SBTenv：经文献验证的分带跑台仿真环境

Philip Byrne[1], John F. Drazan[1], *和 Nidhi Seethapathi[2], *

[1]费尔菲尔德大学电气与生物医学工程系[2]麻省理工学院脑与认知科学系*这些作者贡献相同

arXiv:2611.28547v1 [cs.RO] 21 Nov 2026

摘要—**分带跑台是研究人类运动适应的重要工具。基于物理的仿真可作为此类实验的补充，直接检验有关适应机制的假设；随着模型日益复杂，对高通量仿真的需求也不断增加。然而，MuJoCo 这一广泛用于高通量仿真的物理引擎中，尚无开源的分带跑台环境。本文介绍 SBTenv，这是一种基于 MuJoCo 构建的分带跑台环境，并通过已发表的实验数据进行了验证；这些数据来自在分带跑台上被动行走的无轮缘轮。通过对辐条尖端处的柔性接触进行建模，SBTenv 无需以往仿真所要求的经验几何校正，即可重现实验中的平均稳态速度（$R^2 = 0.643$，均方根误差 $= 0.0162$ 米/秒）。我们预计，开源共享的 SBTenv 将助力在分带跑台上对肌肉骨骼运动和机器人运动开展高通量仿真。**

索引词—**基于物理的仿真、分带跑步机、MuJoCo、行走**

I. 引言

THE 分带跑台（SBT）是研究人类运动的重要工具。在运动控制和运动学习领域，分带跑步机用于了解运动对称性如何适应 [1][2][3]。计算模型通过使研究者能够直接检验有关分带适应机制的假设，为这些实验提供补充，例如比较不同的候选控制目标或学习规则。尽管近期已有分带仿真研究 [3][4][5], ，但我们仍缺乏在 MuJoCo 等高通量物理引擎中用于分带跑步机仿真的开源环境 [6]。因此，我们开发了 SBTenv，这是一个基于 MuJoCo 的计算机模拟分带跑步机环境，支持高通量仿真，提供 Gymnasium接口，并通过已发表的、关于无轮缘轮在分带跑台上行走的实验数据集进行了验证 [7]。

基于物理的仿真长期以来一直用于研究运动，从被动动力学行走器 [8][9] 到优化——基于人类步态的预测 [10][11] 和基于反射的神经肌肉控制 [12]。此后，深度强化学习将这些方法扩展到高维肌骨骼模型 [13][14], ，应用范围从识别能够复现自然步态 [14] 的原理，到预测临床损伤 [15] 和年龄相关跌倒 [16], 的影响，再到训练可迁移至足式机器人 [17]的控制器。由于这些方法需要进行大量仿真试验，因此模型保真度与计算成本之间存在矛盾。MuJoCo [6] 支持高通量仿真，其速度比 OpenSim [18][19] 快两个数量级以上，同时复杂度相当；现有工具还可将 OpenSim 模型转换为 MuJoCo 模型，并在肌肉运动学和动力学方面实现高度一致 [20][21]。因此，MuJoCo 中的分裂带环境将使这些模型能够用于研究分带行走及其适应过程。

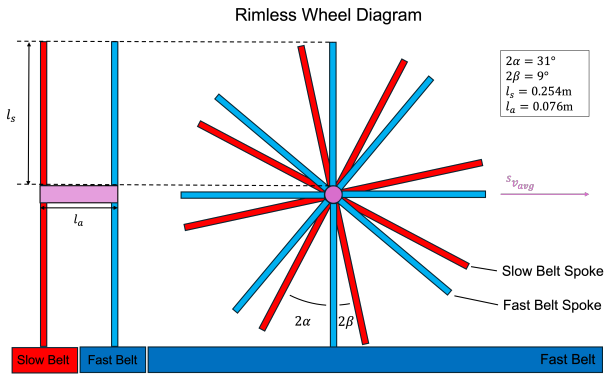

图 1. MuJoCo 中的分带无轮缘轮模型。

II. 方法

A. 代码库

SBTenv 使用 dm control Python 框架（版本 1.0.22）[22], 编写，该框架采用 MuJoCo 物理引擎（版本 3.2.2）进行物理仿真，并用于强化学习环境。我们选择 dm control, 是因为它能够直接访问 MuJoCo,⁻ 且易于实现。SBTenv 提供 Gymnasium接口 [23], 并可在 GitHub 上免费获取。

