arXiv:2611.28876v1 [cs.SI] 21 Nov 2026

超越发票量：中小企业贸易信贷网络中的时序网络结构、到期日集中度与系统性流动性风险敞口

Sai Srikanth Madugula*[1]、Peplluis Esteva de la Rosa†[2]和Daya Shankar‡[3]

[1]Woxsen University技术学院，印度特伦甘纳邦海得拉巴502345[2]赫罗纳大学，西班牙赫罗纳17004[3]Woxsen University理学院，印度特伦甘纳邦海得拉巴502345

摘要

贸易信贷发票记录了有向合同义务，其时间同步性和交易对手集中度常被年度汇总量所掩盖。本研究对2012至2023年间开具的749,952张单笔企业间发票开展全面、无数据泄漏的实证与计算评估；这些发票来自开放的伪名化Mendeley Data资料库（Esteva de la Rosa，2026），涉及75,343家分析企业，记录票面总额达997.05亿欧元。严格的来源验证将2012—2023年分析队列与1,240条2024年末期桥接记录（6.3012亿欧元；9家仅出现在桥接记录中的企业）区分开来，并单独筛出13份超长期合同（$>$ 3,650天；票面金额29.775万欧元），以进行明确的敏感性审计。我们运用有向加权图、赫芬达尔–赫希曼集中度指数（HHI）、香农熵、最大交易对手份额（CR1）、谱中心性，以及从每日到每年的多采样频率时序算子，提出并基准评估了到期日感知网络风险敞口（MANE）指标。票面金额呈现严重集中：金额最高的1%发票占票面总额的81.41%（基尼系数 $=$ 0.9742）。采用循环日期得分区块自助法（$B = 999$，12个月区块）和Holm–Bonferroni多重性校正的双向固定效应面板模型显示，在控制规模和到期日后，滞后债务人交易对手集中度越高，到期日感知风险敞口越低，且这种关联具有统计显著性（$\hat{}\beta = -0.494$，95%置信区间 $[-0.752, -0.248]$, $p_{\mathrm{Holm}} = 0.004$）。四组扩展稳健性检验（R1–R4）证实，这种关联在排除2021年独立流程后（$\hat{}\beta = -0.402$, $p = 0.004$）、以香农熵（$\hat{}\beta = +0.257$, $p = 0.001$）和CR1（$\hat{}\beta = -0.515$, $p = 0.001$）替代、进行1%–99%缩尾处理（$\hat{}\beta = -0.462$），以及仅保留多发票债务人（数量 ≥ 2, $\hat{}\beta = -0.334$, $p = 0.031$）时依然成立。相反，组内固定效应方差膨胀诊断显示，联合集中度变量存在严重多重共线性

模型（方差膨胀因子 $=$ 22.22）在多发票债务人中不再表现出正向敏感性（$p = 0.719$），而子时期划分揭示了宏观加权互惠动态在2012–2019年（$\beta = -0.706$、 $p = 0.001$）与2020–2023年之间显著的结构性符号反转

*通讯作者。电子邮箱：saisrikanth.madugula_phd.2023@woxsen.edu.in |开放研究者与贡献者身份识别码：0000-0001-6479-8443

†电子邮箱：josepllluis.delarosa@udg.edu | 开放研究者与贡献者身份识别码：0000-0003-1412-4170

‡电子邮箱：daya.shankar@woxsen.edu.in

（$\hat{\beta} = +0.232$、 $p = 0.001$）。在针对内部合同到期日目标的12个月净化样本外预测中，与仅使用直接期限种子相比，加入MANE并未带来统计上稳健的误差降低（Δ均方误差 $= 2.668$，95%置信区间 $[-0.027, 7.954]$；已修剪Δ均方误差 $= 0.067$，95%置信区间 $[-0.035, 0.194]$）。我们的研究将MANE定位为一种透明、可复现的合同筛查和数据质量审计诊断工具，而非实际违约的独立代理变量，并为供应链金融、多边清算和现实世界资产（RWA）代币化流程确立了严格的工程要求。

关键词： 贸易信贷；时序网络；到期日集中度；系统性流动性风险敞口；交易对手风险；复杂金融网络；供应链金融；可解释金融科技。

1 引言与理论动机

企业间贸易信贷是中小企业（SMEs）短期外部融资的最大来源之一，每张商业发票都包含一项方向明确的债务人—债权人债权以及明确的到期日安排。传统的投资组合报告会将这些发票汇总为年度票面价值总额。然而，年度交易量摘要无法区分两种规模相同的投资组合：一种是分散于各交易对手和结算日期、分布均匀的债务组合，另一种则集中于单一核心交易对手或狭窄到期日窗口的组合。公司金融文献的奠基性研究将中小企业对供应商信贷的依赖与机构借贷市场中的信贷配给联系起来（Petersen 和 Rajan，1997），而契约理论模型强调，相较于现金，实物商品的挪用风险较低，并指出银行信贷与贸易信贷既可能互为补充，也可能互为替代（Burkart 和 Ellingsen，2004）。因此，不能先验地将密集的贸易信贷关联视为纯粹脆弱或纯粹具有稳定作用。

合同期限也反映了不对称议价和营运资本动态。实证研究表明，较弱的供应商议价能力与信贷供给扩大及付款期限延长相关（Fabbriand Klapper，2003），并将应收账款和存货周转周期与企业盈利能力联系起来（Deloof，2003）。尽管仅凭合同发票台账无法观测实际现金结算、资产负债表流动性缓冲或正式破产事件，但这些台账仍支持开展严格的计算分析：有向拓扑结构、时间上的期限匹配以及交易对手—到期日集中度，在多大程度上揭示了汇总发票金额所掩盖的结构性流动性模式？

计算供应链金融领域的最新进展——包括多边发票清算（Esteva de la Rosa 和 Madugula，2026a，b）、事前供应商应付款减免估算（Esteva de la Rosa 和 Desmukh，2026年），以及用于抵押不足的去中心化中小企业信贷定价的可解释机器学习（Madugula 等人，2026b，a，c）——凸显了迫切需要直接基于原子发票图构建可审计、无数据泄漏的网络诊断。供应链金融既包括银行中介应收账款融资，也涵盖更广泛的企业间营运资本协调（Gelsomino 等人，2016）；在投入实际应用之前，评估合同发票层并严格区分拓扑风险敞口与实际违约，是一项先决条件。

本文对公开发布的 Mendeley Data 主发票语料库（EstevadelaRosa，2026年）（数字对象标识符：10.17632/28rbmvwsm9.1，CC BY 4.0）及其配套软件架构（https://github.com/peplluis7/onemillioninvoices）进行了独立、端到端的实证与计算审计。我们的贡献有四个方面：

1. 可进行密码学审计的数据核对：我们独立验证了全部 751,192 条原始记录中的精确整数分值总额、SHA-256 完整性、模式不变量和队列边界，将 749,952 张分析用的 2012—2023年发票（75,343家企业）与 1,240 条末期 2024 年桥接记录（9 家仅出现在桥接记录中的企业）区分开来，并量化了 13 份超长期合同（$> 3,650$ 天）的确切影响。

2. 到期日感知网络风险敞口（*MANE*）的构建：基于动态 Katz 解算器和时间有序游走算子，我们构建了方向性快照指标和递归时间 MANE 指标，并证明了它们具有谱收敛性、尺度等变性和上界。

3. 多重性控制的计量经济学分析与扩展版 *R1–R4* 稳健性审计：我们通过双向固定效应面板，采用循环日期得分分块自助法（$B = 999$）和 Holm–Bonferroni 家族错误率控制，评估四项操作性假设（假设1–假设4），并辅以四组针对性诊断检验：（R1）在快照和原始分类账层级分别排除 2021 年独立流水线队列；（R2）进行固定效应内方差膨胀因子（VIF）共线性诊断；（R3）对比 2012–2019 年与 2020–2023 年的结构性阶段划分，发现假设3中存在宏观符号反转；（R4）采用香农熵、CR1 最大交易对手份额、1%–99% 缩尾处理和多发票债务人筛选（计数 ≥ 2）。

4. 无泄漏的样本外基准测试与隐私安全报告：采用与无泄漏金融机器学习标准一致的严格 12 个月时间清除（Madugula 等人，2026b），我们检验 MANE 是否能在直接期限种子之外，提升对合约期限压力的前向预测能力，同时进一步屏蔽实体标识符（`Entity-01`–`Entity-10`），以降低图关联再识别风险。

2 文献综述与批判性比较

2.1 金融互联性与已实现损失

企业间信贷网络分析一再表明，结构位置所包含的信息超越了企业规模。关于韩国企业间信贷网络的研究发现，PageRank 中心性与模型化的流动性短缺传导相关（Lee 等人，2016），并指出核心买方是潜在系统性风险的关键驱动因素（Kwon 等人，2018）。利用意大利银行交易记录，Berloco 等人（2021）将企业层面资产负债表特征与贸易信贷网络溢出指标相结合，显著提高了企业破产召回率。然而，至关重要的是，模型化的流动性短缺、拓扑中心性和已实现的企业违约代表不同的估计对象，不能混为一谈。

理论金融网络模型也印证了这一谨慎观点。Acemoğlu 等人(2015年) 证实了稳健而脆弱的相变：密集互联能够吸收小幅冲击

并通过多元化加以消化，但一旦冲击幅度超过临界阈值，就会加剧系统性传染。Eboli(2025) 证明，集中式银行间拓扑结构能够遏制局部困境，但当核心枢纽同时承压时，会骤然发生系统性崩溃。从实证角度看，Asgharian 等人(2022年) 发现，在银团贷款网络中，网络中心性主要起到调节作用，会放大企业特定风险，而非作为无条件的独立风险因素；基于智能体的供应网络仿真则表明，金融涟漪效应共同取决于网络拓扑、敞口权重和议价条款（Proselkov 等人，2023年）。

清算与多边结算研究引入了超越纯粹图拓扑结构的显式均衡与可行性机制。 Eisenberg 和 Noe (2001 年) 将有限责任与债务优先级下的同步清算支付形式化；Hayakawa (2019 年) 将顺序结算中的流动性需求与有向图结构联系起来；而 Gaffeo 等人(2018) 表明，多边净额结算可以减少违约总数，同时在债权人之间重新分配剩余损失。我们团队近期的研究直接对时序发票图上的多边发票清算进行建模——在同日因果调度下比较路径启用补偿与有界循环净额结算（Esteva de la Rosa 和 Madugula，2026b，a）——并估算供应商选择带来的事前应付款减免（Esteva de la Rosa 和 Desmukh，2026年）。本研究与这些清算干预相辅相成，而非重复其工作：我们审计底层的合同敞口几何结构，但不声称实现了清算节省，也不推断未观测到的违约结果。

2.2 方向性、边权与结构中心性

经典网络科学区分了节点中心性的不同结构维度与全局网络中心化（Freeman，1978），并表明交换权力可能偏离简单的度中心性（Bonacich，1987）。在加权社会经济网络中，连边强度和拓扑连通性共同决定结构异质性（Barrat 等人，2004），因此有必要推广加权中心性指标，在关系数量与交易量之间取得平衡（Opsahl 等人，2010）。因此，无向总交易量排名混淆了债务人负债与债权人应收款，也掩盖了方向性瓶颈。

基于路径和谱的指标同样具有细致的操作含义。虽然Bran-des （2001）实现了稀疏图上最短路径中介中心性的可扩展计算，但发票网络中的拓扑最短路径并不必然对应具有法律强制执行力的结算路径。同样，PageRank——最初是为超文本权威排名而设计的（Brin 和 Page，1998）——在此仅作为有向结构比较指标。关于复杂网络架构的综述强调，应联合评估度分布、聚类和同配性（Newman，2003）；有向三角形模体需要采用考虑方向的聚类方法（Fagiolo，2007），而加权模体强度可能推翻无权拓扑分析得出的结论（Onnela 等人，2005）。

2.3 时序结构、集中度与中尺度组织

对带时间戳的交互进行静态聚合，往往会产生时间违背路径，而这些路径在底层事件序列中不具备因果可行性（Holme and Saramäki，2012）。时间有序

图将中心性推广到随时间演变的边（Kim 和 Anderson，2012），而动态可通信性利用时间有序矩阵乘积来确保因果方向性（Grindrod 等人，2011）。至关重要的是，Colman 和 Charlton （2016）证明，基于时间游走的中心性融合了时间顺序与静态拓扑密度，因此需要与静态基线进行明确的解耦。

衰减多跳游走评分可追溯至Katz （1953），随后扩展为带有老化折扣的动态矩阵迭代（Grindrod 和 Higham，2013）以及动态 Katz 预解式（Arrigo 等人，2022年）。近期关于时间介数的研究进一步证实，活跃与被动游走定义会显著改变节点中介性排名（Naima，2025）。我们的 MANE 算子明确属于这一动态预解式系列，而非声称开创了截然不同的数学范式。与基于日本交易数据校准的双层 B2B 网络演化和货币流模型不同（Ozaki 等人，2024），我们的数据集记录的是合同签发至到期窗口，而非已结算现金流，因此必须明确进行敏感性基准测试。

