系，其中给出了不同温度下峰高随标度变量 $T_F/(T\Lambda_T)$变化的情况。拟合[黑线]给出 $\mathcal{S}/\mathcal{S}_{\rm hyd} - 1 \simeq 0.08\,T_F/(T\Lambda_T) - 1/2$，适用于 $T \ll T_F$。插图显示了两种不同温度 $T/T_F = 10^{-2}$ [下 $m^2\xi_m/[T_F/(T\bar{\Lambda}_T)]$ 随 m^2T/T_F 的变化：空心圆] 和实心圆 $T/T_F = 10^{-3}$ []。其最大值 [（插图中的红色虚线] ）给出$\vartheta_{\max}/2 = 0.11T_F/(T\Lambda_T)$, 对应于某个模式的最大倾斜；根据式（2），这为峰值提供了最优谐波估计 [（图 3(a) 中的红色虚线]）。包含多个角谐波的完整响应达到最优斜率的约 70%。对于峰位，我们得到拟合结果 $q_\star\ell_\eta \simeq 0.47\bar{\Lambda}_T\sqrt{T_F/T}$。

为观测热电势过冲，我们提出一种热电偶装置，其中宽支路和窄支路置于相同的温度库之间，[见图3(b)的插图],该装置测量热电压之差，$\Delta V = \Delta T[\mathcal{S}(\pi/W_1) - \mathcal{S}(\pi/W_2)]$。图3(b)中的黑线显示了窄通道相对于宽流体动力学通道的超额热电势随温度的变化，窄通道的宽度取最优值。在我们的模型中，过冲在低于 $T \approx 0.05T_F$时变得显著，随后随温度降低仅缓慢减小，呈 $1/\ln(T_F/T)$ [趋势，这与$\mathcal{S}_{\rm hyd} \approx -283\mu V/K \times T/T_F$本身的线性抑制形成对比 [40]。为估算其对无序的稳健性，我们通过 $L_m \to L_m + \gamma_m^{\rm dis} I$将弹性杂质散射纳入碰撞矩阵。对于短程无序，$\gamma_m^{\rm dis} \equiv \gamma^{\rm dis}$ 为常数，我们用无序温度 $T_{\rm imp}$ 对其进行参数化，该温度定义为$\gamma^{\rm dis} = \gamma_\eta(T_{\rm imp})$ [图3(b)中的灰色曲线]。超额热电势在 $T = (1\text{–}2)T_{\rm imp}$处达到最大值，因此实验窗口为 $T_{\rm imp} \lesssim T \lesssim 0.05T_F$。随角谐指数 m增大的无序率，例如

远程杂质散射，会进一步降低超额热电势，因为它们对高次谐波的阻尼速率更接近量子速率 $1/\tau_{\rm q}$，而非输运率 $1/\tau_{\rm tr}$ [，见补充材料]。对于无序率的这些要求远比层析输运宽松；层析输运要求无序率低于较小的奇模弛豫速率。

