哪种模型应纳入优化循环？使用质量-多样性算法评估网络拓扑优化的适应度函数

Paul Bannm¨uller*、Olayiwola Arowolo*、Jochen Stiasny*、Jochen Cremer* **
* 代尔夫特理工大学电气可持续能源系，荷兰代尔夫特
** 奥地利技术研究院有限公司，奥地利维也纳
p.e.bannmuller@tudelft.nl

arXiv:2611.28915v1 [cs.NE] 21 Nov 2026

摘要——网络拓扑优化（NTO）通过重新调整输电系统中的潮流路径，可降低再调度成本。针对NTO这一复杂的组合优化问题，利用多样性的无梯度优化算法已展现出良好的效果。这些算法依赖适应度函数频繁评估候选拓扑。近期研究表明，基于快速直流潮流的适应度函数可用于此目的。然而，直流潮流适应度函数可能会误判拓扑的成本和可行性，进而导致错误的运行决策。因此，了解适应度函数精度对优化性能的影响至关重要。本研究比较了基于直流潮流、交流潮流、直流最优潮流和交流最优潮流的四种适应度函数的优化性能。此外，我们提出一种基于排序的指标，用于估计适应度函数在精心整理的数据集上的优化性能。案例研究涵盖包含50个拥塞运行点的IEEE 118节点算例，以及用于验证的793节点算例。结果表明，在优化循环中，基于最优潮流的适应度函数优于基于潮流的适应度函数。此外，结果显示，该指标能够预测各适应度函数优化性能的排序，但前提是精心整理的数据集与优化搜索路径之间的分布偏移较小。

索引词—拓扑优化、MAP-Elites、最优潮流、质量—多样性

I. 引言

间歇性能源发电、电气化以及大型负荷的增加，加剧了输电系统中的拥塞。在欧盟，输电系统运营商（TSO）通过采取补救措施应对拥塞，通常的做法是对发电机进行再调度。这种再调度使电力成本增加了54亿欧元 2025 [2]。网络拓扑优化（NTO）旨在通过线路切换、拆分母线或重新配置

变电站 [3]。

寻找最优拓扑是一个复杂的组合问题，可建模为混合整数规划 [3]。然而，潮流方程引入了非凸约束，形成无法大规模求解的混合整数非线性规划（MINLP）。采用线性或凸（例如，二阶锥）潮流近似可加快优化速度，但可能导致次优或

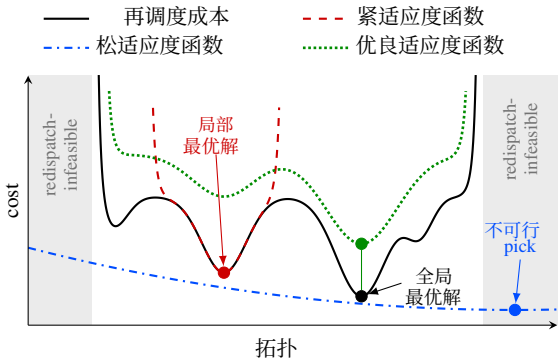


图 1. 改编自 [1]的拓扑空间中适应度函数的示意性失效模式。紧适应度函数排除了全局最优解，松适应度函数将再调度不可行的拓扑评为最佳，而优良适应度函数尽管存在偏移，仍能像再调度成本一样对拓扑进行排序。

不可行解 [4]。基于学习的方法通常依赖标记数据，而获取这些数据需要求解混合整数非线性规划（MINLP） [5]。无需标记数据的方法（如无监督学习）仍需简化并求解 MINLP 以进行训练 [5]；而强化学习则难以应对庞大的组合动作空间，并且高度依赖启发式方法来缩减该空间 [6]。

