通过 α-截集实现上的模糊共同成员关系进行模糊社会网络社群检测

Annamaria Porreca[1,2] 和 Fabrizio Maturo*[3]

[1]人类科学与生活质量促进系，圣拉斐尔大学，意大利罗马[2]临床与分子流行病学单位，IRCCS San Raffaele Roma，意大利罗马[3]技术与创新科学学院，经济学、统计学与商业系，Universitas Mercatorum，马泰广场 10 号，00186 罗马，意大利

arXiv:2611.29342v1 [cs.SI] 22 Nov 2026

摘要

在模糊社会网络中，行动者之间的关系是三角模糊数；对其核心应用社群检测，会忽略划分对其模糊性的依赖。我们提出一种模糊共同成员关系：在与关系的 α-截集相兼容的清晰网络上运行 Louvain 算法，并对不同 α 下的共同分配比例进行积分，从而得到该关系。该关系为半正定；据此，我们推导出共识划分、群组数量、成员度和分配模糊度指数。基于随机块模型的模拟表明，该关系所得划分并不优于对相同规模核心进行对称扰动后得到的划分。其模糊性指数与行动者的结构位置关联更紧密；当模糊性集中于某些行动者时，该指数能够识别出在两个群组之间分化的行动者。当模糊关系的不对称性指向潜在关系强度时，其共同隶属度的布里尔分数更低。区间加权Louvain算法对社群数量的估计更准确。在两个部门协作网络中，观测到的模糊性低于置换评分下的模糊性；与此同时，划分取决于有向评分的对称化方式以及无响应的编码方式。

关键词： 模糊社会网络；三角模糊数；社区检测；模糊关系；共识聚类；模块度。

1 引言

在模糊社会网络中，行动者之间的关系是模糊数，而不是清晰权重。Porreca等人[1] 引入了有向模糊社会网络，其中关系以三角模糊数（TFN）表示，这些数据通过受Calcagnì和Lombardi启发的鼠标追踪问卷收集，[2] 并将中心性指标扩展到这一情境中。本文关注介观层面：检测行动者群组，这些行动者彼此之间的联系比他们与

网络其余部分的联系更为紧密。[3]

模糊社群检测方法大多在输出中引入模糊性，通过重叠或分级隶属关系实现，而关系本身仍是清晰的；[4–9] Nepusz等人[10] 将模糊隶属关系与桥接性指数相结合，其他研究则为节点加入软信息。最接近的研究是Alves等人的区间加权Louvain算法，[13]该算法将模块度扩展至区间值关系，并返回一个清晰划分。三角模糊数包含不止一个区间：其 α-截集构成一个嵌套族，一个自然的问题是，

*通讯作者： fabrizio.maturo@unimercatorum.it

当在不同层次上考虑关系的模糊性时，社区结构会如何变化。

对于每个水平 α，我们考察与关系 α-截集相容的清晰网络，使用基于模块度的算法分别对这些网络进行划分，并整合 α范围内共同划分的比例。由此得到行动者之间的模糊共同隶属关系，并据此推导出共识划分、群组数量、隶属度和分配模糊性指数。这种构造属于共识聚类和证据累积聚类。[14–16]扰动边权重并记录节点被聚到一起的频率，是识别不稳定节点和评估社区稳健性的成熟方法，[17,18] 但在这类方法中，扰动幅度由分析人员选择。这里的扰动由模糊关系生成：其幅度、在各关系之间的分布及其不对称性均由受访者给出，而嵌套的 α-截集则提供一系列扰动幅度。

模拟研究的核心问题是：与对相同幅度的核心进行扰动相比，这种方法是否有所增益。我们将所提出的关系与核心上重复运行所得的共识进行比较，并与两种以和 α-截集相同幅度对核心进行对称扰动的程序进行比较，其中一种使用共同尺度，另一种使用并列特定尺度。另外两种设计探讨模糊性在何种情况下具有信息性：一种将模糊性集中在那些将其关系分别连向两个区块的行动者身上；另一种则生成非对称三角模糊数，其较长的一侧指向或不指向潜在关系强度。我们的目标并非获得更好的划分，因为模拟结果并不支持这一点；而是构建一种关系，其隶属度能够描述社区结构如何取决于关系所具有的模糊性。

第 2节介绍方法，第 3 节介绍模拟研究，第 4 节介绍其在两个部门协作网络中的应用，第 5 节总结全文。证明和详细的模拟表格见附录 A 和 B。

2 方法论

2.1 模糊社会网络与 α-截集

设 $V=\{v_1,\dots,v_n\}$ 为行动者集合。有向模糊社会网络[1] 是一个二元组 $\tilde{G}=(V,\tilde{A})$，其中 $A_{ij}=(l_{ij}, m_{ij}, r_{ij})$，$0\le l_{ij}\le m_{ij}\le r_{ij}\le 1$；对于缺失关系，其值为 (0,0,0)；$L$、$M$和 R汇集了三个参数。关系的 α-截集为 $[W^L_{\alpha,ij}, W^U_{\alpha,ij}]$，其中

$$W^L_\alpha = L+\alpha(M-L), \qquad W^U_\alpha = R-\alpha(R-M), \qquad \alpha\in[0,1], \tag{1}$$

与关系在 α 层级上相容的清晰网络构成框 $\mathcal{W}_\alpha=\{W:\ W^L_\alpha\le W\le W^U_\alpha\}$。这些框彼此嵌套，$\mathcal{W}_{\alpha'}\subseteq\mathcal{W}_\alpha$ 对于 $\alpha\le\alpha'$成立，并且 $\mathcal{W}_1=\{M\}$。

社群检测在无向投影 $W^s_{ij}=\Phi(W_{ij},W_{ji})$上进行，其中 $\tilde{\Phi}$对两个参数均为非递减。我们关注的关系——协作——具有对称性，且 A_{ij} 和 A_{ji} 是对同一关系的两份报告；在该应用中，只有受访者会报告关系，因此未回应者发出的关系均为空。我们采用 $\Phi=\max$：只要两个行动者中至少有一人报告了某条关系，就将其视为存在，并在分析中保留那些仅被他人评分的行动者。由于 max 连续且非递减，扩展原理给出的投影关系的 α-截为 $[\max(W^L_{\alpha,ij},W^L_{\alpha,ji}), \max(W^U_{\alpha,ij},W^U_{\alpha,ji})]$,，其中包含 W_α中每个网络的投影。对有向评分进行模块度分析，会将不发送任何关系的行动者视为汇点，这实际上是无回应造成的假象。 Φ 的影响将在第 4 节中考察。

最佳路径连通性是 Porreca 等人所使用关系的最大-最小传递闭包，[1]具有一个超度量补集，并诱导出单链接划分：[19,20] 两个群组之间的一条强联系会将它们合并。采用乘积等严格 t-范数时，[21] 可以避免超度量，但基于路径的连通性仍然衡量的是可达性，而不是某个群组中的关系密度是否高于预期。因此，我们基于模块度[22] 和 Louvain算法[23]开展研究。

2.2 模糊共同隶属

设$\mathcal{C}$ 为 Louvain算法，它将加权无向网络映射为一个V划分，并以启发式方式寻求最大化模块度，同时确定社群数量。该算法通过节点访问顺序实现随机化。

