用于低推力多小行星交会优化的神经网络近似器

Xingyu Zhou[1], Roberto Armellin[2], Jack Yarndley[2],和李翔宇[3](✉)

1. 月球与行星科学国家重点实验室，空间科学研究院，澳门科技大学，中国澳门特别行政区

2. 空间工程中心，奥克兰大学，新西兰奥克兰 *1010*

3. 航空航天工程学院，北京理工大学，中国北京 *100081*

✉ lixiangy@bit.edu.cn

arXiv:2611.28728v1 [astro-ph.IM] 21 Nov 2026

摘要

设计低推力多小行星交会任务，需要联合选择小行星序列、交会时刻和低推力轨迹。兰伯特转移支持快速束搜索，但无法直接描述推力受限转移能力或推进剂消耗。本文提出了两种互补的低推力神经网络近似器。第一种直接根据数值优化的低推力转移预测连续的最大允许初始质量，从而估计转移能力，以便与当前航天器质量进行比较。第二种预测与质量相关的推进剂消耗，并将航天器质量传播至后续航段。通过精心设计的输入特征和网络结构，与传统深度神经网络基线相比，这两种近似器的平均绝对误差分别降低了 72.2% 和 75.5%。这些预测通过资源筛选和递归质量传播融入 Lambert 排序束搜索，并在最终选择束之前发挥作用。本文在固定访问次数、最大访问次数以及部署–收集任务中评估了该方法。在所测试的案例中，所提出的资源筛选提高了能够获得有效低推力解的候选序列比例，使经验证的最大小行星访问数量最多提高了 15.4%，并将最佳任务目标改善了最多 17.8%。这些结果表明，连续的转移能力和推进剂预测能够改善有限宽度序列搜索。

关键词

低推力轨迹优化 · 多小行星交会 · 神经网络近似 · 全球轨迹优化竞赛 · 束搜索

1 引言

多小行星任务允许单艘航天器在一次巡航中与多个目标交会，从而提高任务的科学或运行收益 [1, 2]。任务设计需要同时确定目标序列、交会时间和转移轨迹。对于低推力航天器而言，这些决策之间存在紧密耦合，因为每次转移的可行性和推进剂消耗都取决于可用飞行时间和航天器质量。多小行星巡航设计因此结合了离散的序列规划问题与连续的低推力轨迹优化 [3]。更复杂的任务场景还可能包括有效载荷交换、重复访问或资源采集。一个典型示例是第12届全球轨迹优化竞赛（GTOC12）中考虑的小行星采矿问题 [4]。

随着候选小行星和交会次数的增加，可能的目标序列数量会迅速增长。同时，要准确评估候选序列，就需要求解连续低推力最优控制问题。数值轨迹优化方法能够针对给定的序列和交会时间获得高保真低推力解 [5], ，其中包括采用自适应网格细化的序列凸规划（SCP）方法 [6]。然而，在大规模组合搜索中反复求解此类问题，计算成本很高 [7]。因此，多目标轨迹设计通常采用多保真策略：在序列搜索过程中使用计算成本较低的转移模型，仅对少数有希望的序列进行后续精化，采用更高保真的轨迹优化。相关实例包括将有限傅里叶级数近似与树搜索相结合 [8] ，以及用于多航天器任务的快速序列选择方法 [9]。

束搜索为控制序列搜索规模提供了一种实用方法。在每个搜索深度，基于当前部分序列生成候选扩展，按照预先设定的成本指标进行排序，并仅保留有限数量的候选项以供进一步扩展。兰伯特转移常被用作低保真模型，因为它能快速估算两个给定轨道状态之间的成本 [10]。在若干 GTOC竞赛解中，研究者采用了基于束搜索的小行星链构建，并在此基础上进行连续推力优化，其中包括 GTOC11 [11, 12]。在 GTOC12 中，ACT&Friends[13] 和 TheAntipodes [14] 团队也结合了近似转移模型、序列搜索和后续低推力轨迹优化。

主要 基于 Lambert 的搜索存在一个局限：脉冲转移成本和低推力可行性 ty

描述了转移的不同属性。Lambert 代价较优的候选项，对于当前质量下、且必须在可用转移时间内完成转移的推力受限航天器而言，仍可能难以实现，甚至不可行。在有限宽度束搜索中，这种差异尤为重要。在某一搜索层级被保留的候选项会占用有限的波束槽位，并决定后续扩展时哪些分支仍可用。因此，在 Lambert 模型下看似有吸引力的序列，可能会在使用低推力轨迹模型检查任一序列之前，就排除另一序列。增加波束宽度可以保留更多备选项，但无法消除脉冲式排序模型与低推力动力学之间的差异。因此，最终的波束可能会将有限的保留槽位分配给那些在脉冲式模型下颇具吸引力、但不太可能实现相应低推力转移的候选项。

快速近似通过避免为每个候选转移都执行一次轨迹优化，使大规模低推力搜索变得可行。Hennes 等人基于天体动力学分析所得的转移信息，开发了最大初始质量和到达质量的连续近似 [15]。最大初始质量衡量的是在固定飞行时间内能够完成规定低推力转移的最大航天器质量。随后，神经代理模型被用于根据轨道特征估计小行星转移参数、低推力转移代价、燃料消耗、可行性和转移时间 [16–21]。此外，研究人员还针对不同轨道环境下的低推力转移代价和可达性，开发了大规模预训练近似器 [22]。

这些近似已开始应用于组合任务搜索。GTOC12 ACT&Friends 研究在树搜索过程中，将连续的最大初始质量和转移时间近似与最终质量和推进剂消耗的神经估计相结合 [13]。其神经网络输入包括兰伯特转移信息以及出发天体坐标系中的相对轨道状态。近期研究还通过最大初始质量刻画低推力可达性，并针对该指标训练了数据驱动的代理模型 [23]。在其二体电推进场景中，该学习模型以规定的航天器质量为输入，评估二元可达性指标，而不是回归连续的最大初始质量值。

对于多段任务，航天器质量会在每次转移后发生变化。因此，序列搜索需要连续估计可行转移质量，并结合依赖质量的推进剂消耗估计。本研究提出一种结合多变量注意力神经网络（MANN）资源筛选的 Lambert 排序束搜索方法：最大允许初始质量预测用于筛选候选扩展，推进剂预测则在最终分配幸存者之前传播分支质量。本文的贡献有三点。第一，开发了两种互补的低推力近似器，用于直接连续预测最大允许初始质量和依赖质量的推进剂消耗。

前者基于低推力优化得到的最大质量解进行训练，并提供连续的转移能力估计；后者则预测当前航天器质量下的推进剂消耗，用于递归质量传播。第二，将这两项预测作为资源筛选器纳入 Lambert 排序束搜索，在最终分配束搜索幸存者之前进行筛选。由此，低推力资源信息会影响候选项保留，而 Lambert 转移信息仍作为排序指标。第三，本文在固定访问次数、最大访问次数和部署–收集任务上评估该方法，这些任务具有不同的目标函数、访问规则和航天器质量演变。搜索保留的候选序列随后通过序列凸规划（SCP）进行优化和评估。

本文其余部分安排如下。第 2 节阐述三类任务及其共同动力学。第 3 节介绍神经网络近似器、数据集生成、训练流程和预测结果。第 4 节介绍波束搜索架构、神经网络预测在序列搜索中的应用，以及低推力轨迹细化。第 5节展示数值结果并分析具有代表性的任务案例。第 6 节对本文作出总结。

2 多小行星交会优化问题

多小行星低推力任务设计将离散的目标选择和访问顺序，与连续的交会时刻和推力历程相结合。本研究考虑三类由单航天器执行的任务，它们采用相同的动力学模型，但访问规则、有效载荷变化和目标函数各不相同。以下 formulation 将这些共同的物理要求与任务特定约束区分开来；具体案例设置将在第 5 节的数值比较中介绍。

2.1 任务表示

设 $\mathcal{A}$ 为一个有限的小行星目录，其中每颗$i \in \mathcal{A}$都有给定的日心星历 $\boldsymbol{r}_i(t)$ 和 $\boldsymbol{v}_i(t)$。任务选取一个包含 $N = |\mathcal{A}_{\mathrm{sel}}|$ 颗不同小行星的子集 $\mathcal{A}_{\mathrm{sel}} \subseteq \mathcal{A}$ 。其交会序列和时间安排表示为

$$\boldsymbol{s} = (s_0, \ldots, s_K), \qquad \boldsymbol{t} = (t_0, \ldots, t_K), \qquad \Delta t_k = t_{k+1} - t_k, \quad k = 0, \ldots, K-1. \tag{1}$$

在此， s_k 标识在 t_k处相遇的天体， s_0 表示地球出发。该序列包含由 K 转移段连接的$K+1$ 个事件。当任务包含重复访问或返回地球时，不同小行星的数量 N 与事件数量不同。

航天器的位置、速度和质量分别表示为 $\boldsymbol{r}(t)$、$\boldsymbol{v}(t)$ 和 $m(t)$。推力矢量 $\boldsymbol{F}_k(t)$ 控制第 k个转移段，m_{init} 表示任务发射质量。该序列规定离散决策；相遇历元和推力历程规定连续决策。访问次数和发射质量是否预先规定，取决于任务类别。

任务时间线受允许的时刻窗口、最大持续时间以及各航段的转移时间界限约束：

$$\begin{aligned} &t_{\mathrm{open}} \le t_0 < t_1 < \cdots < t_K \le t_{\mathrm{close}}, \\ &t_K - t_0 \le T_{\mathrm{mission}}, \qquad \Delta t_{k,\min} \le \Delta t_k \le \Delta t_{k,\max}, \quad k = 0, \ldots, K-1. \end{aligned} \tag{2}$$

载荷交换被视为瞬时过程。同一航天器与同一天体连续交会之间的滑行区间会作为一个航段明确表示；不引入额外变量来表示滑行持续时间。第 2.3 节规定了允许的访问序列。

2.2 低推力动力学

航天器动力学和目标星历均在日心惯性系中表示，并采用二体引力模型。此表述未纳入第三体摄动和引力辅助机动。在各次交会之间，航天器满足

$$\dot{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{v}, \qquad \dot{\boldsymbol{v}} = -\frac{\mu_\odot}{\|\boldsymbol{r}\|^3}\boldsymbol{r} + \frac{\boldsymbol{F}}{m}, \qquad \dot{m} = -\frac{\|\boldsymbol{F}\|}{I_{\mathrm{sp}} g_0}, \tag{3}$$

受推力限制约束

$$\|\boldsymbol{F}(t)\| \le F_{\max}. \tag{4}$$

推进模型假设比冲 I_{sp} 和最大推力 $F_{\max}$ 保持不变，而推力大小和方向可以变化。

小行星交会要求位置和速度都与目标匹配：

$$\boldsymbol{r}(t_k) = \boldsymbol{r}_{s_k}(t_k), \qquad \boldsymbol{v}(t_k) = \boldsymbol{v}_{s_k}(t_k), \qquad s_k \in \mathcal{A}. \tag{5}$$

在地球出发和返回地球时，位置必须与地球的位置匹配，而双曲线超速被限制在 $v_{\infty,\max}$ 以上：

$$\boldsymbol{r}(t_e) = \boldsymbol{r}_{\mathrm{E}}(t_e), \qquad \|\boldsymbol{v}(t_e) - \boldsymbol{v}_{\mathrm{E}}(t_e)\| \le v_{\infty,\max}. \tag{6}$$

此处，t_e 表示出发或返回时刻，$v_{\infty,\ \max}$ 表示适用的任务限制。

位置和速度在每次交会过程中保持连续，但有效载荷交换可能会使航天器质量瞬间发生变化。设 m_k^- 和 m_k^+ 分别表示事件 k发生前后瞬间的相应值。质量平衡为

$$\begin{aligned} m_{k+1}^- &= m_k^+ - \int_{t_k}^{t_{k+1}} \frac{\|\boldsymbol{F}_k(t)\|}{I_{\mathrm{sp}} g_0}\,\mathrm{d}t, \quad k = 0, \ldots, K-1, \\ m_k^+ &= m_k^- + \Delta m_k^{\mathrm{event}}, \qquad\qquad k = 1, \ldots, K. \end{aligned} \tag{7}$$

第一个关系描述推进剂消耗；第二个关系描述事件相关质量变化。发射状态满足 $m_0^+ = m_{\mathrm{init}} \le m_{\mathrm{init,\ max}}$，其中 $m_{\mathrm{init,\ max}}$ 为发射质量上限。所有轨迹都必须满足 $m(t) \ge m_{\mathrm{dry}}$；与有效载荷相关的下界和事件质量变化由任务类别指定。

2.3 任务类别

这三种任务类别通过序列限制、发射质量条件和有效载荷规则对通用模型进行专门化定义。将终端有效载荷卸载前的航天器质量定义为 $m_f = m_K^-$。

2.3.1 固定访问交会

固定访问次数的飞行路线从地球出发，访问指定数量 N 个不同的小行星，并在最后一颗小行星处终止。设计变量包括选定目标、访问顺序、交会时刻和推力历程；发射质量为指定值。子序列（s_1，……， s_N）必须是$\mathcal{A}_{\mathrm{sel}}$的一个排列，因此每颗选定的小行星只访问一次，且 $K = N$。

不投放或收集有效载荷，因此$\Delta m_k^{\mathrm{event}} = 0$，质量下界为$m_{\mathrm{dry}}$。目标函数是在满足共同约束的条件下最大化$m_f$。发射质量固定且没有事件质量交换时，这等价于最小化推进剂总消耗量。

2.3.2 最大访问次数交会

最大访问次数问题保留单次访问规则、固定发射质量和零事件质量变化，但不指定 N。因此，设计还包括序列长度，以及目标选择、访问顺序、交会时刻和推力历程。访问次数由所选序列 $N = |\mathcal{A}_{\mathrm{sel}}|$决定，而不是一个独立的选择。