离散拓扑空间上的无梯度优化算法通常用于缩减动作空间 [6],[7], ，也用于直接寻找解决方案 [8]–[10]。这些算法依赖适应度函数对候选拓扑进行频繁评估。德国输电系统运营商 50Hertz 和比利时输电系统运营商 Elia 最近发布了 ToOp [9], 这一 NTO工具，并在其电网运行中对其进行测试。ToOp 采用质量-多样性算法 MAP-Elites——一种维护多样化解决方案档案集（称为精英解）的遗传算法——并结合基于分布因子的低秩更新、高度并行化的直流潮流（DCPF）计算 [11]。ToOp 集成到输电系统运营商当前的工作流程中：首先基于经济调度优化拓扑，然后在后续步骤中优化再调度。

这种工作流设置有两个缺点。首先是

这篇预印本目前正在接受同行评审。

目标不匹配：最小化直流过载并不一定能找到相较于基准拓扑可降低再调度成本或满足交流可行性的拓扑 [8], [12]。质量多样性优化在一定程度上缓解了这一问题，因为多样化的精英解集可以吸收模型误差，但无法提供任何保证 [13], [14]。其次，拓扑优化与再调度解耦，导致解并非最优 [15]。

当前研究致力于加速交流公式，并开发学习型代理模型，以更快地求解潮流和最优潮流任务，从而减少优化循环中的模型误差。相关示例包括基于 GPU 的交流潮流 [8], [16]以及机器学习交流最优潮流（ACOPF）代理模型 [17], [18]。

代理辅助优化算法领域的文献表明，基于比较的优化器需要的是排序能力强的代理模型，而不一定是近似误差低的代理模型 [1], [19], [20]。这一范式也可应用于 NTO 中的适应度函数：适应度函数不必准确，但必须能够以与真实再调度成本一致的方式对拓扑进行排序，如图 1 所示。然而，据作者所知，目前尚无可用于开发适应度函数、以评估 NTO 优化性能的指标。

本文有两项贡献：

- 我们比较了基于 DCPF、ACPF、DCOPF 和 ACOPF 的四种适应度函数在 ToOp 的 MAP-Elites 中的优化性能，并观察了多样化精英解集对优化性能的影响。
- 我们提出了一种排序指标，用于估计适应度函数的优化性能，并观察到用于计算该指标的数据集与优化搜索路径之间存在分布偏移问题。该指标有助于未来的研究人员和实践者为这一问题选择并开发合适的适应度函数。

二、方法

A. 网络拓扑优化问题表述

在本研究中，我们将 NTO 问题表述为寻找使再调度成本最小化的拓扑。对于拓扑z，令 $g_m(x,\ u;z)\ =\ 0,\ m\ \in\ \{$ AC，DC$\}$ 表示 pandapower 中采用调度 $u\ =\ P_g$时的潮流方程。在 AC 中，g_{AC} 表示状态 $x=(\theta,\ V,\ Q_g)$下的节点有功与无功功率平衡；g_{DC} 是其无损线性近似，其中 $V=1$ pu，且 $x=\theta$。我们用 ϕ_ℓ 表示 AC 中线路 ℓ:S_ℓ 上的潮流，在 DC 中则用 P_ℓ 表示。基于 z 的 OPF 为

$$C_m(z)=\min_{x,u}\sum_g c_g(P_g)\ \text{s.t.}\ g_m(x,u;z)=0,\ h_m(\cdot)\le 0, \tag{1}$$

其中，h_m 包含线路限值 $|\phi_\ell|\le S_\ell$、$\overline{P}_g$ 上的发电机限值，以及在交流情况下 V和 Q_g的限值。分区电力市场通过经济调度 u^{e}出清，即仅满足全系统功率平衡和发电机限值的按 merit order 排序调度，这与荷兰等欧洲分区电力市场的做法一致。其成本 C^{e} 不取决于 z。随后，输电系统运营商对发电机进行再调度，使其调度满足