在投资组合和中尺度层级上，交易对手集中度（赫芬达尔-赫希曼指数）与期限分箱集中度刻画了流动性脆弱性的两个正交维度；此外，Shannon 熵可作为配置多样性基准（Shannon，1948）。加权互惠性同样能区分均衡的双向流与不对称的二元互惠连边（Squar-tini 等人，2013）。在社区发现方面，Louvain 模块度优化（Blondel 等人，2008年）在大型稀疏图上具有很强的可扩展性，但有时会产生连接性较差的聚类；Leiden 优化（Traag 等人，2019年）则针对这一局限进行了改进。最 k-核分解可识别嵌套的最小度壳层（Seidman，1983），其概念不同于正式的核心–边缘区块模型（Borgatti 和 Everett，2000年）；同时报告这两种诊断指标，可避免将枢纽主导的星形结构误解为凝聚的经济核心。

2.4 供应链金融、可解释人工智能信用评分与代币化

当代实证金融研究凸显了贸易信贷中显著的方向性不对称。 Gu 等人 (2026年发现，企业区块链实施会减少从供应商处获得的贸易信贷，同时在需求不确定的情况下扩大向客户提供的贸易信贷。 Yang 等人 (2025)同样揭示了贸易信贷决策中的行业同业不对称传染。在公司债务研究中，Zhang 等人 (2024)记录了供应商集中度与债务期限结构之间的非线性关系；而 Li 和 Jin (2024)则表明，供应链金融能够缓解投资–融资期限错配。与此同时，Grigoris 等人 (2022年)将贸易信贷交易对手风险和关系持续时间与横截面资产定价联系起来；近期一项关于多层金融网络的系统综述则指出，当现金、银行信贷和投资组合重叠情况不可观测时，单层分析可能会遗漏显著的跨渠道放大效应（Scattergood 和 Oléron-Evans，2026年）。

至关重要的是，仅靠数字基础设施并不能消除结构性流动性风险。对区块链供应链金融的批判性综述强调，法律、治理和数据预言机方面的瓶颈依然存在（Ioannou 和 Demirel，2022年）。分析模型证实，智能合约采用（Wang 和 Xu，2022年）和深层级发票代币化（Chen，2026年所带来的流动性——

和价值取决于具体情境，而非无条件的收益。实践者分析（Sangari 等，2025）、对成功与失败的区块链供应链金融项目进行的实证比较（Sriraman 等，2026年）以及多平台案例研究（Jia 等，2026年）一再强调，账本架构必须与发票层面信息处理摩擦相匹配。

这一见解直接将我们的发票网络实证研究与近期的去中心化信贷承销架构联系起来。Madugula 等人 (2026b) 表明，严谨的样本外信贷风险流程必须消除交叉验证数据泄漏、确保概率校准，并明确审计隐私漏洞，例如针对中小企业借款人记录的成员推断。作为补充，Madugula 等人 (2026a) 和 Madugula 等人 (2026c) 将 SHAP 可解释风险评分与反向凯利自动做市商（rkAMM）相结合，用于现实世界资产的动态贷款定价。立足于这一新兴范式，本研究补上了缺失的上游实证环节：检验时间性发票图集中度与到期时间同步能否在承销或代币化之前，提供稳健且无数据泄漏的契约筛查信号。

3 研究问题与操作性假设

为严谨评估超越原始发票交易量的结构性流动性风险敞口，我们将四项双向实证假设操作化，并开展描述性拓扑分析、排名稳定性分析、扩展的 R1–R4 诊断以及净化后的样本外预测基准评估：

- 假设*1*（交易对手集中度 $\rightarrow$ 风险敞口）：滞后债务人交易对手集中度（$\mathrm{HHI}_{\mathrm{counter,out}\ i,\ t-1}$）与当前 $\log(1+\mathrm{MANE}_{i,\ t})$存在条件相关关系，并控制企业和月份固定效应、滞后总规模、滞后债务人发票数量以及滞后价值加权剩余期限。

- 假设*2*（角色平衡 $\rightarrow$ 到期日集中度）：滞后债务人—债权人角色平衡（$B_{i,\ t-1}$）与当前债务人七日期限分箱集中度（$\mathrm{HHI}_{\mathrm{mat,out}\ i,\ t}$）存在条件相关关系。我们明确区分这一企业层面角色平衡代理指标与结构性核心—边缘对比；后者通过回溯式k-核心分层单独考察。

- 假设*3*（宏观拓扑动态 $\rightarrow$ 系统期限集中度）：全系统加权互惠性的月度一阶差分（$\Delta r_{w,\ t}$）与全系统按价值加权的债务人期限赫芬达尔—赫希曼指数的月度一阶差分（$\Delta\mathrm{HHI}_{\mathrm{mat,out}\ t}$）相关，并对活跃节点/边增长和年度季节性进行调整。

- *H4*（联合集中度 $\rightarrow$ 风险敞口）：在控制边际赫芬达尔-赫希曼指数（HHI）后，滞后的交易对手—到期日联合集中度（$\mathrm{HHI}_{\mathrm{joint,out}\ i,\ t-1}$）与当前 $\log(1+\mathrm{MANE}_{i,\ t})$ 存在条件关联；控制变量包括两个边际 HHI（$\mathrm{HHI}_{\mathrm{counter,out}\ i,\ t-1}$ 和 $\mathrm{HHI}_{\mathrm{mat,out}\ i,\ t-1}$）及规模控制变量。

全部四个主要 p值构成单一推断族，并通过序贯拒绝式 Holm–Bonferroni 程序进行调整（Holm，1979），在不假设检验之间相互独立的情况下控制族错误率（第一类错误）。

4 数据溯源、验证与样本构建

本研究中的所有实证量均直接根据原子主数据集计算 `pseudonymized_atomic_invoice_records_2012_2024-02-08.csv`（经独立验证的解压缩 SHA-256： `e139b8dc75b7334d243874b6ebdaf1798c9969038b193f7eb4cd0e873bcc1a88`），该数据集以 CC BY 4.0 许可发布于 Mendeley Data V1（Esteva delaRosa，2026年），配套的整理和调度代码存档于 `https://github.com/peplluis7/onemillioninvoices`。底层记录源自罗马尼亚经济部（IMI）提供的经伪名化商业发票申报记录，包含八个规范化字段： `invoice_code`、 `debtor_code`、 `creditor_code`、整数 `amount_cents`、ISO `issue_date`、ISO `due_date`、整数 `issue_cohort`以及 `analysis_role`（`issue_cohort`与 `terminal_bridge_only`相比）。存储库中的年度拆分文件依据所有标识符和实质性字段逐行与主数据集核对，并且从未进行拼接，以避免重复计数。

在图构建之前，验证严格执行了计算不变量：企业和发票标识符均为字符串类型；以任意精度 Python 整数汇总的欧分金额均为正整数（并在稀疏矩阵构建之前验证其可容纳于有符号 64 位整数）；缺失值为零；重复发票 ID 为零；自开自收发票为零（$d_i \neq c_i$）；负合同期限为零（$u_i \geq s_i$）；且 `issue_date` 年份与 `issue_cohort`完全对齐。日历日期被映射为相对于 1970-01-01 的精确整数纪元日，以避免极端记录到期日期导致的 64 位纳秒时间戳溢出（记录到的最晚到期日期：5656-03-08）。

有两项数据整理特征会影响结果解读（Esteva dela Rosa，2026年；Esteva de la Rosa 和 Madugula，2026a ）。首先，58,239 条分析记录属于经济重复组：在不同 `invoice_code` 标识符下，这些记录的债务人、债权人、票面价值、开票日期和到期日期完全相同。遵循原子会计原则，所有不同的发票代码均予以保留。其次，2021年语料库由单独的上游提取管道整理而成，且没有公开发布的实体交叉对照表；数据集也没有 2012 年之前的期初账簿状态。因此，年际变化既反映经济动态，也反映行政覆盖范围变化，这促使我们明确开展 R1（排除 2021 年）和 R3（子时期制度划分）审计。最后，为降低图关联披露风险，除存储库假名化外，本文报告的所有企业级亮点和 Top-10 排名均以进一步掩码处理的分析标识符替代存储库代码（ `Entity-01`–`Entity-10`， `Entity-PR1`）。

5 数学表述与特征工程

5.1 有向契约图与拓扑诊断

令每张原子发票 i 指定债务人 d_i、债权人 c_i、正整数金额 a_i （欧分）、开具日 s_i和到期日 u_i，并具有合同期限 $L_i = u_i - s_i \geq 0$。对于观测日期t 和滚动回溯期 ℓ （其中 $\ell = 0$ 表示完整观测历史），已开具的发票集合为$\mathcal{I}^{\text{iss}}(t,\ \ell) = \{i :\ t - \ell + 1 \leq s_i \leq t\}$，而计划中的活跃集合为$\mathcal{I}^{\text{sch}}(t,\ \ell) = \{i \in \mathcal{I}^{\text{iss}}(t,\ \ell) :\ u_i \geq t\}$。计划中的成员资格表示有效合同窗口，而非经核实的

未付款状态。

有向整数美分邻接矩阵为

$$W_{vw}(t,\ell) = \sum_{i \in \mathcal{I}(t,\ell)} a_i \, \mathbf{1}(d_i = v,\ c_i = w). \tag{1}$$

对于每个活跃企业 v，出向（债务人）强度为 $s_v^{\text{out}} = \sum_w W_{vw}$，入向（债权人）强度为 $s_v^{\text{in}} = \sum_w W_{wv}$，总关联价值为 $G_v = s_v^{\text{out}} + s_v^{\text{in}}$（注意，对所有节点的 G_v 求和会使每张发票被计数两次），角色平衡为

$$B_v = \frac{2\min(s_v^{\text{out}}, s_v^{\text{in}})}{G_v} \in [0,1]. \tag{2}$$

Dire有向密度为 $m/[n(n-1)]$, 加权互惠性则遵循 Squartini 等人 (2013年):

$$r_w = \frac{\sum_{v \neq w} \min(W_{vw}, W_{wv})}{\sum_{v \neq w} W_{vw}}. \tag{3}$$

相邻快照边稳定性通过加权杰卡德持续性进行评估:

$$J_w(t) = \frac{\sum_{v,w} \min\left(W_{vw}^{(t)},\ W_{vw}^{(t-1)}\right)}{\sum_{v,w} \max\left(W_{vw}^{(t)},\ W_{vw}^{(t-1)}\right)}. \tag{4}$$

常规结构比较指标包括在 W 上的有向入向 PageRank，以及在 $W^\top$ 上的出向 PageRank（阻尼 0.85、均匀传送、在活跃节点间进行悬空节点再分配）；最短路径加权介数，边距离为 $100/W_{vw}$ （对$n \leq$ 5,000精确计算；对 $n >$ 5,000采用 64 个源节点抽样）；最大强连通分量（SCC）的特征向量中心性（通过缩放后的 ARPACK 求解器验证，相对残差为 $< 10^{-14}$）；有向加权聚类（Fagiolo，2007年）；有向加权 Louvain 模块度（Blondel 等人，2008年）；无向 k-核壳层数（Seidman，1983）；以及受限的度排序二元核心—边缘模板，该模板通过最大化与理想枢纽关联模板的皮尔逊相关系数来确定（Borgatti 和 Everett，2000年）。

5.2 交易对手、期限分箱与联合集中度

对于在角色 $r \in$ {out,in}中具有正方向性交易量的企业 v，令 $p_{v,w}^r$ 表示分配给交易对手 w 的面值份额。我们通过三项互补指标衡量交易对手集中度：赫芬达尔–赫希曼指数 $\text{HHI}_{v}^{\text{counter},r} = \sum_w (p_{v,w}^r)^2$，、最大交易对手集中度比率 $\text{CR1}_{v}^{\text{counter},r} = \max_w p_{v,w}^r$，以及香农分配熵 $H_{v}^{\text{counter},r} = -\sum_w p_{v,w}^r \log p_{v,w}^r$（Shannon，1948）。将剩余合同期限划分为离散分箱 $b_i = \lfloor (u_i - t)/h \rfloor$（主要分箱宽度为 $h = 7$ 天；敏感性分析采用 $h \in \{1, 30\}$ 天），由此定义期限分箱集中度 $\text{HHI}_{v}^{\text{mat},r} = \sum_b (p_{v,b}^r)^2$ 和交易对手–期限联合集中度 $\text{HHI}_{v}^{\text{joint},r} = \sum_{w,b} (p_{v,w,b}^r)^2$。单一交易对手或单一分箱的活跃投资组合，其 $\text{HHI} = 1$、$\text{CR1} = 1$和 $H = 0$必然达到相应极值；非活跃角色记为缺失，而非零。

5.3 到期日感知网络风险敞口（MANE）

为表征合同到期临近度，我们定义带有指数紧迫度衰减参数 $\tau > 0$的欧元尺度方向性期限种子：

$$q_v^{\mathrm{out}}(t) = \sum_{i:d_i=v} \frac{a_i}{100} \exp\!\left(-\frac{u_i - t}{\tau}\right), \qquad q_v^{\mathrm{in}}(t) = \sum_{i:c_i=v} \frac{a_i}{100} \exp\!\left(-\frac{u_i - t}{\tau}\right). \tag{5}$$