定义1. 对于 $\alpha \in [0,1]$ 令 $W_\alpha^{(1)}$、……、$W(B)_\alpha \in \mathsf{W}\alpha$，$B > 3$ 为实现，其中 $W(1)_\alpha = W_\alpha^L$、$W(2)_\alpha = W_\alpha^U$、$W(3)_\alpha = (W_\alpha^L + W_\alpha^U)/2$ 以及 $W(b)_\alpha$，$_{ij} = W_\alpha^L$，$_{ij} + U(b)_{ij}$ (W_α^U、$_{ij} - W_\alpha^L$、$_{ij}$)，$U(b)_{ij} \sim \mathsf{U}(0,1)$ 相互独立，对于 $b \geq 4$。令 $P_\alpha^{(b)} = \mathsf{C}(\Phi(W(b)_\alpha$、$W(b\top))$，每个均来自一次独立运行，并令$w_b = \lambda/3$ 对于 $b \leq 3$ 以及 $w_b = (1-\lambda)/(B-3)$ 对于 $b \geq 4$、$^{\alpha}$ $\lambda \in (0,1)$。分层共成员关系和模糊共同成员关系为

$$\pi_{ij}(\alpha) = \sum_{b=1}^{B} w_b \mathbb{1}\{i \sim_{P_\alpha^{(b)}} j\}, \qquad \mu_{ij} = \int_0^1 \pi_{ij}(\alpha)\, d\alpha, \qquad \mu_{ii} = 1, \tag{2}$$

其中，$i \sim_P j$ 表示 i 和 j 共享一个属于 P的社区；该积分通过网格 $0 = \alpha_1 < \cdots < \alpha_J = 1$ 上的梯形法则计算，权重为 $\omega_1, \ldots, \omega_J$。

这些实现探索 α-截集，而不对关系假设概率模型；μ 取决于探索规律。三个确定性实现的总权重为 λ，其中包含框的极端配置；权重为 $1-\lambda$的均匀抽样则独立扰动各关系。由于权重不依赖于 B，增加 B 会降低蒙特卡洛误差，同时不改变抽样规律。我们采用 $\lambda = 3/25$ 和 $B = 25$，使所有实现的权重均为 $1/25$。在 $\alpha = 1$ 处，所有实现都等于核心，而$\pi_{ij}(1)$仅反映算法的随机性。关系 μ 表示在所探索的网络中共同分配的频率，而不是 i 和 j 属于同一潜在社区的概率。

定义2。核心共识 μ^{core} （共识核心）由公式（2）得到，其中$^{-}$每个实现均等于 M，且运行次数和权重相同。设 Δ_{ij} 为观测边的 FCo-L 实现的平均绝对偏差 $|W_{ij} - m_{ij}|$，根据其α截集以及权重 w_b 和 ω_g精确计算。对于 $U \sim \mathsf{U}(0,1)$，截断扰动 $\min\{1, \max\{0, m + \delta(2U-1)\}\}$ 的平均绝对偏差为 $\rho(0,m) = 0$；对于 $\delta > 0$，$\rho(\delta, m) = \{f(\delta, 1-m) + f(\delta, m)\}/(2\delta)$，其中当 $\delta \leq t$时，$f(\delta, t) = \delta^2/2$；否则为 $f(\delta, t) = t\delta - t^2/2$；$\rho$关于 δ连续递增。Perturb-core 对观测边使用 JB个等权实现 $W(b)_{ij} = \min\{1, \max\{0, m_{ij} + \delta(2U_{ij}^{(b)} - 1)\}\}$，其他情况则为 0，并使用一个共同的 δ，使 $\mathrm{mean}_{ij}\, \rho(\delta, m_{ij}) = {}^{-}\mathrm{mean}_{ij}\, \Delta_{ij}$；Perturb-tie 则使用针对每条关系的 δ_{ij}，使 $\rho(\delta_{ij}, m_{ij}) = \Delta_{ij}$。

控制关系刻画了算法在核心上的不稳定性。Perturb-core 与 FCo-L 扰动的平均幅度相匹配，Perturb-tie 则逐条关系与其匹配，因此 FCo-L 与 Perturb-tie 的差异仅在于探索形状：三角模糊数的不对称性、α 上的扰动幅度混合以及极端实现。经过独立运行，μ_{ij} 的方差至多为 $\sum_g \omega_g^2 \sum_b w_b^2/4$；对于 $J = 6$ 和 $B = 25$，标准误至多为0.042，而 $\mu_{ij} - \mu_{ij}^{\mathrm{core}}$的标准误至多为0.060。

命题 1。*(i)* μ 是一个取值于 $[0,1]$的自反对称模糊关系。*(ii)* 如果所有关系都是清晰的，则 μ 和 μ^{core} 具有相同的分布；此外，如果 C 是确定性的，则$\mu_{ij} = \mathbb{1}\{i \sim_{\mathcal{C}(\Phi(M, M^\top))} j\}$。*(iii)* 如果 C 在分布上是置换等变的，则重新标记行动者会使 μ 的行和列在分布上发生置换，而 $\mathrm{E}(\mu)$ 则会被精确地置换。*(iv)*μ 是半正定的，并且 $d_{ij} = \sqrt{2(1-\mu_{ij})}$ 是 V上的欧几里得（伪）度量。

证明见附录 A。

算法1 模糊共同隶属与模块度（FCo-L）

要求： L，M，R；Φ；网格 $\alpha_1, \ldots, \alpha_J$；$B$；$\lambda$；算法 $\mathcal{C}$

对于 $g = 1, \ldots, J$ **执行**
  $W^L \leftarrow L + \alpha_g(M - L)$，$W^U \leftarrow R - \alpha_g(R - M)$
  对于 $b = 1, \ldots, B$ **do**
    构建 $W^{(b)}$（定义 1）；$P^{(b)} \leftarrow \mathcal{C}(\Phi(W^{(b)} W^{(b)\top}))$
  结束循环
  $\pi(\alpha_g) \leftarrow$ 式（2），权重为 w_b
结束循环
$\mu \leftarrow \sum_g \omega_g \pi(\alpha_g)$；$\mu_{ii} \leftarrow 1$
$\hat{K} \leftarrow \arg\max_K \ell_K$ 对 $1 - \mu$ 的平均连接法树状图取最大值；$\hat{P} \leftarrow$ 切分为 $\hat{K}$ 群组
返回 μ，$\{\pi(\alpha_g)\}$、$\bar{u}$、η

共识划分、成员度与模糊性。设 $h_{(1)} \le \cdots \le h_{(n-1)}$ 为 $1 - \mu$ 的平均连接法树状图的合并高度。划分为 K 个群组的持续时间为 $\ell_K = h_{(n-K+1)} - h_{(n-K)}$，而共识划分 $\hat{P} = \{G_1, \ldots, G_{\hat{K}}\}$ 是切分为 $\hat{K} = \arg\max_{K \in \{2,\ldots,8\}} \ell_K$ 个群组的结果。[15] 该准则无法返回 $\hat{K} = 1$，因此无法通过 $\hat{K}$ 检测社区结构的缺失。根据命题 1(iv)，对 $1-\mu$ 采用平均连接法时，使用的是欧氏距离平方的一半 d_{ij}^2。行动者 i 对群组 k 的成员度为 $u_{ik} = |G_k \setminus \{i\}|^{-1} \sum_{j \in G_k \setminus \{i\}} \mu_{ij}$（当 i 是 G_k 的唯一成员时，该值等于 1），并按 $\tilde{u}_{ik} = u_{ik} / \sum_h u_{ih}$ 归一化；它是相对于事后得到的群组的亲和度指数，而非后验概率。分配模糊度指数 $\eta_i = \frac{2}{n-1} \sum_{j \neq i} \min\{\mu_{ij}, 1 - \mu_{ij}\}$ 是模糊集 μ_i 的线性模糊度指数[24]：当 i 的所有共同成员关系均为清晰集时，该值为 0；当它们都等于 $1/2$ 时，该值为 1。它指的是行动者的分配，而非模糊数的模糊性。