Chickering 等人实现了一种相关的热电偶装置，[41]，他们采用热电子技术测量 GaAs/AlGaAs 二维电子气中的热电压，该技术可最大限度地减少声子拖曳。该实验改变的是电子密度而非沟道宽度，范围最高达 $T \approx 2K$（对应于 $T/T_F \lesssim 0.03$，即本文关注的范围）。虽然该实验处于扩散区，但近期已有关于流体动力学 GaAs窄沟道中测温的报道；[42]，若再结合 Ref. [41] 中的热电电压测量方法，便可探测热成像区。聚焦于 GaAs 和密度 $n = 4.2 \cdot 10^{11} cm^{-2}$ [43]，并采用估算值 $\gamma_\eta \simeq$（0.6–0.8）$T^2/$（$\hbar T_F$） [42, 43],，我们对 $q_\star \ell_\eta$ 的拟合给出沟道宽度为 $W \simeq$（10–20）μm。由于热电势峰相当宽，这应该不需要精细调节。观测到该峰需要使用高迁移率样品：对于 $T_{\rm imp}/T_F = 0.02$ 的短程无序（对应于迁移率 $\mu_e \approx$（3.5–4.6）$\cdot 10^6 cm^2/$（Vs），处于当前流体动力学 GaAs 样品的范围内 [42]），过量热电势最高可达 $1\mu V/K$ [，见图 3(b)]。对于 $\mu_e = 4.25 \cdot 10^7 cm^2/$（$Vs$） [43, 44], 的超高迁移率样品，其对应于 $T_{\rm imp}/T_F = 0.007$，在 $T \approx 0.02 T_F$ 附近仍可达到 1–1.5$\mu V/K$ 的过量热电势；小角散射的典型比值为 $\tau_{\rm tr}/\tau_{\rm q}$ =10–100 [45, 46] [，见补充材料图 5]。另一种可用于检验我们预测的装置是超冷量子气体 [47, 48]。这些装置不受无序影响，并可实现本文讨论的常数相互作用，不过目前的实验在可达到的 T/T_F 方面仍有限制。

总之，我们表明，对于波矢 $1/\ell_\eta \lesssim q \lesssim \sqrt{T_F/T \ln(T_F/T)}/\ell_\eta$，二维费米液体的热电响应由热缀饰谐波决定，其热电势比流体动力学值高出因子 $\sim T_F/[T \ln(T_F/T)]$。这一热成像机制并不要求奇数模式具有很长的寿命，在当前的高迁移率器件中应该可以实现。更一般地说，热电势超调是一个由费米液体模式的结构而非仅由其寿命决定的响应实例。

感谢 Nitay Ben-Shachar、Stan Boeve、Ulf Gran、Hadrien Kurkjian 和 Carl L¨ov 与我讨论。此项工作得到 Vetenskapsr˚adet（资助编号：2024-04485）、奥勒·恩奎斯特基金会（资助编号：233-0339）、克努特与爱丽丝·瓦伦堡基金会（资助编号：KAW 2024.0129）以及 Nordita 的支持。我使用 Claude（Anthropic，Opus 5.5）协助编写用于动理学方程数值计算的代码，并将结果与独立实现进行核对。我对所有结果承担全部责任。

* johannes.hofmann@physics.gu.se

[1] H. B. Callen，昂萨格倒易关系在热电、热磁和电流磁效应中的应用，《物理评论》73, 1349 (1948)。[2]K. Behnia，《热电学基础》（牛津大学出版社，牛津，2015）。[3] S. A. Hartnoll、P. K. Kovtun、M. M¨uller与S. Sachdev，凝聚态物质及带电磁荷黑洞中量子相变附近的能斯特效应理论，Phys. Rev. B 76, 144502 (2007)。[4] A. Lucas与S. Das Sarma，电子流体动力学以及相互作用金属中维德曼–弗朗兹定律和莫特定律的失效，Phys. Rev. B 97, 245128 (2018)。[5] F. Ghahari、H.-Y. Xie、T. Taniguchi、K. Watanabe、M. S. Foster与P. Kim，石墨烯中增强的热电功率：非弹性散射对莫特关系的违背，Phys. Rev. Lett. 116, 136802 (2016)。[6]H.-Y. Xie与M. S. Foster，石墨烯的输运系数：杂质散射、库仑相互作用与光学声子的相互影响，Phys. Rev. B 93, 195103 (2016)。[7] S. Boeve与J. Hofmann，二维费米液体中长寿命奇宇称模的结构与弛豫（2026），配套论文。[8]B. Laikhtman，二维电子气中的电子-电子角弛豫，Phys. Rev. B 45, 1259 (1992)。[9] C. Hodges、H. Smith与J. W. Wilkins，费米面几何对电子-电子散射的影响，Phys. Rev. B 4, 302 (1971)。[10] P. Bloom，二维费米气体，Phys. Rev.B 12, 125 (1975)。[11] G. F. Giuliani与J. J. Quinn，二维电子气中准粒子的寿命，Phys. Rev. B 26, 4421 (1982)。[12] L. Zheng与S. Das Sarma，二维电子气的库仑散射寿命，Phys. Rev. B 53, 9964 (1996)。[13] P. J. Ledwith、H. Guo与L. Levitov，二维费米气体中激发寿命的层级，《物理学年鉴》411, 167913 (2019)。[14] J. Hofmann与U. Gran，二维费米液体中的反常长寿命，Phys. Rev. B 108, L121401 (2023)。[15] E. Nilsson、U. Gran与J. Hofmann，有限温度电子气中的非平衡弛豫与奇偶效应，Phys. Rev. X 15, 041007 (2025)。[16] R. N. Gurzhi、A. I. Kopeliovich与S. B. Rutkevich，二维金属系统的电导率，《实验与理论物理学杂志》83, 290 (1982)，[《苏联物理学·JETP》56, 159 (1982)]。[17]R. Gurzhi、A. Kopeliovich与S. Rutkevich，二维金属系统的动理学性质，《物理学进展》36, 221 (1987)。[18] R. N. Gurzhi、A. N. Kalinenko与A. I. Kopeliovich，论二维导电系统中电子碰撞期间的动量弛豫过程，《低温物理》19, 744 (1993)，[Fiz. Nizk. Temp. 19, 1046 (1993)]。