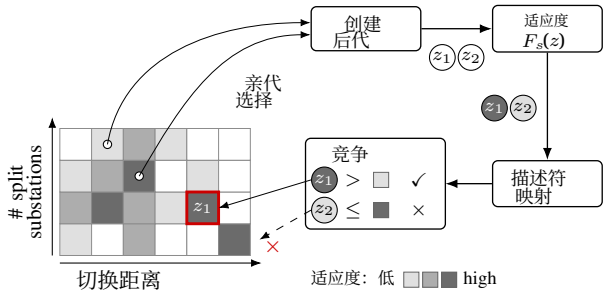


图 2. ToOp 中 MAP-Elites 的一代。亲代从已占据的单元格中均匀抽取。每个后代都使用 F_s (3) 进行评估，并根据其两个行为描述符分配到一个单元格中。只有当其适应度严格更高时，它才会取代该单元格中的精英解（z_1）；否则将被丢弃（z_2）；空单元格则始终会被填满。颜色越深的单元格，其精英解的适应度越高。

z，我们将其建模为交流最优潮流（ACOPF），因此再调度成本为$R(z)\ =C_{\mathrm{AC}}(z)-C^{\mathrm{e}}$。我们将 z 与基准拓扑z_0进行比较，其中 $\Delta C(z)<0$ 表示再调度节省：

$$\Delta C(z)=\frac{R(z)-R(z_0)}{C_{\mathrm{AC}}(z_0)}=\frac{C_{\mathrm{AC}}(z)-C_{\mathrm{AC}}(z_0)}{C_{\mathrm{AC}}(z_0)}. \tag{2}$$

这假设两个方向的再调度均按照发电机成本函数定价，且每个交流最优潮流调度都可以从 u^{e}到达；也就是说，它忽略了爬坡约束以及 u^{e}附近更严格的再调度限值。

B. 用于 NTO 的 MAP-Elites

我们使用 ToOp [9] 中实现的无梯度质量多样性优化算法 MAP-Elites。遗传算法通过多代迭代生成候选拓扑，使用旨在最大化的适应度函数对其进行评估，并将多样化的拓扑集合保留在档案集中，如图 2 所示。

C. 适应度函数

本研究比较了四种适应度函数：基于直流潮流、交流潮流和直流最优潮流的适应度函数，它们近似于作为参照的交流最优潮流适应度。基于潮流的适应度函数固定$u=u^{\mathrm{e}}$，针对 x求解 $g_m=0$，并使用线路过载总和的负值，这也是 ToOp [9]中的默认做法。基于最优潮流的适应度函数求解（1），并使用按基准拓扑归一化后的负成本。在采用 m、适应度函数 s的模型时，MAP-Elites 将最大化

$$F_s(z)=\begin{cases}-10^9 & \text{islanded/no solution,}\\ -\sum_\ell \max(0,|\phi_\ell|-\overline{S}_\ell) & s\ \text{PF-based,}\\ -C_m(z)/C_m(z_0) & s\ \text{OPF-based.}\end{cases} \tag{3}$$

在拓扑本身上进行孤岛检测，因此在模型评估前会移除孤岛拓扑并对其施加惩罚。无解是指交流潮流未收敛，或直流最优潮流或交流最优潮流未收敛或不可行；若某拓扑的交流最优潮流有解，则称其交流最优潮流可求解。惩罚值远低于任何实际适应度，因此可求解的拓扑总是优于不可求解的拓扑。

这篇预印本目前正在接受同行评审。

我们仅考虑 N-0 状态，不考虑 N-1 事故。pandapower 最优潮流将单个平衡母线维持在 $V = 1$pu，由其承担所有损耗，且不限制其有功功率。交流潮流将发电机电压维持在算例文件的设定值，并施加发电机无功功率限值；若计算失败，则以直流潮流结果作为初始值重试一次。交流最优潮流则在母线电压限值内优化发电机电压。

D. 用于预测优化性能的排序指标

NTO 的适应度函数应以能够实现一致排序的方式，同时反映拓扑的成本和可行性，如图 1 所示。我们提出一种指标，用于衡量适应度函数在考虑再调度成本和可行性时对拓扑进行排序的能力：肯德尔 τ[1] [19],[23]。