该过程需要进行 JB 次Louvain运行，每次运行的时间复杂度几乎与关系数量呈线性关系，此外还需进行一次平均连接聚类；对于社会调查规模的网络，整个过程只需几秒钟。任何社区检测算法都可以替代Louvain，例如Leiden[25]，当需要连通社群时尤其如此。

3 模拟研究

3.1 设计

网络由有向随机块模型[26] 生成，包含 $K = 3$ 个均衡块以及三角模糊数关系。块内存在有向关系的概率为 0.25，块间为 $p_{\text{out}} \in \{0.05, 0.10\}$；块内潜在强度服从 U(0.50, 0.90)，块间服从 U (0.20, 0.60)。关系有 0.30 的概率具有较低可靠性（噪声标准差为 0.25，否则为 0.05）；核心为潜在强度加上噪声，并截断至 $[0.05, 1]$；扩展值在两侧均为噪声标准差的 1.5 倍。在信息性情境中，模糊关系是不可靠的关系；在非信息性情境中，扩展值会在关系之间置换。交叉组合 $n \in \{30, 60\}$、p_{out} 和情境，共形成八种情景，每种情景进行 100 次重复；图 1 展示了一个模拟网络。FCo-L 使用 $\alpha \in \{0, 0.2, \ldots, 1\}$、$B = 25$ 和 $\lambda = 3/25$。

另有四种设计，每种均进行 100 次重复。零假设情景：无区块的并列关系，对于 $n \in \{30,60\}$，关系出现的概率为 0.15（情景 $n = 30$, $p_{\text{out}} = 0.10$ 的密度），潜在强度为 $\mathcal{U}(0.20, 0.90)$，可靠性和扩散机制与信息性情境相同。敏感性：对于具有 $n = 30$ 和 $p_{\text{out}} = 0.10$ 的两种情景的网络，仅使用均匀实现重新计算 FCo-L，采用 $B = 50$（相同的 λ，仅蒙特卡洛误差有所变化），使用网格 $\alpha \in \{0, 0.1, \ldots, 1\}$，并将 $\hat{K}$ 的上界从 8 提高到 15。边界行动者：在一个具有 $n \in \{30,60\}$ 和 $p_{\text{out}} = 0.05$ 的区块模型中，10% 的行动者（3 人和 6 人）具有

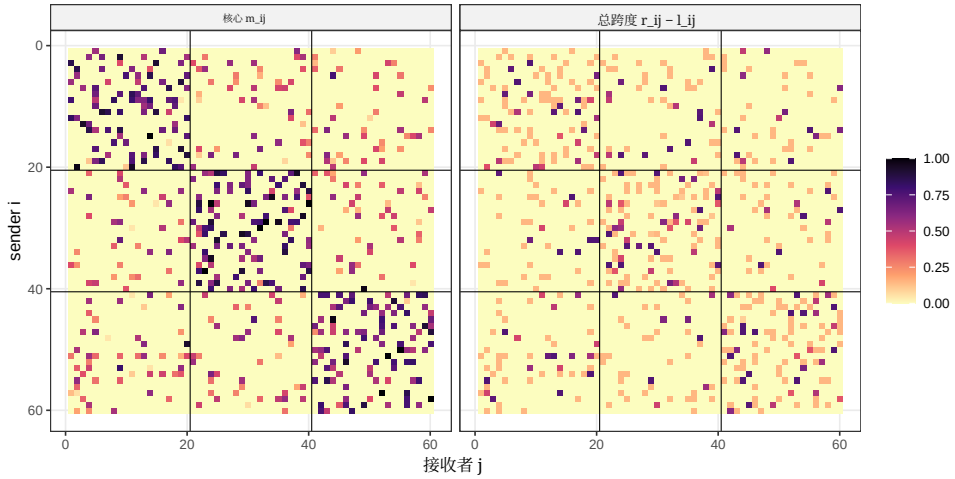

图1： 主要设计（$n = 60$, $p_{\text{out}} = 0.10$，信息性扩散）的一种模拟网络，行动者按真实区块排序。左图：有向关系的核心值 m_{ij}；三个对角块比非对角块更密集、关系更强。右图：总跨度 $r_{ij} - l_{ij}$；宽支撑区间对应低可靠性关系，并散布在整个矩阵中，因此模糊性与行动者的位置无关。

一个所属区块（即其真实标签）和另一个区块；它们与这两个区块的关系均以 0.15 的概率存在，潜在强度为 U(0.35, 0.75)。随后，一组模糊行动者的所有关系都获得较大的扩展值 1.5×0.25；这些模糊行动者要么是边界行动者（对 FCo-L 有利的对齐组，这是设计所致），要么是数量相同的其他行动者（未对齐组），且两个组别中的核心相同。非对称三角模糊数：上述三角模糊数除接近 0 和 1 的情况外均为对称，而真实评分则明显不对称（第 4 节）。在主要研究的区块模型中，每个关系的支撑集覆盖其核心 m_{ij} 与潜在强度 w^*_{ij} 之间的区间，并向两侧各扩展 0.025，再截断至 $[0, 1]$；此时约 80% 的关系具有 $|(r_{ij} - m_{ij}) - (m_{ij} - l_{ij})| > (r_{ij} - l_{ij})/4$，与真实网络中的 84% 和 94% 接近。在信息性组中，每个三角模糊数较长的一侧指向潜在强度；在随机方向组中，以 $1/2$ 的概率交换左、右扩展值，从而保持宽度和不对称程度不变。由于 Perturb-tie 对每条关系施加的 FCo-L 扰动相匹配，但其本身是对称的，因此比较这两个组别可以分离出不对称方向的作用。

3.2 竞争方法与标准

将 FCo-L 与 Consensus-core、Perturb-core 和 Perturb-tie（定义2）进行比较，采用相同的共识步骤；与 Louvain-core 和 Louvain-CoG 进行比较，后两者在投影核心值和重心上各运行一次 $(l + m + r)/3$；还与 IW-Louvain 进行比较，[13] 该方法应用于投影后的支撑区间 $\Phi =$ 最大值，在两个阶段均采用区间算术，并使用其定义4.6中的期望区间权重。

恢复情况通过相对于真实区块的调整兰德指数（ARI）[27] 和归一化互信息[28] 来衡量，并通过包含三个社群的重复试验占比来衡量。共同归属关系按配对进行评估，采用布里尔分数和μ_{ij}的曲线下面积（AUC），其中μ_{ij} 用于指示是否属于同一区块。模糊性指数则根据数据生成过程所定义、且对所有方法都相同的目标量进行评估：行动者 i 的投影关系潜在强度中流向其真实区块之外的占比。我们报告 η_i 与该占比之间的斯皮尔曼相关（结构性斯皮尔曼相关）；在边界行动者设计中，还报告 η_i 对边界行动者的AUC。我们也报告 η_i 对被同一方法误分类的行动者的AUC，该指标因关系而异。同一网络上的配对差异以蒙特卡洛标准误和 z 比值报告；对于一项比较