目标函数是按字典序最大化（N， m_f）。访问更多

小行星的可行航线优先于访问次数较少的航线，无论它们的终端航天器质量如何。只有在访问次数相同时，终端航天器质量才用于区分可行航线。

2.3.3 部署–收集

部署–收集任务访问每个 N 选定小行星，部署一台采矿器，再次访问该小行星以收集开采材料，最后返回地球。此处考虑的任务类别规定了 N，并要求所有部署均先于所有收集。部署子序列（s_1，……， s_N）和收集子序列（s_{N+1}，……， s_{2N}）是同一集合 $\mathcal{A}_{\mathrm{sel}}$的排列。两者的顺序可以不同，最终的地球事件给出 $K = 2N + 1$。

设计变量包括选定目标、两种访问顺序、交会时刻和推力历程。当仅规定发射质量上限时，还需对发射质量进行优化；否则，发射质量固定。发射质量包括干航天器、推进剂以及为后续部署所携带的采矿器。

设 M_i 表示从小行星 i 收集的开采质量， $M_{\mathrm{ret}} = \sum_{i\in\mathcal{A}_{\mathrm{sel}}} M_i$ 表示返回的开采质量。每次部署释放一个质量为 m_{miner}的采矿器，而每次收集都会增加开采材料，但不会回收采矿器。对于事件 $k = 1$，……， K，质量变化为

$$\Delta m_k^{\mathrm{event}} = \begin{cases} -m_{\mathrm{miner}}, & \text{miner deployment,} \\ M_{s_k}, & \text{mined-material collection,} \\ -M_{\mathrm{ret}}, & \text{terminal Earth unloading.} \end{cases} \tag{8}$$

采矿器在航天器继续其巡游任务的同时运行，因此采矿持续时间不同于航天器停留时间。在恒速采矿和完全收集的情况下，

$$M_i = \dot{M}_{\mathrm{mine}}\left(t_i^{\mathrm{col}} - t_i^{\mathrm{dep}}\right), \qquad t_i^{\mathrm{col}} - t_i^{\mathrm{dep}} \geq \tau_{\mathrm{mine,min}}, \qquad i \in \mathcal{A}_{\mathrm{sel}}. \tag{9}$$

其中， t_i^{dep} 和 t_i^{col}分别为部署和收集历元。参数 $\dot{M}_{\mathrm{mine}}$ 和$\tau_{\mathrm{mine,\ min}}$ 规定了采矿速率和最小运行时间间隔。

为保持推进剂质量非负，航天器质量必须满足

$$m(t) \geq m_{\mathrm{dry}} + n_{\mathrm{rem}}(t) m_{\mathrm{miner}} + M_{\mathrm{car}}(t). \tag{10}$$

数量 $n_{\mathrm{rem}}(t)$ 表示仍在航天器上的采矿器数量， $M_{\mathrm{car}}(t)$ 表示航天器上开采的质量。此上限适用于每次转移的全过程，以及每次质量变化事件前后的相应单侧值。地球卸载前一刻，该上限变为 $m_K^- \geq m_{\mathrm{dry}} + M_{\mathrm{ret}}$。

目标函数是最大化 M_{ret}，不包括航天器和剩余推进剂。交会时序会影响开采量以及后续转移所携带的有效载荷，从而使开采目标函数与低推力可行性相互关联。表1 总结了这三个目标函数；其基准实现详见第 5节。

表 1 三种任务类别的访问次数和目标函数。

任务类别	访问次数	目标函数
固定访问交会	指定的 N	最大值 m_f
最大访问次数交会 变量 N		$\max_{\mathrm{lex}}(N,\ m_f)$
部署–收集	预设 N	最大值 M_{ret}

2.4 问题表述

令 $\mathcal{S}$ 表示满足第2.3节所选任务类别访问规则的遭遇序列集合。对于表 J 中的相应目标函数1，耦合问题为

$$\text{最大化 } \boldsymbol{s}, \boldsymbol{t}, m_{\mathrm{init}}, \{\boldsymbol{F}_k(\cdot)\}_{k=0}^{K-1} \quad J, \text{ 约束条件为 } \boldsymbol{s} \in \mathcal{S}、\text{公式 (2) 中的时间边界、公式 (3)–(4) 中的动力学和推力限制、公式 (5)–(6) 中适用的遭遇条件、公式 (7) 中的质量平衡、} m_0^+ = m_{\mathrm{init}} \le m_{\mathrm{init}}、\max \ m(t) \ge m_{\mathrm{dry}}, \text{ 以及第 2.3 节中的任务特定质量条件。} \tag{11}$$

对于两类交会，任务特定质量条件确定 m_{init} 并设定 $\Delta m_k^{\mathrm{event}} = 0$。对于部署–收集任务，这些条件要求满足公式（8）–（10），并要求发射质量为指定值或满足上限条件。只有在上限条件下，发射质量才是决策变量。这些耦合的序列、时序和质量要求促成了第3节中的转移近似器，以及第4节中的搜索和轨迹优化程序。

3 基于神经网络的低推力近似

两个神经网络用于估计互补的转移量：在给定边界状态和持续时间下的最大允许初始质量，以及在指定初始质量下的推进剂消耗。最大允许初始质量（MIM）模型定义转移能力边界，并在搜索过程中为推进剂模型提供容量相关特征。该模型还预测最大初始质量解的末端质量；推进剂模型则预测指定初始质量下的末端质量。两个模型均提供依赖于输出的标准差，用于代理误差诊断。本节定义这些近似器，并评估其单段预测；第4节介绍它们在序列搜索中的应用。

3.1 神经回归框架

这两种低推力近似器均采用 Zhang 等人提出的 MANN [24]，用于地球–木星轨道偏差传播。在该应用中，与全连接深度神经网络相比，MANN 表现出更高的预测准确度和更强的泛化能力。本文中，MANN 是 MIM 和推进剂模型共用的回归骨干网络。这两个模型分别进行训练，并在匹配的低推力数据集和测试条件下，与全连接深度神经网络（DNN）和 Kolmogorov–Arnold 网络（KAN）进行比较评估。

对于归一化输入 $\widetilde{\boldsymbol{x}}$，每个模型都会输出两个归一化均值和两个对数方差 ：

$$f_{\boldsymbol{\theta}}(\widetilde{\boldsymbol{x}}) = (\widetilde{\mu}_1, \widetilde{\mu}_2, \ell_1, \ell_2), \qquad \widetilde{\sigma}_j^2 = \exp(\ell_j), \quad j = 1, 2, \tag{12}$$

这里，$\boldsymbol{\theta}$ 汇集了可训练参数。假设高斯输出在条件上相互独立，则对 n_{batch} 个样本和 $n_y = 2$ 个输出取高斯负对数似然（GNLL）的平均值：

$$\mathcal{L}_{\mathrm{GNLL}} = \frac{1}{2 n_{\mathrm{batch}} n_y} \sum_{b=1}^{n_{\mathrm{batch}}} \sum_{j=1}^{n_y} \left[\ell_{bj} + \frac{(\widetilde{y}_{bj} - \widetilde{\mu}_{bj})^2}{\exp(\ell_{bj}) + \varepsilon_{\mathrm{num}}} \right]. \tag{13}$$

省略加性常数，$\varepsilon_{\mathrm{num}}$ 为数值正则项。该异方差形式估计每个输出 [25] 的条件均值和标准差。输入和标签按分量缩放至单位区间。逆缩放后计算平均绝对误差（MAE）和平均相对误差（MRE）。

训练逐步从均方误差（MSE）过渡到高斯负对数似然（GNLL）：

$$\mathcal{L}_e = (1 - w_e)\mathcal{L}_{\mathrm{MSE}} + w_e \mathcal{L}_{\mathrm{GNLL}}, \qquad w_e = \min\left(\frac{e}{E_{\mathrm{w}}}, 1 \right), \tag{14}$$

其中， e 是从零开始计数的轮次索引， E_{w} 是过渡长度。MSE 在样本和输出上取平均。过渡阶段首先侧重于均值响应，然后同时拟合均值和方差。预测均值用于资源筛选和递归质量传播，而预测标准差则用于代理误差诊断。

表2 列出了选定的配置和共享的优化设置。开发集包含 50,000、100,000、250,000 条或一百万条已接受的记录，每项任务都有独立生成的 100,000 条记录的测试集。输入和输出缩放根据开发数据确定，并原样应用于测试集。选定的百万条记录模型采用 95/5 的训练—验证划分。同一转移产生的多条推进剂记录可能同时出现在两个开发子集中，而测试条件与开发数据互不重叠。模型配置和检查点根据验证集高斯负对数似然选定，之后 $w_e = 1$ 见公式（14）；所有报告的误差均使用独立测试集计算。

对于包含 250,000 条记录的模型系列比较，DNN、KAN 和 MANN 使用相同的任务特定开发记录、行级训练–验证集划分、归一化边界，以及独立生成的 100,000 条记录测试集。在每个模型系列中，根据所评估配置网格中的验证集高斯负对数似然，选定所报告的架构和检查点；独立测试集则保留用于最终性能评估。

表 2 选定的网络配置和训练设置。

设置	MIM	推进剂
输入维度	27	29
潜在维度 / 头维度	64 / 64	64 / 64
块数 / 每块注意力头数	6 / 6	10 / 10
GNLL 转换 E_{w}	200 历元	100 历元
预测特征转换	—	历元 100–500
优化器	Adam	
初始学习率 / 权重衰减	10^{-3} / 10^{-5}	
学习率乘数	每 100 个历元乘以 0.5	
训练轮数预算 / 最大批次大小	1000 / 50,000	
随机种子	42	

3.2 最大允许初始质量预测

3.2.1 预测目标与表示

考虑持续时间为 T、起始于笛卡尔边界状态 $\boldsymbol{\xi}_a = (\boldsymbol{r}_a,\ \boldsymbol{v}_a)$ 并结束于 $\boldsymbol{\xi}_b = (\boldsymbol{r}_b,\ \boldsymbol{v}_b)$ 的转移。单段转移的初始质量和末端质量分别为 m_a 和 m_b。最大允许初始质量满足

$$
\begin{aligned}
m_{a,\max}(\boldsymbol{\xi}_a, \boldsymbol{\xi}_b, T) = \underset{m_a,\, \boldsymbol{F}(\cdot)}{\text{maximize}} \quad & m_a, \\
\text{subject to} \quad & \text{dynamics and thrust limit in Eqs. (3)–(4)}, \\
& (\boldsymbol{r}(0), \boldsymbol{v}(0)) = \boldsymbol{\xi}_a, \\
& (\boldsymbol{r}(T), \boldsymbol{v}(T)) = \boldsymbol{\xi}_b, \\
& m(0) = m_a, \qquad m(T) \geq m_{\mathrm{lb}}.
\end{aligned}
\tag{15}
$$

标签为 $\boldsymbol{y}_{\mathrm{M}} = (m_{a,\ \max},\ m_{b,\ \max})$，均取自同一数值优化转移。第二个分量表示与最大初始质量对应的末端质量，而非单独最大化的末端质量。该转移不包含有效载荷交换，且 m_{lb} 为其末端质量下限。与固定质量二元可达性预测不同，此处使用的 MIM 模型针对给定的边界状态和转移时长，对连续容量边界 $m_{a,\ \max}$ 进行回归。当前航天器质量不是 MIM 模型的输入；因此，对于固定的转移条件，不同的航天器质量均可依据同一预测边界进行评估。

太阳二体动力学的旋转对称性使得方向不同的转移可以采用统一的坐标表示。对于角动量非零的出发状态，定义正交归一基和旋转

$$
\boldsymbol{e}_r = \frac{\boldsymbol{r}_a}{\|\boldsymbol{r}_a\|}, \qquad \boldsymbol{e}_h = \frac{\boldsymbol{r}_a \times \boldsymbol{v}_a}{\|\boldsymbol{r}_a \times \boldsymbol{v}_a\|}, \qquad \boldsymbol{e}_t = \boldsymbol{e}_h \times \boldsymbol{e}_r, \qquad \boldsymbol{R} = [\boldsymbol{e}_r\ \boldsymbol{e}_t\ \boldsymbol{e}_h]^{\mathsf{T}}. \tag{16}
$$

对两个边界状态应用相同的旋转，并在整个转移过程中保持不变。在此标准坐标系中，

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{r}'_j &= \boldsymbol{R}\boldsymbol{r}_j, \qquad \boldsymbol{v}'_j = \boldsymbol{R}\boldsymbol{v}_j, \quad j = a, b, \\
\boldsymbol{r}'_a &= (\|\boldsymbol{r}_a\|, 0, 0)^{\mathsf{T}}, \qquad \boldsymbol{v}'_a = (v_{r,a}, v_{t,a}, 0)^{\mathsf{T}},
\end{aligned}
\tag{17}
$$

其中 $v_{r,\ a} = \boldsymbol{e}_r^{\mathsf{T}}\boldsymbol{v}_a$ 以及 $v_{t,\ a} = \boldsymbol{e}_t^{\mathsf{T}}\boldsymbol{v}_a$。应用 $\boldsymbol{F}' = \boldsymbol{R}\boldsymbol{F}$ 可保持公式（3）–（4）、交会条件和质量历史不变，因此最大质量和推进剂标签也保持不变。该变换消除了整体方向，同时未强加共面性：初始状态包含三个独立分量，而六个终端状态分量均予以保留。

所选表示法以球坐标表示这些旋转后的状态。设 $\boldsymbol{\chi} \in \mathbb{R}^{23}$ 包含三个非常量初始状态分量、六个终端状态分量、两个六分量二体传播残差、 T以及相位 T/P_a，其中 P_a为初始轨道周期。这些残差将正向和反向传播的二体状态与相应的相反边界状态进行比较。结合兰伯特速度增量和解析质量特征，这些量构成输入

$$\boldsymbol{x}_{\mathrm{M}} = \left(\boldsymbol{\chi}, \Delta v_1, \Delta v_2, m_a^{\mathrm{g}}, m_b^{\mathrm{g}}\right) \in \mathbb{R}^{27}. \tag{18}$$