B. 验证方法

我们使用分带无轮缘轮模型（SBWM） [7], 验证了 SBTenv。该模型是一种无轮缘轮（RW）, 可从带速差（BSD）中获取能量，在分带跑步机（SBT）上被动行走。SBWM 是被动分带行走的最简模型，并有来自实体装置的已发表实验数据。由于它完全由机械构成，不涉及肌肉骨骼动力学或控制器，因此仿真与实验之间的差异

可归因于跑步机和接触模型，而非生物力学或控制方面的假设。其结构简单且易于复现，其他实验室也能在自己的跑步机上搭建相同装置，并用它校准 SBTenv，尤其是其中的接触力学模型，使其适配各自的设备。我们将仿真实现称为 SBWM-env（其中的轮子称为 RW-env），将实体实现称为 SBWM-exp（其中的轮子称为 RW-exp）。文献 [7] 中以图表形式报告的 SBWM-exp 数据，是使用 Fiji（版本 1.54p） [24] 从图中数字化提取的。

C. 分带跑台模型

SBTenv 包含一条慢速带和一条快速带，二者均建模为沿 y 轴方向带有滑动关节的盒体几何。两条带沿 x 轴方向相距 2 mm，以避免相互接触。滑动关节均不由电机驱动；相反，皮带运动通过运动学方式施加。每个时间步开始时，都会为每条带指定一个恒定速度，同时通过狭窄的关节范围限制其在空间中的平移。这近似模拟了实体跑步机：皮带在两个由电机驱动的滚筒上运行，而皮带组件本身并不发生平移。每条带的滑动摩擦系数为 1.15，扭转摩擦系数和滚动摩擦系数均为 0.1，质量为 3.0 kg。

D. 无轮缘轮模型

RW-env 遵循 RW-exp [7] 的规格：每侧有 9 根辐条，辐条长度为 0.254 m，车轴长度为 7.6 cm，辐条之间的角间距为 $40°$，角偏移为 $\alpha = 15.5°$ 和 $\beta = 4.5°$（$2\alpha = 31°$、$2\beta = 9°$），总质量为 3.53 kg（不包括橡胶接触件）。为简化实验装置，RW-env 被限制在 y–z 平面内平移，并绕其车轴旋转。每次仿真均将 RW-env 初始化在 0.38 m 的高度，并在第一个时间步将其速度设为与快速带速度相同，以使其达到稳态。

E. 接触模型

为捕捉 RW-exp 上橡胶条的变形和减震效果，我们在每根 RW-env 辐条的末端增加了柔性接触。每个接触都建模为半径为 0.017 m 的球体，并安装在辐条末端的滑动关节上，该关节充当弹簧—质量—阻尼器（范围 0–0.015 m，刚度 50 N/m，阻尼 10 N·s/m）。接触的滑动摩擦和扭转摩擦系数分别为 1.0，滚动摩擦系数为 0.1。由于 [7], 未报告摩擦、刚度和阻尼的数值，我们手动设置这些参数，以抑制辐条与皮带接触时的弹跳，同时确保在 BSD 范围内实现稳定的被动行走。

F. 仿真协议

在每个数字化的 SBWM-exp BSD 条件下对 SBWM-env 进行仿真，其中慢速带保持静止，快速带的速度设为 BSD。当 RW-env 完成12 圈或达到 2000 个时间步长后，仿真终止。验证指标平均稳态速度的计算方法是：将车轴位移除以经过时间，测量区间从 0.05 s 的稳定期结束时开始，至最后一个时间步长结束。所有仿真均采用 RK4 积分、PGS 约束求解器（最多 50 次迭代）、椭圆摩擦锥，以及 0.01 s 的时间步长。

G. 橡胶接触与偏移消融

为检验柔性接触与 [7] 中报告的快速皮带 z-偏移经验修正是否补偿了相同的碰撞能量耗散机制，我们针对接触位置和偏移进行了全因子消融。接触位置分为四种情况：无、仅快速皮带辐条、仅慢速皮带辐条，以及两者均有（即 SBWM-env 中采用的配置）。偏移分为两种情况：无，以及 [7]中报告的 4.9 mm 快速皮带 z-偏移。八种配置的其他所有参数均保持不变，并分别使用下文所述指标与数字化的 SBWM-exp 数据进行比较。