对于一组 $\mathcal{D}$ 个 n 拓扑，若惩罚适应度 F_s (3) 和参考适应度 $F^\star = F_{\mathrm{ACOPF}}$ 对其排序相同，则一对 (z, z') 为一致；若排序相反，则为不一致：

$$\tau(\mathcal{D}) = \frac{n_{\mathrm{con}} - n_{\mathrm{dis}}}{\sqrt{(n_0 - n_s)(n_0 - n_\star)}}, \tag{4}$$

其中，一致对和不一致对的数量分别为 n_{con} 和n_{dis}，所有配对的数量为 $n_0 = n(n-1)/2$，在 F_s 中并列的配对数量以及在 $F^\star$, n_s和 $n_\star$中的配对数量分别为.....。 τ取值范围为 $[-1, 1]$；若两个适应度函数对 $\mathcal{D}$ 的排序完全相同，则其值为 1；若排序在 50 % 的情况下正确，则其值为 0。

为使该指标适用于 MAP-Elites 算法，我们计算每个单元格的 τ 适应度，因为 MAP-Elites 只会比较档案集中同一单元格内的候选解。对于数据集中落入单元格 k 的拓扑 $\mathcal{D}_k$ ，我们按单元格取中位数进行汇总，

$$\bar{\tau} = \operatorname*{median}_{k \in \mathcal{C}} \tau(\mathcal{D}_k), \tag{5}$$

其中 $\mathcal{C}$ 包含至少有 8 个已求解样本的单元格，因为对于较小的样本量，τ 会有较大噪声。

若不在优化循环中运行适应度函数，要先验评估该函数，就需要在精心整理的数据集上计算排序指标。然而，每个适应度函数都会在优化过程中引导搜索路径。这会导致分布偏移： [23]计算指标所用的精心整理的数据集与优化过程中评估的拓扑之间存在差异。因此，我们比较两个数据集，这两个数据集均使用待测适应度函数和交流最优潮流适应度进行评分。交流最优潮流数据集 包含在交流最优潮流参与优化循环的情况下，经过 1000 代优化所评估的所有拓扑。该数据集按每个案例和运行点（OP）构建一次，可重复用于筛选其他适应度函数。自有数据集 包含使用相应适应度函数进行优化时所评估的所有拓扑。

III. 案例研究设置

我们使用 ToOp 的默认参数：搜索会改变线路到母线的分配，而发电机和负荷保持固定在其初始母线上，即每次分段对应一个注入位置 [9]。拓扑变化最多限制为四次母线分裂。每次运行包含 1000 代。档案集包含 225 个单元：分段变电站数量为 0 至 4，切换距离为 0 至 44。所有潮流和最优潮流评估均使用 pandapower。案例研究针对每个运行点运行四个随机种子，以应对动作枚举和 MAP-Elites 搜索中的随机性；由于计算资源有限，IV-B 节中的排名结果仅使用一个随机种子。

本案例研究考察 PGLib [24] 中的两个算例：一个 IEEE 118 节点系统（case118），以及一个来自 GO 竞赛的 793 节点系统（case793）。对于 case118，我们通过从狄利克雷分布中抽取有功负荷向量并逐步放大，生成 50 个拥塞运行点。我们保留这样一个负荷水平：在该水平下，采用线路限值的基准拓扑交流最优潮流仍然可行，且至少有五条线路达到其额定值的 100%；这一做法与 PGLib API 算例类似。对于 case793，我们使用其 PGLib 运行点，而非 API 变体，因为在经济调度下，基准算例已经处于拥塞状态。经济调度会使两个算例在所有运行点下都发生过载。

IV. 结果

A. 适应度函数的优化性能

图3展示了一个典型的 case118 运行点（OP 001）和 case793 在精英解优化过程中再调度成本的变化 $\Delta C(z)$ 以及交流最优潮流可解性。图4汇总了不同适应度函数在 50个 case118 运行点上的表现，以 $\Delta C(z)$ 的形式呈现，并显示最终精英解中交流最优潮流可求解拓扑的占比。