[19]R. N. Gurzhi、A. N. Kalinenko与A. I. Kopeliovich，电子-电子碰撞及二维电子气中的一种新流体动力学效应，Phys. Rev. Lett. 74, 3872 (1995)。[20] P. Ledwith、H. Guo、A.Shytov与L. Levitov，二维电子系统中的层析动力学与尺度依赖黏度，Phys. Rev. Lett. 123, 116601 (2019)。[21] J. Hofmann与S. Das Sarma，相互作用二维层析费米液体中的集体模，Phys. Rev. B 106, 205412 (2022)。[22] S. Kryhin与L. Levitov，二维电子流体中的共线散射与长寿命激发，Phys. Rev. B 107, L201404 (2023)。[23] S. Kryhin、Q. Hong与L. Levitov，二维电子流体中随温度线性变化的电导，Phys. Rev. B 111, L081403 (2025)。[24] J. Estrada-Álvarez、E. D´ıaz与F. Dom´ınguez-Adame，电子流体中的超弹道佯谬：层析输运的相关性，Phys. Rev. Lett. 135, 206301 (2025)。[25] G. A. Starkov与B. Trauzettel，反常克努森效应揭示二维电子气中的长寿命模，Phys. Rev. B 113, L041406 (2026)。[26]N. Ben-Shachar与J. Hofmann，受限几何中的层析电子流：超越双弛豫时间近似，Phys. Rev. X 16, 041044 (2026)。[27] J. H. Farrell与A. Lucas，利用多端器件中的输运表征电子散射率，Phys. Rev. B 114, 295113 (2026)。[28] N. Ben-Shachar与J. Hofmann，通道中层析电子的磁输运，Communications Physics 10.1038/s42005-026-02786-2 (2026)。[29] H. Rostami、N. Ben-Shachar、S. Moroz与J. Hofmann，磁场对层析电子输运的抑制，Phys. Rev. B 111, 155434 (2025)。[30] J. Maki与J. Hofmann，磁场中的层析集体模，Phys. Rev. B 113, 245122 (2026)。[31] G. A. Starkov，科尔比诺几何磁输运中的层析流区制与奇偶效应，arXiv:2607.14929 10.48550/arXiv.2607.14929 (2026)。[32]N. Ben-Shachar与J. Hofmann，科尔比诺盘中层析电子的磁输运（2026），arXiv:2607.05540。[33] I. Moiseenko、E. M¨onch、K. Kapralov、D. Bandurin、S. Ganichev与D. Svintsov，用高阶回旋共振检验层析费米液体假说，Phys. Rev. Lett. 134, 226902 (2025)。[34] D. Thuillier与T. Scaffidi，二维电子流体动力学的交流指纹：超扩散与德鲁德权重抑制，Phys. Rev. Lett. 137, 196303 (2026)。[35] J. Callaway，低温下晶格热导率模型，《物理评论》113, 1046 (1959)。[36] M. J. M. de Jong与L. W. Molenkamp，高迁移率导线中的流体动力学电子流，Phys. Rev. B 51, 13389 (1995)。[37] Y. Zeng、H. Guo、O. M. Ghosh、K. Watanabe、T. Taniguchi、L. S. Levitov与C. R. Dean，二维电子流体黏度的定量测量，Science 394, 786 (2026)。[38] H. Risken，《福克–普朗克方程：求解方法与应用》，第2版（施普林格，柏林，1996）