H. 统计分析

通过逐点比较每个数字化BSD下的平均稳态速度，评估了SBWM-env与SBWM-exp之间的一致性。未能完成一圈的RW-env试验被排除。一致性通过以下指标量化：

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_i (y_i - \bar{y})^2} \tag{1}$$

其中，y_i 为数字化SBWM-exp的平均稳态速度，$\hat{}y_i$ 为相同BSD下SBWM-env的平均稳态速度，$\bar{y}$ 为SBWM-exp数值的平均值。由于 R^2 衡量的是两条独立生成曲线之间的一致性，而非回归拟合优度，因此其下限不受约束；负值表示其拟合效果不如实验均值。我们还报告了 y_i 与$\hat{}y_i$之间的均方根误差（RMSE）和平均绝对误差（MAE）。所有分析均使用 Python 3.10和NumPy [25]完成。

III. 结果

A. 与实验结果的验证

SBWM-env再现了SBWM-exp中观察到的RW平均稳态速度对BSD的依赖关系（图2），其 $R^2 = 0.643$、RMSE为 $= 0.0162$ m/s，MAE为 $= 0.0122$m/s。在单核Apple M3上，仿真每次Gymnasium env.step()调用平均耗时0.213 ms（共68,000个物理时间步长），约为每秒4,700步。

B. 消融实验

表 I 和图 3 展示了全部八种接触与偏移配置的吻合情况。SBWM-env 中采用的配置（双侧接触、无偏移）拟合效果最好（$R^2 = 0.643$），而相同接触设置加上偏移后拟合效果最差（$R^2 = -34.474$）。不加偏移时，随着接触点增加，拟合效果有所改善；加上偏移后，随着接触点增加，拟合效果则变差，而且所有包含接触点的配置都低估了 SBWM-exp 的平均稳态速度。

表 I 橡胶接触与偏移消融结果。

配置	R^2	均方根误差 (m/s)	平均绝对误差 (m/s)
无橡胶，无偏移	−25.151	0.1389	0.1387
仅快速橡胶，无偏移	−5.190	0.0676	0.0648
仅慢速橡胶，无偏移	−5.036	0.0667	0.0632
两块橡胶，无偏移	**0.643**	**0.0162**	**0.0122**
无橡胶，有偏移	−1.064	0.0390	0.0297
仅快速橡胶，有偏移	−22.423	0.1314	0.1156
仅慢速橡胶，有偏移	−3.906	0.0601	0.0584
橡胶、偏移	−34.474	0.1617	0.1565

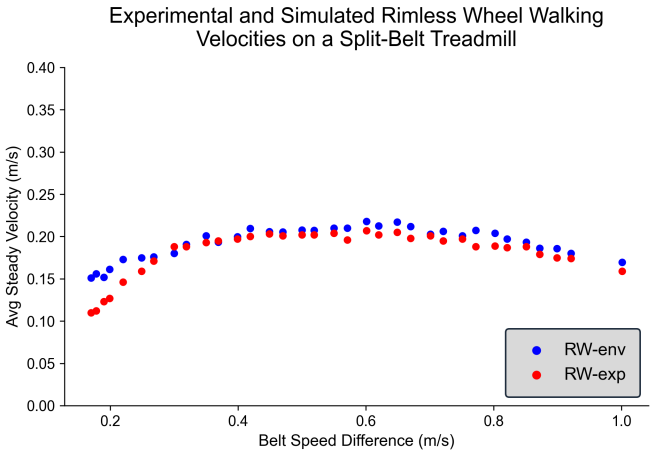

图 2. 在 SBWM-env（两侧均为橡胶接触，无偏移）和 SBWM-exp [7] 中，无轮缘轮的平均稳态速度随带速差的变化。

IV. 讨论

我们介绍了 SBTenv——一个基于 MuJoCo 的开源分带跑步机环境，并使用被动无轮缘轮在分带跑台上的实验数据对其进行了验证[7]。SBTenv 无需经验修正即可再现实验中带速差与行走速度之间的关系，同时保持较高的运行吞吐量。