基于潮流的适应度函数。基于潮流的适应度函数得到的适应度最佳精英个体不一定会降低基准拓扑的再调度成本，反而通常会使其增加，见图4。这表明目标存在不匹配。基于潮流的适应度函数评估的是某一拓扑在固定经济调度下的表现，而交流最优潮流成本是所有可行调度中的最低再调度成本。因此，使用基于潮流的适应度函数时，MAP-Elites 优化的是拓扑在给定经济调度下的过载削减，而不是再调度成本的削减。然而，在多样化的精英解集合中，仍有一些拓扑能够降低再调度成本，如图3中 case118 的精英解分布以及图4中的成本最低精英所示。尽管如此，图3中的 case793 表明这并无保证：在该案例中，没有任何精英解优于基准拓扑。这支持了[13], [14]的研究发现。考察精英解的交流最优潮流可解性可以发现，直流潮流和直流最优潮流适应度函数导致的不可解精英解数量相近。这表明直流模型存在可行性误判，且与调度耦合无关。交流潮流适应度函数导致的不可解精英解数量更多。在 case118 中，其适应度最佳精英个体在 200 次运行中的 199 次都是基准拓扑，因为搜索没有找到交流过载低于基准拓扑的拓扑。优化得到的是交流潮流能够收敛的拓扑，但不一定是能够通过再调度将潮流保持在线路限值以下的拓扑。因此，交流潮流的可行性估计不一定比参考交流最优潮流适应度函数更严格

[1]我们使用其 τ_b 变体 [22], ，该变体会将并列情况考虑在内（所有受惩罚的拓扑均并列），并且在小样本集上的鲁棒性优于 Spearman 的 ρ。我们用 τ 表示 τ_b。