令 C_t^{out}对 $W(t,\ell)$ 和 C_t^{in}对 $W(t,\ell)^\top$进行行归一化，同时保留零行，使每个算子均为行次随机（$\|C_t^r\|_\infty \le 1$）。静态快照预解式比较器为

$$M_t^r = (1-\alpha)\,(I - \alpha C_t^r)^{-1}\, q_t^r, \qquad r \in \{\mathrm{out}, \mathrm{in}\}, \quad \alpha \in [0, 1). \tag{6}$$

在有序观测日期 $t_1 < t_2 < \cdots < t_J$之间，时间 MANE 以记忆衰减 $\gamma > 0$递归更新：

$$z_{t_j}^r = (1 - a_j)\, q_{t_j}^r + a_j\, C_{t_j}^r z_{t_{j-1}}^r, \qquad a_j = \alpha \exp\!\left(-\frac{t_j - t_{j-1}}{\gamma}\right), \qquad z_{t_1}^r = q_{t_1}^r. \tag{7}$$

组合时序 MANE 为 $T_{v,t} = (z_{v,t}^{\mathrm{out}} + z_{v,t}^{\mathrm{in}})/2$，主要校准参数为 $\alpha = 0.5$、 $\tau = 30$天和 $\gamma = 90$ 天。

命题 1 (谱存在性、有界性与尺度等变性)。 对于任意行次随机矩阵 C_t^r和 $\alpha \in [0, 1)$：***(i)*** $(I - \alpha C_t^r)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha^k (C_t^r)^k$ 绝对收敛；***(ii)*** M_t^r和 $z_{t_j}^r$均逐元素非负，且满足 $\|M_t^r\|_\infty \le \|q_t^r\|_\infty$和$\|z_{t_j}^r\|_\infty \le \max_{1 \le m \le j} \|q_{t_m}^r\|_\infty$；***(iii)*** 将所有发票票面金额按 $c > 0$缩放，会使 M_t^r、 $z_{t_j}^r$和 $T_{v,t}$ 相应地按 c 等比例缩放，同时保持 C_t^r 不变。

证明概要。 参见附录 B。由于 C_t^r 对邻居状态取平均值，因此，当某个节点与高种子邻居相连时，其$T_{v,\ t}$可能超过其自身的总面值 G_v；因此，MANE反映的是合同网络情境敞口，而非守恒的货币损失。

6 统计研究方法与扩展稳健性设计

我们基于滚动的30天、90天和365天窗口以及完整观测历史构建月度计划面板，并辅以每日90天标量拓扑/MANE轨迹以及按季度/每年匹配日期进行的比较。对于企业层面假设（假设1、H2、H4），我们仅针对严格连续观测日历月滞后期估计双向固定效应模型：

$$y_{i,t} = \mu_i + \lambda_t + \beta\, x_{i,t-1} + \boldsymbol{\theta}^\top \mathbf{X}_{i,t-1} + \varepsilon_{i,t}, \tag{8}$$

其中， μ_i 和 λ_t 表示通过交替投影吸收的企业和月份固定效应，而$\mathbf{X}_{i,\ t-1}$控制滞后对数（$1+$欧元总额）、滞后对数（$1+$债务人发票数量）以及滞后价值加权剩余期限（H4 还额外控制滞后边际交易对手和期限赫芬达尔—赫希曼指数）。对于宏观假设 H3，将价值加权债务人期限 HHI 的月度一阶差分对加权互惠性的差分、 Δ对数（$1+n_t$）、 Δ对数（$1+m_t$）以及年度正弦/余弦季节谐波（$N = 143$ 个月）进行回归。

为处理序列相关性和日期内任意企业间相关性，同时避免扭曲固定效应投影，推断采用循环整日期得分块自助法（$B = 999$ 次抽样，主要区块长度为 $L = 12$ 个月；敏感性分析采用 $L \in \{6,\ 18\}$ 个月），并辅以按日期聚合的异方差和自相关稳健标准误（Künsch，1989；Politis 和 Romano，1994；Cameron 等，2011）。除基准区块长度、期限分箱和极端期限敏感性分析外，我们还直接基于原始主 CSV 文件执行四项独立的结构诊断：

- *R1*（*2021* 年独立流程排除）：在面板数据中排除 2021 年快照日期后（R1a），以及从原始分类账中删除所有 `issue_cohort==2021` 发票并从头重建完整的 2012—2023年时序网络后（R1b），分别重新估计假设1–假设4。

- *R2*（固定效应内多重共线性审计）：针对假设1、假设2、假设4及 H4+ 种子对应的组内去均值设计矩阵，计算精确的方差膨胀因子（VIF）和条件数，以诊断联合与边际赫芬达尔—赫希曼指数之间的共线性。

- *R3*（子时期结构制度划分）：分别在早期低交易量时期（2012–2019；95 个日期）和高交易量激增时期（2020–2023；48 个日期）估计假设1–假设4。

- *R4*（替代集中度、缩尾处理与多发票筛选）：使用香农交易对手熵（R4a）和 CR1 最大交易对手份额（R4b）检验假设1；对连续变量进行 1%–99% 缩尾处理（R4c）；并将企业面板数据限制为真正的多发票债务人（入向$_{出向i,\ t-1} \geq 2$，R4d），以排除单张发票赫芬达尔-赫希曼指数 $= 1$ 边界效应带来的机械影响。

为进行样本外预测基准评估，我们使用扩展训练窗口预测下个月的 $\log(1 + q_i^{\text{out}}{}_{,\ t+1})$；这些窗口与每个留出日历年（2016–2023年；95个留出日期）之间设有严格的12个月时间清除期。所有缩放和预处理变换均仅在训练分区上拟合，以消除前视信息泄漏（Madugula 等人，2026b）。嵌套模型依次加入交易量/期限控制变量、传统中心性、集中度指标、当前期限种子和时间 MANE，并与零参数持续性基准进行比较。通过12个月区块区间评估期限种子模型与种子加 MANE 模型之间的等日期均方误差差值。

7 实证结果

7.1 样本核对与重尾分布

表1 总结了主语料库经独立审计的来源记录及分布概况（Esteva de laRosa，2026年）。剔除1,240条2024年末的桥接记录后，全流企业并集中的企业数量从75,352家减少9家仅出现在桥接记录中的企业，由此确定了精确的分析分母：75,343家企业，共749,952张发票，总金额为997.05亿欧元（9,970,501,556,950欧分）。发票票面金额呈现极端右偏：发票金额中位数为1,272.35欧元，平均值为132,948.53欧元（标准差为539万欧元；最大值为19.21亿欧元），由此得到

基尼系数为0.9742，面值前1%份额为81.41%。按照Clauset 等人（2009），我们依据精确分位数和集中度份额来描述这一重尾，而不声称其符合未经验证的参数幂律。合同期限中位数为10天（第99百分位数：268天），其中当日合同有71,123份（9.48%），超长期合同有13份，期限超过3,650天（总金额为297,751.10欧元；占分析金额的0.0003%）。

表1：主数据集来源审计与分布摘要（2012—2024年）。直接根据Esteva delaRosa （2026年）。

审计 / 分布指标	分析数据（2012—2023年）	桥接数据（2024）
发票记录（N）	749,952	1,240
票面价值总额（精确到欧元分）	9,970,501,556,950	63,011,692,269
票面价值总额（十亿欧元）	99.705	0.630
独立企业（仅第 2 列中的桥接数据）	75,343	9（共计75,352）
完整性违规（缺失 / 重复 ID / 自身 / 负合同期限）	0	0
经济重复记录（保留不同 ID）	58,239	—
同日合同期限（$L_i = 0$ 天）	71,123（9.48%）	—
极端期限（$L_i > 3$，650 天；欧元面值）	13（欧元 297,751.10）	—
票面价值：中位数 / 平均值 / 标准差（欧元）	1,272.35 / 132,948.53 / 5,389,195.79	—
票面价值：第 95 / 99 百分位数 / 最大值（欧元）	147,080.08 / 1,239,060.41 / 1.921B	—
票面价值不平等：基尼系数 / 前1%价值份额	0.9742 / 81.41%	—
合同期限：Q25 / 中位数 / Q75 / Q99（天）	10.0 / 10.0 / 30.0 / 268.0	—

年度发行队列拓扑（表2 和图1）表明，行政覆盖范围和价值密度呈现出显著的非平稳性：2020年占全部分析发票的50.05%（涉及63,371家企业的375,386条记录），而2022年仅涉及3,743家企业，却占总票面价值的41.70%（415.76亿欧元），同时加权互惠性达到年度峰值（0.633）。

表2：2012—2023年年度发行队列贸易信贷网络结构。互惠性采用价值加权；不包括2024年衔接期桥接记录。

Year	发票	活跃企业	有向对	金额（十亿欧元）	加权互惠性
2012	339	138	129	0.069	0.008
2013	540	184	158	0.119	0.000
2014	666	196	153	0.197	0.006
2015	1,069	256	196	0.538	0.004
2016	2,078	400	323	0.679	0.015
2017	4,004	601	491	0.257	0.040
2018	7,798	1,160	1,070	0.460	0.077
2019	70,155	25,383	26,358	4.424	0.151
2020	375,386	63,371	67,600	14.020	0.470
2021	121,844	14,250	17,116	15.153	0.413
2022	79,471	3,743	5,883	41.576	0.633
2023	86,602	4,460	6,409	22.212	0.493

7.2 角色不对称性、集中度与中尺度架构

在2023年12月31日的终期90 天预定快照中，4,526张发票连接了698家活跃企业，形成971个有向对，其中405家企业兼具债务人和债权人角色。在587家活跃债务人中，85.52%呈现较高的交易对手赫芬达尔-赫希曼指数 $= 1.0$ （平均值 0.947，标准差 0.160），64.22%

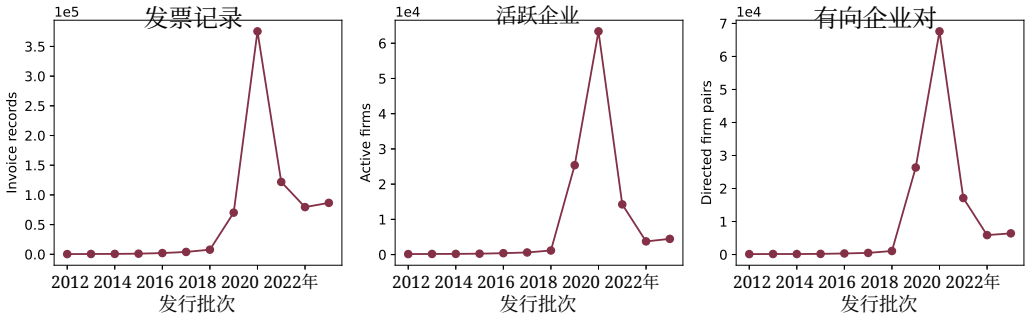


图1：年度分析性出票批次发票数量、活跃企业和有向对（2012– 2023；不包括2024年衔接期）。来源：Esteva dela Rosa (2026)。

呈现较高的七日到期分箱 HHI $= 1.0$ （平均值 0.855，标准差 0.231）；516家活跃债权人中也呈现类似分布（交易对手赫芬达尔-赫希曼指数平均值 0.942；到期日赫芬达尔-赫希曼指数平均值0.845）。关键在于，这些较高的企业层面赫芬达尔-赫希曼指数份额主要反映了规模较小的活跃快照投资组合（发出发票数量中位数 $= 1.0$，第75百分位数 $= 3.75$），而非普遍存在的破产风险（图 2–4）。

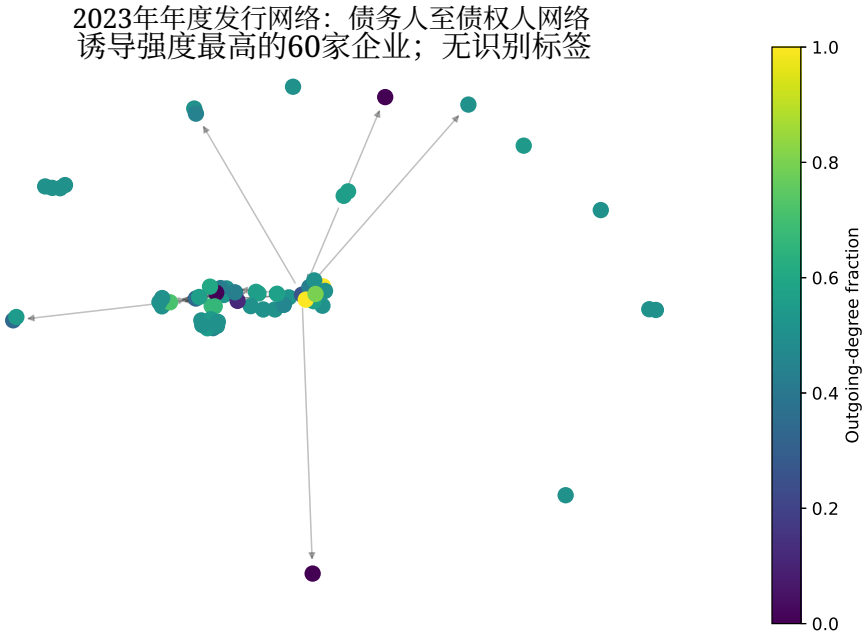


图2：由关联票面总值排名前60的企业诱导的2023年出票批次有向子图。边由债务人 → 指向债权人；节点颜色表示出度份额。

在完整的2023年度出票批次（$n = 4,\ 460$）中，Louvain划分得到300个社群，模块度为 $Q = 0.703$，无向最大 k-核心包含5个节点，共16家企业；最大的弱连通分量（WCC）覆盖81.10%的企业，最大的强连通分量（SCC）包含27.85%的企业（1，242 家企业；见图5–6）。值得注意的是，对度排序二元核心–边缘模板进行拟合后，选出的核心仅包含3家企业，其核心—核心密度恰好为零——这说明，以枢纽为中心的星形结构可以在不形成内部凝聚的经济核心的情况下，实现正的模板相关性。