第 9 章。[39] K. G. Nazaryan 和 L. Levitov，《电子流体中的非局域电导率、连分数与电流涡旋》，Phys. Rev. B 110, 045147 (2024).[40] K. Behnia、D. Jaccard 和 J. Flouquet，《零温极限下关联电子的热电性质》，Journal of Physics: Condensed Matter 16, 5187 (2004).[41]W. E. Chickering、J. P. Eisenstein 和 J. L. Reno，《砷化镓中二维电子的热电子热电偶与扩散热电势》，Phys. Rev. Lett. 103, 046807 (2009).[42] Y. A. Pusep、M. A. T. Patricio、M. M. Glazov、V. A. Oliveira、M. D. Teodoro、A. D. Levin、A. K. Bakarov 和 G. M. Gusev，《砷化镓流体动力学介观通道中的热输运光谱学与维德曼–弗兰兹定律的违背》，Scientific Reports 16, 17385 (2026).[43]X. Wang、P. Jia、R.-R. Du、L. N. Pfeiffer、K. W. Baldwin 和 K. W. West，《砷化镓/砷化铝镓超高迁移率二维电子气中的流体动力学电荷输运》，Phys. Rev. B 106, L241302 (2022).[44]Y. J. Chung、A. Gupta、K. W. Baldwin、K. W. West、M. Shayegan 和 L. N. Pfeiffer，《理解超高迁移率砷化镓二维电子系统的迁移率极限：1 亿 cm^2/Vs 及以上》，Phys. Rev. B 106, 075134 (2022).[45] S. Das Sarma 和 F. Stern，《杂质电子气中的单粒子弛豫时间与散射时间》，Phys. Rev. B 32, 8442(R) (1985).[46]S. J. MacLeod、K. Chan、T. P. Martin、A. R. Hamilton、A. See、A. P. Micolich、M. Aagesen 和 P. E. Lindelof，《背景杂质在二维电子气单粒子弛豫寿命中的作用》，Phys. Rev. B 80, 035310 (2009).[47] J.-P. Brantut、C. Grenier、J. Meineke、D. Stadler、S. Krinner、C. Kollath、T. Esslinger 和 A. Georges，《超冷原子热电热机》，Science 342, 713 (2013).[48] J. Maki、U. Gran 和 J. Hofmann，《原子量子气体中的奇宇称效应与尺度依赖黏度》，Communications Physics 8, 319 (2025).[49] A. Beardo、A. Ramos-Mart´ın、J. Tur-Prats、F. X. Alvarez 和 J. Camacho，《简并电子系统中的非局域热电输运》(2026)，arXiv:2610.32272。

文末

双矩基中的碰撞积分。— 我们将双矩碰撞矩阵参数化为

$$L_m = \frac{W_c T^2}{\hbar T_F} \begin{pmatrix} g_m + G_m k_m^2 & -G_m k_m \\ -G_m k_m & G_m \end{pmatrix}, \qquad (10)$$