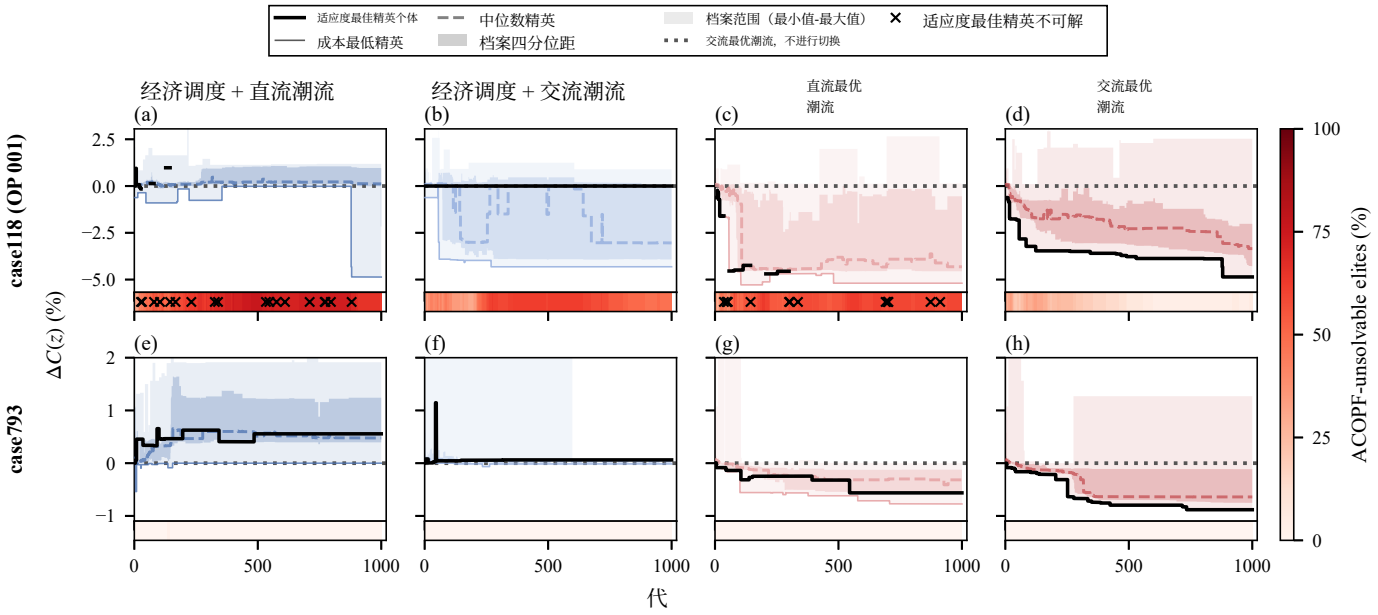


图3. 每种适应度函数在一次运行（随机种子0）中，随代数变化的 $\Delta C(z)$（2），对应于 case118 OP 001（上图，仅作说明）和 case793（下图）。曲线：档案集中的适应度最佳精英个体（粗线）、成本最低精英（细线）和中位数精英（虚线）；阴影区域：档案集的四分位距和最小值—最大值范围。每个面板下方的条带显示档案集中交流最优潮流不可求解的精英个体所占比例； × 标示交流最优潮流不可求解的精英个体成为适应度最佳精英个体的位置。

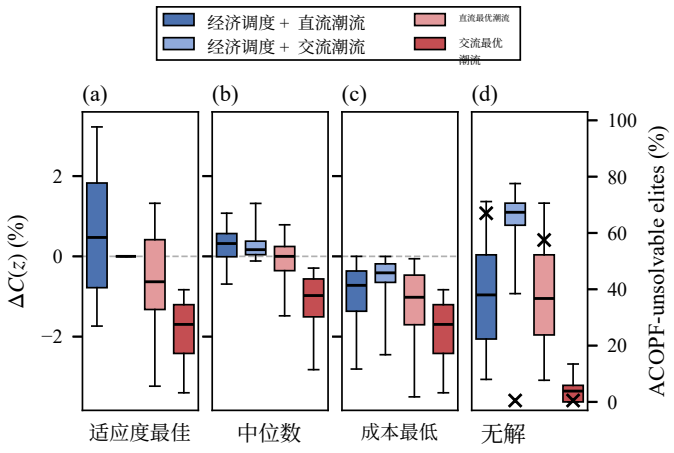


图4. 在 case118 上，每种适应度函数经过50个优化问题× 4 随机种子后的优化结果：(a)–(c) 为交流最优潮流可求解情形中适应度最佳、中位数和成本最低精英个体的 $\Delta C(z)$。(d) 显示交流最优潮流不可求解的精英个体所占比例，叉号表示适应度最佳精英个体为交流最优潮流不可求解的精英个体的运行所占比例。箱体覆盖四分位距，线表示中位数，须线覆盖第5至第95百分位数。

；对于线路限值而言，它较为宽松。在 case793 中，可行性误判不那么明显，这可能是因为与 case118 相比，该运行点和规模更大的电网对母线分裂不那么敏感。

基于最优潮流的适应度函数。 基于最优潮流的适应度函数会针对每种拓扑共同优化再调度，因此在优化循环中使用时，能够评估该拓扑的再调度潜力。与基于潮流的适应度函数相比，这提高了优化性能：在两种情况下，直流最优潮流和交流最优潮流都已通过其适应度最佳精英个体降低了交流最优潮流成本。直流最优潮流和交流最优潮流的精英解集合也优于直流潮流和交流潮流的精英解集合，尤其是在 case793 中。然而，结果表明，对于单个优化问题，基于潮流的适应度函数所产生的成本最低精英个体可能优于基于最优潮流的适应度函数所产生的精英个体。如图3所示，在若干代中，一些交流潮流精英个体的表现优于交流最优潮流精英个体。