A. 柔性接触取代经验修正

无轮缘轮通过从跑步机获取能量，在分带跑步机上被动行走：在快速带上，带子的运动抬升轮子并储存重力势能；在慢速带上，这些能量转化为动能，从而抵消碰撞损失 [7]。辐条角偏移与 BSD 共同促成了这一能量交换。然而，辐条与快速带之间的碰撞会在实验和仿真中都导致弹跳。此前的仿真只有在将快速带沿 z-方向偏移 4.9 mm 后，才与实验结果吻合 [7]。在 SBTenv 中，柔性辐条接触也更贴近 RW-exp 中的橡胶条，因此无需进行这一修正。

消融实验揭示了原因。两个辐条上的接触点不加偏移时，拟合效果最佳，优于最接近复现 [7] 中所用校正方法的仅偏移配置（$R^2 = 0.643$ 与 -1.064）。两种方法结合后，拟合效果最差（$R^2 = -34.474$）。这一模式表明，两种校正都在补偿同一部分多余能量——这种能量在辐条与传送带碰撞后仍会保留：接触点通过阻尼耗散这部分能量，而偏移则通过改变接触几何来减少能量。两种方法同时应用会导致校正过度，且所有此类配置都会低估实验速度。

B. 测量平均稳态速度

Butterfield等人用辐条接触时间 [7]表示RW平均稳态速度：

$$ {}^{S}v_{\text{avg}} = \frac{2l(\sin\alpha + \sin\beta) - T_{\text{F}}\Delta v_{\text{TM}}}{T_{\text{S}} + T_{\text{F}}} \tag{2} $$

其中，${}^{S}v_{\text{avg}}$ 为平均稳态速度，l 为辐条长度，α 和 β 为角偏移，Δv_{TM} 为BSD，T_{S} 和 T_{F} 分别为辐条与慢速带和快速带的接触时间。在仿真中，残余弹跳会在接触信号中产生长度不一的间隙。使用阈值填补这些间隙容易受到异常值的影响，而平滑处理则可能抹去真实间隙，例如旋转过程中没有辐条接触跑步机带时产生的间隙。因此，我们直接根据车轴位移除以经过时间计算平均稳态速度。这与实验程序略有不同：在实验中，RW-exp行走固定距离，并将该距离除以其行走时间 [7], ；但这种方法避免了估计接触时间。

C. 局限性

实验数据没有以数字格式提供，而是根据已发表的图表进行数字化处理，因此会引入测量误差。SB WM-exp的橡胶接触和跑步机带未得到完整说明，因此对摩擦、刚度和阻尼参数进行了近似。柔性接触被理想化为安装在弹簧-质量阻尼器上的球体（每个20.6 g），使RW-env的总质量达到3.90 kg，而RW-exp为3.53 kg；不过，其关于车轴的转动惯量仍处于RW-exp的3%以内（0.0966对0.094 kg·m^2）。我们没有将接触质量降低到能够代表RW-exp上薄橡胶条的数值 [7],，因为在0.01 s时间步长下，弹簧-质量阻尼器会变得数值不稳定。最后，验证仅使用了一个被动行走器；主动控制的行走器和肌骨行走器将引入本文未测试的接触和驱动动力学。

V. 结论

我们提出了 SBTenv，这是一种基于 MuJoCo 的开源、高通量且经文献验证的分带跑步机环境。SBTenv 再现了被动无轮缘轮在分带跑台上的实验行为，并通过柔顺接触建模，消除了以往仿真所需的经验修正。由于 MuJoCo 同时支持机器人模型和转换后的肌骨模型， [20][21], SBTenv 使基于学习和基于优化的方法得以应用于分带行走研究，从而研究运动适应 [3][4][5]。