其中，就碰撞矩阵元素而言，$g_m = L_{00} - L_{01}^2/L_{11}$、$G_m = L_{11}$和 $k_m = -L_{01}/L_{11}$。W_c 是常数相互作用的振幅。我们将 γ_η 定义为 $L_{m=2}$的最小特征值。对于奇数 m，在低温下至领头阶，碰撞矩阵具有特征向量$(1, k_m)$和特征值 g_m，即长寿命模；以及特征向量$(-k_m, 1)$，其特征值为 G_m，即通过共线散射弛豫的快速模。在

式（10）的参数化中，参数 G_m 和 g_m 描述模态寿命，而 $k_m = \kappa\vartheta_m$ 设定它们的倾斜。它们可取自数值模拟，或作为一般模型参数保留。这里，我们针对常数相互作用选取显式的低温形式，该形式适用于 $m^2T/T_F \lesssim 0.4$ [7]:

$$G_m = \begin{cases} \frac{24\pi}{5} o_m & m \text{ even} \\ \frac{8\pi}{5}\bar{\Lambda}_T & m \text{ odd} \end{cases} \tag{11}$$

具有 o_m，其定义见式（5）。此外，

$$g_m = \begin{cases} \frac{8\pi}{3} o_m - G_m k_m^2 & m \text{ 偶} \\ \frac{2\pi^3}{15} m^4 \frac{T^2}{T_F^2}\left(1 - \frac{1}{m^2} + \bar{\Lambda}_T \xi_m (1-\xi_m)\right) & m \text{ 奇}, \end{cases} \tag{12}$$

其中 ξ_m 定义见式（5）。我们有 $g_{m=1} = 0$，这是满足 boost 要求所必需的。由于大 m时的奇模速率趋近于 [15], 费米液体标度，在我们的计算中，我们将奇 g_m 模的 m 替换为 G_m 如果其超过 G_m。最后，$k_m = \kappa\vartheta_m$ 具有倾斜

$$\vartheta_m = \begin{cases} -\frac{\bar{\Lambda}_T}{3o_m} m^2 \tilde{\xi}_m & m \text{ even} \\ m^2 \xi_m & m \text{ odd}, \end{cases} \tag{13}$$

~ ¯其中$\xi_m = 1 - 2\,(\tilde{a}_m - 1)$ $/\Lambda_T$ 具有$\tilde{a}_m = (2 + 1/m^2)$ o_m 是相对偶模修饰。~由于 ξ_m 和 ξ_m 在高于$m^2T/T_F \simeq 0.55$时过零并变为负值，因此我们在式（12）和（13）中将它们替换为软零点

$$\xi_m^{\text{int}} = \frac{1}{\zeta\bar{\Lambda}_T} \ln\left(1 + e^{\zeta\bar{\Lambda}_T \xi_m}\right) \tag{14}$$

~拟合参数为 $\zeta = 2$，ξ_m也同理，这也确保了 g_m 为正。该插值在所有温度 [7]下都与热修饰的精确对角化结果一致。我们指出，采用常数相互作用是为了给出模型定义的简单闭式表达式。用屏蔽库仑相互作用代替常数势，不会定性地影响热电势结果。我们还使用文献 [15]中的屏蔽库仑相互作用精确对角化碰撞矩阵进行了验证，结果表明，纳入更高径向模不会改变我们的结果。

矩阵连分式。— 逐个扇区，投影后的动理学方程（7）为

$$L_1\mathbf{h}_1 + \frac{iv_Fq}{2}\mathcal{V}\mathbf{h}_2 = -\frac{v_F}{T}\left(eE_\perp\mathbf{c} + \nabla_\perp T\mathbf{s}\right) \tag{15}$$

$$L_m\mathbf{h}_m + \frac{iv_Fq}{2}\mathcal{V}\mathbf{h}_{m+1} = -\frac{iv_Fq}{2}\mathcal{V}\mathbf{h}_{m-1}. \tag{16}$$