这些特征取决于转移边界状态和推进参数，而不是小行星标识符。因此，对于转移条件位于表3 所示采样域内的其他目标，同样可以应用这些近似器。辅助脉冲速度增量 Δv_1 和 Δv_2 定义 Δv $=\Delta v_1 + \Delta v_2$ 以及解析特征

$$\Delta m_{\mathrm{F}} = \frac{F_{\max} T}{I_{\mathrm{sp}} g_0}, \qquad m_a^{\mathrm{g}} = \frac{\Delta m_{\mathrm{F}}}{1 - \exp[-\Delta v/(I_{\mathrm{sp}} g_0)]}, \qquad m_b^{\mathrm{g}} = m_a^{\mathrm{g}} - \Delta m_{\mathrm{F}}. \tag{19}$$

此处， Δm_{F} 是连续全推力在 T期间消耗的质量。将该量与脉冲质量比结合可得到解析特征，而式（15）则给出监督标签。推力限制还给出 $m_a - m_b \le \Delta m_{\mathrm{F}}$；在整个转移过程中均采用全推力运行时取等号。用该极限质量损失近似容量解，可得到第二个初始质量估计$\widehat{m}_{b,\max} + \Delta m_{\mathrm{F}}$。它与直接估计的等权平均定义为

$$\widehat{m}_{a,\max}^{\mathrm{fus}} = \frac{\widehat{m}_{a,\max} + \widehat{m}_{b,\max} + \Delta m_{\mathrm{F}}}{2}. \tag{20}$$

式（20）结合了同一容量的两种估计，无需拟合额外的融合权重。在全推力运行条件下，终端质量重构是精确的；当优化转移包含降推力区间时，则是近似的。第 3.2.3 节通过在相同样本上比较直接预测和融合预测，评估其影响。

3.2.2 训练数据

算法1 概述了通用的样本构造方法。拉丁超立方采样在规范坐标系中选取初始轨道条件和转移时长。随后，两个三维速度增量以及二体传播共同确定轨道域内的终端状态，轨道域见表3。通过求解相应的低推力优化问题，为每个符合条件的转移生成标签；评估训练好的模型时，边界状态均以同一出发对齐坐标系表示。

采样域涵盖主带中央区域，其中包含附录C中的基准目标；终端倾角界限相对于出发平面测量。序列凸规划收敛且满足表3 中的质量界限时，才保留相应标签。10 千克的终端下限约束优化，而 500 千克的阈值则用于定义保留数据集。GTOC12 目录提供了基准轨道，而监督标签则根据采样转移条件独立生成。

算法1 生成单段训练样本

输入： 预测任务、采样域、记录预算和标签接受准则。

输出： 已接受的输入—标签对 $\mathcal{D}$。

1: $\mathcal{D} \leftarrow \varnothing$；通过拉丁超立方体生成规范坐标系样本 Θ 。

2: **对**每个样本 $\theta \in \Theta$**执行**

3: 构造终端状态；**继续**如果域检查未通过。

4: 求解最大初始质量问题。 ▷ 方程（15）

5: **继续**如果标签接受检查未通过。

6: **如果**质量预测**则**

7: $\mathcal{L} \leftarrow \{(m_{a,\max}, m_{b,\max})\}$。

8: **else**

9: 采样内部初始质量。 ▷ 节 3.3.2

10: 在这些质量下求解推进剂问题。 ▷ 式（21）

11: $\mathcal{L} \leftarrow$ 边界记录和已接受的内部记录。

12: **结束 if**

13: 为每个 $r \in \mathcal{L}$ 构造 $(\boldsymbol{x}_r, \boldsymbol{y}_r)$。

14: $\mathcal{D} \leftarrow \mathcal{D} \cup \{(\boldsymbol{x}_r, \boldsymbol{y}_r) : r \in \mathcal{L}\}$；**break** 如果满足预算。

15: **结束 for**

16: **返回** $\mathcal{D}$.

在本节中，MANN 配置表示为 L/w，其中 L 表示堆叠块的数量， w 表示潜在宽度；经评估的 MANN 模型使用每个块 $H = L$ 个注意力头和$d = d_h = w$，其中 d和 d_h 分别表示潜在维度和头维度。

表 3 两种近似器的采样域和保留数据集。

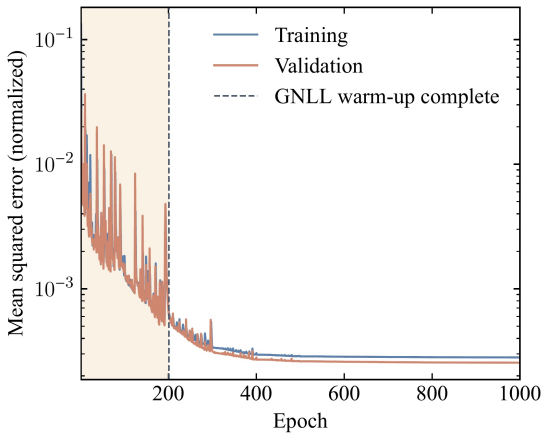
数量	范围或数值
初始和末端半长轴	2.5–3.0 AU
初始和终端偏心率	0–0.4
标准坐标系中的初始倾角	0°
相对于初始平面的终端倾角	0–20°
每个速度增量大小	0.1–2.5 km/s
转移时长	50–500 天
最大推力 / 比冲	0.6 N / 4000 s
SCP末端质量下限	10 千克
保留的最大初始质量	$\leq 20,000$ 千克
保留的末端质量	≥ 500千克
开发记录	50k、100k、250k、1M
测试记录	100k

3.2.3 预测性能

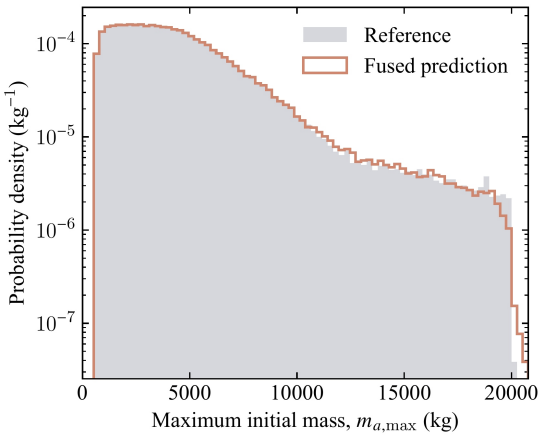
在匹配的25万条记录协议下，经验证集选择的 $6/64$MANN 的初始质量平均绝对误差和末端质量平均绝对误差分别为 62.88 千克和 63.28 千克，而 DNN 分别为 226.15 千克和 226.70 千克，KAN 分别为 262.45 千克和 262.25 千克（表4）。物理信息输入特征带来了大部分容量预测改进：将基础状态—时间表示与转移和传播描述符相结合后，初始质量平均绝对误差从 993.36 千克降至 62.88 千克（表A.1）。所选模型在分阶段训练下收敛 [图1(a)]。将 MANN开发集增加到 100 万条记录后，误差进一步降至 41.45 千克和 40.97 千克，其改进幅度大于所测试的 MANN模块和宽度变化所带来的改进。

融合估计值再现了 100,000 次测试转移中的参考质量分布及其上尾 [图 1(b)]。公式（20）将初始质量平均绝对误差从 41.45 千克略微降低至 40.92 千克，并使 54.5% 样本的绝对误差降低 [图1(c)]。

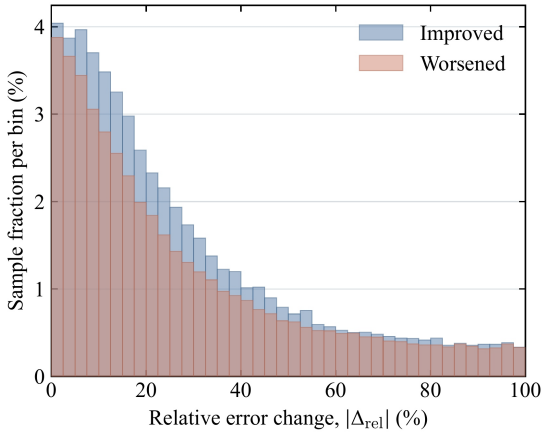
作为代理误差诊断，较大的预测标准差通常伴随着较大的直接初始质量误差 [图 1（d）]。在一个、两个和三个预测标准差范围内，相应的经验覆盖率分别为 71.60%、94.85% 和 99.13%。



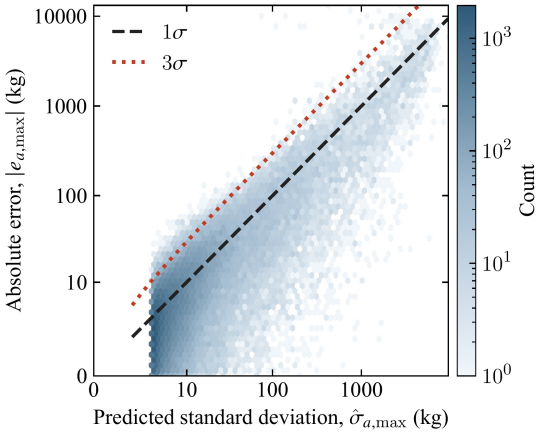
(a) 训练收敛。



(b)质量分布。



(c)融合效应。



(d) 代理误差诊断。

图 1 MIM MANN 的训练与预测性能。

3.3 与质量相关的推进剂消耗预测

3.3.1 预测目标与容量相关特征

推进剂模型采用第 3.2.1 节中的坐标旋转和轨道描述符，并加入初始质量和容量相关特征。对于给定的边界状态、持续时间和初始质量 m_a，其推进剂标签满足

$$\begin{aligned}\Delta m_{\mathrm{p}}^{\star}(\boldsymbol{\xi}_a,\boldsymbol{\xi}_b,T,m_a) = \underset{\boldsymbol{F}(\cdot)}{\text{minimize}} \quad & m_a - m(T), \\ \text{subject to} \quad & \text{dynamics and thrust limit in Eqs. (3)–(4)}, \\ & (\boldsymbol{r}(0),\boldsymbol{v}(0)) = \boldsymbol{\xi}_a, \\ & (\boldsymbol{r}(T),\boldsymbol{v}(T)) = \boldsymbol{\xi}_b, \\ & m(0) = m_a, \qquad m(T) \geq m_{\mathrm{lb}}.\end{aligned} \tag{21}$$

输出为 $\boldsymbol{y}_{\mathrm{P}}=(\Delta m_{\mathrm{p}}^{\star},\ m_b^{\star})$，其中 $m_b^{\star}=m_a-\Delta m_{\mathrm{p}}^{\star}$。选定输入将轨道描述符与实际初始质量、解析末端质量估计以及两个容量相关特征相结合：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}_{\mathrm{P}}&=\left(\boldsymbol{\chi},\Delta v_1,\Delta v_2,m_a,m_b^{\mathrm{L}},\rho,q\right)\in\mathbb{R}^{29},\\ m_b^{\mathrm{L}}&=m_a\exp[-\Delta v/(I_{\mathrm{sp}}g_0)].\end{aligned}\tag{22}$$

此处，m_b^{L}是给定m_a下的脉冲末端质量估计，不同于容量估计m_b^{g}，见式（19）。优化得出的特征为 $\rho=m_a/m_{a,\ \max}$ 和 $q=m_{a,\ \max}-m_{b,\ \max}$。在推理时，它们由 $\widehat{\rho}=m_a/\widehat{m}_a^{\ \mathrm{fus}}{}_{,\ \max}$ 和 $\widehat{q}=\Delta m_{\mathrm{F}}$ 替代。搜索使用直接推进剂输出传播质量。

3.3.2 训练数据与特征一致性

算法 1 的推进剂分支将每个验收通过的最大质量解扩展到较小的初始质量，同时保持转移条件不变。在 $\rho_{\min}=\max(500\text{ 千克}/m_{b,\ \max},\ 0。05)$ 与 1 之间采样十个比值，并使用 $m_a=\rho m_{a,\ \max}$求解式（21）。每个转移组还保留边界解。内部标签满足 SCP 检查和 500 千克末端质量验收阈值。因此，这些数据集涵盖了各转移条件下随质量变化的推进剂响应，而容量数据集描述其边界。