对2023年最大强连通分量进行ARPACK谱分解（相对残差 7.79×10^{-16}，

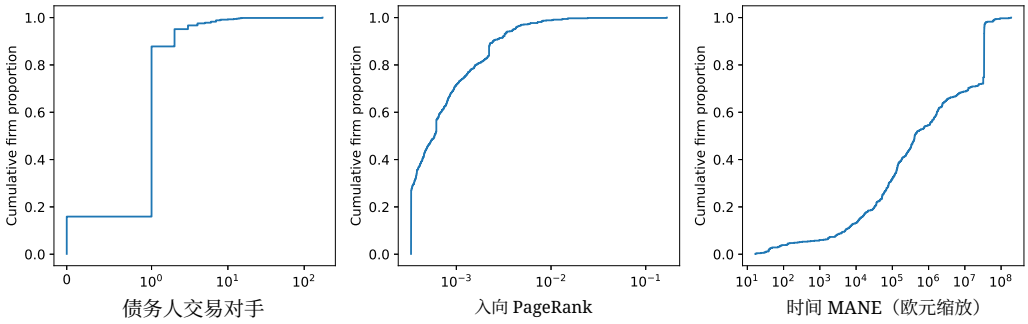


图 3：2023年12月31日90 天预定快照中，活跃企业的债务人交易对手数量、入向 PageRank 和时间 MANE 分布。

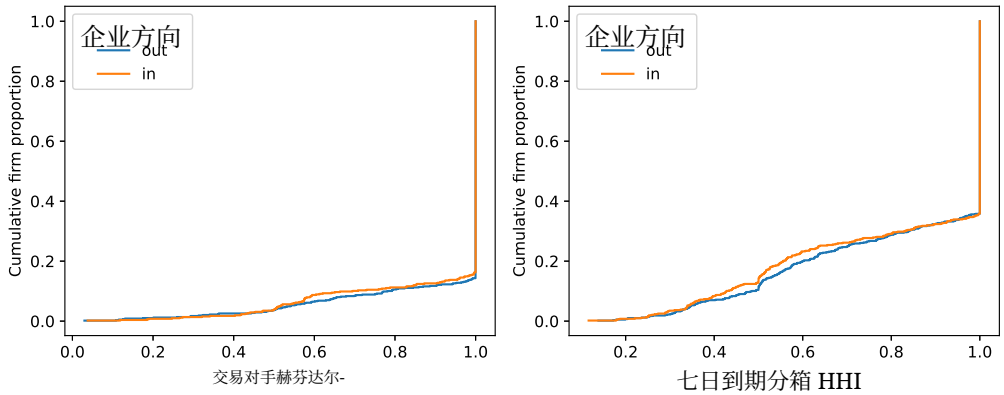


图 4：2023年12月31日按债务人（出向）和债权人（入向）角色划分的企业层面交易对手数量及七日到期分箱 HHI 分布。

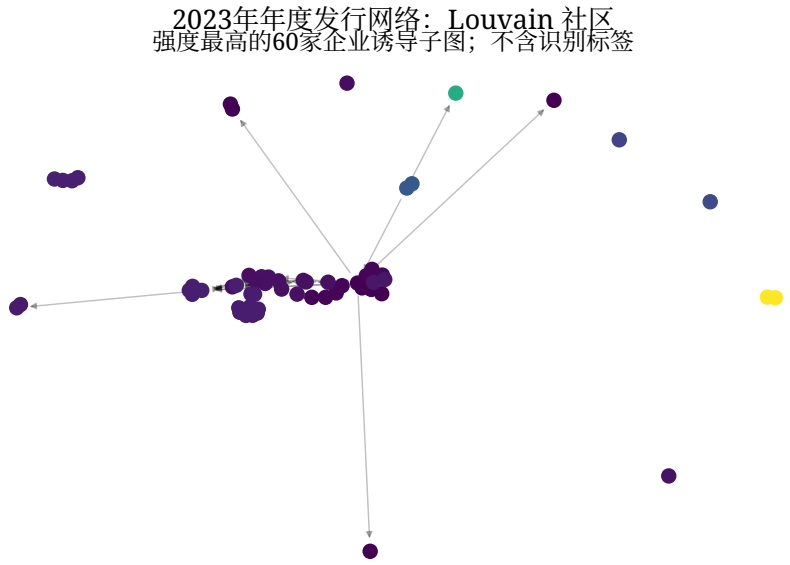


图 5：2023年60家企业诱导子图上的 Louvain 社区标签。算法划分反映的是交易聚类，而非依据法定所有权进行的划分。

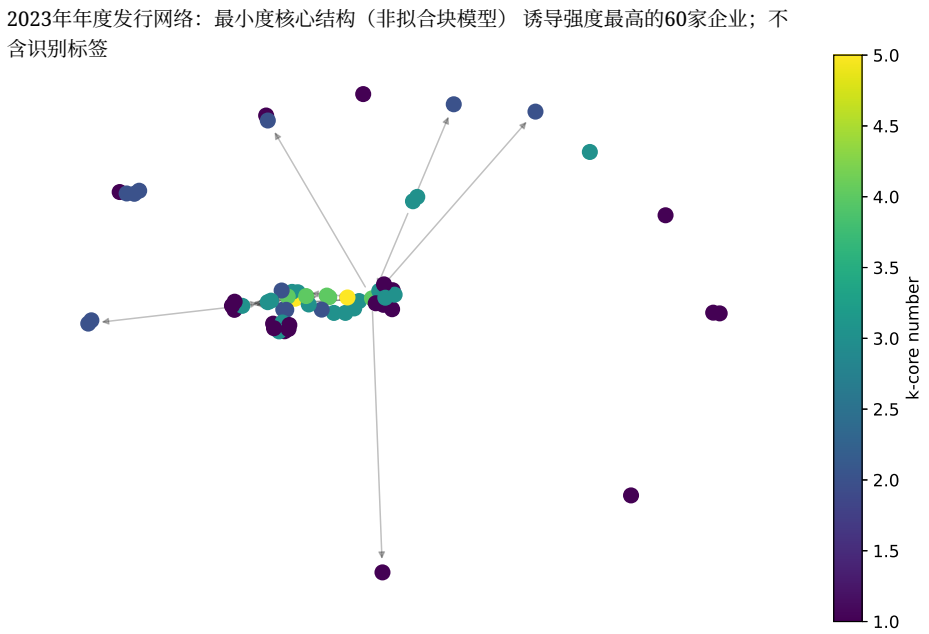


图6：诱导的2023年60家企业子图中的无向 k-核心壳层编号。

严格非负）将最大特征向量权重集中在 `Entity-01` 和 `Entity-02`上，两者在2023年12月31日的时间 MANE 排名中也分别位居第1名和第2名，而入向 PageRank 的峰值出现在 `Entity-PR1`（0.1671）。表3列出了进一步掩码处理的时序MANE前十名实体，揭示网络传播如何提升与系统性集中交易对手相连的低交易量节点的排名： `Entity-10`，其总关联价值仅为0.16百万欧元，时间 MANE 却达到61.62百万欧元——这一 $374.80\times$ 得分与总额比率完全源于邻居带来的风险敞口。

表3：经进一步掩码处理的按时间 MANE 排名的前十家公司（2023年12月31日，90天计划快照）。金额以百万欧元计；原始存储库化名已掩码处理，以降低图关联披露风险。

Rank	匿名 ID	总额（M）	MANE（M）	q^{out}（M）	q^{in}（M）	角色平衡	d^{out}	d^{in}
1	`Entity-01`	706.27	189.41	78.88	490.70	0.252	10	5
2	`Entity-02`	596.64	166.59	471.28	0.00	0.000	1	0
3	`Entity-03`	105.81	94.57	83.88	10.39	0.382	7	3
4	`Entity-04`	46.13	90.58	1.95	43.12	0.130	1	1
5	`Entity-05`	2.25	73.21	1.87	0.17	0.150	2	1
6	`Entity-06`	13.88	66.08	0.00	13.88	0.000	0	1
7	`Entity-07`	10.50	64.99	0.00	10.50	0.000	0	1
8	`Entity-08`	0.43	61.71	0.00	0.36	0.000	0	1
9	`Entity-09`	0.32	61.64	0.00	0.14	0.000	0	1
10	`Entity-10`	0.16	61.62	0.00	0.06	0.000	0	1

7.3 时序演变与排名差异

在末期90天快照中，系统层面加权互惠性为0。170，月度加权边 Jaccard持久性为 0。473 （由于90天窗口存在重叠，这一数值部分是机械产生的），价值加权债务人期限HHI为 0。536（图 7）。在698家活跃

企业（图 8）中，时间 MANE 与总关联价值（$\rho = 0.665$）呈中度相关，与入向 PageRank（$\rho = 0.343$）、角色平衡（$\rho = 0.343$）和直接出向种子（$\rho = 0.286$）呈弱相关，与债务人期限 HHI（$\rho = -0.163$，$n = 587$）呈负相关，与债务人交易对手 HHI（$\rho = 0.040$，$n = 587$）近似正交。相反，时间 MANE 与静态快照预解式密切关联（$\rho = 0.969$），表明在终端时域，递归时间延续是对单日期预解式排名的细化，而非对其进行彻底颠覆。

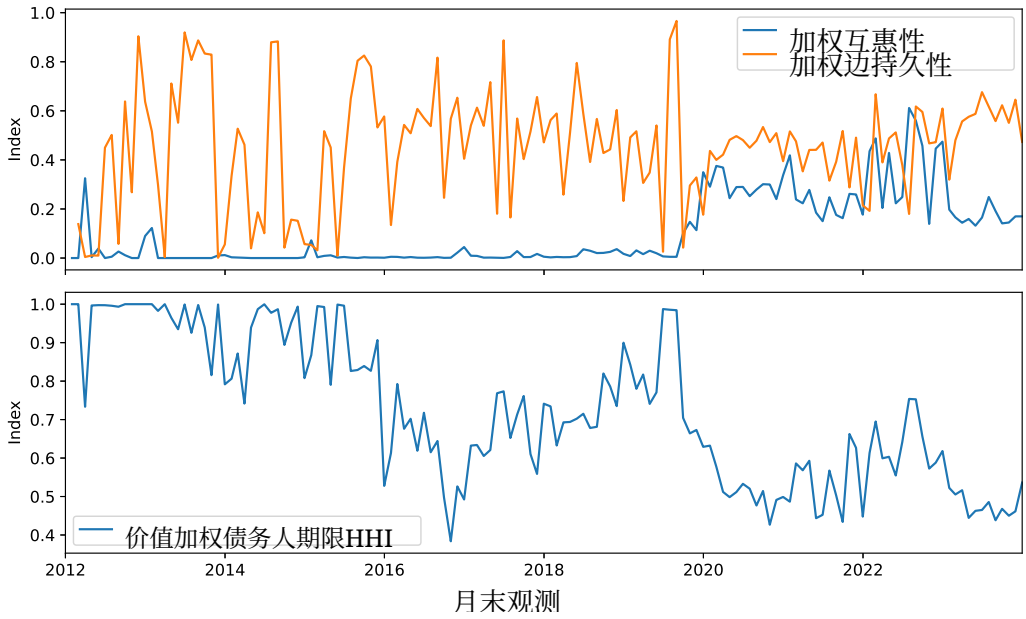


图7：月度90天计划快照加权互惠性、加权边持久性和价值加权债务人期限HHI（2012—2023年）。

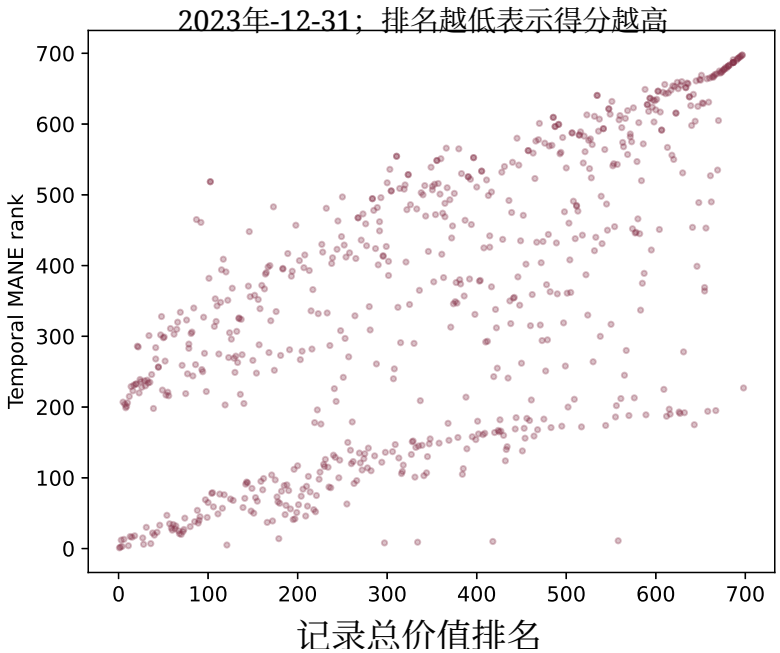


图8：截至2023年12月31日，按总关联价值与时间 MANE 排列的企业排名对比（$n = 698$；排名数字越小，风险敞口越高）。

7.4 主要假设检验与扩展的R1–R4稳健性检验

表4 报告了主要探索性固定效应估计，而表5 和6 （图9中以可视化方式呈现）展示了完整的基准敏感性分析，以及直接根据主 CSV 文件计算的独立 R1–R4稳健性检验组。在假设1下，滞后债务人交易对手集中度ˆ与$\log(1+\text{MANE})$ 呈显著负相关（$\beta=-0.494$，95% 循环区块置信区间 $[-0.752,-0.248]$，$p_{\text{Holm}}=0.004$，$N=92$，495 个企业-月份，涵盖15,523家企业和143个日期）：滞后交易对手赫芬达尔-赫希曼指数上升 $+0.10$ ，对应于 -0.0494 在$\log(1+\text{MANE})$上的变化，同时控制总规模、发票数量、剩余期限以及企业/日期固定效应。