现在假设高次谐波由次低阶谐波通过以下关系产生

$$\mathbf{h}_{m+1} = -\mathcal{G}_{m+1}\left(\frac{iv_Fq}{2}\mathcal{V}\right)\mathbf{h}_m. \tag{17}$$

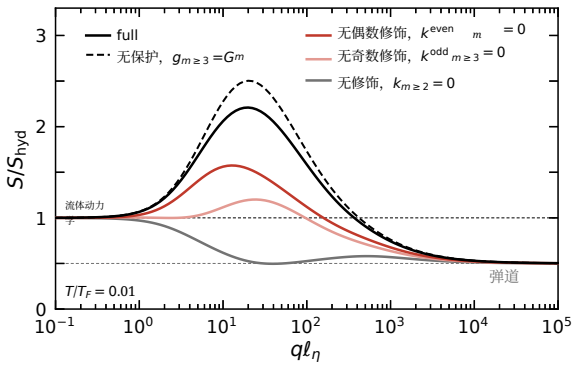

图 4. $T/T_F = 0.01$ 下的热电势，碰撞参数经修改 [方程（10）]。黑色：完整结果。黑色虚线：将慢奇模速率设为与快速率相等，$g_m = G_m$ 对于奇数 $m \geq 3$。红线：偶数 m 时的 $k_m = 0$ 以及奇数 $m \geq 3$时的 $k_m = 0$。灰色：所有 $m \geq 2$时的 $k_m = 0$。

将其代入上式可得

$$L_m\mathbf{h}_m + \left(\frac{v_Fq}{2}\right)^2\mathcal{V}\mathcal{G}_{m+1}\mathcal{V}\mathbf{h}_m = -\left(\frac{iv_Fq}{2}\mathcal{V}\right)\mathbf{h}_{m-1}. \tag{18}$$

现在使用方程（17）求$\mathbf{h}_m$ 并比较矩阵，得到方程（8）。对于端点 $m = 1$，与上面的第一个方程比较可得

$$L_1\mathbf{h}_1 + \left(\frac{v_Fq}{2}\right)^2\mathcal{V}\mathcal{G}_2\mathcal{V}\mathbf{h}_1 = -\frac{v_F}{T}\left(eE_\perp\mathbf{c} + \nabla_\perp T\mathbf{s}\right). \tag{19}$$

求解矩阵连分数。——通过假设对于 $\mathcal{G}_m$，当 $m \geq m_c$ 时，所有奇数-m碰撞矩阵都相等，所有偶数碰撞矩阵也都相等，即可求解该链，得到

$$\mathcal{G}_{\text{odd}} = \left[L_{\text{odd}} + \left(\frac{v_Fq}{2}\right)^2\mathcal{V}\mathcal{G}_{\text{even}}\mathcal{V}\right]^{-1}, \tag{20}$$

$$\mathcal{G}_{\text{even}} = \left[L_{\text{even}} + \left(\frac{v_Fq}{2}\right)^2\mathcal{V}\mathcal{G}_{\text{odd}}\mathcal{V}\right]^{-1}. \tag{21}$$

如果进一步假设 L 与单位矩阵成正比，且 $L_{\text{odd}} = \gamma_o I$ 和 $L_{\text{even}} = \gamma_e I$，则这些方程可以用闭式求解。我们对平流矩阵进行对角化

$$U^T\mathcal{V}U = \Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}, \tag{22}$$

其中 $\lambda_1 = 1 + \kappa$ 和 $\lambda_2 = 1 - \kappa$，并且

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}. \tag{23}$$

令 $\tilde{\mathcal{G}}_{\text{odd}} = U^T\mathcal{G}_{\text{odd}}U$，同理令 $\tilde{\mathcal{G}}_{\text{even}}$，我们得到

$$\tilde{\mathcal{G}}_{\text{odd}} = \left[\gamma_o I + \left(\frac{v_Fq}{2}\right)^2\Lambda\tilde{\mathcal{G}}_{\text{even}}\Lambda\right]^{-1}, \tag{24}$$