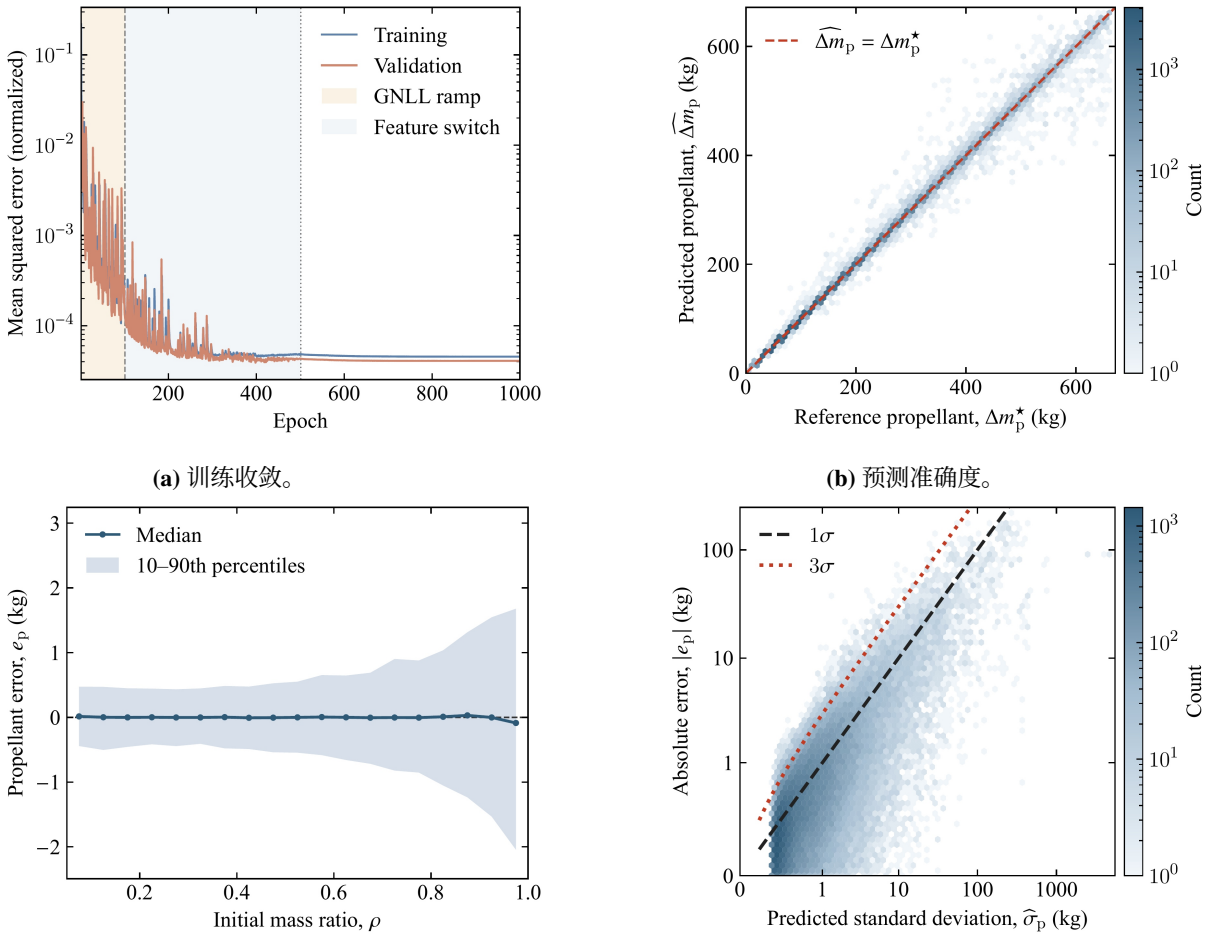
推进剂模型使用共享的优化器设置和方程 (14)，其中 $E_{\mathrm{w}}=100$。为使模型接触到序列搜索期间可用的容量估计，训练会逐步以(ρ,q)替换$(\widehat{\rho},\widehat{q})$，替换概率为

$$p_e=\begin{cases}0, & e<100,\\ (e-100)/400, & 100\le e<500,\\ 1, & e\ge 500.\end{cases}\tag{23}$$

两次转换均完成后，开始进行检查点选择，$w_e=p_e=1$。独立测试结果使用预测容量特征，因此也计入这些特征对推进剂误差的影响。所选推进剂模型的训练历史如图 2(a)所示。

3.3.3 预测性能

表4 比较了在 250,000 条开发记录下经验证集选出的 DNN、KAN 和 MANN 配置。两列平均绝对误差分别对应初始质量预测的 ($m_{a,\max}$,$m_{b,\max}$)，以及



(a) 训练收敛。

(b) 预测准确度。

(c) 质量比依赖性。

(d) 代理误差诊断。

图 2 推进剂消耗 MANN 的训练与预测性能。

推进剂预测的 $(\Delta m_{\mathrm{p}}, m_b)$。

对于经验证集筛选的 250,000 条记录配置，表4中 MANN 的独立测试集推进剂平均绝对误差最低，为 1.9314 千克；而 KAN 的独立测试集终端质量平均绝对误差最低，为 5.5919 千克。百万条记录的 MANN 将这些误差分别降至 1.1713 和 3.3569 千克，相应的平均相对误差为 0.5381% 和 0.1564%。

在 100,000 个测试样本$\widehat{\ }$中，预测的推进剂消耗与优化生成的标签高度一致 [图 2(b)]。有符号误差 $e_{\mathrm{p}} = \Delta m_{\mathrm{p}} - \Delta m_{\mathrm{p}}^{\star}$ 的中位数接近零 $\rho \in [0.05, 1]$，但其第 10–90 百分位区间在容量边界附近变宽 [图 2(c)]。

容量相关特征可改进推进剂估计值。在 $6/64$ 输入对比中，添加质量比和容量相关质量损失特征可将平均绝对误差从 5.5356 千克降至 2.8181 千克（表B.1）。在测试的配置中，所选 $10/64$ 网络的推进剂平均绝对误差最低。其推进剂估计值会在序列搜索过程中传递，而另一种配置的末端质量

表4 验证集选定的网络配置的单腿预测误差。

模型和配置记录		高斯负对数似然	平均绝对误差 1，千克	平均绝对误差 2，千克
最大允许初始质量				
DNN, 参数化修正线性单元, 6×256	250k	-4.9376	226.15	226.70
KAN, 4×256	250k	-4.5386	262.45	262.25
MANN, $6/64$	250k	-6.2730	62.88	63.28
MANN, $6/64$	1M	-7.0191	41.45	40.97
推进剂消耗				
DNN, Swish , 4×256	250k	-5.7648	7.8902	8.0210
KAN, 4×256	250k	-6.1509	5.0629	5.5919
MANN, $10/64$	250k	-6.5948	1.9314	6.3467
MANN, $10/64$	1M	-7.3431	1.1713	3.3569

误差最低（表B.2）。

表 5 总结了在球坐标、250,000 条开发记录以及 $6/64$ MANN 敏感性设置下的特征贡献。完整的特征与坐标扫描见附录 A–B。补充材料中提供了其他架构、特征、训练和不确定性分析。

表 5 选定物理特征和容量相关特征的影响。

预测任务	缩减输入	选定输入	目标平均绝对误差，千克
最大允许初始质量 F0		F11	993.36 → 62.88
推进剂消耗	F0	F4	5.5356 → 2.8181

对于所选模型，标准化残差以零为中心，推进剂和末端质量的离散程度分别为 1.0569 和 1.0258；其双标准差经验覆盖率分别为 94.00% 和 94.63%。预测推进剂标准差 $\hat{\sigma}_{\mathrm{p}}$ 随 $|e_{\mathrm{p}}|$ [图 2(d)],增加，经验覆盖率在一个、两个和三个预测标准差范围内分别为 70.83%、94.00% 和 98.79%。最大允许初始质量预测提供推进剂模型所需的容量相关特征，而推进剂预测则传递资源筛选器所用的分支质量。第 4 节定义这一整合过程，第 5节则评估低推力优化后的任务轨迹。

4 方法

该求解方法将序列搜索与连续轨迹优化分开。基于 Lambert 的排序规则对部分序列排序，而两个 MANN 模型用于估计转移能力并传递航天器质量。资源筛选在幸存者分配之前进行，因此未通过筛选的扩展不会占用有限的束搜索预算。随后，序列凸规划（SCP）对保留的序列进行优化，并检查其低推力轨迹。以下小节将定义候选扩展与分配、资源筛选器、轨迹细化及其组合流程。

4.1 基于兰伯特问题的束搜索

4.1.1 候选扩展

交会深度为 d 的节点表示部分序列 $\boldsymbol{s}_{0:d}$、其历元 $\boldsymbol{t}_{0:d}$、当前任务阶段，以及累积成本和质量状态。该序列决定已访问目标集合和剩余的允许交会。扩展操作会追加一个目标–历元对 (s_{d+1}, t_{d+1})，并满足第2.3节中的访问规则。到达历元从离散网格中选取，同时受转移时长界限和任务窗口约束。对于指定的访问次数，分支还必须留出充足时间，以完成剩余交会。

事件 k 到事件 $k+1$ 的转移，首先通过求解两个目标位置之间的兰伯特问题进行评估。将兰伯特出发与到达速度表示为$\boldsymbol{v}_{k}^{\mathrm{dep}}{}_{,\,\mathrm{L}}$ 和$\boldsymbol{v}_{k+1,\,\mathrm{L}}^{\mathrm{arr}}$，则脉冲式交会代价为

$$\Delta v_k^{\mathrm{L}} = \left\| \boldsymbol{v}_{k,\mathrm{L}}^{\mathrm{dep}} - \boldsymbol{v}_{s_k}(t_k) \right\| + \left\| \boldsymbol{v}_{s_{k+1}}(t_{k+1}) - \boldsymbol{v}_{k+1,\mathrm{L}}^{\mathrm{arr}} \right\|. \tag{24}$$

对于交会任务，相应的递归质量估算为

$$m_{k+1}^{\mathrm{L},-} = m_k^{\mathrm{L},+} \exp\left(-\frac{\Delta v_k^{\mathrm{L}}}{g_0 I_{\mathrm{sp}}} \right), \qquad m_{k+1}^{\mathrm{L},+} = m_{k+1}^{\mathrm{L},-} + \Delta m_{k+1}^{\mathrm{event}}. \tag{25}$$

优先选择具有较大 m^{L} 的候选项。对于相同的初始质量且不存在事件相关质量变化的情况，这种排序等价于最小化累积成本$\sum_k \Delta v_k^{\mathrm{L}}$。部署–收集搜索直接使用累积的兰伯特代价，并在资源计算中将有效载荷变化纳入考虑。这些特定情形指标用于在搜索过程中对候选项进行排序。最大访问次数轨迹首先按访问次数进行比较，然后按末端质量进行比较；部署–收集轨迹则按返回的开采质量进行比较。

候选项生成首先施加访问和时间限制、兰伯特可解性以及基线资源界限。初步的基于兰伯特的截断限制传递至资源评估的候选项池。资源筛选和局部剪枝随后进行，并先于幸存者分配。事件网格和初步候选项上限规定于补充材料中。

4.1.2 幸存者分配

令 $\mathcal{B}_d$ 表示深度 d处保留的种群，令 $\mathcal{C}_{d+1}$ 包含其可行扩展。深度同步搜索可表示为

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{d+1} &= \mathcal{F}(\mathcal{C}_{d+1}), \\ \mathcal{B}_{d+1} &= \mathcal{S}_B^{\alpha}[\mathcal{P}(\mathcal{D}_{d+1}); \mathcal{D}_{d+1}], \qquad |\mathcal{B}_{d+1}| \le B. \end{aligned} \tag{26}$$

此处， $\mathcal{F}$表示第 4.2节定义的资源筛选器；对于兰伯特基线，则表示恒等操作； $\mathcal{D}_{d+1}$表示符合条件的候选池； $\mathcal{P}$ 表示局部剪枝；而 $\mathcal{S}_B^{\alpha}$ 根据架构 B 最多分配α个幸存者。筛选会检验预测的低推力资源，而局部剪枝则限制与共同终端事件或路径相关的冗余状态。 $\mathcal{S}_B^{\alpha}$ 的第二个参数提供了用于回填的原始符合条件的候选池（如果启用）：未使用的槽位将按照兰伯特顺序从其中剩余的候选项中填充。

前三种架构共享深度同步扩展，但幸存者槽位的分配方式不同。它们的多样性分组由有序天体序列 $\boldsymbol{s}_{0:d}$ 定义，不包括交会时刻。因此，同一路径的不同时间实现会在同一组内竞争，而不同路径则属于不同的组。

标准束搜索。 局部剪枝后，按照兰伯特度量对候选项进行全局排序，并保留前 B 个。这一策略将可用名额集中分配给排名最高的候选项，不再额外限制路线多样性。

序列限额束搜索。 按照 Lambert 度量扫描候选项，并为每个天体序列组设置初始上限 c_0，限制每个天体序列组的幸存者数量。正整数 c_0 用于控制各组内名额的初始集中程度；其取值见第 5 节。如果仍有空缺名额，则在后续轮次中将上限逐次增加 1，直至束填满或符合条件的候选池耗尽。该策略限制名额过早集中于单一路线，同时允许将未使用的容量重新分配。

轮询束搜索。 候选项在每个天体序列组内进行排名，并在连续轮次中分配槽位，每轮至多从每个非空组中选取一个候选项。基于确定性的 Lambert 排序规则解决各组之间的竞争。不同于固定上限，轮询分配会先在可用航线之间分配槽位，然后再纳入额外的时间

实现。

时间窗口束搜索。 这种架构会改变扩展调度以及选择池。符合条件的节点会按照已耗费的任务时间 τ 存入队列 $\mathcal{Q}$。每次迭代都会提取时间最早的窗口，作为

$$\mathcal{Q}_\varepsilon = \{b \in \mathcal{Q} : \tau_{\min} \le \tau(b) < \tau_{\min} + \varepsilon\}, \qquad \tau_{\min} = \min_{b\in\mathcal{Q}} \tau(b). \tag{27}$$

窗口宽度为 ε。通过终端事件进行局部剪枝，并依据基于兰伯特的排序规则，从该窗口中最多选取 B 个节点进行扩展。窗口中的其余节点将被丢弃，而窗口外的节点仍保留在队列中。符合条件的非终端子节点会被加入队列，已完成的序列候选项则会存档。由于一个窗口可能包含多个遭遇深度，B 限制的是每个窗口的扩展节点数，而非队列总大小。

这些策略将两种选择区分开来：如何在相互竞争的路径之间分配名额，以及在同一选择步骤中由哪些节点参与竞争。表 6 在共同的候选项生成操作之后总结了这一区别。

表 6 束搜索幸存者分配与扩展调度。

架构	分配规则	竞争种群
标准	全局兰伯特截断	同一深度的候选项
序列封顶初始每序列上限 c_0，并进行松弛		同一深度的候选项
轮询	跨路线组逐轮进行	同一深度的候选项
时间窗口	局部剪枝和兰伯特截断	最早时间窗口内的节点

4.2 基于 MANN 的资源筛选

脉冲式排序未显式考虑推力受限转移能力。资源筛选器通过第 3 节中的 MIM 和推进剂模型引入了这方面的信息。对于每个拟议的小行星间扩展，将端点状态旋转至规范出发坐标系，并构建转移特征。容量估计为融合 MIM 均值 $\widehat{m}_{a,\max,k}^{\mathrm{fus}}$，来自公式 (20)；推进剂消耗则根据当前分支质量下的直接推进剂输出进行评估。