表4：使用双向固定效应（假设1、假设2、假设4）和宏观变量一阶差分（假设3）进行的主要假设检验（假设1–假设4）。推断采用999次循环整日期得分分块自助法抽样（$L=12$ 个月），并进行Holm–Bonferroni族校正。

假设与预测变量	估计值（ $\hat{\beta}$)	95% 分块置信区间	异方差和自相关一致标准误	近似值 p	p_{Holm}	Obs.
假设1：滞后债务人交易对手赫芬达尔-赫希曼指数	-0.494	$[-0.752,\ -0.248]$	0.130	0.001	**0.004**	92,495
H2：滞后角色平衡	0.0067	$[-0.0050,\ 0.0182]$	0.0058	0.236	0.472	89,032
H3： Δ加权互惠性	-0.0049	$[-0.3850,\ 0.4027]$	0.2138	0.987	0.987	143
H4：滞后联合赫芬达尔-赫希曼指数	0.812	$[-0.008,\ 1.721]$	0.471	0.081	0.243	92,495

在合并全样本设定中，假设2（$p_{\text{Holm}}=0.472$）和假设3（$p_{\text{Holm}}=0.987$）均未获得支持。对2023年12月31日的回顾性描述性分层分析显示，k核心 ≥ 3 壳层中的活跃债务人（$n=66$, MANE 欧元中位数为1.52M，双重角色占比73.7%）的出向到期日赫芬达尔-赫希曼指数均值（0.770）低于外围 k核心 $=1$ 债务人（$n=418$，到期日赫芬达尔-赫希曼指数均值为0.877，双重角色占比54.8%）；不过，这一描述性差异未经混杂因素调整，正式的核心–边缘因果推断仍有待开展。

四组扩展诊断检验（R1–R4）揭示了三个影响重大的结构性机制，有助于阐明所有主要结果：

1. 假设*1*经受住了所有结构压力测试（*R1*、*R3*、*R4*）：剔除单独整理的2021年语料库后，无论是删除2021年快照（R1a：ˆ $\beta=-0.392$, $p=0.005$, $N=76{,}222$），还是在原始分类账层面移除 `issue_cohort==2021` 发票并从头重建时序网络（R1b： $\beta=-0.402$, $p=0.004$, $N=75{,}894$），假设1的负向结果都依然稳健。改用其他集中度指标后，结果与理论预期的符号完全一致：香农交易对手熵（R4a，数值越高表示多样性越高）得到ˆ $\beta=+0.257$ （95%置信区间 $[0.136,0.400]$, $p=0.001$）；而CR1头部交易对手份额（R4b）的结果与赫芬达尔-赫希曼指数高度一致（$\beta=-0.515$，95%置信区间 $[-0.814,-0.244]$, $p=0.001$）。采用1%–99%缩尾处理（R4c：ˆ $\beta=-0.462$, $p=0.001$）或将面板数据严格限定为多发票债务人（计数$_{i,t-1}^{\text{out}}\geq 2$，R4d：ˆ $\beta=-0.334$，95%置信区间$[-0.642,-0.053]$, $p=0.031$, $N=39{,}106$）后，结果进一步确认，假设1并非单张发票赫芬达尔—赫希曼指数 $=1$ 投资组合造成的机械性假象。

2. 严重的固定效应内多重共线性解释了 *H4* 的脆弱性（*R2* 和 *R4d*）：表 5 显示，假设1（最大方差膨胀因子 $=1.32$，条件数 $=1.72$）和假设2（最大方差膨胀因子 $=1.19$，条件数 $=1.56$）的条件极佳，但 H4 存在严重的固定效应内多重共线性：滞后联合

赫芬达尔-赫希曼指数的方差膨胀因子达到 $= 22.22$，滞后边际期限赫芬达尔-赫希曼指数的方差膨胀因子达到 $= 19.65$（条件数为 $= 10.92$；采用种子控制变量时为 11.64）。由于企业仅持有一个或少数几个交易对手时，联合交易对手—期限单元会退化为期限分箱，微小的尾部扰动就会导致 H4 大幅波动（剔除13条记录后升至 $+1.209$，采用 1%–99% 缩尾处理后升至$+1.639$ ）。关键在于，在 R4d 中剔除机械性单发票债务人后（数量为 ≥ 2），H4 完全归于零效应（$\hat{}\beta = -0.094$，95% 置信区间$[-0.527, 0.460]$、 $p = 0.719$），这证明 H4 的正向峰值是共线性和稀疏投资组合造成的假象。

3. 宏观*H3*中的结构性制度符号反转（*R3*）：将时间线划分为早期稀疏阶段（2012–2019；95个月）和2020年后高交易量激增阶段（2020–2023；48个月），揭示了被汇总后的H3零假设所掩盖的显著宏观符号反转（-0.0049, $p = 0.987$）。2012–2019年间，加权互惠性的增加显著降低了系统期限集中度（$\hat{}\beta = -0.706$，95%置信区间 $[-0.841, -0.577]$, $p = 0.001$）；而在2020–2023年间，加权互惠性的增加则显著提高了到期日集中度（$\hat{}\beta = +0.232$，95% 置信区间 $[+0.117, +0.354]$, $p = 0.001$）。与此同时，H1在两个时期均持续为负（2012–2019年为-0.375 入向；2020–2023年为 -0.344, $p = 0.001$ 入向）。

表5：R2组内固定效应多重共线性诊断（吸收企业—月份效应的面板上的方差膨胀因子和设计矩阵条件数）。

组内固定效应回归变量	假设1模型	H2模型	H4模型	H4 + 种子
滞后债务人交易对手赫芬达尔-赫希曼指数	1.157	—	1.586	1.591
滞后角色平衡	—	1.047	—	—
滞后债务人期限赫芬达尔-赫希曼指数	—	—	**19.648**	**19.650**
滞后联合交易对手—期限赫芬达尔—赫希曼指数	—	—	**22.218**	**22.243**
滞后 log(1 +欧元总额)	1.170	1.191	1.172	2.012
滞后 log(1 +债务人数量)	1.315	1.189	1.740	1.765
滞后价值加权剩余期限	1.000	1.000	1.000	1.005
滞后 $\log(1+q^{\text{out}})$ / $\log(1+q^{\text{in}})$	—	—	—	1.761 / 1.263
条件数（κ）	1.72	1.56	**10.92**	**11.64**

7.5 参数、回溯期、采样频率和净化前向预测审计

在2023年12月31日的参数网格中（$n = 698$，图10），时间 MANE 排名在非零阻尼和衰减变化下仍高度稳定（$\alpha \in$ {0.25, 0.75} $\Rightarrow \rho \in [0.994, 0.997]$； $\tau \in$ {7, 90} $\Rightarrow \rho \in [0.979, 0.996]$; $\gamma \in$ {30, 365} $\Rightarrow \rho \in [0.994, 0.999]$），而完全移除网络传播（$\alpha = 0$）会使秩相关大幅降至 $\rho = 0.598$。不同回溯期下（图11），365天窗口和全历史窗口与90天基线十分接近（$\rho = 0.996$ 和0.995），而30天窗口的全局 $\rho = 0.954$ 为$n = 597$，但前100名重合度仅为76%——这表明，较高的全局斯皮尔曼相关系数可能掩盖排名靠前企业中的显著变动。采样频率的影响更为显著：在2021年12月31日这一边界上，每日与每月排名的相关性降至 -0.010 ；而每季度和每年的采样频率与每月 MANE 的相关性分别为0.969和0.899（截至2021年12月31日

表6：综合敏感性分析及扩展的 R1–R4 稳健性检验组，涵盖基准扰动、2021 年队列排除（R1）、制度分段（R3），以及集中度／缩尾处理／多发票检验（R4）。所有置信区间均基于999次循环日期-得分区块抽样。

Hyp.	设定 / 诊断检验	$\hat{\beta}$	95% 分块置信区间	异方差和自相关一致标准误	约 p	Obs.
面板 A：基准区块、极端项和分箱宽度敏感性						
H1	循环区块 $L = 6$ / $L = 18$ 个月	−0.494	[−0.771, −0.233] / [−0.749, −0.215]	0.140 / 0.139	0.004 / 0.001	92,495
H1	排除期限 $>$ 3,650 天（13 张发票）	−0.376	[−0.569, −0.200]	0.092	0.001	92,488
H4	排除期限 $>$ 3，650 天（13 张发票）	1.209	[0.475, 2.101]	0.448	0.008	92,488
H4	添加滞后的直接到期日种子	1.248	[0.453, 2.105]	0.443	0.006	92,495
B面板：*R1 — 2021* 年独立流程排除						
H1	R1a：排除 2021 年快照日期	−0.392	[−0.681, −0.127]	0.141	0.005	76,222
H1	R1b：排除 2021 年原始队列并重建	−0.402	[−0.669, −0.135]	0.134	0.004	75,894
H2	R1b：排除 2021 年原始队列并重建	0.0073	[−0.0015, 0.0162]	0.0044	0.105	73,199
H3	R1b：排除 2021 年原始队列并重建	−0.125	[−0.554, 0.353]	0.241	0.584	132
H4	R1b：排除 2021 年原始队列并重新构建	0.740	[−0.209, 1.866]	0.525	0.162	75,894
面板 C：*R3* — 结构性阶段划分（*2012–2019* 与 *2020–2023*）						
H1	R3a：早期阶段（2012–2019；95 个月）	−0.375	[−1.214, 0.387]	0.417	0.367	12,725
H1	R3b：激增阶段（2020–2023；48 个月）	−0.344	[−0.536, −0.177]	0.084	0.001	79,770
H3	R3a：早期阶段（2012–2019年；95个月）	**−0.706**	[−0.841, −0.577]	0.104	**0.001**	95
H3	R3b：激增阶段（2020–2023年；48个月）	**+0.232**	[0.117, 0.354]	0.063	**0.001**	48
H4	R3b：激增阶段（2020–2023年；48个月）	0.801	[0.130, 1.805]	0.424	0.059	79,770
面板 D：*R4*——替代集中度，	缩尾处理和多发票筛选					
H1	R4a：香农交易对手熵	**+0.257**	[0.136, 0.400]	0.067	**0.001**	92,495
H1	R4b：CR1 最大交易对手份额	**−0.515**	[−0.814, −0.244]	0.148	**0.001**	92,495
H1	R4c：1%–99% 缩尾处理的连续变量	−0.462	[−0.642, −0.278]	0.089	0.001	92,495
H2	R4c：缩尾处理的连续变量（1%–99%）	0.0078	[−0.0047, 0.0195]	0.0060	0.187	89,032
H4	R4c：缩尾处理的连续变量（1%–99%）	1.639	[0.830, 2.512]	0.448	0.001	92,495
H1	R4d：多发票债务人（计数 ≥ 2）	**−0.334**	[−0.642, −0.053]	0.155	**0.031**	39,106
H2	R4d：多发票债务人（计数 ≥ 2）	0.0052	[−0.0059, 0.0141]	0.0049	0.279	37,577
H4	R4d：多发票债务人（计数 ≥ 2）	−0.094	[−0.527, 0.460]	0.265	0.719	39,106