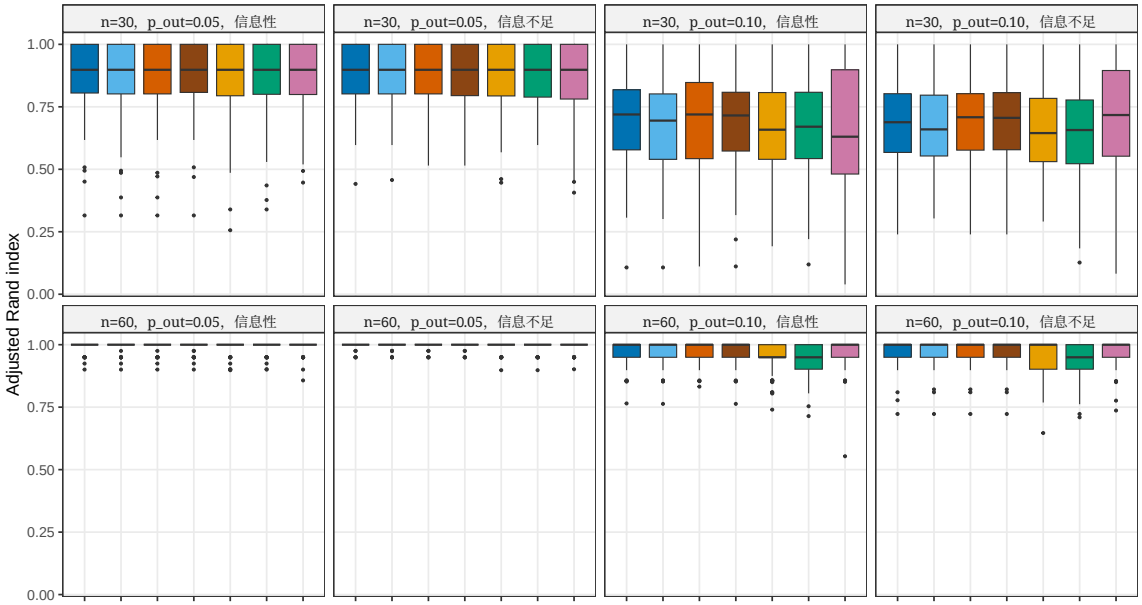

图2： 主要模拟设计：在 100 次重复中，对于由网络规模 n、区块间连边概率 p_{out} 以及信息性或无信息扩散定义的八种情景，比较各方法所得划分与真实区块之间调整兰德指数的分布。将四种共识方法（FCo-L、共识核心、Perturb-core、Perturb-tie）与分别在核心（Louvain-core）和重心（Louvain-CoG）上进行的单次 Louvain 运行，以及区间加权Louvain算法（IW-Louvain）进行比较。

在八种情景，或四种情景和两个组别中进行比较时，显著性水平为0.05的双侧Bonferroni阈值为 $|z| > 2.73$；对于FCo-L与所有竞争方法之间的48项ARI比较，该阈值为$|z| > 3.28$。

3.3 结果

恢复。对于 $n = 60$，当 $p_{\text{out}} = 0.05$ 时，所有方法都接近完美恢复（平均调整兰德指数为 0.992 至 0.997）；当 $p_{\text{out}} = 0.10$ 时，平均调整兰德指数至少为 0.945（图2、表1）。对于 $n = 30$ 和 $p_{\text{out}} = 0.10$，所有方法的平均调整兰德指数均介于 0.643 和 0.698 之间。在所有情景中，FCo-L 的表现均优于在核心上进行的单次 Louvain 运行，提升幅度为 0.002 至 0.032（其中两个情景为 $z > 3.28$），与 IW-Louvain 的差异为 -0.002 至 0.030（$|z| \leq 2.64$；表2）。与共识核心相比，配对差异在 $n = 30$、$p_{\text{out}} = 0.10$ 且具有信息性扩散时为 0.027（$z = 3.84$），在具有无信息扩散时为 0.013（$z = 1.81$），其他情景下至多为 0.008（表B1）。与 Perturb-core 和 Perturb-tie 相比，差异分别介于 -0.010 和 0.006（$|z| \leq 1.49$）之间，以及 -0.012 和 0.007（$|z| \leq 2.47$）之间（表B2和表B3）：对核心进行相同幅度的扰动，也能带来相对于核心共识的同等改进。对于$n = 60$，所有方法在至少 92% 的重复试验中都返回三个社区。对于 $n = 30$ 和 $p_{\text{out}} = 0.10$，IW-Louvain 在 81% 和 83% 的重复试验中返回三个社区，FCo-L 则为 46% 和 38%；其他方法倾向于拆分一个区块，而 IW-Louvain 倾向于合并两个区块（图3）。

共同成员关系。模糊关系的布里尔分数低于单一划分的清晰共同成员关系（图4、表1）：对于 $n = 30$ 和 $p_{\text{out}} = 0.10$，FCo-L 和 Perturb-core 的分数分别为 0.094 和 0.099，Perturb-tie 的分数分别为 0.093 和 0.097，Consensus-core 的分数分别为 0.102 和 0.108，而单一划分的分数介于 0.133 和 0.152 之间。对于 $n = 30$，FCo-L 相较于 Consensus-core 的降幅始终一致（从 -0.003 降至 -0.009，$|z|$ 则从 3.26 降至 7.76），但对于 $n = 60$，这一降幅消失。

表1： 主要模拟设计，每个情景进行 100 次重复。真实区块的恢复：调整兰德指数（ARI）和归一化互信息（NMI），均值（蒙特卡洛标准误）；方法返回 $K = 3$ 社群的重复试验占比及均值 K。共同成员关系：布里尔分数，均值（标准误），以及用于指示同一区块的指示变量的关系的成对AUC。模糊性：对于每种关系自身的误分类行动者， η_i 的AUC，括号内为有定义时的重复试验次数；以及 η_i 与行动者 i的潜在强度中超出其真实区块部分的占比之间的结构性斯皮尔曼相关，均值（标准误）；这些标准不适用于单一划分。