另设状态 $\widehat{m}^{\mathrm{M}}$，沿分支携带基于 MANN 的质量估计。对于前向传播，容量裕度为

$$g_k^{\mathrm{cap}} = \widehat{m}_{a,\max,k}^{\mathrm{fus}} - \widehat{m}_k^{\mathrm{M},+}, \qquad g_k^{\mathrm{cap}} \ge 0. \tag{28}$$

式（28）中的两项具有不同的依赖关系：融合MIM估计值由当前转移条件决定，而传播得到的航天器质量则反映了此前的转移以及事件相关的质量变化。二者之差将单航段容量预测转化为依赖序列的资格测试，因此，到达相同转移条件但质量历史不同的候选项，均依据相同的预测容量边界进行评估。对于具有可用物理分支质量的正向序列构建，若预测容量裕度为负，则该扩展将被排除在可参与束分配的候选集合之外。对于搜索而言，负容量裕度被视为预测的低推力不可行性；这是一种基于代理模型的筛选判定，而非不可行性的数学证书。对于通过筛选的扩展，推进剂模型使用 $\widehat{m}^{\mathrm{M}}_{\cdot,\,k}{}^{+}$ 以及第3.3 节中的预测容量相关特征，以获得$\Delta m_{\mathrm{p},\,k}$。随后计算到达时和事件后的质量

$$\widehat{m}^{\mathrm{M},-}_{k+1} = \widehat{m}^{\mathrm{M},+}_{k} - \widehat{\Delta m}_{\mathrm{p},k}, \qquad \widehat{m}^{\mathrm{M},+}_{k+1} = \widehat{m}^{\mathrm{M},-}_{k+1} + \Delta m^{\mathrm{event}}_{k+1}. \tag{29}$$

部署–收集案例采用特定于任务的逆向收集构造，并使用代表性质量代理量，详见第5.4节。在部署分支与收集分支合并后，在地球返回闭合和SCP细化之前，按照实际时间向前重新评估完整的资源历史。

对于交会任务，到达估计值必须满足 $\widehat{m}^{\mathrm{M}}_{\cdot,\,k+1}{}^{-} \geq m_{\mathrm{dry}}$。对于部署–收集任务，这些更新定义了正向部署传播和连接后正向重放，其中包括矿工释放和材料收集。第2.3 节中的全部载荷相关约束均在轨迹细化中得到执行。

区分 m^{L} 和 $\widehat{m}^{\mathrm{M}}$ 保留了各模型的作用。前者提供交会排序指标；后者提供进入后续低推力预测和资格测试的质量。在公式（26）中，筛选因此改变的是幸存者分配算子的参数，而不是其排序规则。对于时间窗口束搜索，在将子代插入队列之前，会对其应用相同的资源测试，因此在选定其时间窗口时，它们已经通过筛选。

资源筛选器使用预测均值进行筛选和递归质量传播，而将预测标准差保留为代理误差诊断。筛选决策决定波束的资格，最终的低推力轨迹验收由序列凸规划确定。方程（28）和（29）定义前向传播；第 5.4 节介绍用于收集的逆向构造近似。

4.3 轨迹细化

每个保留的序列都定义了一个连续的低推力最优控制问题，并在搜索生成的交会时刻初始化。序列凸化方法 [26]用于使序列凸规划求解其非线性动力学和约束的一系列凸近似。状态包含无量纲位置、速度和对数质量 $\zeta = \log(m/m_*)$。分段常值控制变量描述加速度及其大小。基于兰伯特问题的轨迹用于初始化状态历史记录，而在初始遍中获得的控制量则用于初始化后续细化过程。目标函数是第 2节中相应的任务目标，而不是兰伯特搜索代价。

设 $\boldsymbol{y}_{k,j}$ 为第 j 个节点处第 k段的缩放状态， $\boldsymbol{u}_{k,j}$ 为其控制变量，$h_{k,j}$ 为积分区间时长。非线性区间流为 $\boldsymbol{\Phi}_{k,j}$。在第 ℓ次迭代中，围绕参考轨迹进行线性化可得

$$\boldsymbol{y}_{k,j+1} = \overline{\boldsymbol{\Phi}}_{k,j} + A_{k,j}\left(\boldsymbol{y}_{k,j} - \overline{\boldsymbol{y}}_{k,j}\right) + B_{k,j}\left(\boldsymbol{u}_{k,j} - \overline{\boldsymbol{u}}_{k,j}\right) + D_{k,j}\left(h_{k,j} - \overline{h}_{k,j}\right) + \boldsymbol{\nu}_{k,j}. \tag{30}$$

上划线表示参考轨迹，$A_{k,j}$、 $B_{k,j}$和 $D_{k,j}$ 分别表示相对于状态、控制和持续时间的流敏感度。在交会对接表述中，受惩罚的虚拟控制 $\boldsymbol{\nu}_{k,j}$ 用于松弛仿射动力学。部署—收集表述直接施加这些动力学，其中$\boldsymbol{\nu}_{k,j} = 0$。交会星历和对数事件质量关联均针对其决策变量进行线性化。信赖域限制状态和时间的变化，而凸状态约束则限制可行迭代点 [27]。

将 $\boldsymbol{z}$ 记为堆叠的轨迹决策变量，将 $\boldsymbol{\xi}$ 记为活跃松弛变量，凸子问题可表示为

$$\begin{aligned} \underset{\boldsymbol{z},\,\boldsymbol{\xi}}{\text{maximize}} \quad & \widetilde{J}_\ell(\boldsymbol{z}) - \boldsymbol{\lambda}^{\mathsf{T}}|\boldsymbol{\xi}| \\ \text{subject to} \quad & \text{affine propagation in Eq. (30)}, \\ & \text{linearized encounter and event-mass relations}, \\ & \boldsymbol{z} \in \mathcal{C}_\ell \cap \mathcal{T}_\ell. \end{aligned} \tag{31}$$

此处， $\mathcal{C}_\ell$ 包含凸推力、质量和时间约束， $\mathcal{T}_\ell$ 为信赖域。向量 $\boldsymbol{\xi}$汇集了具有正惩罚权重 $\boldsymbol{\lambda}$的活动松弛变量。加速度范数界是一个二阶锥，质量相关推力界则围绕参考对数质量 $\widetilde{}$ [28]进行近似。对于交会任务， J_ℓ 最大化终端对数质量，从而保持终端质量排序。部署–收集优化最大化返回的开采质量。在最大访问情形下，每次连续求解期间访问次数保持固定。

每次凸优化求解后，优化得到的控制量和持续时间都会通过非线性方程进行传播。端点偏差用于衡量所得轨迹与规定交会之间的一致性；在部署–收集优化中，还会检查对数质量偏差。传播后的解定义了下一次迭代的参考值。当达到规定容差、迭代上限或求解器终止时，迭代停止。验收准则定义于第5.1节。

固定时间（FT）精化施加 $\boldsymbol{t} = \boldsymbol{t}^{\mathrm{B}}$，其中 $\boldsymbol{t}^{\mathrm{B}}$ 表示搜索生成的历元。可变时间（VT）精化保留该序列，但允许在任务边界内调整交会时刻。时间调整星历和区间时长均纳入同一线性化过程。第5 节说明了各个案例所采用的数值计算轮次，并分别报告每种精化模式的结果。

4.4 总体流程

算法 2 概述了搜索与精化的流程。终端存档 $\mathcal{H}$ 包含候选序列和历元，而 $\mathcal{R}$包含相应的优化结果。

地球边界转移与小行星间代理模型分开求解，以便在全任务优化前提供出发初值或闭合返回航段。任务特定阶段转换和边界条件详见第5节。

算法2 使用MANN资源筛选和序列凸规划细化的Lambert排序束搜索 输入：星历、任务约束、事件网格、架构 α、宽度 B、窗口宽度 ε、训练好的模型和细化设置。输出：候选档案 $\mathcal{H}$ 和优化结果 $\mathcal{R}$。 1：初始化出发状态； $\mathcal{H} \leftarrow \varnothing$、 $\mathcal{R} \leftarrow \varnothing$。 2：将初始种群存入 $\mathcal{B}$，或在时间窗口模式下存入 $\mathcal{Q}$。 3：当仍有可扩展种群时，执行以下操作： 4：如果 $\alpha =$ 为时间窗口模式，则 5：提取 $\mathcal{Q}_{\varepsilon}$； $\mathcal{Q} \leftarrow \mathcal{Q} \setminus \mathcal{Q}_{\varepsilon}$。 ▷ 式（27） 6：$\mathcal{E} \leftarrow \mathcal{S}_{B}^{\mathrm{Standard}}[\mathcal{P}(\mathcal{Q}_{\varepsilon})]$。 7：否则 8：$\mathcal{E} \leftarrow \mathcal{B}$。 9：结束条件判断。 10：从 $\mathcal{E}$生成可行扩展 $\mathcal{C}$ 。 11：评估兰伯特代价和资源界限；保留初步兰伯特排序候选池。 12：$\mathcal{C} \leftarrow \mathcal{F}(\mathcal{C})$；基线情况下使用恒等映射。▷ 第4.2节 13：如果 $\alpha =$ 为时间窗口模式，则 14：将已完成候选项存档；将符合条件的非终端子节点加入队列。 15：否则 16：$\mathcal{B} \leftarrow \mathcal{S}_{B}^{\alpha}[\mathcal{P}(\mathcal{C})$； $\mathcal{C}]$。▷式（26） 17：使用已完成候选项更新 $\mathcal{H}$ ； 在 $\mathcal{B}$中保留可扩展状态。 18：结束条件判断。 19：结束循环。 20：对 $\mathcal{H}$执行所需的前向资源评估和地球返回闭合。 21：按基准排序从 $\mathcal{H}$ 中选出指定数量的候选项。 22：对每个选出的候选项执行以下操作： 23：求解固定时间和可变时间；存储各轨迹及其状态。▷ 第4.3节 24：检查验收情况，并将阶段特定目标值追加到 $\mathcal{R}$。 25：结束循环。 26：返回 $\mathcal{H}$、 $\mathcal{R}$。

5 数值结果

数值实验考察了MANN资源筛选如何改变Lambert排序束搜索所保留的序列，以及这些序列在低推力优化后的质量。第2节中的任务类别由三个情形实例化：2固定访问次数交会、最大访问次数交会和部署–收集。

5.1 基准设置

三个情形均使用同一组 $\mathcal{A}$来自GTOC12目录的15颗候选小行星 [4], 该子集采用团队“TheAntipodes”开发的基于聚类的子集策略进行选择 [14]。附录C规定了它们的标识符和目录轨道根数。两个交会情形采用受GTOC4启发的任务目标，但使用这些源自GTOC12的目标，而非原始的GTOC4目录。不同情形的目标选择、交会时刻和任务特定访问规则各不相同。共同的目标集用于测试不同的任务目标和搜索策略；对其他目标的适用性由表中的转移采样域决定3。

航天器遵循第2.2节所述的日心低推力模型。表7 汇总了通用飞行器参数以及因情形而异的主要设置。交会情形规定发射质量为 3000 千克，而在全任务优化期间，部署–收集情形允许发射质量在此值以内变化。后一情形还包括矿工释放、材料收集和返回地球，详见第5.4节。

表 7通用参数和因情形而异的设置。

参数	固定访问次数	最大访问次数	部署–收集
候选小行星		15 个共享目标	
最大推力 , N		0.6	
比冲，秒		4000	
干质量，千克		500	
发射质量，千克	3000	3000	$\leq$ 3000
选定小行星	12	变量	9
波束宽度	30	50	50, 100
细化候选项		每个比较组最多 10 个	

在每种情形和架构中，兰伯特基线与资源筛选搜索采用相同的任务约束、排序规则和保留项预算。对于交会情形，两者唯一的方法差异是基于均值的资源筛选器，详见第

4.2节。部署–收集情形结合了正向资源筛选与基于代理的逆向收集构造，详见第 5.4节。序列上限搜索采用 $c_0 = 2$。四种架构均在交会情形中进行评估，而部署–收集情形则采用三种深度同步架构。

每个比较组最多细化排名最高的十个候选序列。“有效”统计其SCP轨迹满足以下验收准则的候选序列；目标函数统计仅包括这些条目。在最大访问情形下，最大经SCP验证的访问次数 $N_{\max}$ 在比较终端质量之前确定。

所有任务细化均采用对数质量状态表示和二阶锥子问题。特征尺度为 $r_* = 1$ AU、$v_* = \sqrt{\mu_\odot / r_*}$、 $t_* = r_*/v_*$和 $m_* = 3000$ 千克。对于传播后的端点残差 $\delta \boldsymbol{r}_k$ 和 $\delta \boldsymbol{v}_k$，定义

$$\epsilon_{\mathrm{rv}} = \max_k \left\{ \frac{\|\delta \boldsymbol{r}_k\|_\infty}{r_*}, \frac{\|\delta \boldsymbol{v}_k\|_\infty}{v_*} \right\}. \tag{32}$$

地球边界速度残差不包括允许的超额速度。交会验收要求$\epsilon_{\mathrm{rv}} \le 10^{-6}$ ，并同时满足有量纲的交会、推力、质量和时间检查。部署–收集验收要求 $\max(\epsilon_{\mathrm{rv}}, \max_k |\delta\zeta_k|) \le 10^{-6}$ 以及可接受的求解器状态，其中 $\delta\zeta_k$将第 k段上优化后的终端对数质量与非线性传播结果进行比较。

固定时间（FT）优化保留搜索生成的历元，而可变时间（VT）优化还会优化交会时刻。在部署–收集情形中，在经 VT 调整的历元上进行的额外固定时间优化记为 VT→FT。