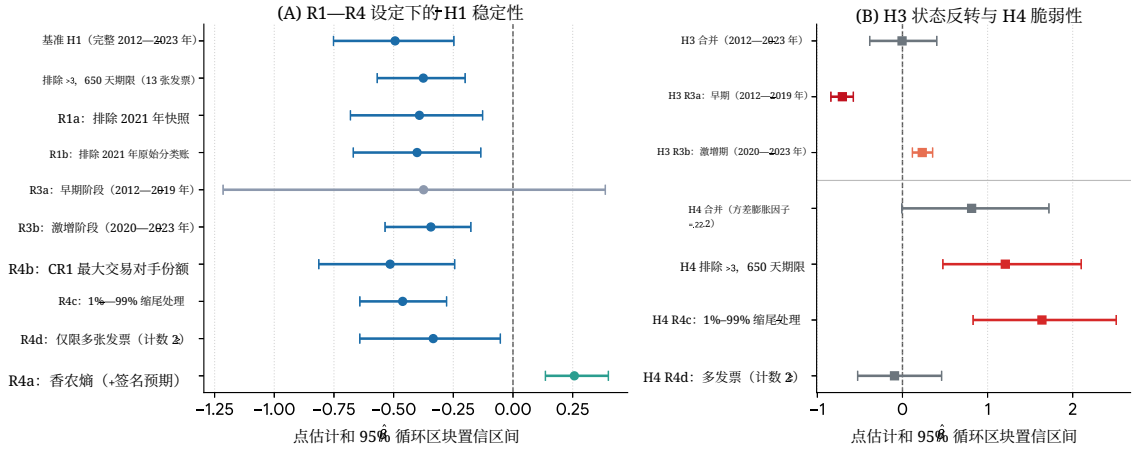


图9：扩展版 R1–R4 稳健性摘要。(A) 在 2021 年队列排除、制度分段、CR1 占比、缩尾处理和多发票筛选下，H1 始终稳定为负；在采用香农多样性熵时则明确转为正值。(B) 宏观H3在 2012–2019 (-0.706) 与 2020–2023 ($+0.232$) 之间发生显著的符号反转，而共线H4（方差膨胀因子 $= 22.2$）在排除单发票债务人后完全消失。

2023年。

最后，表 7和图 12 总结了基于95个留出日期、对下个月 $\log(1 + q_{i,\,t+1}^{\text{out}})$ 进行的12个月清除期样本外预测评估。在直接期限种子的基础上加入时间 MANE 后，同日期均方误差差异为 $+2.668$ （95% 分块置信区间$[-0.027, 7.954]$），未能优于单独使用期限种子。在2016年折中，极端未修剪误差（交易量均方根误差 $= 98.05$，相比之下截尾均方根误差为 $= 3.48$）在移除13条

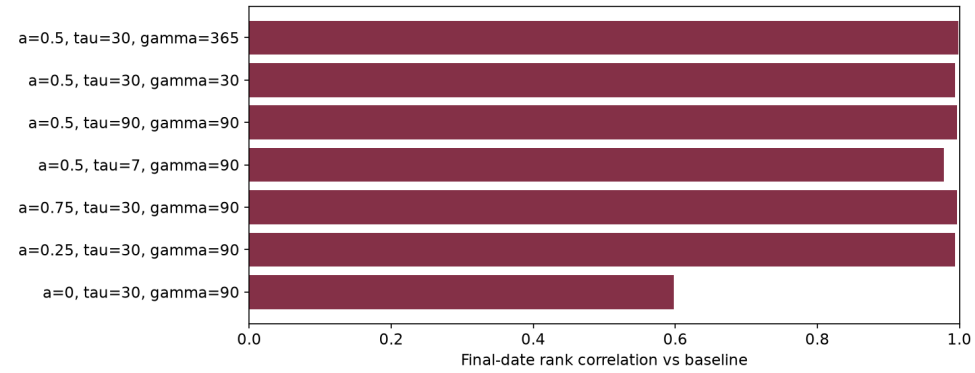


图10：在参数扰动（$n = 698$）下，最终日期的斯皮尔曼秩相关与基准时间 MANE（α =0.5，$\tau = 30$，$\gamma = 90$）的比较。

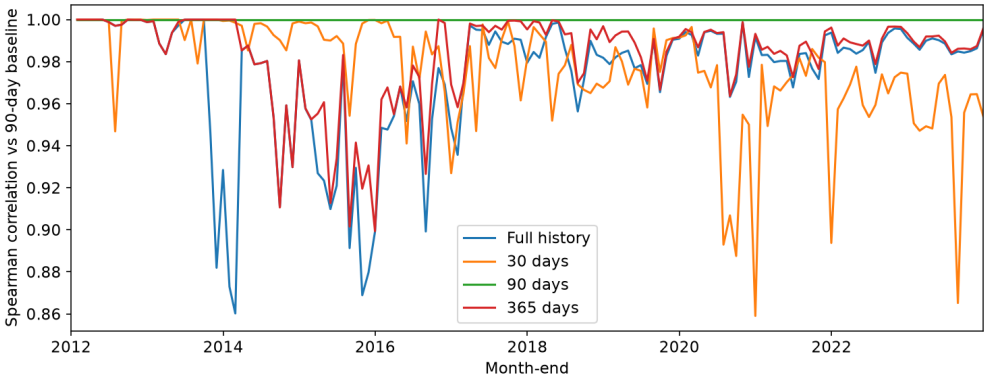


图11：滚动30天、90天、365天及全历史定期回溯窗口的月度共同公司的斯皮尔曼秩稳定性。

条极端持续时间记录后显著下降，使均方误差差异缩小至 $+0.067$ （95% 置信区间 $[-0.035, 0.194]$）。值得注意的是，简单的零参数持久性实现了具有竞争力的准确度（2016年截尾均方根误差 $= 1.878$；2017年均方根误差 $= 1.955$），这证实复杂的递归图特征应严格作为结构筛查诊断使用，而不应被预设为更优的短期预测工具。

表7：清除期外样本前向预测摘要（下月 $\log(1 + q^{\text{out}})$、12 个月时间清除期、95 个留出日期）。正的 ΔMSE 表示，与仅使用直接期限种子的模型相比，增强型 MANE 模型的误差更高。

评估机制 / 基准比较	点估计 95% 区块置信区间 2016折均方根误差			2017折均方根误差
Δ均方误差（种子+MANE减去种子，未修剪）	$+2.668$	$[-0.027,\ 7.954]$	9.513 对比 8.561	1.955 对比 1.952
Δ均方误差（种子+MANE 减去种子，不包括 > 3，650d）	$+0.067$	$[-0.035,\ 0.194]$	1.990 对比 1.866	1.955 对比 1.952
体积基线（未修剪 / 已修剪）	—	—	98.049 / 3.482	3.444 / 3.443
持久性基准（未修剪 / 已修剪）	—	—	1.876 / 1.878	1.955 / 1.955

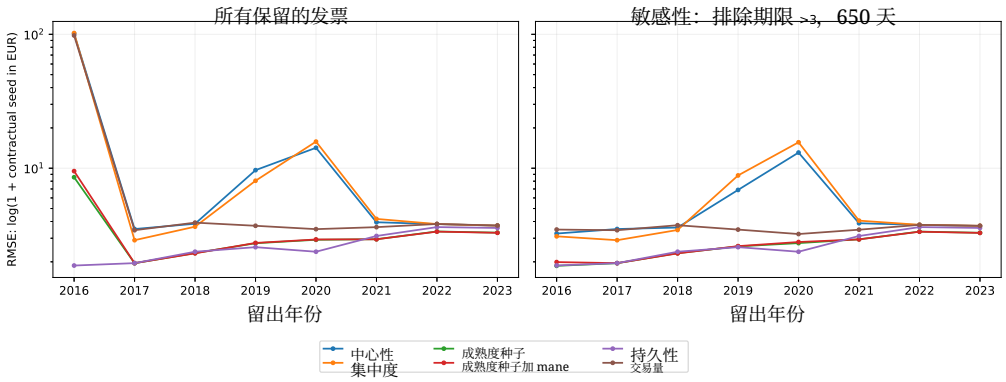


图12：在预测留出年份下个月 $\log(1+q^{\text{out}})$ 的均方根误差时，分别纳入和排除13份超长期合同（>3，650天），训练年份与测试年份之间设有12个月的清除期。

8 讨论、理论贡献与实践意义

我们的研究结果为计算网络科学、中小企业金融和去中心化供应链基础设施带来了四点实质性见解。首先，数据溯源、总体清理和固定效应内部共线性审计是首要的推断保障措施。若未将2024 年终端桥接数据分离，分析企业总体就会膨胀 9 家企业；若保留仅 13 条异常到期日记录（占所有行的 0.0017%），2016 年样本外交易量均方根误差就会增加 $28\times$；若忽视固定效应内部共线性（方差膨胀因子 $=22.22$），就会将缩尾处理下 H4 的正向峰值误判为真实的联合集中效应，尽管该效应在多发票债务人中完全消失（R4d：$p=0.719$）。

其次，方向性、期限匹配和邻居传播，构成了与发票总额截然不同的结构特征（$\rho=0.665$），且在微观层面具有稳健的一致性。假设1下的负向条件关联（$\hat{}\beta=-0.494$在排除 2021 年队列、采用香农熵 $+0.257$、CR1 占比 -0.515、缩尾处理 -0.462和多发票筛选-0.334后均得到验证）表明，在控制企业规模和固定效应后，分布于多个交易对手之间的多元化债务人，其邻居传播的期限风险敞口显著高于单一交易对手型专业企业。反之，在看似最优的二元核心—边缘模板中，核心—核心密度为零，这提醒我们不应将枢纽—星形启发式结构等同于凝聚的系统性核心（Borgatti 和 Everett，2000年；Eboli，2025年）。

第三，宏观层面的网络关系会随流动性阶段而变化，并非平稳。揭示假设3的状态反转方向相反——2012–2019年间显著为负（$\beta=-0.706$），而在 2020–2023 年间显著为正（$\beta=+0.232$）——这表明，将覆盖范围和宏观流动性时期各异的数据合并，可能在网络层面导致辛普森悖论。在稀疏的 2020 年前交易网络中，双向双边配对应对更平缓、错开的开票时间表；而在稠密的高价值 2020—2023年的网络中（年度互惠性达到 0.633），互惠商业枢纽则将合同到期日同步至共同结算窗口。

第四，对于中小企业供应链金融、多边清算和现实世界资产（*RWA*）代币化，合同发票图提供了一个可审计的上游筛查层，

可作为补充，但无法取代经核实的付款结果、现金储备和征信机构（Scattergood 和 Oléron-Evans，2026年）。在多边发票清算中（Esteva de la Rosa 和 Madugula，2026a，b），有向时序图可以提名候选的共同日期清算周期和路径，但实际的流动性缓解取决于可验证的剩余债权、法律可执行性和参与方同意。同样，在可解释人工智能驱动的去中心化借贷和动态贷款定价中（Madugula 等人，2026b，a，c），在用于链上定价或抵押规则之前，发票图集中度和到期日同步特征必须通过严格的无泄漏验证、共线性筛查、异常日期过滤和隐私保护披露审计。

9 局限性与未来研究

这些结果存在若干局限。首先，Mendeley Data 数据集（Estevade laRosa，2026年）反映的是行政申报记录，其年度覆盖范围各不相同，缺少2012年之前的初始存量，且另有一个单独整理的2021年队列，但没有公开的实体交叉对照表；虽然 R1 证实了假设1在剔除2021年数据后仍然稳健，但时间聚合数据仍将经济演变与行政覆盖范围变化混在一起。其次，合同到期日并未记录实际结算时间戳、部分付款、争议、贷项通知单或企业违约，数据结构也未披露企业规模、行业或银行融资便利。第三，循环日期得分区块自助法在观测到的面板数据条件下处理了时间序列相关性和日期内横截面依赖性，但无法重现完整的图重构不确定性；此外，大型图的年度中介中心性依赖于64源抽样，未来研究还应将 Louvain 聚类与 Leiden（Traag 等人，2019年）及随机核心–边缘区块模型进行对照评估。

后续研究的有前景方向包括：(i) 将合同型 MANE 诊断与外部实际付款延迟数据及企业破产登记库相连接；(ii) 在成员推断威胁模型下评估隐私保护图嵌入（Madugula 等人，2026b）；(iii) 针对 R3 中发现的 2012–2019 年与 2020–2023 年互惠性—期限转换，构建形式化的机制转换模型；以及 (iv) 将期限集中度信号纳入事前多边清算和风险加权资产动态贷款定价框架（Esteva de la Rosa 和 Desmukh，2026年；Madugula 等人，2026c）。

10 结论

对75,343家企业的749,952张原子级商业发票进行分析（总额达997.05亿欧元）表明，贸易信贷义务的金额分布极度偏斜（基尼系数 $= 0.9742$；金额最高的1%占总额的81.41%），且具有丰富的有向时序结构，而年度交易量总额无法呈现这一结构。在采用循环区块推断和 Holm–Bonferroni 校正的严格双向固定效应面板分析中，滞后债务人交易对手集中度越高，与到期日感知网络风险敞口越低之间存在稳健关联（$\beta = -0.494$，$p_{\text{Holm}} = 0.004$）——这一关系在排除2021年队列、以香农熵和 CR1 替代、进行1%–99%缩尾处理以及采用多发票筛选后依然成立。相反，我们扩展的 R2–R4诊断证明，H4 的