方法	ARI	NMI	$\hat{K} = 3$	mean $\hat{K}$	布里尔分数	AUC 配对	AUC η，误分类	结构性斯皮尔曼相关
$n = 30$, $p_{\text{out}} = 0.05$, 信息性扩散								
FCo-L	0.877 (0.014)	0.895 (0.011)	0.75	3.35	0.042 (0.004)	0.976	0.856 [55]	0.313 (0.019)
共识核心	0.869 (0.014)	0.890 (0.011)	0.67	3.43	0.046 (0.005)	0.963	0.789 [54]	0.237 (0.019)
Perturb-core	0.871 (0.014)	0.890 (0.011)	0.70	3.41	0.043 (0.005)	0.973	0.842 [55]	0.286 (0.018)
Perturb-tie	0.879 (0.013)	0.897 (0.010)	0.71	3.40	0.042 (0.004)	0.976	0.835 [55]	0.302 (0.019)
Louvain-core	0.856 (0.015)	0.877 (0.012)	0.68	3.40	0.059 (0.006)	0.922	–	–
Louvain-CoG	0.859 (0.015)	0.881 (0.011)	0.73	3.35	0.058 (0.006)	0.924	–	–
IW-Louvain	0.863 (0.015)	0.884 (0.012)	0.84	3.18	0.059 (0.006)	0.931	–	–
$n = 60$, $p_{\text{out}} = 0.05$, 信息性扩散								
FCo-L	0.994 (0.002)	0.993 (0.002)	0.99	3.01	0.002 (0.001)	0.999	0.942 [10]	0.123 (0.013)
共识核心	0.994 (0.002)	0.993 (0.002)	0.98	3.02	0.002 (0.001)	0.999	0.936 [9]	0.105 (0.016)
Perturb-core	0.994 (0.002)	0.993 (0.002)	0.98	3.02	0.002 (0.001)	0.999	0.942 [10]	0.121 (0.016)
Perturb-tie	0.994 (0.002)	0.993 (0.002)	0.97	3.03	0.002 (0.001)	0.999	0.936 [9]	0.115 (0.015)
Louvain-core	0.992 (0.002)	0.991 (0.003)	0.99	3.01	0.003 (0.001)	0.996	–	–
Louvain-CoG	0.993 (0.002)	0.991 (0.002)	0.99	3.01	0.003 (0.001)	0.996	–	–
IW-Louvain	0.993 (0.002)	0.992 (0.002)	1.00	3.00	0.003 (0.001)	0.997	–	–
$n = 30$, $p_{\text{out}} = 0.10$, 信息性扩散								
FCo-L	0.698 (0.019)	0.744 (0.016)	0.46	3.67	0.094 (0.005)	0.928	0.857 [83]	0.438 (0.016)
共识核心	0.671 (0.019)	0.724 (0.015)	0.36	3.87	0.102 (0.006)	0.916	0.824 [85]	0.366 (0.019)
Perturb-core	0.693 (0.020)	0.741 (0.016)	0.47	3.69	0.094 (0.006)	0.925	0.844 [83]	0.399 (0.017)
Perturb-tie	0.694 (0.019)	0.741 (0.016)	0.44	3.74	0.093 (0.005)	0.929	0.843 [83]	0.411 (0.017)
Louvain-core	0.671 (0.019)	0.726 (0.016)	0.37	3.79	0.133 (0.008)	0.824	–	–
Louvain-CoG	0.673 (0.020)	0.725 (0.016)	0.41	3.67	0.133 (0.008)	0.827	–	–
IW-Louvain	0.667 (0.024)	0.714 (0.021)	0.81	2.86	0.152 (0.011)	0.843	–	–
$n = 60$, $p_{\text{out}} = 0.10$, 信息性扩散								
FCo-L	0.972 (0.004)	0.968 (0.005)	0.97	3.03	0.010 (0.001)	0.998	0.954 [38]	0.339 (0.013)
共识核心	0.970 (0.005)	0.966 (0.005)	0.99	3.01	0.010 (0.001)	0.998	0.973 [41]	0.246 (0.015)
Perturb-core	0.971 (0.004)	0.967 (0.004)	0.95	3.06	0.010 (0.001)	0.998	0.938 [39]	0.284 (0.014)
Perturb-tie	0.971 (0.004)	0.967 (0.005)	0.98	3.03	0.010 (0.001)	0.998	0.948 [40]	0.310 (0.014)
Louvain-core	0.956 (0.005)	0.950 (0.006)	0.98	3.02	0.019 (0.002)	0.978	–	–
Louvain-CoG	0.951 (0.006)	0.945 (0.006)	0.97	3.03	0.021 (0.003)	0.976	–	–
IW-Louvain	0.967 (0.006)	0.964 (0.005)	1.00	3.00	0.015 (0.003)	0.984	–	–
$n = 30$, $p_{\text{out}} = 0.05$, 无信息扩散								
FCo-L	0.883 (0.012)	0.898 (0.010)	0.74	3.32	0.040 (0.004)	0.976	0.845 [57]	0.339 (0.016)
共识核心	0.877 (0.013)	0.893 (0.010)	0.72	3.33	0.043 (0.004)	0.967	0.701 [59]	0.210 (0.024)
Perturb-core	0.880 (0.012)	0.896 (0.010)	0.74	3.35	0.040 (0.004)	0.975	0.824 [57]	0.279 (0.019)
Perturb-tie	0.876 (0.013)	0.893 (0.010)	0.72	3.35	0.040 (0.004)	0.975	0.823 [58]	0.304 (0.017)
Louvain-core	0.873 (0.013)	0.888 (0.011)	0.73	3.28	0.053 (0.005)	0.932	–	–
Louvain-CoG	0.879 (0.012)	0.893 (0.010)	0.69	3.32	0.050 (0.005)	0.935	–	–
IW-Louvain	0.853 (0.015)	0.870 (0.013)	0.82	3.17	0.063 (0.007)	0.926	–	–
$n = 60$, $p_{\text{out}} = 0.05$, 无信息扩散								
FCo-L	0.997 (0.001)	0.997 (0.001)	0.98	3.02	0.001 (0.000)	1.000	0.983 [4]	0.087 (0.014)
共识核心	0.997 (0.001)	0.997 (0.001)	0.97	3.03	0.001 (0.000)	0.999	0.739 [4]	0.069 (0.015)
Perturb-core	0.997 (0.001)	0.997 (0.001)	0.98	3.02	0.001 (0.000)	1.000	0.987 [4]	0.084 (0.012)
Perturb-tie	0.997 (0.001)	0.997 (0.001)	0.98	3.02	0.001 (0.000)	1.000	0.987 [4]	0.090 (0.015)
Louvain-core	0.994 (0.002)	0.993 (0.002)	1.00	3.00	0.002 (0.001)	0.997	–	–
Louvain-CoG	0.995 (0.002)	0.994 (0.002)	1.00	3.00	0.002 (0.001)	0.997	–	–
IW-Louvain	0.994 (0.002)	0.993 (0.002)	1.00	3.00	0.002 (0.001)	0.997	–	–
$n = 30$, $p_{\text{out}} = 0.10$, 无信息扩散								
FCo-L	0.680 (0.016)	0.733 (0.013)	0.38	3.85	0.099 (0.004)	0.923	0.836 [92]	0.407 (0.017)
共识核心	0.667 (0.016)	0.726 (0.013)	0.33	4.00	0.108 (0.005)	0.908	0.788 [90]	0.302 (0.020)
Perturb-core	0.690 (0.016)	0.744 (0.013)	0.38	3.94	0.099 (0.005)	0.923	0.818 [90]	0.375 (0.017)
Perturb-tie	0.692 (0.016)	0.744 (0.013)	0.44	3.80	0.097 (0.004)	0.925	0.842 [92]	0.403 (0.015)
Louvain-core	0.648 (0.017)	0.711 (0.013)	0.36	3.89	0.142 (0.007)	0.811	–	–
Louvain-CoG	0.643 (0.018)	0.702 (0.014)	0.34	3.81	0.145 (0.007)	0.810	–	–
IW-Louvain	0.682 (0.022)	0.724 (0.019)	0.83	2.93	0.144 (0.011)	0.847	–	–
$n = 60$、 $p_{\text{out}} = 0.10$，无信息扩散								
FCo-L	0.968 (0.005)	0.964 (0.006)	0.92	3.08	0.011 (0.001)	0.997	0.944 [37]	0.337 (0.014)
共识核心	0.969 (0.005)	0.965 (0.005)	0.92	3.08	0.011 (0.002)	0.996	0.893 [35]	0.248 (0.014)
Perturb-core	0.970 (0.005)	0.966 (0.005)	0.93	3.07	0.011 (0.001)	0.997	0.914 [34]	0.282 (0.013)
Perturb-tie	0.969 (0.005)	0.964 (0.005)	0.92	3.08	0.011 (0.001)	0.997	0.932 [36]	0.305 (0.014)
Louvain-core	0.951 (0.007)	0.945 (0.007)	0.95	3.05	0.021 (0.003)	0.975	–	–
Louvain-CoG	0.945 (0.007)	0.939 (0.007)	0.92	3.08	0.024 (0.003)	0.971	–	–
IW-Louvain	0.967 (0.005)	0.963（0.005）	1.00	3.00	0.015（0.002）	0.984	–	–

表2： 主要模拟设计：在相同网络上，FCo-L 与每种竞争方法之间调整兰德指数的配对差异；100 次重复中的均值（蒙特卡洛标准误）。正值有利于 FCo-L；在 48 次比较中，均值与其标准误之比的 Bonferroni阈值为 3。28。