5.2 固定访问次数情形

固定访问次数情形要求在八年内完成对 12 颗不同小行星的访问。保留的波束宽度为$B = 30$，时间窗口搜索使用 $\varepsilon = 50$ 天。

表 8 比较了每次搜索中排名最高的十个候选序列经过 FT 和 VT 优化后的结果；因此，已接受条目数为十个中的若干个。FT 终端质量均值根据已接受条目计算。斯皮尔曼系数 ρ_s 比较束排名与按 FT 质量降序排列的排名，因此，正值表示两种排序之间具有一致性。

在搜索生成的历元处，资源筛选的主要影响因幸存者分配架构而异。标准搜索和序列封顶搜索经过筛选后均得到十条可接受的固定时间轨迹。在轮询搜索中，最佳末端质量从 1433.115 千克增至 1460.833 千克。对于时间-

表8 固定访问情形下的固定时间与可变时间序列凸规划结果。

		FT			VT	
架构	方法	有效	最佳值，千克	平均值，千克	ρ_s	有效	最佳值，千克
标准	Lambert	8	1427.518	1236.651	−0.119	8	1579.559
标准	MANN	10	1433.115	1378.087	0.273	10	1543.352
序列截断朗伯		9	1427.518	1253.494	−0.267	9	1579.559
序列上限	MANN	10	1433.115	1378.087	0.273	10	1543.352
轮询	Lambert	10	1433.115	1276.001	−0.067	10	1579.559
轮询	MANN	10	1460.833	1381.095	0.200	10	1543.352
时间窗口	Lambert	10	1427.518	1227.346	0.212	10	1518.087
时间窗口	MANN	10	1427.518	1355.609	0.867	10	1512.814

窗口搜索，最佳质量保持不变，但平均末端质量和秩相关分别从 1227.346 千克升至 1355.609 千克，以及从 0.212 升至 0.867。

筛选还会将高质量的获接受的固定时间轨迹提升至更高的搜索排名 [图 3]。在循环和时间窗口搜索中，筛选后，最佳的获接受的固定时间轨迹会成为排名第一的候选项。对于时间窗口搜索，这种排序改进并未改变最佳末端质量。

图 3中用空心符号标出的两个兰伯特优选候选项说明了这一机制：排名第 8 的标准候选项，以及标准排名第 7 和序列上限排名第 4 共同拥有的序列。这两者均未出现在相应的资源筛选后的候选集中。图 4 描绘了它们的递归出发质量 $\widehat{m}_{k}^{\mathrm{M}+}$ 与融合容量 $\widehat{m}_{a}^{\mathrm{fus}}$、max、$k$ 在搜索生成的交会时刻下的关系。因此，每个裕度都将融合容量阈值与通过推进剂模型沿前序航段传播得到的出发质量结合起来；高亮显示的转移是式（28）中预测出的第一个负裕度。

对于排名第 8 的标准候选项 [图 4（a）]，，前往第六颗小行星的转移 $k = 5$开始时质量为 2126.29 千克，而预测容量为 1865.85 千克。对于共享候选项 [图 4（b）]，，在前往第九颗小行星的转移 $k = 8$中，相应质量分别为 1876.42 千克和 1637.92 千克。两条序列中更早的转移均通过了容量检验。

两个候选项在冲量式排序指标下仍具有竞争力，但会产生负的预测容量裕度，并被MANN资源判据标记为预测的低推力不可行。随后，两者均未产生被接受的固定时间轨迹。这些示例展示了递归质量传播

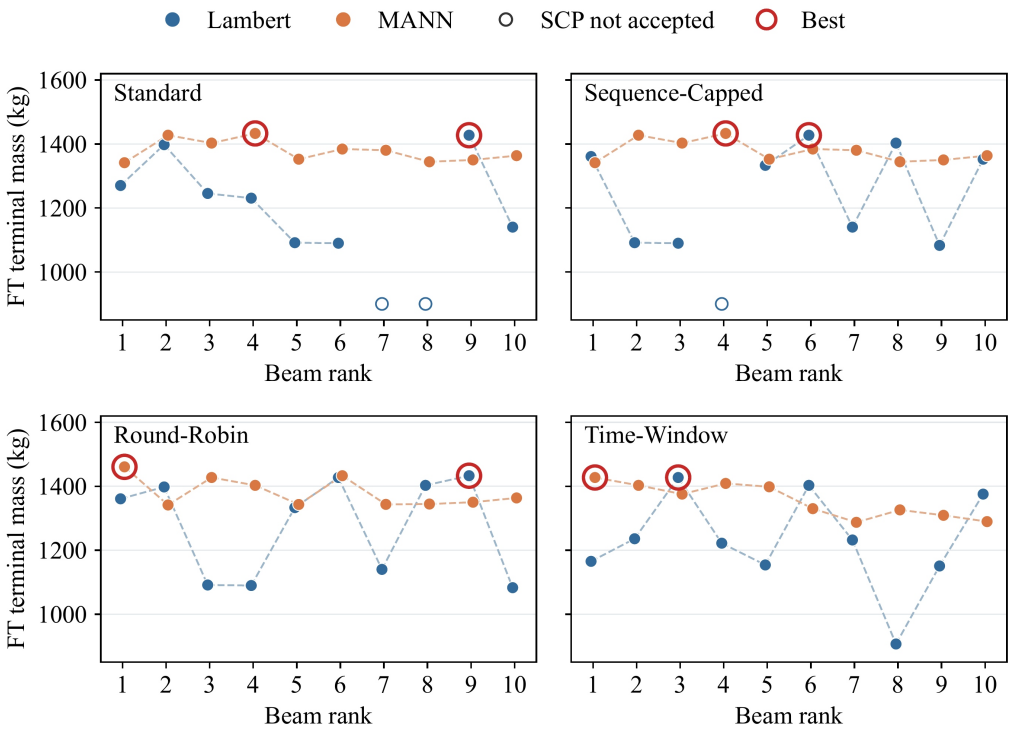
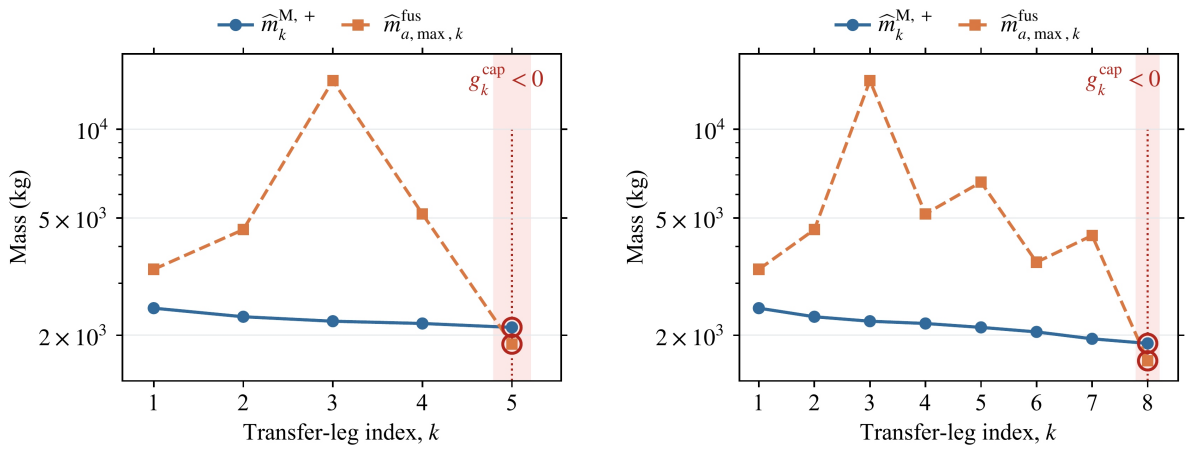


图3 按束排名显示的固定时间末端质量。圆环标出最佳接受条目；900 千克处的空心符号表示没有可接受序列凸规划轨迹的条目。



(a)标准，束排名 8

(b) 标准，束排名 7；序列上限，束排名 4

图4 沿两个 Lambert候选项的递归质量和预测转移能力。红色标记表示首次预测的转移能力违规。

揭示了一个兰伯特排序无法察觉的后续航段容量冲突。在经过测试的固定时间候选集中，所有随后未被序列凸规划接受的兰伯特选定序列，都已在最终束分配之前被MANN资源判据标记。

交会时间优化后，三深度同步朗伯特搜索的最佳末端质量达到 1579.559 千克，而筛选搜索为 1543.352 千克（表 8）。在标准和序列封顶搜索中，筛选保留了更多有效 VT 条目，而 Lambert 搜索取得了更高的最佳质量。因此，在搜索生成的历元上，候选项保留量的提升并未转化为时序优化后的更高最佳末端质量。

5.3 最大访问情形

最大访问情形考察资源筛选是否会增加搜索生成的历元上低推力优化所支持的小行星交会次数。任务时限为十年，波束宽度为 $B = 50$，并使用 $\varepsilon = 20$、50 和 80 天评估时间窗口搜索。事件网格和转移时长界限与固定访问情形相同，详见补充材料。在每个评估的搜索深度上，最多对排序靠前的十个候选项进行优化；目标函数首先最大化经SCP验证的访问次数，然后最大化该访问次数下的末端质量。

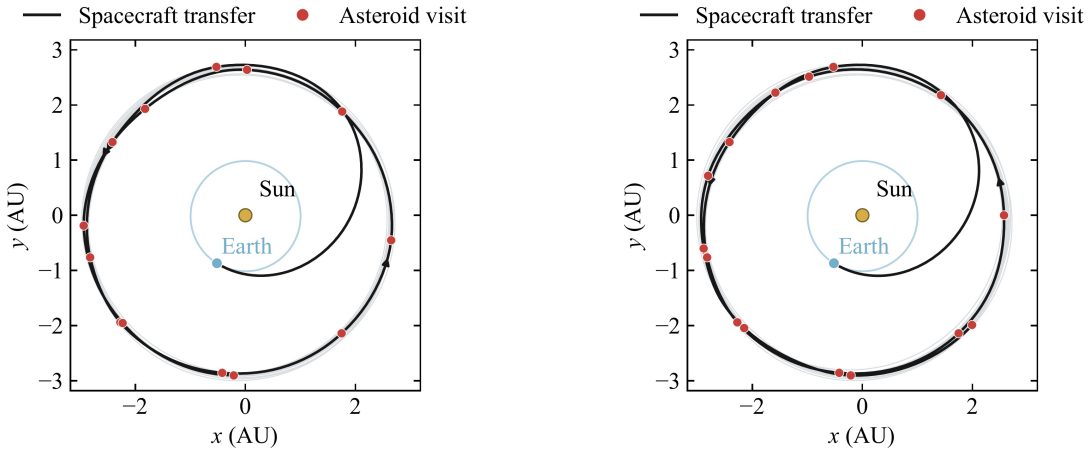
表 9 报告了每种方法和精化模式下，经SCP验证的最大访问次数 $N_{\max}$。每个区块中的已接受条目数和最佳末端质量均对应于该区块的 $N_{\max}$。固定时间评估在搜索生成的历元上可实现的交会；可变时间还允许进行时序优化。末端质量是次要目标，且仅在访问次数相同时进行比较。

表9 最大访问情形下经SCP验证的访问次数和终端质量。

		FT			VT		
架构	方法	$N_{\max}$	有效最佳	m_f，千克	$N_{\max}$	有效最佳	m_f，千克
标准	Lambert	14	1/10	1298.163	15	10/10	1327.940
标准	MANN	15	6/10	1006.855	15	8/10	1144.232
序列上限	Lambert	14	1/10	1298.163	15	10/10	1334.495
序列上限	MANN	15	6/10	1006.855	15	8/10	1144.232
轮询	Lambert	13	1/10	1385.601	15	10/10	1325.244
轮询	MANN	15	2/10	789.649	15	4/10	1064.983
时间窗口（20 天）	Lambert	3	3/10	2447.120	4	1/10	2055.290
时间窗口（20 天）	MANN	5	9/10	2157.281	5	9/10	2344.092
时间窗口（50 天）	Lambert	3	3/10	2447.120	5	1/10	1817.926
时间窗口（50 天）	MANN	4	10/10	2362.984	4	10/10	2425.794
时间窗口（80 天）	Lambert	3	3/10	2447.120	4	1/10	2055.290
时间窗口（80 天）	MANN	4	10/10	2396.109	4	10/10	2457.500

在搜索生成的历元上，资源筛选可实现更长的经SCP验证的巡游。三种深度同步搜索均达到15次访问，但筛选将标准搜索和序列封顶搜索的经SCP验证最大访问次数从14次提高到15次，并将轮询搜索的最大访问次数从13次提高到15次。在15次访问的情况下，排名最高的十个兰伯特候选项均未能产生获接受的固定时间轨迹，而经过筛选的搜索分别产生了六个、六个和两个已接受条目。因此，这一提升源于保留了低推力资源演化仍与预设交会时刻相容的序列，而非仅仅将离散搜索扩展到更深层级。

图5 展示了轮询方法的结果：对于每种方法，在其经SCP验证的最大访问次数下，采用末端质量最高的获接受的固定时间轨迹。Lambert轨迹访问了13颗小行星，而经过资源筛选的轨迹无需调整搜索历元便访问了全部15颗小行星。



(a) Lambert, $N = 13$ **(b)**MANN, $N = 15$

图5 Hel轮询束搜索中代表性固定时间低推力轨迹的日心投影 h.