正向敏感性源于严重的固定效应内多重共线性（方差膨胀因子 $= 22.22$）和单发票边界效应，而合并宏观 H3 掩盖了2012–2019年（-0.706）与2020–2023年（$+0.232$）之间明显的机制符号反转。由于清除期为12个月的样本外预测显示，在直接期限种子中加入 MANE 并未稳健地降低误差，因此，期限感知时序图分析最适合作为透明、可复现的筛查与数据审计工具，应用于多层中小企业信贷、多边清算和风险加权资产融资架构。

数据可用性、伦理与声明

数据与代码可用性。 本研究分析的主要伪名化数据集已公开存档于 Mendeley Data，采用知识共享署名 4.0 国际（CC BY 4.0）许可： Estevade la Rosa (2026年)，数字对象标识符：10.17632/28rbmvwsm9.1。配套的数据整理工具和发票图软件可在以下地址公开获取：https://github.com/peplluis7/onemillioninvoices。所有分析脚本——包括基线流程和扩展的 R1–R4 稳健性套件（`paper1_extended_R1_R4_robustness.py`）——以及复现 Mendeley 主文件中所有图表所需的精确到分的审计日志和汇总表，均收录于复现档案中。

伦理与隐私声明。 所有发票记录在通过 Mendeley Data 公开发布前均已进行伪名化，未包含任何公司名称、税务／增值税标识符或可逆交叉对照表。由于精确的交易日期、金额和图邻域仍可能带来间接关联风险，因此未尝试重新识别任何实体，且本文报告的所有企业层面风险敞口排名均已进一步屏蔽（`Entity-01`–`Entity-10`,`Entity-PR1`）。

关于写作和分析过程中使用生成式人工智能及人工智能辅助技术的声明。 根据出版商的合理使用政策和科研诚信政策，作者声明曾使用生成式人工智能工具协助稿件审阅、语言编辑、引文核验和分析代码审计。所有实证计算、统计分析、解读和结论均由作者独立审阅、核实并批准；作者对已发表作品的诚信和准确性承担全部责任。

CRediT 作者贡献。 *Sai Srikanth Madugula*： 概念构思、研究方法、形式分析、软件、验证、撰写——初稿、撰写——审阅与编辑。*Peplluis Esteva de la Rosa*： 数据整理、概念构思、监督、验证、撰写——审阅与编辑。*Daya Shankar*： 监督、验证、形式分析审阅、撰写——审阅与编辑。

资金支持。 本研究未获得来自公共、商业或非营利部门资助机构的专项资助。

利益冲突声明。 作者声明，他们不存在任何已知的竞争性经济利益或个人关系，可能会影响本文所报告的研究工作。

数据字典与仓库架构

表 8 记录了主CSV文件的八个字段 `pseudonymized_atomic_invoice_records_2012_2024-02-08.csv` 存档于 doi:10.17632/28rbmvwsm9.1 (Esteva dela Rosa, 2026年），并由配套代码仓库处理 https://github.com/peplluis7/onemillioninvoices。

表8：主原子发票文件的架构定义（SHA-256： `e139b8dc...bcc1a88`）。

列名	类型 / 格式	分析数据角色与不变性检查
`invoice_code`	字符串（唯一ID）	原子主键；已验证 751,192 行中零重复项。
`debtor_code`	字符串（伪名）	有向边源点 d_i；已验证 $d_i \neq c_i$ （零自环）。
`creditor_code`	字符串（伪名）	有向边目标点 c_i；2012—2023年并集中的独立企业有 75,343 家。
`amount_cents`	正整数	精确欧元分（> 0）；使用任意精度整数求和。
`issue_date`	ISO 8601 日期	合同开具日 s_i；已转换为整数纪元日。
`due_date`	ISO 8601 日期	合同到期日 $u_i \geq s_i$；13 条记录 > 3，标记为 650 天。
`issue_cohort`	整数年份	s_i的日历年；所有行均已核验为完全匹配。
`analysis_role`	类别型	`issue_cohort` （2012—2023年， $N = 749,\ 952$）与 `terminal_bridge_only` （2024， $N = 1,\ 240$）。

B 数学推导与谱界

由于 C_t^r的每一行要么全为零，要么行和为一，因此 $\|C_t^r\|_\infty \leq 1$，这意味着对于 $\alpha \in [0, 1$，有 $\|\alpha C_t^r\|_\infty \leq \alpha < 1$）。根据巴拿赫－诺伊曼级数定理，$(I - \alpha C_t^r)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha^k (C_t^r)^k$ 存在，逐元素非负，并满足

$$\|M_t^r\|_\infty \leq (1-\alpha) \sum_{k=0}^{\infty} \alpha^k \|C_t^r\|_\infty^k \|q_t^r\|_\infty \leq (1-\alpha) \frac{1}{1-\alpha} \|q_t^r\|_\infty = \|q_t^r\|_\infty. \tag{9}$$

对于时间 MANE，由于$a_j = \alpha \exp[-(t_j - t_{j-1})/\gamma] \in [0, \alpha]$ 且$z_{t_1}^r = q_{t_1}^r$，通过归纳可得

$$\|z_{t_j}^r\|_\infty \leq (1-a_j)\|q_{t_j}^r\|_\infty + a_j \|C_{t_j}^r\|_\infty \|z_{t_{j-1}}^r\|_\infty \leq \max_{1 \leq m \leq j} \|q_{t_m}^r\|_\infty. \tag{10}$$

最后，将所有金额 a_i 乘以 $c > 0$ ，会使 W_{vw} 和 q_v^r 乘以 c，同时保持按行归一化的 C_t^r 不变；因此 $M_t^r(c\mathbf{a}) = cM_t^r(\mathbf{a})$，且 $z_{t_j}^r(c\mathbf{a}) = cz_{t_j}^r(\mathbf{a})$。

C 特征定义与分析数据粒度

四种不同的分析粒度可避免分母混淆：(1) 发票粒度 （749,952行），用于审计不变量、面值基尼系数和持续时间分位数；(2) 年度发行批次图粒度 （12个年度有向图），用于计算PageRank、介数中心性、强连通分量特征向量、Louvain模块度、 k-核和核心–边缘结构诊断；(3) 企业-月份计划面板粒度 （滚动 ℓ天计划窗口内的活跃企业，限制为严格连续的滞后期；H1/H4对应92,495个企业-月份，H2对应89,032个；采用R4d多发票筛选条件后为39,106个）；以及(4) 月度系统汇总粒度 （$N = 143$ 个月度转移；2012–2019年有95个，2020–2023年有48个），用于H3和频次/窗口稳定性比较。

D 完整的计量经济学与区块自助法方法论 y

H1、H2和H4中的固定效应（μ_i，λ_t）通过交替去均值予以吸收，直至最大残差变化低于 10^{-8}。令$\mathbf{s}t = \sum_{i\in\mathcal{N}_t} \tilde{\mathbf{x}}i,\ t-1\hat{e}_{i,\ t}$ 表示组内变换回归中按日期t 聚合的估计方程得分向量。循环区块自助法抽样（$B = 999$，主要区块长度为 $L = 12$个月）按 T取模，对整组日期得分向量的连续区块进行重抽样，以构造基于中心化得分的 p值及百分位置信区间；该方法既保留任意同期跨公司相关性，也考虑重叠窗口间的序列相关性。同时并行计算日期层面的Newey–West HAC标准误，作为分析上的交叉核验；R2 VIF诊断通过求逆$\mathbf{X}$的标准化相关矩阵来进行，其中$\mathbf{X}$为组内去均值设计矩阵。

E 扩展参数网格与比较指标相关性

表 9 详细说明了完整的最终日期参数扰动网格和比较指标秩相关性，用于补充图 8–11。

表 9：完整参数敏感性网格与最终日期比较指标相关性（2023年12月31日，90 天预定快照）。

比较项 / 参数设置	参数（α，τ，γ）	共同企业	斯皮尔曼 ρ
无网络递归（$\alpha = 0$）	(0.00,30，90)	698	0.598
较低阻尼（$\alpha = 0.25$）	(0.25，30,90)	698	0.994
较高阻尼 ($\alpha = 0.75$)	(0.75,30，90)	698	0.997
短期成熟度衰减 ($\tau = 7$d)	(0。50，7，90)	698	0.979
长期成熟度衰减 ($\tau = 90$d)	(0。50，90，90)	698	0.996
短期记忆衰减（$\gamma = 30$天）	(0.50,30，30)	698	0.994
长期记忆衰减（$\gamma = 365$天）	(0.50，30,365)	698	0.999
时间 MANE 与快照预解式	基准	698	0.969
时间 MANE 与总关联价值	基准	698	0.665
时间 MANE 与入向 PageRank	基准	698	0.343
时间 MANE 与角色平衡	基准	698	0.343
时间 MANE 与直接出向种子 (q^{out})	基准	698	0.286
时间 MANE 与债务人交易对手 HHI	基准	587	0.040
时间 MANE 与债务人期限 HHI	基准	587	−0.163

F 软件流水线与 GitHub 架构

实证流水线在 Python 中离线运行（$\geq$ 3.11； `pandas`, `numpy`, `scipy`, `networkx`,`matplotlib`），由五个模块化脚本组成，并链接到位于 https://github.com/peplluis7/onemillioninvoices的上游数据整理仓库：

1. `paper1_empirical_selftest.py`：合成单元测试，用于验证精确整数稀疏和、HHI 边界情况、MANE 谱递归界以及分块索引。

2. `paper1_empirical_analysis.py`：主 CSV SHA-256 校验、图构建、月度面板组装、假设1–假设4 循环分块自助法估计，以及为期 12 个月的清除式前向预测。

3. `paper1_extended_checks.py`：极端账期排除（> 3，650 天）、期限分箱宽度（1，7、30 天），以及种子控制的 H4 敏感性分析。

4. `paper1_extended_R1_R4_robustness.py`：独立的 R1–R4 稳健性套件执行 2021 年队列排除（快照和原始分类账）、组内固定效应方差膨胀因子／条件数诊断、2012–2019 与 2020–2023 制度分段、香农熵、CR1 占比、1%–99% 缩尾处理，以及多发票（计数 ≥ 2）面板数据重新估计。

5. `paper1_empirical_diagnostics.py`：逐行进行年度文件核对、ARPACK 强连通分量特征向量残差检验，以及按度排序的核心—边缘模板拟合。

G 概念框架与流水线架构

独立的 Mermaid 源定义（`paper1_empirical_conceptual.mmd`和 `paper1_empirical_pipeline.mmd`）存档于 `replication/`。在概念上，原子发票映射至有向加权契约层（债务人／债权人强度、角色平衡，以及交易对手和期限分箱的赫芬达尔—赫希曼指数、CR1 和熵度量），并输入静态预解算子和递归式 temporalMANE 算子；下游阶段则在进行任何融资或代币化解读之前，执行 12 个月清除期的时间验证、R1–R4 结构审计和披露屏蔽。

H 可复现性协议

若要独立复现所有实证结果：（1）从 `pseudonymized_atomic_invoice_records_2012_2024-02-08.csv`Mendeley Data（doi:10.17632/28rbmvwsm9.1）下载并验证 SHA-256 `e139b8dc75b7334d243874b6ebdaf1798c9969038b193f7eb4cd0e873bcc1a88`；（2）从 https://github.com/peplluis7/onemillioninvoices克隆上游工具；（3）在隔离的 Python ≥ 3.11 环境中安装依赖项；（4）依次针对私有输出目录运行 `paper1_empirical_analysis.py`、`paper1_extended_checks.py`、`paper1_empirical_diagnostics.py`和 `paper1_extended_R1_R4_robustness.py`（R1–R4 套件耗时≈ 31秒；完整多频率流水线耗时 ≈ 508 秒）。年度拆分文件必须严格仅用于对账诊断，绝不得追加至主分类账。

参考文献

Daron Acemoğlu、Asuman Ozdaglar 和 Alireza Tahbaz-Salehi。《金融网络中的系统性风险与稳定性》。*American Economic Review*，105(2):564–608，2015。数字对象标识符：10.1257/aer.20 130456。

Francesca Arrigo、Desmond J. Higham、Vanni Noferini 和 Ryan Wood。动态 Katz 及相关网络度量。《线性代数及其应用》，649:1–30，2022年。数字对象标识符：10.101 6/j.laa.2022.05.002。