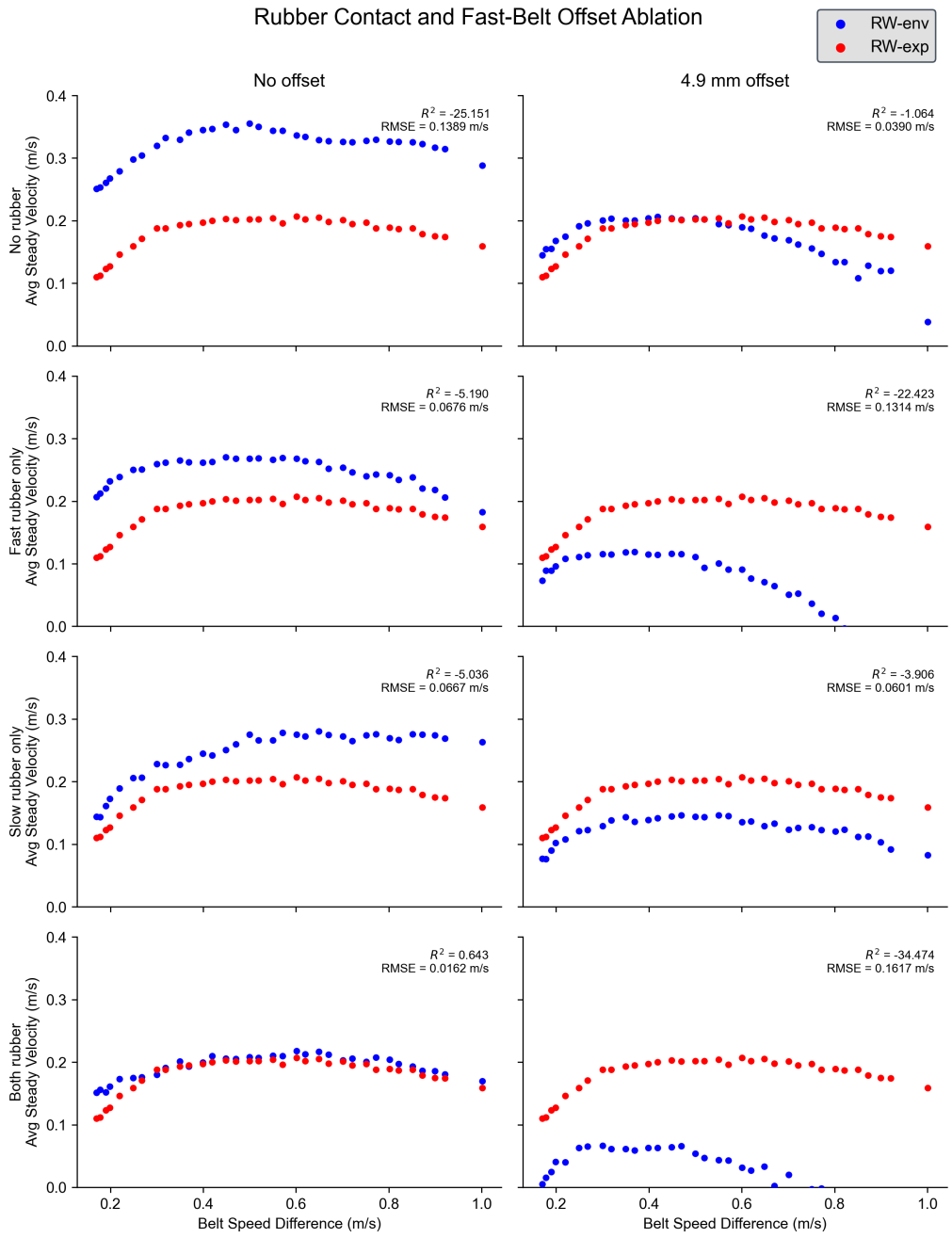

图 3. 橡胶接触与快速带偏移消融实验。各行改变橡胶接触位置，各列改变快速带偏移。蓝点表示在每个数字化BSD条件下单次试验得到的SBWM-envaverage稳态速度；红点表示数字化的SBWM-exp数值。

人工智能使用披露

SBTenv 的初期开发（包括架构、验证方法和构思）未使用生成式 AI。近期的 SBTenv 开发使用 Claude Code（Opus 5.5）协助重构、可视化、功能原型设计和测试用例创建。所有代码均由人工审查；本文内容由人类作者负责。AI 工具在本文撰写准备过程中仅用于一致性和格式处理。

致谢

作者谨向SapereAude基金、麻省理工学院脑与认知科学系以及费尔菲尔德大学工程与计算学院致谢。

参考文献

[1] D. S. Reisman、A. J. Bastian 和 S. M. Morton，《分裂带及其他运动适应范式的神经生理学与康复学见解》，《物理治疗》，第 90 卷第 2 期，第 187–195 页，2010 年 2 月。 [在线]。可访问：https://doi.org/10.2522/ptj.20090073