在时间窗口搜索中也呈现出相同的定性固定时间趋势：对于测试的三种窗口宽度，筛选都会提高经SCP验证的最大访问次数，不过可实现的巡游长度仍低于深度同步架构。

通过交会时间优化，三种深度同步 Lambert 搜索均达到了 15 次经验证的访问次数，与筛选搜索相匹配，并在该访问次数下获得了更高的最佳末端质量。因此，固定时间优势在于保留了能够在原始搜索历元支持 15 次访问的候选项。表 9给出了取决于窗口的变时间结果。

5.4 部署–收集情形

部署–收集情形将转移可行性与返回的开采质量联系起来。在返回地球之前，将选择九颗小行星进行部署和收集，目标函数是返回的开采质量M_{ret}。任务持续时间约为 15 年。每台 40 千克的采矿器每年可产出 10 千克，并且至少部署 365 天。波束宽度为 $B = 50$ 和 100。地球出发和返回超额速度均限制为 6 千米/秒。两种搜索变体使用相同的由序列凸规划生成的地球出发种子。历元窗口、事件网格和转移时长界限在补充材料中有说明。

本文比较标准、序列上限和轮询架构。由于时间窗口搜索采用的异步扩展与本情形使用的成对正向–反向构造无法直接比较，因此不纳入时间窗口搜索。部署分支采用第4.2节的正向资源筛选器。由于只有在部署分支与采集分支配对后，才能获得实际载荷和质量历史，因此采集顺序按反向方式构造，并在各反向采集层级采用从 1300 千克递减至 1200 千克的代表性航天器质量；具体方案见补充材料。由此得到的容量筛查是构造层面的替代指标，而非基于任务实际质量的可行性检验。配对后，使用预测的推进剂消耗以及实际部署和收集所导致的质量变化，按实际时间正向重演完整任务，随后进行地球返回闭合和全任务序列凸规划细化。

时间调整会同时改变采矿时长和运输采集载荷的成本。经过时间调整的历元在额外的固定时间轮次中进行细化，该轮次记为 VT→FT。表10报告原始 FT 和经过时间调整后的结果，包括终端候选项的数量 N_{term}、在评估的十个候选项中被接受的全任务序列凸规划轨迹数量，以及这些轨迹中返回的开采质量最大值。图6比较了时间调整前后的返回开采质量。空心标记表示序列候选项未能通过序列凸规划获得满足动力学和质量一致性要求的全任务轨迹。由于序列截断朗伯搜索未产生终端候选项，因此未显示序列上限兰伯特序列。

MANN辅助资源构建在部署–收集问题中的影响高度取决于架构。在 $B = 50$ 处，标准搜索几乎没有变化；而在 $B = 100$ 处，结果则从没有获接受的固定时间轨迹变为十条获接受的条目。只有采用MANN辅助构建时，序列上限才会产生终端候选项和获接受的完整任务。相比之下，轮询采用任一方法都已经能够产生获接受的轨迹，其主要变化是在大多数评估排名中返回的开采质量更高 [图 6]。

表10 部署–收集候选方案可用性和返回质量；MANN 使用前向滤波、基于代理的反向构建以及联合前向重放。

				FT		VT→FT	
架构	B	方法	N_{term}	有效最佳	M_{ret}，千克	有效最佳	M_{ret}，千克
标准	50	Lambert	50	10/10	574.976	10/10	566.804
标准	50	曼恩	50	10/10	574.018	10/10	567.298
标准	100	Lambert	100	0/10	—	10/10	600.479
标准	100	MANN	100	10/10	576.208	10/10	664.397
序列上限	50	兰伯特	0	—	—	—	—
序列上限	50	曼恩	14	10/10	557.864	10/10	688.239
序列封顶	100	兰伯特	0	—	—	—	—
序列上限	100	MANN	46	10/10	558.549	8/10	701.917
轮询	50	Lambert	50	10/10	552.115	10/10	618.326
轮询	50	曼恩	30	10/10	573.333	10/10	728.406
轮询	100	Lambert	100	10/10	554.305	10/10	641.098
轮询	100	MANN	71	10/10	573.333	10/10	719.394

部署和收集顺序合并后，图7 通过对比 $B = 100$处排名第1的Lambert候选方案与排名第8的MANN辅助标准候选方案的固定历元质量–容量曲线，为这一行为提供了转移层级解释。每个裕度都将融合后的转移能力估计与通过推进剂预测值进行前向传播所获得的出发质量进行比较。Lambert序列在收集过程中首先达到负的预测容量裕度，而MANN辅助序列则保持正裕度。图中索引计数十六次小行星间转移，不包括地球边界航段和中间停留段。

兰伯特候选方案在第一次小行星间采集转移中，从小行星3896到19434时，预测容量裕度为负值。其递归出发质量为1306.37千克，而容量为776.31千克。MANN辅助候选方案始终保持正裕度，最小值为209.97千克。回放展示了容量与递归质量综合判据如何区分这两个候选方案。

时间调整在若干比较中扩大了返回质量差（表 10）。观测到的最大增益出现在轮询方案下，$B = 50$处的最佳返回开采质量从 618.326 千克增至 728.406 千克，增幅为 17.8%。在测试的波束宽度范围内，将 B 从 50 增至 100 并不能稳定地提高最佳返回开采质量。这些结果表明，仅凭波束宽度无法

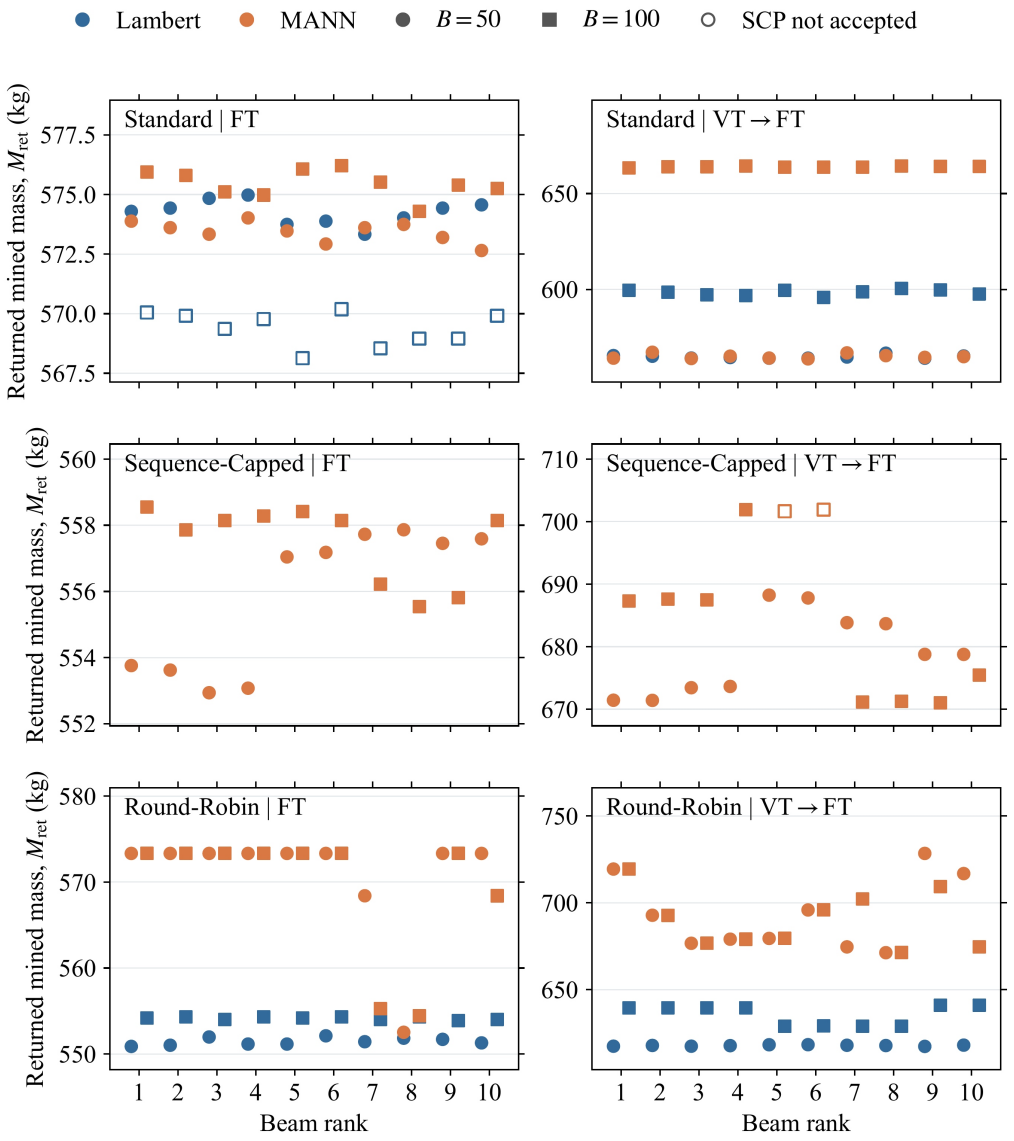
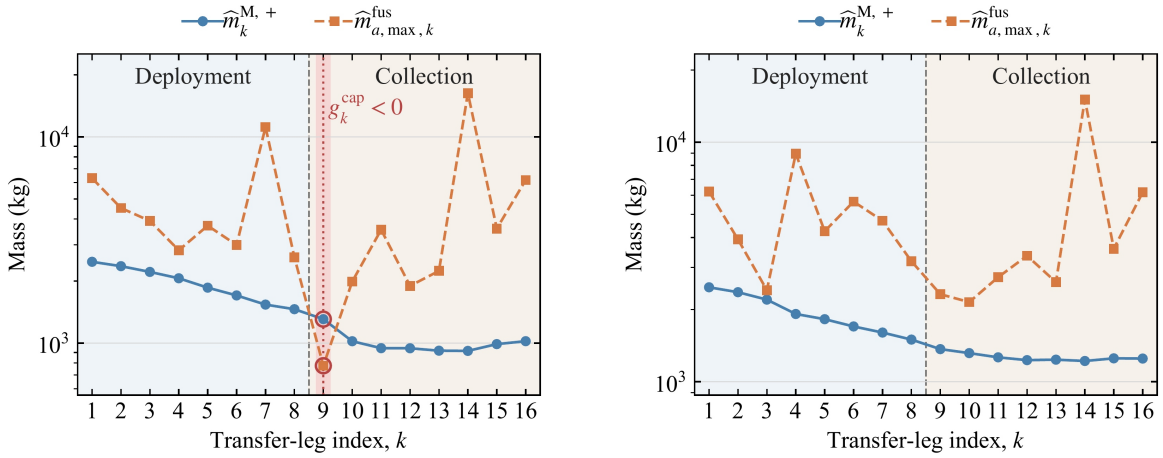


图 6 按束排名展示的返回开采质量。颜色表示搜索方法，形状表示波束宽度，填充表示固定时间和可变时间下的 SCP 接受情况→固定时间。

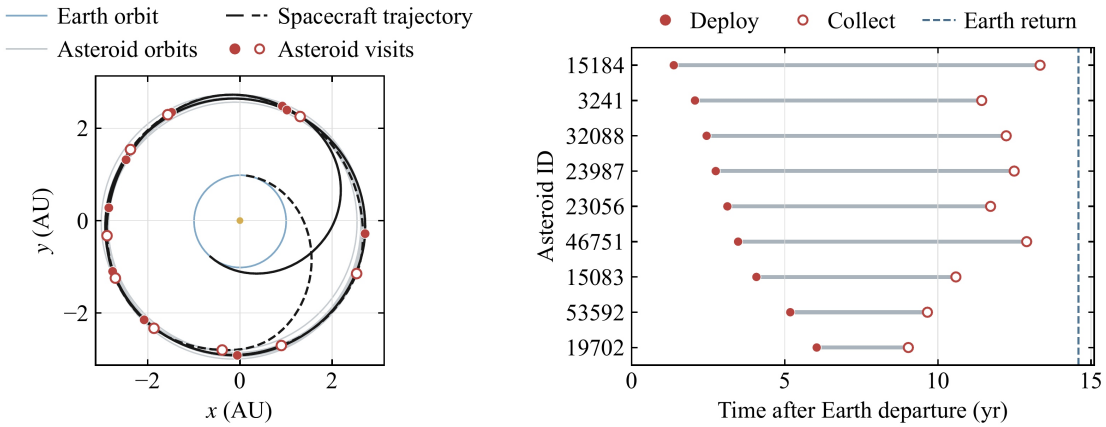
决定最终的部署—采集性能，因为保留的遭遇序列和历元也会影响采矿时长和低推力运输。

图8 展示了产量最高的获接受的轨迹及其部署和采集时间间隔。所有采矿器均在 6.044 年内完成部署，采集于 9.036 年开始，并于 14.591 年返回地球。采矿时间间隔为 2.992 至 11.959 年。按每台采矿器每年 10 千克计算，其总产量使返回的开采质量达到 728.406 千克。



(a)兰伯特候选方案 **(b)** MANN辅助候选方案

图7 标准束搜索在 $B = 100$下得到的两个部署–收集候选方案的递归质量和预测转移能力。



(a)日心 x–y 投影 **(b)** 部署–收集间隔

图 8 已接受的部署–收集任务中，返回采矿量最高方案的日心轨迹投影和采矿时间间隔。

6 结论

本研究提出了一种兰伯特排序束搜索方法，将低推力转移能力的直接连续预测与依赖质量的推进剂消耗相结合，用于多小行星交会优化。MIM 和推进剂模型在独立测试中，融合后的最大允许初始质量预测平均绝对误差为 40.92 千克，推进剂消耗预测平均绝对误差为 1.1713 千克。容量预测用于筛选候选扩展，推进剂预测则用于传播分支质量；二者共同提升了符合序列凸规划细化条件的候选数量。在固定访问次数、最大访问次数和部署—

在收集案例中，筛选增加了被接受的固定时间轨迹数量，将经SCP验证的访问次数上限提高至15，并使返回的开采质量最高值提升了17.8%。这些结果表明，学习得到的转移层级资源信息能够改善低推力多小行星任务的有限宽度搜索。

MIM模型的敏感性分析

表 A.1 比较了 MIM 模型的输入、坐标和开发集规模。F0 包含精简的边界状态特征和转移时长。F1 增加了 T/P_a；F2 和 F3 随后分别增加了 Δv_1 的总和以及 Δv_2的各个独立值。F4 和 F5 在 F2 和 F3 的基础上增加了解析质量估计 (m_a^{g}、 m_b^{g})。F6–F11 分别在对应的 F0–F5 基础上增加了正向与反向传播残差；F11 是公式（18）中的选定输入。坐标缩写 Cart.、Cyl.、Sph.、Class.、Equin. 和 Mod. 分别表示笛卡尔、圆柱、球形、经典、等角根数和修正轨道根数。GNLL 使用归一化输出，平均绝对误差以千克计，250k 表示 250,000 条开发记录。完整的特征和坐标定义见补充材料。