Hossein Asgharian、Dominika Krygier 和 Anders Vilhelmsson。系统性风险与中心性：交互作用的角色。*European Financial Management*，28(5):1199–1226，2022年。数字对象标识符：10.1 111/eufm.12334。Alain Barrat、Marc Barthélemy、Romualdo Pastor-Satorras 和 Alessandro Vespignani。复杂加权网络的架构。美国国家科学院院刊，101(11):3747–3752，2004年。数字对象标识符：10.1073/pnas.0400087101。Claudia Berloco、Gianmarco De Francisci Morales、Daniele Frassineti、Greta Greco、Hashani Kumarasinghe、Marco Lamieri、Emanuele Massaro、Arianna Miola 和 Shuyi Yang。预测企业信用风险：通过贸易信贷实现网络传染。*PLOS ONE*，16(4):e0250115，2021年。数字对象标识符：10.1371/journal.pone.0250115。Vincent D. Blondel、Jean-Loup Guillaume、Renaud Lambiotte 和 Etienne Lefebvre。在大型网络中快速展开社群。*Journal of Statistical Mechanics: Theory andExperiment*，2008(10):P10008，2008年。数字对象标识符：10.1088/1742-5468/2008/10/P10008。Phillip Bonacich。权力与中心性：一组度量。*American Journal of Sociology*，92(5):1170–1182，1987年。数字对象标识符：10.1086/228631。Stephen P. Borgatti 和 Martin G. Everett。核心—边缘结构模型。*Social Net-works*，21(4):375–395，2000年。数字对象标识符：10.1016/S0378-8733(99)00019-2。Ulrik Brandes。一种更快的介数中心性算法。*Journal of Mathematical Sociology*，25(2):163–177，2001年。数字对象标识符：10.1080/0022250X.2001.9990249。Sergey Brin 和 Lawrence Page。大型超文本网络搜索引擎的剖析。*Computer Networks and ISDN Systems*，30(1–7):107–117，1998年。数字对象标识符：10.1016/S0169-7552(98)00110-X。Mike Burkart 和 Tore Ellingsen。实物融资：贸易信贷理论。*American EconomicReview*，94(3):569–590，2004年。数字对象标识符：10.1257/0002828041464579。A. Colin Cameron、Jonah B. Gelbach 和 Douglas L. Miller。采用多维聚类的稳健推断。*Journal of Business & Economic Statistics*，29(2):238–249，2011年。数字对象标识符：10.1198/jb es.2010.07136。Liang Chen。代币化赋能的可持续深层供应链金融。*InternationalJournal of Production Research*，64(15):6351–6373，2026年。数字对象标识符：10.1080/00207543.2026.262319 5。Aaron Clauset、Cosma Rohilla Shalizi 和 Mark E. J. Newman。经验数据中的幂律分布。《*SIAM*评论》，51(4):661–703，2009年。数字对象标识符：10.1137/070710111。Ewan R. Colman 和 Nathan Charlton。在基于游走的网络中心性中区分时间效应与拓扑效应。*Physical Review E*，93(6):062317，2016年。数字对象标识符：10.1103/PhysRevE.9 3.062317。

Marc Deloof. 营运资本管理是否会影响比利时企业的盈利能力？《商业金融与会计杂志》, 30(3–4):573–588, 2003. doi: 10.1111/1468-5957.00008. Mario Eboli. 集中式银行间网络中的系统性风险。《金融稳定期刊》, 81: 101471, 2025. doi: 10.1016/j.jfs.2025.101471. Larry Eisenberg 和 Thomas H. Noe. 金融系统中的系统性风险。《管理科学》, 47(2):236–249, 2001. doi: 10.1287/mnsc.47.2.236.9835. Peplluis Esteva de la Rosa. 原子式共同日发票清算：匿名化发票记录及可复现性数据，2012—2023年。Mendeley Data，版本 1（CC BY 4.0）；配套代码： https://github.com/peplluis7/onemillioninvoices，2026年。

Peplluis Esteva de la Rosa 和 Amogh Desmukh。供应商选择中应付款减免与补偿时机的事前估算。*arXiv* 预印本 *arXiv:2609.07293*，2026年。数字对象标识符：10.48550/arXiv.2609.07293。

Peplluis Esteva de la Rosa 和 Sai Srikanth Madugula。因果每日日程安排下的原子共同日发票清算：路径启用与有界环策略。*arXiv* 预印本 *arXiv:2608.23060*，2026a。数字对象标识符：10.48550/arXiv.2608.23060。

Peplluis Esteva de la Rosa 和 Sai Srikanth Madugula。发票图上的多边清算：路径启用补偿与环限制净额结算。*arXiv* 预印本 *arXiv:2606.26126*，2026b。数字对象标识符：10.48550/arXiv.2606.26126。

Daniela Fabbri 和 LeoraF. Klapper。议价能力与贸易信贷。《公司金融期刊》，41：66–80，2016。数字对象标识符：10.1016/j.jcorpfin.2016.07.001。

Giorgio Fagiolo。复杂有向网络中的聚类。*Physical Review E*，76(2)：026107，2007。数字对象标识符：10.1103/PhysRevE.76.026107。

Linton C. Freeman。社会网络中的中心性：概念澄清。*Social Networks*，1 (3)：215–239，1978。数字对象标识符：10.1016/0378-8733(78)90021-7。

Edoardo Gaffeo、Lucio Gobbi 和 Massimo Molinari。金融网络中净额结算的经济学。《经济互动与协调期刊》，13(3)：559–583，2018。数字对象标识符：10.1007/s11403-018-0226-7。

Luca Mattia Gelsomino、Riccardo Mangiaracina、Alessandro Perego 和 Angela Tumino。供应链金融：文献综述。《国际实物配送与物流管理期刊》，46(4):348–366，2016年。数字对象标识符：10.1108/IJPDLM-08-2014-0173。

Fotis Grigoris、Yunzhi Hu 和 Gill Segal。交易对手风险：对网络关联和资产价格的影响。《金融研究评论》，36(5):1976–2022，2022年。数字对象标识符：10.1093/rfs/hhac 069。

Peter Grindrod 和 Desmond J. Higham。《动态网络摘要的矩阵迭代》。《*SIAM*评论》，55(1):118–128，2013年。数字对象标识符：10.1137/110855715。

Peter Grindrod、Mark C. Parsons、Desmond J. Higham 和 Ernesto Estrada。演化网络中的可通信性。*Physical Review E*，83(4):046120，2011年。数字对象标识符：10.1103/PhysRevE.8 3.046120。Minhao Gu、Peizhi Zhang、Rui Chang、Wai Fong Boh 和 Baofeng Huo。区块链实施对收到的和提供的贸易信贷的影响。*IEEE Transactions onEngineering Management*，2026年。数字对象标识符：10.1109/TEM.2025.3640643。Hitoshi Hayakawa。金融网络中的流动性。*Computational Economics*，54(4):1473–1498，2019年。数字对象标识符：10.1007/s10614-019-09895-x。Sture Holm。一种简单的序贯拒绝式多重检验程序。*Scandinavian Journal ofStatistics*，6(2):65–70，1979年。Petter Holme 和 Jari Saramäki。时序网络。*Physics Reports*，519(3):97–125，2012年。数字对象标识符：10.1016/j.physrep.2012.03.001。

Ilias Ioannou 和 Gökhan Demirel。区块链与供应链金融：运营、金融与法律交叉领域的批判性文献综述。*Journal of Banking and FinancialTechnology*，6(1)：83–107，2022年。数字对象标识符：10.1007/s42786-022-00040-1。

Fu Jia、Tianyu Zhang、Lujie Chen 和 Chenho Chao。供应链金融平台如何采用区块链以实现更优的服务绩效？信息处理视角。*Supply Chain Management: An International Journal*，31(3)：446–465，2026年。数字对象标识符：10.1108/SCM-06-2025-0507。

Leo Katz。基于社会计量分析的新地位指数。*Psychometrika*，18(1)：39–43，1953年。数字对象标识符：10.1007/BF02289026。

Hyoungshick Kim 和 Ross Anderson。复杂网络中的时间节点中心性。*PhysicalReview E*，85(2)：026107，2012。数字对象标识符：10.1103/PhysRevE.85.026107。

Hans R. Künsch. 面向一般平稳观测的刀切法与自助法。*TheAnnals of Statistics*，17(3):1217–1241，1989。数字对象标识符：10.1214/aos/1176347265。

Ohsung Kwon、Sung-guan Yun、Seung Hun Han、Yang Hon Chung 和 Duk Hee Lee。企业间信用网络的网络拓扑与系统重要性企业。*ComputationalEconomics*，51(4):847–864，2018。数字对象标识符：10.1007/s10614-017-9648-x。

Jungwon Lee、Duk Hee Lee 和 Sung-guan Yun。贸易信贷系统中的系统性风险：有形互联性。*Computational Economics*，48(4):539–565，2016。数字对象标识符：10.100 7/s10614-015-9534-2。

Jiaye Li 和 Laiqun Jin。供应链金融及其对缓解企业投资与融资之间期限错配的影响：中国的经验证据。*Applied EconomicsLetters*，2024。数字对象标识符：10.1080/13504851.2024.2424951。

Sai Srikanth Madugula、Peplluis Esteva de la Rosa 和 Daya Shankar。以太坊上由可解释人工智能驱动的动态贷款定价：整合 SHAP 可解释风险模型、反向凯利自动做市商和区块链信任机制。*Preprints.org*，2026a。数字对象标识符：10.20944/preprin ts202605.1749.v1。

Sai Srikanth Madugula、Peplluis Esteva de la Rosa 和 Daya Shankar。《用于去中心化信用评分的无数据泄漏可解释人工智能：一种可通过 SHAP 解读的违约预测方法》。*Preprints.org*，2026b。数字对象标识符：10.20944/preprints202606.0556.v1。

Sai Srikanth Madugula、Peplluis Esteva de la Rosa 和 Daya Shankar。《去中心化金融中的动态利率发现：一种用于风险调整型借贷的反向凯利自动做市商》。*arXiv* 预印本 *arXiv:2607.04178*，2026c。数字对象标识符：10.48550/arXiv.2607.04178。

Mehdi Naima。最短游走变体上的时间介数中心性。《应用网络科学》，10:14，2025。数字对象标识符：10.1007/s41109-024-00685-5。

Mark E. J. Newman。复杂网络的结构与功能。《*SIAM*评论》，45(2)：167–256，2003。数字对象标识符：10.1137/S003614450342480。

Jukka-Pekka Onnela、Jari Saramäki、János Kertész 和 Kimmo Kaski。加权复杂网络中模体的强度与一致性。*Physical Review E*，71(6):065103，2005。数字对象标识符：10.110 3/PhysRevE.71.065103。

Tore Opsahl、Filip Agneessens 和 John Skvoretz。加权网络中的节点中心性：度与最短路径的推广。*Social Networks*，32(3):245–251，2010。数字对象标识符：10.1016/ j.socnet.2010.03.006。

Jun'ichi Ozaki、Eduardo Viegas、Hideki Takayasu 和 Misako Takayasu。整合结构演化与货币流模型的企业间贸易网络，重现所有主要经验规律。*Scientific Reports*，14(1):4628，2024。数字对象标识符：10.1038/s41598-024-54719-0。

Mitchell A. Petersen 和 Raghuram G. Rajan。贸易信贷：理论与证据。《金融研究评论》，10(3):661–691，1997。数字对象标识符：10.1093/rfs/10.3.661。

Dimitris N. Politis 和 Joseph P. Romano。平稳自助法。美国统计学会会刊，89(428):1303–1313，1994。数字对象标识符：10.1080/01621459.1994.10476870。

Yaniv Proselkov、Jie Zhang、Liming Xu、Erik Hofmann、Thomas Y. Choi、Dale S. Rogers 和 Alexandra Brintrup。复杂适应性供应网络中的金融涟漪效应：基于主体的模型。*International Journal of Production Research*，62(3):823–845，2023年。数字对象标识符：10.1080/00207543.2023.2173509。

Mohamad Sadegh Sangari、Kar Wai So 和 Atefeh Mashatan。打破常规：追求去中心化贸易与供应链金融。《工业管理与数据系统》，125 (1):279–305，2025。数字对象标识符：10.1108/IMDS-03-2023-0197。

Joe Scattergood 和 Thomas Oléron-Evans。金融中的多层网络：系统综述。《应用网络科学》，11，2026年。数字对象标识符：10.1007/s41109-026-00816-0。

Stephen B. Seidman。网络结构与最小度。*Social Networks*，5(3):269–287，1983年。数字对象标识符：10.1016/0378-8733(83)90028-X。Claude E. Shannon。通信的数学理论。*Bell System Technical Journal*，27(3):379–423，1948年。数字对象标识符：10.1002/j.1538-7305.1948.tb01338.x。Tiziano Squartini、Francesco Picciolo、Franco Ruzzenenti 和 Diego Garlaschelli。加权网络的互惠性。*Scientific Reports*，3:2729，2013年。数字对象标识符：10.1038/srep02729。

Sairam Sriraman, David Wuttke, Volodymyr Babich 和 Eve D. Rosenzweig。区块链赋能的供应链融资（区块链供应链融资）。*Production and Operations Management*，2026年。数字对象标识符：10.1177/10591478261422989。

Vincent A. Traag、Ludo Waltman 和 Nees Jan van Eck。从 Louvain 到 Leiden：确保形成紧密连接的社区。*Scientific Reports*，9:5233，2019年。数字对象标识符：10.1038/s41598-0 19-41695-z。

Xin Wang 和 Feng Xu。智能合约在贸易融资中的价值。*Manufacturing & ServiceOperations Management*，25(6):2056–2073，2022年。数字对象标识符：10.1287/msom.2022.1126。

Dong Yang、Lei Wang 和 Yu Xiong。用于贸易信贷决策的同伴行为的非对称行业传染效应。*International Journal of Production Research*，2025。数字对象标识符：10.1080/00207543.2025.2579762。

Tiesheng Zhang、Ying Wang 和 Xiangfei Zeng。供应商集中度与债务期限结构。*Business Process Management Journal*，30(2):490–513，2024。数字对象标识符：10.1108/BPMJ - 06-2023-0475。