[2] R. T. Roemmich 和 A. J. Bastian，《闭环：从运动神经科学到神经康复》，《神经科学年度评论》，第 41 卷，第 415–429 页，2018 年 7 月。[3] M. Price、M. E. Huber 和 W. Hoogkamer，《分带跑台行走的最小努力仿真利用不对称性降低代谢能量消耗》，《神经生理学杂志》，第 129 卷第 4 期，第 900–913 页，2023 年 4 月。 [在线]。可访问：https://journals.physiology.org/doi/full/ 10 1152 00343 2022 。 /jn. 。N. [4] Seethapathi、B. C. Clark 和 M. Srinivasan，《基于探索的稳定控制器学习可预测运动适应》，Nature Communications，第 15 卷第 1 期，第 9498 页，2024 年。[5] S. Fleischmann、J. Shanbhag、J. Miehling、S. Wartzack、C. Ong、B. M. Eskofier 和 A. D. Koelewijn，《小脑模型在基于反射的神经肌肉骨骼模型中生成分裂带行走期间的步态适应》，《神经工程与康复杂志》，第 22 卷第 1 期，第 256 页，2025 年。[6] E. Todorov、T. Erez 和 Y. Tassa，《Mujoco：用于基于模型控制的物理引擎》，载于《2012 IEEE/RSJ 智能机器人与系统国际会议》。IEEE，2012 年，第 5026–5033 页。[7] J. K. Butterfield、S. N. Simha、J. M. Donelan 和 S. H. Collins，《分裂带无轮缘轮》，《国际机器人研究杂志》，第 41 卷第 11–12 期，第 1043–1076 页，2022 年 9 月。 [在线]。可访问：https://doi.org/ 10 1177 02783649221110260 。 [8] / T. McGeer，《被动动态行走》，《国际机器人研究杂志》，第 9 卷第 2 期，第 62–82 页，1990 年。[9] M. J. Coleman、A. Chatterjee 和 A. Ruina，《无轮缘辐条轮的运动：一个带碰撞的简单三维系统》，《动力学与系统稳定性》，第 12 卷第 3 期，第 139–159 页，1997 年。[10] F. C. Anderson 和 M. G. Pandy，《人类行走的动态优化》，《生物力学工程杂志》，第 123 卷第 5 期，第 381–390 页，2001 年。[11] M. Srinivasan 和 A. Ruina，《最小双足模型的计算机优化发现行走与跑步》，Nature，第 439 卷，第 75 页，2006 年，第 72 页。[12] H. Geyer 和 H. Herr，《编码足式力学原理的肌肉反射模型产生人类行走动力学与肌肉活动》，《IEEE 神经系统与康复工程汇刊》，第 18 卷第 3 期，第 263–273 页，2010 年。[13] S. Song、Ł. Kidzi´nski、X. B. Peng、C. Ong、J. Hicks、S. Levine、C. G. Atkeson 和 S. L. Delp，《用于在神经力学仿真中建模人类运动控制的深度强化学习》，《神经工程与康复杂志》，第 18 卷第 1 期，第 126 页，2021 年 8 月。 [在线]。可访问：https://doi.org/10.1186/s12984-021-00919-y [14] P. Schumacher、T. Geijtenbeek、V. Caggiano、V. Kumar、S. Schmitt、G. Martius 和 D. F. B. Haeufle，《通过从生物学上合理的目标中学习，实现自然且稳健的双足行走》，iScience，第 28 卷第 4 期，第 112203 页，2025 年。[15] C. F. Ong、T. Geijtenbeek、J. L. Hicks 和 S. L. Delp，《利用基于物理的肌肉骨骼仿真预测踝跖屈肌无力和挛缩导致的步态适应》，PLOS Computational Biology，第 15 卷第 10 期，第 e1006993 页，2019 年。[16] K. Nowakowski、K. El Kirat 和 T.-T. Dao，《深度强化学习与肌肉骨骼建模相结合，以更好地理解老年人跌倒》，《医学与生物工程及计算》，第 60 卷第 6 期，第 1745–1761 页，2022 年 6 月。 [在线]。可访问：https://doi.org/ 10 1007 11517 022 02567 3 。 /s - - - J. Hwangbo、 [17] J. Lee、A. Dosovitskiy、D. Bellicoso、V. Tsounis、V. Koltun 和 M. Hutter，《为足式机器人学习敏捷且动态的运动技能》，Science Robotics，第 4 卷第 26 期，第 eaau5872 页，2019 年。[18] S. L. Delp、F. C. Anderson、A. S. Arnold、P. Loan、A. Habib、C. T. John、E. Guendelman 和 D. G. Thelen，《OpenSim：用于创建和分析运动动态仿真的开源软件》，《IEEE 生物医学工程汇刊》，第 54 卷第 11 期，第 1940–1950 页，2007 年。[19] A. Seth、J. L. Hicks、T. K. Uchida、A. Habib、C. L. Dembia、J. J. Dunne、C. F. Ong、M. S. DeMers、A. Rajagopal、M. Millard、S. R. Hamner、E. M. Arnold、J. R. Yong、S. K. Lakshmikanth、M. A. Sherman、J. P. Ku 和 S. L. Delp，《OpenSim：通过仿真肌肉骨骼动力学与神经肌肉控制研究人类和动物运动》，PLOS Computational Biology，第 14 卷第 7 期，第 e1006223 页，2018 年 7 月。 [在线]。可访问：https://journals.plos.org/ ploscompbiol/article?id =10 1371 1006223 。 /journal.pcbi。A. [20] Ikkala 和 P. Hamalainen，《将生物力学模型从 OpenSim 转换为 MuJoCo》，载于《神经康复领域的临床与工程研究融合 IV》，Biosystems & Biorobotics 系列。Springer，2021 年，第 28 卷，第 277–281 页。