情景	与共识核心对比	与Perturb-core对比	与Perturb-tie对比	与Louvain-core对比	与Louvain-CoG对比	与IW-Louvain对比
n=30, p_out=0.05，信息性	0.008 (0.005)	0.006 (0.005)	-0.001 (0.004)	0.021 (0.007)	0.018 (0.007)	0.014 (0.011)
n=60, p_out=0.05，信息性	-0.000 (0.001)	0.000 (0.000)	-0.000 (0.000)	0.002 (0.002)	0.001 (0.001)	0.001 (0.002)
n=30, p_out=0.10，信息性	0.027 (0.007)	0.005 (0.007)	0.003 (0.006)	0.026 (0.013)	0.025 (0.011)	0.030 (0.018)
n=60, p_out=0.10，信息性	0.002 (0.001)	0.001 (0.002)	0.001 (0.001)	0.016 (0.004)	0.020 (0.004)	0.005 (0.006)
n=30, p_out=0.05，信息不足	0.006 (0.005)	0.003 (0.003)	0.007 (0.005)	0.011 (0.007)	0.004 (0.006)	0.030 (0.012)
n=60, p_out=0.05，信息不足	0.000（0.000）	0.000（0.000）	0.000（0.000）	0.003（0.001）	0.003（0.001）	0.003（0.001）
n=30, p_out=0.10，信息不足	0.013 (0.007)	-0.010 (0.008)	-0.012 (0.005)	0.032 (0.011)	0.037 (0.010)	-0.002 (0.019)
n=60, p_out=0.10，信息不足	-0.001 (0.001)	-0.002 (0.001)	-0.000 (0.001)	0.018 (0.005)	0.024 (0.006)	0.002 (0.006)

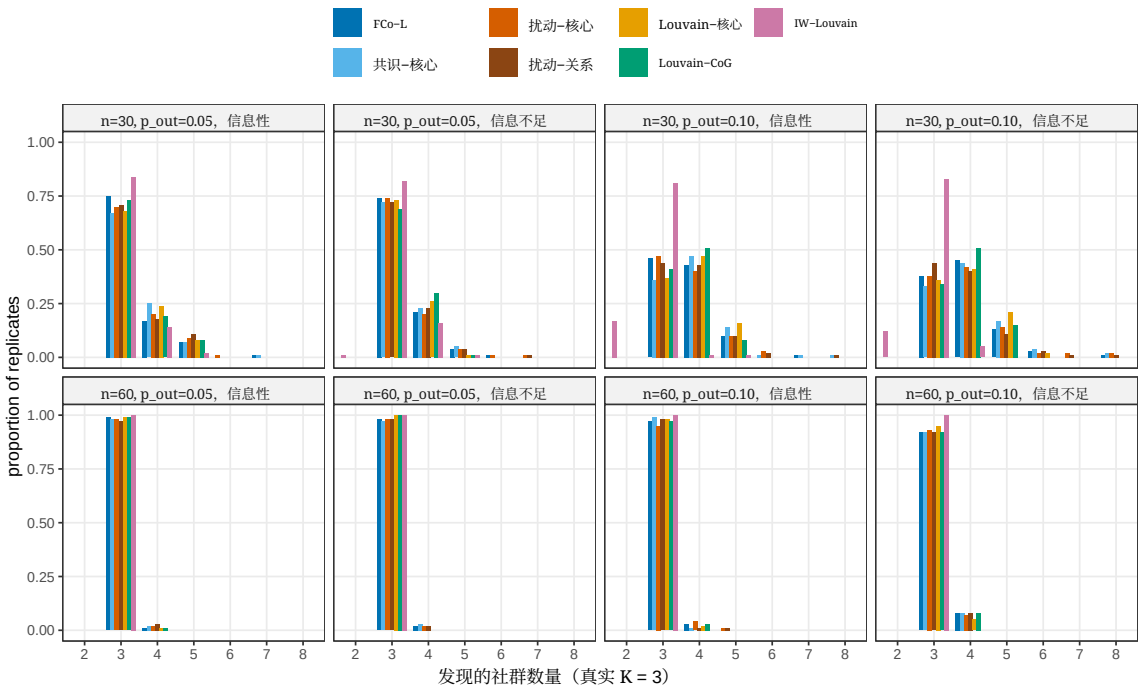

图3： 主要模拟设计：在 100 次重复中，各方法返回给定社群数量的比例；真实数量为 $K = 3$。当 $n = 60$ 时，所有方法都集中于三个社群；当 $n = 30$ 和 $p_{\text{out}} = 0.10$ 时，IW-Louvain 最常返回三个社群，而其他方法则经常返回四个或五个，将一个区块拆分开来。

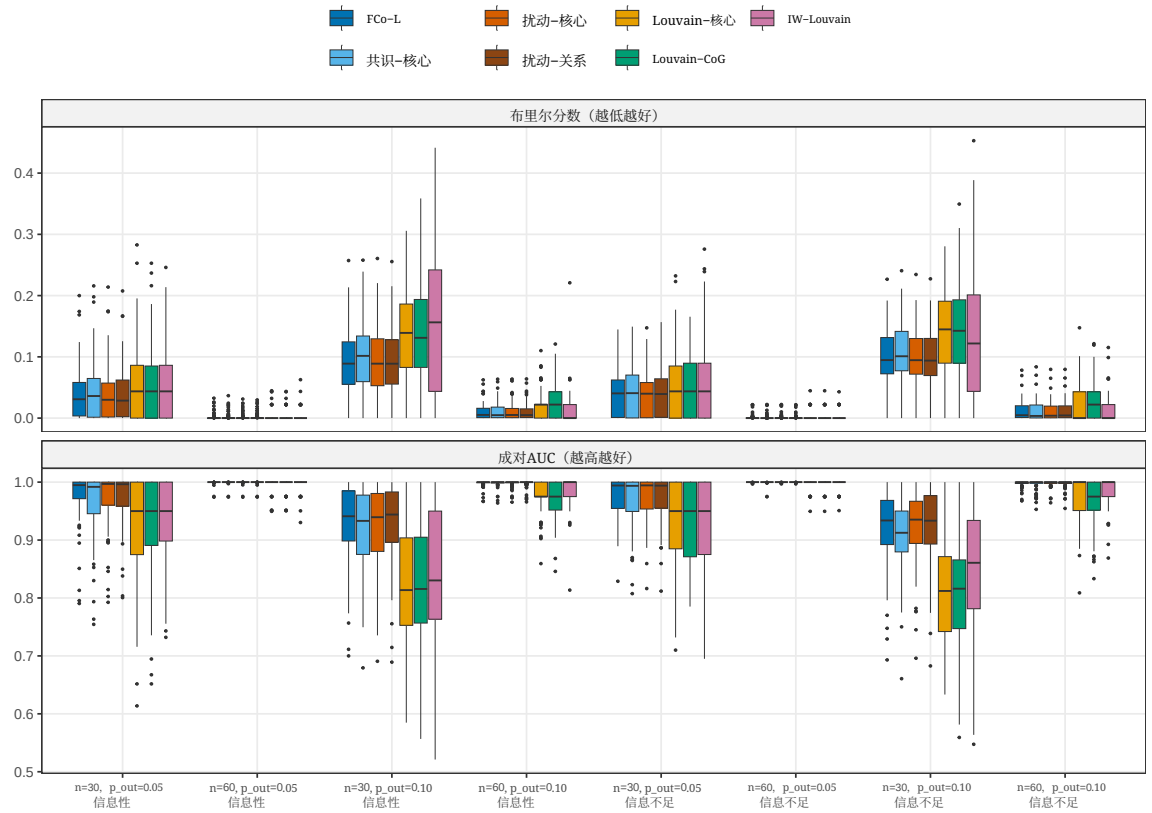

图4： 主要模拟设计：共同归属关系预测两个行动者属于同一真实区块这一指示变量的质量。上：布里尔分数（越低越好）；下：成对AUC（越高越好）。对于单一划分，关系是清晰共同成员关系矩阵；对于共识方法，关系是模糊关系 μ或其类似形式。