B. 排序指标能否预测优化性能？

图5展示了在 case118 的 50 个运行点上，四种适应度函数的逐单元肯德尔中位数 $\bar{\tau}$ (5) 所对应的精英性能中位数，$\bar{\tau}$ 分别基于交流最优潮流数据集和各适应度函数自有的数据集计算。与图4不同，此处成本包含不可求解拓扑的惩罚项，因此 $\bar{\tau}$ 也反映了适应度函数的可行性误判。结果表明，在交流最优潮流数据集上评估排序指标，无法反映各适应度函数的优化性能排序；而在各适应度函数自有的数据集上评估，则可以反映这种排序。尤其是，与在交流最优潮流数据集上的评估结果相比，交流潮流适应度函数的 $\bar{\tau}$ 在其自有数据集上的评估结果大幅下降。这表明，交流潮流适应度函数在优化过程中访问的拓扑上的排序性能较差。需要注意的是，自有数据集只有在优化运行完毕、并通过额外的交流最优潮流计算评估其拓扑以作为排序参照后才能获得：对该数据集进行 $\bar{\tau}$ 可以诊断分布偏移，但不能用于事前预测。不同优化搜索路径访问的拓扑之间重合度较低，也反映了这种分布偏移：对于每个运行点，自有数据集与交流最优潮流数据集共享的拓扑中位数仅为 11–14%。

这篇预印本目前正在接受同行评审。

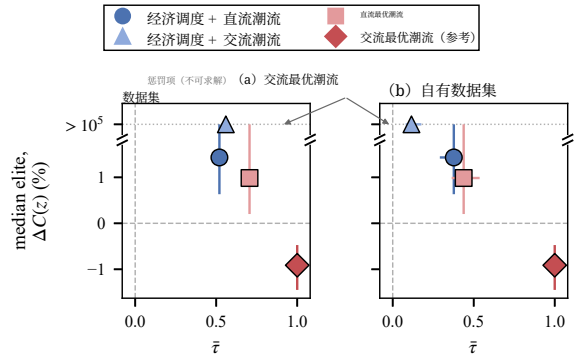


图5. 对于一个随机种子（与数据集所用种子相同），在 case118 上，每个单元格的中位数肯德尔 τ (5) 与中位数精英个体 $\Delta C(z)$ 的对比，其中 τ 分别基于（a）交流最优潮流数据集和（b）每个适应度函数的自有数据集计算。排序和精英个体性能评估均基于包含不可解惩罚的适应度。

V. 结论

尽管具体的优化性能取决于电网和运行点，但在测试案例中，基于最优潮流的适应度函数优于基于潮流的适应度函数。基于潮流的适应度函数进行优化时，其表现取决于 MAP-Elites 档案库的多样性。在所研究的案例中，这通常会降低再调度成本，但并无保证。对再调度进行协同优化，评估的是某一拓扑的再调度潜力，而非其在固定经济调度下的性能。事实证明，这种协同优化比将模型分辨率从直流提升至交流更为重要。未来的工作应研究真实输电系统和优化问题，以验证这些发现，并对再调度进行详细建模。

此外，所提出的基于排序的指标表明，在由拓扑构成的精心整理的数据集上评估适应度函数，可以估计其优化性能的排序。然而，这要求数据集与优化过程中访问的拓扑之间仅存在较小的分布偏移，而这一点只有在优化完成后才能评估。未来的工作应解决这一分布偏移问题，使所提出的指标能够用于开发针对采用无梯度优化算法的 NTO进行定制的适应度函数。

致谢

P. Bannm¨uller 和 J.L. Cremer 的工作得到了欧盟 Horizon Europe 研究与创新计划资助的 AI-EFFECT项目（拨款协议编号101172952）的支持。然而，文中表达的观点和意见仅代表作者本人，并不一定反映欧盟的观点。欧盟和资助机构均不承担责任。本文部分代码的编写和内容改写使用了 Claude Opus（Anthropic）。作者对本出版物的内容承担全部责任。

参考文献

[1] Y. Jin，“代理辅助进化计算：近期进展与未来挑战”，《群体与进化计算》，第1卷第2期，第61–70页，2011年6月。

[2] 欧盟能源监管合作署，“欧盟电力批发市场一体化进展：2026年监测报告”，ACER，技术报告，2026年。 [在线]。可访问：https://www.acer.europa.eu/sites/default/files/documents/Publications/ACER-Monitoring-Report-electricity-market-integration-2026.pdf