表A.1 容量模型敏感性比较。

Case	高斯负对数似然 平均绝对误差$_a$，千克 平均绝对误差$_b$，千克 案例				高斯负对数似然平均绝对误差$_a$，千克平均绝对误差$_b$，千克		
输入特征：球形，*250k*，*6/64*							
F0	-2.8595	993.36	993.25	F6	-5.0207	175.01	174.74
F1	-2.7499	1060.82	1060.96	F7	-5.6384	136.28	135.16
F2	-3.5768	489.68	489.53	F8	-5.6185	120.42	120.27
F3	-4.5398	222.59	222.53	F9	-5.4723	88.37	87.81
F4	-3.6941	432.38	432.94	F10	-5.5132	130.00	130.23
F5	-4.3732	260.64	260.14	F11	-6.2730	62.88	63.28
坐标：*F11* ，*250k, 6/64*							
笛卡尔	-6.3081	68.08	67.06	类	-4.9458	163.68	162.99
Cyl.	-6.1390	74.79	74.92	等距	-5.7585	102.11	102.74
Sph.	-6.2730	62.88	63.28	Mod.	-5.6960	104.33	103.07
开发记录：球形，*F11*，*6/64*							
50,000	-5.5738	88.01	87.85	250,000	-6.2730	62.88	63.28
100,000	-5.0333	132.84	128.61	1M	-7.0191	41.45	40.97

表 A.2 比较了使用球形 F11 输入的 MANN模块和潜在宽度，以及 250,000 条开发记录-

条记录；所有平均绝对误差均以千克计。

表 A.2 容量模型 MANN 配置比较。

块	宽度	高斯负对数似然	平均绝对误差$_a$	平均绝对误差$_b$	块	宽度	高斯负对数似然	MAE$_a$	MAE$_b$
4	32	-5.2137	156.26	154.33	8	32	-5.9909	86.64	84.44
4	64	-5.8436	96.68	96.63	8	64	-6.0481	66.86	66.59
4	128	-6.1772	80.45	80.50	8	128	-5.4749	92.29	96.53
4	256	-5.7262	82.61	83.91	8	256	-1.3472	2290.94	2189.11
6	32	-5.7328	105.40	106.47	10	32	-6.0621	75.07	76.11
6	64	-6.2730	62.88	63.28	10	64	-5.3004	96.90	95.32
6	128	-5.3848	85.34	80.53	10	128	-5.4941	93.41	92.18
6	256	-5.0630	77.89	77.49	10	256	-1.3472	2291.14	2193.02

B 推进剂模型的敏感性分析

表 B.1 比较了推进剂模型输入、坐标和开发集规模。F0 包含 $(\boldsymbol{\chi}, \Delta v_1, \Delta v_2, m_a, m_b^{\mathrm{L}})$。F1 增加了 $m_{a,\max}$，F2 则增加了质量比 ρ。F3 增加了 $(m_{a,\max}, q)$，而 F4 增加了 (ρ, q)，对应于方程 (22) 中的选定输入。特征与坐标扫描使用$6/64$，数据集规模扫描则使用 $10/64$。高斯负对数似然在归一化输出上评估，平均绝对误差的单位为千克，250k 表示 250,000 条开发记录。补充材料提供了完整的特征定义和不确定性统计。

表B.2 采用球面 F4 输入和 250,000 条开发记录。

表 B.1 推进剂模型敏感性比较。

Case	高斯负对数似然	平均绝对误差$_p$，千克	平均绝对误差$_b$，千克	案例	高斯负对数似然	平均绝对误差$_p$，千克	平均绝对误差$_b$，千克
输入特征：球形，*250k*，*6/64*							
F0	-6.0811	5.5356	6.9702	F3	-6.2489	3.4025	5.5311
F1	-6.1667	3.7367	5.8917	F4	-6.2943	2.8181	6.3455
F2	-6.2283	2.8533	7.0166				
坐标：*F4* ，*250k, 6/64*							
笛卡尔	-6.2494	2.9049	6.5977	类	-6.0443	3.7294	7.5227
Cyl.	-6.2253	2.8595	6.8761	等距	-6.2110	2.8530	7.1921
Sph.	-6.2943	2.8181	6.3455	Mod.	-6.1283	3.4444	7.0410
开发记录：球形，*F4*，*10/64*							
50,000	-5.4899	2.6785	11.3898	250,000	-6.5948	1.9314	6.3467
100,000	-6.2231	2.1866	8.0399	1M	-7.3431	1.1713	3.3569

表 B.2 推进剂模型 MANN 配置比较。

块	宽度	高斯负对数似然	MAE_p	平均绝对误差$_b$	块	宽度	高斯负对数似然	MAE_p	MAE_b
4	32	-5.7084	5.9060	10.7411	8	32	-5.9998	3.6544	7.9505
4	64	-6.0115	3.8382	7.2289	8	64	-6.4080	2.3448	6.3729
4	128	-6.2560	3.0018	5.7601	8	128	-6.5234	2.4432	5.4257
4	256	-4.0224	55.9547	23.4538	8	256	-1.3766	105.0406	1571.1572
6	32	-5.8649	4.3537	9.3993	10	32	-6.0512	3.2791	9.5363
6	64	-6.2943	2.8181	6.3455	10	64	-6.5948	1.9314	6.3467
6	128	-6.4920	2.4350	5.3263	10	128	-4.6064	7.2267	16.1694
6	256	-5.3349	35.4623	9.3759	10	256	-1.3766	104.9698	1570.7510

C 小行星候选集

表 C.1 列出了三种情形中使用的 15 个 GTOC12 目录目标的日心轨道根数。共同的目录历元为修正儒略日 (MJD) 64328；Ω、 ω和 M 分别表示升交点经度、近心点幅角和平近点角。

致谢

本研究得到民用航天技术先进研究项目（D010103）和中国国家自然科学基金（编号：124B2049）的资助。作者感谢 Dong Qiao 提供的有益

表 C.1 共享小行星候选集的轨道根数。

ID	a，天文单位	e	i，度	Ω，度	ω，度	M，度
2032	2.759	0.0853	2.77	223.10	201.36	216.3995
3241	2.793	0.0385	5.91	81.87	315.38	253.5117
3896	2.786	0.0782	5.27	107.77	275.66	262.9474
5707	2.781	0.0704	1.57	40.97	347.34	261.3867
15083	2.777	0.0614	5.58	86.22	330.41	231.2066
15184	2.777	0.0855	1.62	73.91	295.49	276.8766
19434	2.799	0.0667	4.46	19.29	27.88	245.4491
19702	2.786	0.0689	4.26	184.72	219.22	244.4074
23056	2.799	0.0682	5.18	60.08	340.36	250.4891
23987	2.788	0.0890	5.13	55.41	5.59	223.4749
32088	2.788	0.0639	5.24	58.00	352.61	236.8349
37818	2.766	0.0668	2.06	107.67	302.77	231.0051
46418	2.777	0.0759	4.76	173.38	225.12	248.9866
46751	2.794	0.0714	5.34	67.45	330.05	253.9184
53592	2.810	0.0605	4.54	175.63	243.47	237.7185

神经网络建模方面的讨论。Xingyu Zhou 感谢中国国家留学基金委员会（编号：202406030186）提供的资助。

利益冲突声明

作者声明，与本文内容相关的利益冲突不存在。

参考文献

[1] Zhu K, Jiang F, Li J, Baoyin H. 低推力多小行星探测轨迹优化。日本航空宇宙学会学报，2009，52(175)：47–54，doi:10.2322/tjsass.52.47。[2] Jiang F, Tang G. 使用伴随缩放的多交会任务系统化低推力轨迹优化。天体物理学与空间科学，2016，361(4)：117，doi:10.1007/ s10509-016-2704-5。

[3] Di Carlo M, Vasile M, Dunlop MW. 主小行星带小行星低推力巡游。空间研究进展，2018年，62(8)：2026–2045，doi:10.1016/j.asr.2017.12.033。[4] Zhang Z, Zhang N, Guo X, Wu D, Xie X, Yang J, Jiang F, Baoyin H. 可持续小行星采矿：GTOC12问题的设计与结果总结。天体动力学，2025，9(1)：3–17，doi:10.1007/s42064-024-0199-3。[5] Betts JT. 轨迹优化数值方法综述。《制导、控制与动力学》，1998，21(2)：193–207，doi:10.2514/2.4231。[6] Zhao J, Li J, Li S. 使用序列凸规划和自适应网格细化的低推力转移轨道优化。《航天器与火箭》，2023，doi:10.2514/1.A35817。[7] Shirazi A, Ceberio J, Lozano JA. 航天器轨迹优化：模型、目标函数、方法与解综述。《航空航天科学进展》，2018，102：76–98，doi:10.1016/j.paerosci.2018.07.007。[8] Fan Z, Huo M, Qi N, Xu Y, Song Z. 多小行星探测低推力轨迹的快速初步设计。《航空航天科学与技术》，2019，93：105295，doi:10.1016/j.ast.2019.07.028。[9] Qi N, Fan Z, Huo M, Du D, Zhao C. 多航天器多小行星探测中的快速轨迹生成与小行星序列选择。《*IEEE*网络科学与工程汇刊》，2022，52(7)：6071–6082，doi:10.1109/TCYB.2020.3040799。[10] Izzo D. 重新审视兰伯特问题。《天体力学与动力天文学》，2015，121(1)：1–15，doi:10.1007/s10569-014-9587-y。[11] Zhang Z, et al.. GTOC 11：清华大学与上海卫星工程研究所的结果。《宇航学报》，2023，202：819–828，doi:10.1016/j.actaastro.2022.06.028。[12] Ortega Absil J, Serra R, Sumelzo Martinez S, Charpigny B, Labroquere J, Munoz Morales A, Olympio J, Rodriguez-Fernandez V. 用于建造戴森环的脉冲式小行星飞掠设计与时间最短最优控制弧的调度（GTOC 11）。《宇航学报》，2022，201：94–110，doi:10.1016/j.actaastro.2022.08.028。[13] Izzo D, M¨artens M, Beauregard L, Bannach M, Acciarini G, Blazquez E, Hadjiivanov A, Grover J, Heißel G, Shimane Y, Yam CH. 小行星采矿：ACT&Friends在GTOC12问题中的结果。天体动力学，2025，9(1)：19–40，doi:10.1007/s42064-024-0204-x。[14] Armellin R, Bellome A, Fu X, Holt H, Parigini C, Wijayatunga M, Yarndley J. GTOC12：TheAntipodes的结果。天体动力学，2025，9(1)：55–75，doi:10.1007/s42064-024-0219-3。

[15] Hennes D, Izzo D, Landau D. 主小行星带小行星之间最优低推力跳跃的快速近似器。载于*2016*年*IEEE*计算智能研讨会系列（*SSCI*）论文集，IEEE，2016，1–7，doi:10.1109/SSCI.2016.7850107。[16] Shang H, Wu X, QiaoD,HuangX. 使用监督式机器学习进行最优小行星转移轨迹的参数估计。《航空航天科学与技术》，2018，79：570–579，doi:10.1016/j.ast.2018.06.002。[17] Zhu Yh, Luo YZ. 通过多层感知器快速评估低推力转移。《制导、控制与动力学》，2019，42(12)：2627–2637，doi:10.2514/1.G004080。[18] Li H, Chen S, Izzo D, Baoyin H. 深度网络作为多目标任务中最优低推力代价和多脉冲代价的近似器。《宇航学报》，2020，166：469–481，doi:10.1016/ j.actaastro.2019.09.023。[19] Xie R, Dempster AG. 用于低推力轨迹优化的在线深度学习框架。《航空航天科学与技术》，2021，118：107002，doi:10.1016/j.ast.2021.107002。[20] Guo X, Ren D, Wu D, Jiang F. 低推力转移时间的深度神经网络估计：聚焦多小行星交会任务中的快速转移。《宇航学报》，2023，204：518–530，doi: 10.1016/j.actaastro.2022.09.006。[21] Ozaki N, et al.. 使用深度神经网络进行小行星飞掠循环轨迹设计。《制导、控制与动力学》，2022，45(8)：1496–1511，doi:10.2514/1.G006487。[22] Zhang Z, Acciarini G, Izzo D, Baoyin H, Topputo F. 用于低推力轨迹代价和可达性的预训练近似器，2026，doi:10.48550/arXiv.2605.26790。[23] Acciarini G, Izzo D, Zhang Z. 通过最大初始质量实现低推力轨迹的可达性。载于第*30*届国际空间飞行动力学研讨会论文集，2026，1–11。[24] Zhang Z, Shi Y, Han H. 面向地球–木星转移的基于多变量注意力的轨道不确定性传播与轨道确定方法。《应用科学》，2024，14(10)：4263，doi: 10.3390/app14104263。[25] Nix DA, Weigend AS. 目标概率分布均值和方差的估计。载于*1994*年*IEEE*国际神经网络会议论文集，第1卷，1994，55–60，doi:10.1109/ICNN.1994.374138。[26] Mao Y, Szmuk M, Acikmese B. 非凸最优控制问题的逐次凸化及其收敛性质。载于*2016*年*IEEE*第*55*届决策与控制会议，2016，3636–3641，doi:10.1109/CDC.2016.7798816。

[27] Mao Y, Dueri D, Szmuk M, Acikmese B. 带状态约束的非凸最优控制问题的逐次凸化。*IFAC-PapersOnLine*，2017，50(1)：4063–4069，doi:10. 1016/j.ifacol.2017.08.789。

[28] Wang Z, Grant MJ. 航天器最小燃料低推力转移：凸优化方法。*IEEE*航空航天与电子系统汇刊，2018年，54(5): 2274–2290，doi:10.1109/TAES. 2018.2812558。