[21] H. Wang、V. Caggiano、G. Durandau、M. Sartori 和 V. Kumar，“MyoSim：用于肌肉骨骼和外骨骼研究的快速且符合生理学现实的 MuJoCo 模型”，载于 *2022 IEEE International Con- ference on Robotics and Automation (ICRA)*，2022 年。[22] Y. Tassa、S. Tunyasuvunakool、A. Muldal、Y. Doron、P. Trochim、S. Liu、S. Bohez、J. Merel、T. Erez、T. Lillicrap 和 N. Heess，“dm control：连续控制的软件和任务”，*Software Impacts*，第 6 卷，文章编号 100022，2020 年 11 月，arXiv:2006.12983 [cs. RO]。 [在线]。可访问：http://arxiv.org/abs/ 2006 12983 。M. [23] Towers、A. Kwiatkowski、J. Terry、J. U. Balis、G. D. Cola、T. Deleu、M. Goul¯ao、A. Kallinteris、M. Krimmel、A. KG、R. Perez-Vicente、A. Pierr´e、S. Schulhoff、J. J. Tai、H. Tan 和 O. G. Younis，“Gymnasium：强化学习环境的标准接口”，2025 年 11 月，arXiv:2407.17032 [cs.LG]。 [在线]。可访问：http://arxiv.org/abs/ 2407 17032 。J. Schindelin、I. Arganda-Carreras、E. [24] Frise、V. Kaynig、M. Longair、T. Pietzsch、S. Preibisch、C. Rueden、S. Saalfeld、B. Schmid、J.-Y. Tinevez、D. J. White、V. Hartenstein、K. Eliceiri、P. Tomancak 和 A. Cardona，“Fiji：用于生物图像分析的开源平台”，*Nature Methods*，第 9 卷，第 7 期，第 676–682 页，2012 年 7 月。

[ ] 2019 在线。可访问：[25] https://www.nature.com/articles/nmeth。C. R. Harris、K. J. Millman、S. J. van der Walt、R. Gommers、P. Virtanen、D. Cournapeau、E. Wieser、J. Taylor、S. Berg、N. J. Smith、R. Kern、M. Picus、S. Hoyer、M. H. van Kerkwijk、M. Brett、A. Haldane、J. F. del R´ıo、M. Wiebe、P. Peterson、P. G´erard-Marchant、K. Sheppard、T. Reddy、W. Weckesser、H. Abbasi、C. Gohlke 和 T. E. Oliphant，“使用 NumPy 进行数组编程”，*Nature*，第 585 卷，第 7825 期，第 357–362 页，2020 年 9 月。 [在线]。可访问：https://www.nature.com/articles/s41586-020-2649-2