[3] M. Heidarifar 和 H. Ghasemi，“基于变电站和节点断路器建模的网络拓扑优化模型”，《IEEE电力系统汇刊》，第31卷，第1期，第247–255页，2016年1月。

[4] K. Baker，“直流最优潮流的解永远不满足交流可行性”，载于《第十二届ACM未来能源系统国际会议论文集》（e-Energy ’21）。美国纽约州纽约市：ACM，2021年6月，第264–268页。

[5] A. Martinez 等，“用于变电站最优重构的自监督图神经网络”，arXiv:2603.23401，2026年3月。

[6] E. van der Sar、A. Zocca 和 S. Bhulai，“通过强化学习优化电网拓扑：方法与挑战综述”，《电能系统基础与趋势》，第9卷，第1期，第1–119页，2025年。

[7] F. Preuschoff 等，“使用遗传算法优化开关操作以降低输电系统运行中的运行开关操作工作量”，载于《2025年电力工程与电气技术国际会议》（PEET）。日本滋贺：IEEE，2025年10月，第1–7页。

[8] P. Lytaev 和 A. Scheidler，“ 用于输电网交流精确拓扑优化的扩展遗传算法 ”，2026年。

[9] N. Westerbeck、L. Hilfrich 和 D. Witthaut，“使用加速MapElites进行输电拓扑优化”，arXiv:2605.10128，2026年5月。

[10] J. Groeneveld 等，“序贯多目标输电拓扑规划的精确算法与进化算法”，arXiv:2605.03753，2026年5月。

[11] J. van Dijk 等，“线性潮流中分布因子的统一代数偏差”，arXiv:2412.16164，2024年12月。

[12] N. Westerbeck 等，“输电网中实际输电拓扑优化的约束”，载于2026年CIGRE大会，第C2-10129号，法国巴黎，2026年。

[13] P. Bannm¨uller 等，“通过多样化备选方案应对输电网络重构中的模型误差”，arXiv:2509.17865，2025年10月。

[14] C. Crozier，“为混合整数直流最优潮流的鲁棒性生成备选方案的建模方法”，arXiv:2510.20089，2025年10月。

[15] A. Ewerszumrode 等，“拥塞管理中电网拓扑与再调度优化的迭代方法”，《电力系统研究》，第234卷，第110700页，2024年9月。

[16] M. Hunkem¨oller 等，“一种适用于拓扑变化时潮流计算的基于GPU的牛顿–拉夫森算法”，载于《2026年能源系统开源建模与仿真会议》（OSMSES），2026年3月，第1–6页。

[17] O. Arowolo 和 J. L. Cremer，“迈向交流最优潮流图神经网络的泛化”，《能源与人工智能》，第25卷，第100842页，2026年9月。

[18] A. Puech 等，“GENCO——嵌入电网稳态分析开发框架的统一神经求解器”，arXiv:2608.09921，2026年8月。

[19] Y. Jin、M. H¨usken 和 B. Sendhoff，“进化计算中近似模型的质量度量”，载于遗传与进化计算会议（GECCO）研讨会论文集，2003年，第170–173页。

[20] I. Loshchilov、M. Schoenauer 和 M. Sebag，“基于比较的优化器需要基于比较的代理模型”，载于《自然界中的并行问题求解》，PPSN XI，R. Schaefer 等编。柏林、海德堡：Springer Berlin Heidelberg，2010年，第364–373页。

[21] L. Thurner 等，“pandapower——用于便捷建模、分析和优化电力系统的开源Python工具”，《IEEE电力系统汇刊》，第33卷，第6期，第6510–6521页，2018年。

[22] M. G. Kendall，“排序问题中并列情况的处理”，《生物统计学》，第33卷，第3期，第239–251页，1945年。

[23] S.-H. Lyu 等，“离线基于模型的优化的可学习性：排序视角”，arXiv:2603.04000，2026年3月。

[24] S. Babaeinejadsarookolaee 等，“用于交流最优潮流算法基准测试的电网库”，arXiv:1908.02788，2021年1月。

这篇预印本目前正在接受同行评审。