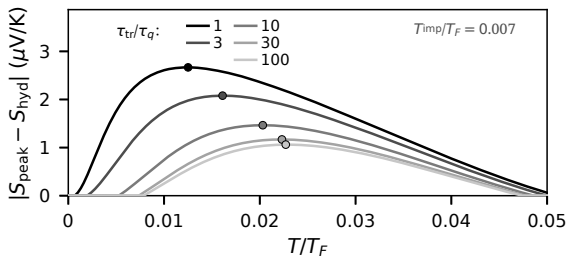

图5. 在输运率固定时，超额热电势随温度的变化 $T_{\rm imp}/T_F = 0.007$，对应不同的量子寿命与输运寿命之比。圆点表示极大值。$\tau_{\rm tr}/\tau_{\rm q} = 1$（黑线）对应短程无序，如图3所示。

~其解为对角矩阵 $\mathcal{G}_{\rm odd}$ =diag$\{g_o(\lambda_1)\ g_o(\lambda_2)\}$，其中

$$g_o(\lambda) = \left[\gamma_o + \lambda^2\left(\frac{v_F q}{2}\right)^2 g_e(\lambda)\right]^{-1}. \qquad (25)$$

这是关于 g_e 和 g_o 的二次方程，其解为

$$g_o(\lambda) = \frac{2\gamma_e}{\gamma_e\gamma_o \pm \sqrt{(\gamma_e\gamma_o)^2 + 4\gamma_e\gamma_o\left(\lambda^2\frac{v_F^2 q^2}{4}\right)}}, \qquad (26)$$

其中需要选择上面的符号，以确保在 $q \to 0$ 的极限下，我们恢复 $g_e \simeq 1/\gamma_e$ 和 $g_o \simeq 1/\gamma_o$。然后，矩阵从 m_c 向下迭代至 $m = 1$,

其中我们将 $m_c = 200$ 作为起始索引，并使用 L_{m_c} 的对角元素在 γ_e 和 γ_o 下的均值。结果对这一选择并不敏感。

热电势过冲的起源。—为通过数值计算确定热电势过冲的起源，我们选择性地改变碰撞矩阵（10）中的系数。图4 展示了与图2(b)相同的热电势曲线，其中 $T/T_F = 0.01$ 以黑线表示。为消除奇数模共线保护的影响，我们令 $g_m = G_m$对奇数 $m \geq 3$ 成立（黑色虚线）。与完整模型相比，热电势峰有所增强，因此奇数模较长的寿命会减弱热电势过冲。对于两条红线，我们分别令 $k_m = 0$ 对偶数 m 和奇数$m \geq 3$成立。这里可以看到热电势峰显著降低。偶模和奇模的修饰（相对于未修饰响应）具有叠加效应，其中奇数模对峰值的贡献更大。如果对所有 $m \neq 1$ [移除修饰（图中的灰线） 4], , 峰值将完全消失，热电势从流体动力学值过渡到弹道值时不会出现过冲。这与近期一项基于 Callaway模型 的非局域热电势研究一致，该模型 [49], 包含动量弛豫率和动量守恒率，但不包含热修饰。

角度依赖无序——更一般的无序模型为 $\gamma_m^{\rm dis} = \gamma_{\rm q}($ $1 - \exp[-\varphi_0^2 m^2/2])$，其中 $\gamma_{\rm q}$ =$1/\tau_{\rm q}$ 为量子弛豫率， φ_0 由 $\gamma_1^{\rm dis} = \gamma^{\rm dis} = 1/\tau_{\rm tr}$确定，使得 $\tau_{\rm tr}/\tau_{\rm q} = 1$ 恢复短程无序。图5 展示了$\tau_{\rm tr}/\tau_{\rm q} = 1$、3、10、30和100时的超额热电势。