与 Perturb-core 相比，差异的绝对值至多为 0.0011；在信息不足扩散的情况下，$p_{\text{out}} = 0.10$ Perturb-tie 的布里尔分数低于 FCo-L（0.0021，$z = 3.18$，对于$n = 30$；0.0005，$z = 2.91$，对于 $n = 60$）。对于同一区块中的配对，FCo-L 的分层共成员关系会随 α 降低而下降，在 0.03 左右，且在 $\alpha = 0$ 时，$n = 30$ 和 $p_{\text{out}} = 0.10$ （图5）。

模糊性。FCo-L 的结构性斯皮尔曼相关在 $n = 30$为 0.31 至 0.44，在 $n = 60$ 为 0.09 至 0.34（表1）。在所有情景中，它均高于共识核心（高出 0.029 至 0.141，$z > 2.73$ 在六种情景中如此）、Perturb-core（高出 0.014 至 0.067，$z > 2.73$ 在五种情景中如此）以及 Perturb-tie（高出幅度较小，最多为 0.041，$z > 2.73$ 在四种情景中如此）。该设计的三角模糊数是对称的，因此，相较于 Perturb-tie 的优势源于在 α 上的扰动幅度混合以及极端实现，而非不对称性。信息性扩散和无信息扩散在所有标准下产生的结果幅度相同：低可靠性关系是独立于行动者分配的，扩散值并未提供哪些行动者难以归类的信息。FCo-L 的指数也能识别自身的误分类行动者（ $n = 30$的曲线下面积为 0.836–0.857；在误分类行动者罕见的 $n = 60$中则高于 0.94；表1、图6）。

边界行动者。边界行动者在46–52%的情况下被错误分类，其他行动者的错误分类率至多为5.4%（表3），且没有任何方法能改善划分（$|z| \leq 2.55$；表 4）。考虑边界行动者的模糊性时，η_i 中边界行动者的曲线下面积为0.807；FCo-L在$n = 30$ 和60时分别为0.874，Perturb-core分别为0.725和0.811，Perturb-tie分别为0.783和0.855，Consensus-core分别为0.670和0.774（图7）；FCo-L的差值分别为0.082（$z = 7.91$）和0.063（$z = 7.24$），相较于Perturb-core；相较于Perturb-，差值分别为0.025（$z = 3.48$）和0.019（$z = 3.01$)

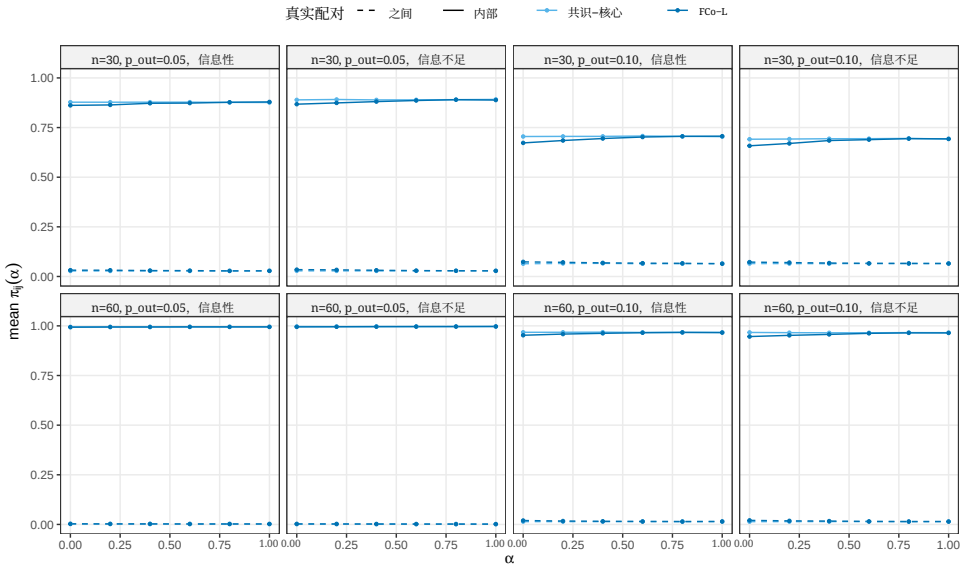

图 5： 主要模拟设计：同一区块内（实线）和不同区块间（虚线）行动者配对的分层共成员关系$\pi_{ij}(\alpha)$平均值，比较 FCo-L 和共识核心。共识核心不随 α 变化；当 $\alpha = 1$时，FCo-L 与其重合，此时每个实现都等于核心；较低的层级允许更宽的实现，并降低同一区块内配对的共同成员关系。

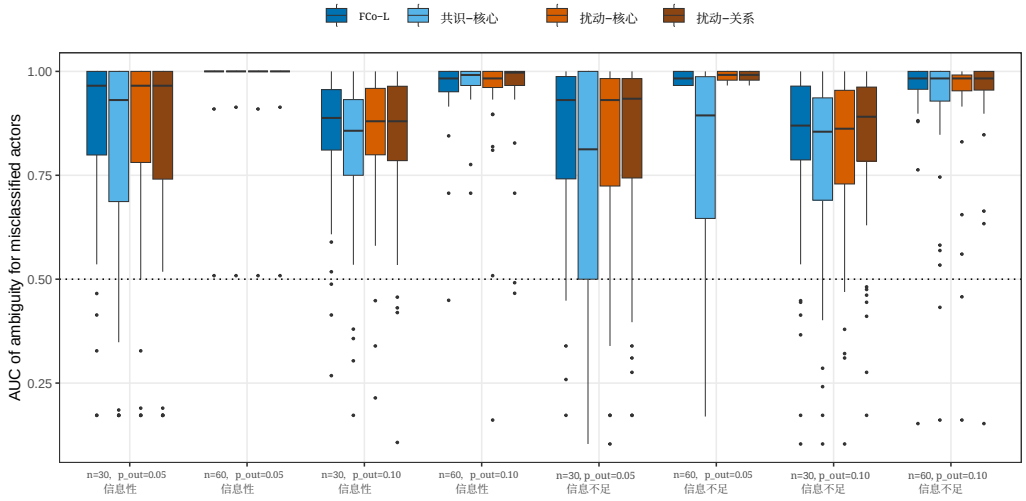

图 6： 主要模拟设计：四种共识关系的模糊性指数 η_i 作为分类器，用于识别由同一关系的共识划分误分类的行动者时的曲线下面积；统计范围为曲线下面积有定义的重复试验。点线标示 0.5。不同关系对应的误分类行动者集合不同，因此各面板展示的是每种关系识别自身错误的能力，并非在共同的结果指标上比较各方法。

表3： 边界行动者设计，每个 n进行 100 次重复：调整兰德指数；边界行动者和误分类行动者的模糊性指数的曲线下面积；边界行动者和其他行动者中的平均模糊度及误分类行动者占比。对齐：模糊关系属于边界行动者；未对齐：模糊关系属于数量相同的其他行动者；共同：仅使用核心的方法，其结果不受组别影响。

情景	arm	方法	ARI	曲线下面积 边界	误分类行动者的曲线下面积	边界行动者/其他行动者的模糊性	误分类边界/其他
边界，n=30	对齐	FCo-L	0.671 (0.014)	0.807 (0.014)	0.823 [93]	0.215/0.101	0.51/0.05
边界，n=30	对齐	Perturb-core	0.669 (0.013)	0.725 (0.018)	0.773 [94]	0.179/0.091	0.50/0.05
边界，n=30	对齐	Perturb-tie	0.672 (0.013)	0.783 (0.017)	0.810 [93]	0.215/0.101	0.51/0.05
边界，n=30	未对齐	FCo-L	0.665 (0.013)	0.749 (0.015)	0.794 [94]	0.186/0.098	0.51/0.05
边界，n=30	未对齐	Perturb-core	0.672 (0.013)	0.735 (0.018)	0.790 [94]	0.179/0.092	0.52/0.05
边界，n=30	未对齐	Perturb-tie	0.676 (0.013)	0.737 (0.017)	0.785 [94]	0.188/0.099	0.52/0.05
边界, n=30	共同	共识核心	0.667 (0.013)	0.670 (0.018)	0.711 [94]	0.134/0.065	0.51/0.05
边界，n=30	共同	Louvain-core	0.654 (0.015)	–	–	–	–
边界，n=60	对齐	FCo-L	0.857 (0.007)	0.874 (0.009)	0.865 [94]	0.191/0.030	0.46/0.00
边界，n=60	对齐	Perturb-core	0.856 (0.007)	0.811 (0.011)	0.808 [94]	0.166/0.026	0.46/0.00
边界，n=60	对齐	Perturb-tie	0.854 (0.007)	0.855 (0.010)	0.863 [94]	0.196/0.030	0.47/0.00
边界，n=60	未对齐	FCo-L	0.855 (0.007)	0.826 (0.011)	0.837 [94]	0.171/0.028	0.46/0.00
边界，n=60	未对齐	Perturb-core	0.855 (0.007)	0.794 (0.012)	0.800 [94]	0.165/0.026	0.46/0.00
边界，n=60	未对齐	Perturb-tie	0.854 (0.007)	0.813 (0.011)	0.824 [94]	0.169/0.027	0.47/0.00
边界，n=60	共同	共识核心	0.855 (0.007)	0.774 (0.012)	0.771 [95]	0.137/0.022	0.46/0.00
边界，n=60	共同	Louvain-core	0.847 (0.007)	–	–	–	–

表 4： 边界行动者设计：在相同网络上，FCo-L 与各共识基准之间的配对差异；包括调整兰德指数（ARI）以及边界行动者模糊性指数的曲线下面积（AUC），均值（标准误）和 z 比率。正值表示 FCo-L 表现更优；八项比较的 Bonferroni阈值为 $|z| > 2.73$。

情景	arm	比较	ARI	ARI z	AUC 边界	曲线下面积 z
边界，n=30	对齐	FCo-L 减去 共识核心	0.005 (0.007)	0.67	0.137 (0.014)	9.75
边界，n=30	对齐	FCo-L 减去 Perturb-core	0.003 (0.004)	0.60	0.082 (0.010)	7.91
边界，n=30	对齐	FCo-L 减去 Perturb-tie	-0.000 (0.004)	-0.11	0.025 (0.007)	3.48
边界，n=30	未对齐	FCo-L 减去共识核心	-0.001 (0.006)	-0.26	0.079 (0.013)	6.05
边界，n=30	未对齐	FCo-L 减去 Perturb-core	-0.006 (0.005)	-1.28	0.014 (0.008)	1.74
边界，n=30	未对齐	FCo-L 减去 Perturb-tie	-0.010 (0.004)	-2.55	0.012（0.007）	1.80
边界，n=60	对齐	FCo-L 减去共识核心	0.002（0.002）	0.81	0.101（0.010）	9.86
边界，n=60	对齐	FCo-L 减去 Perturb-core	0.001 (0.002)	0.73	0.063 (0.009)	7.24
边界，n=60	对齐	FCo-L 减去 Perturb-tie	0.003 (0.002)	1.58	0.019 (0.006)	3.01
边界，n=60	未对齐	FCo-L 减去共识核心	-0.000 (0.002)	-0.15	0.052 (0.009)	5.61
边界，n=60	未对齐	FCo-L 减去 Perturb-core	-0.000 (0.002)	-0.22	0.032 (0.009)	3.74
边界，n=60	未对齐	FCo-L 减 Perturb-tie	0.001 (0.002)	0.50	0.012 (0.006)	2.00

关系。因此，相比同质扰动，大部分提升来自并列特定尺度，其余则来自探索形状。在模糊性错置的情况下，FCo-L 的曲线下面积为 0.749 和 0.826；其表现仍优于共识核心，但与 Perturb-tie (0.012,$z \leq 2.00$) 的差异无法与零区分。

非对称三角模糊数。不对称方向会影响 FCo-L 的布里尔分数，但不会影响基准方法的布里尔分数（图8、表B4和表B5）。当较长的一侧指向潜在强度时，在所有四种情景下，FCo-L 的布里尔分数都低于 Perturb-tie： -0.0025($z = -3.09$) 和 -0.0043 ($z = -4.48$) 对应 $n = 30$ with $p_{\text{out}} = 0.05$ and 0.10， -0.0003 ($z = -2.07$) 和 -0.0018 ($z = -6.48$) 对应 $n = 60$；对于 $n = 30$，降幅约为 5%；对于 $n = 60$，极小的布里尔分数降低了 17–21%。在方向随机时，差异介于 -0.0002 和 0.0008 之间（$|z| \leq 1.37$）。在两个组别之间，所有情景下 FCo-L 的布里尔分数均有所下降（z 从 -2.78 降至 -5.42），而 Perturb-tie 的布里尔分数没有变化（$|z| \leq 2.03$）。划分和模糊性指数未能从中获益：与 Perturb-tie 相比，调整兰德指数的差异最多为 0.017（$z \leq 2.97$），结构性斯皮尔曼相关的差异则介于 -0.014 和 -0.002 之间。IW- Louvain 能更有效地利用非对称支持区间进行划分：在具有 $n = 30$ 的信息性组中，其平均调整兰德指数为 0.897 和 0.754，而 FCo-L 为 0.875 和 0.716（$z = -2.85$ 和 -2.67）；此外，IW- Louvain 更常返回三个社区。

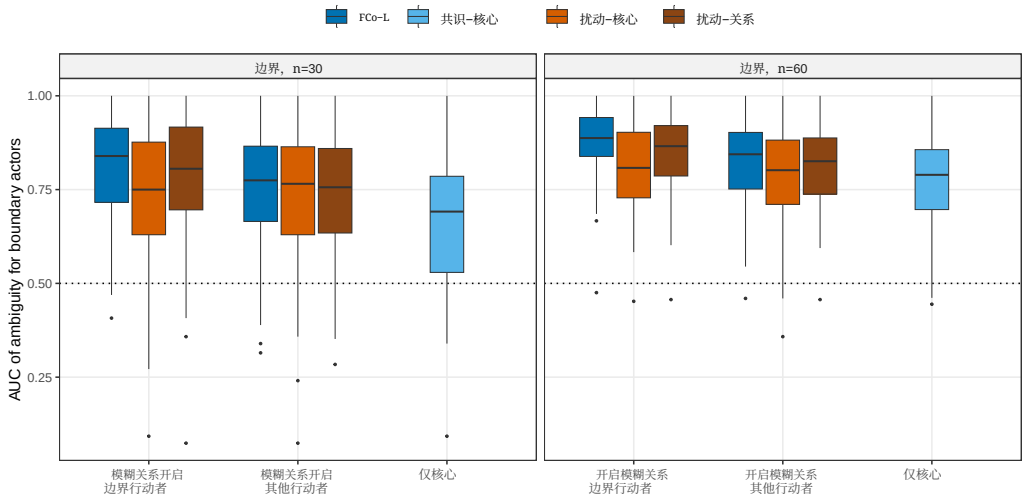

图7： 边界行动者设计：模糊性指数 η_i 作为边界行动者分类器的曲线下面积，$n = 30$（左）和 $n = 60$（右）各进行 100 次重复。在每个面板中，第一组对应对齐组，其中边界行动者也具有模糊关系；第二组对应未对齐组，其中模糊关系属于数量相同的其他行动者，且核心保持不变；共识核心仅使用核心，在两个组别中相同。点线标示 0.5。

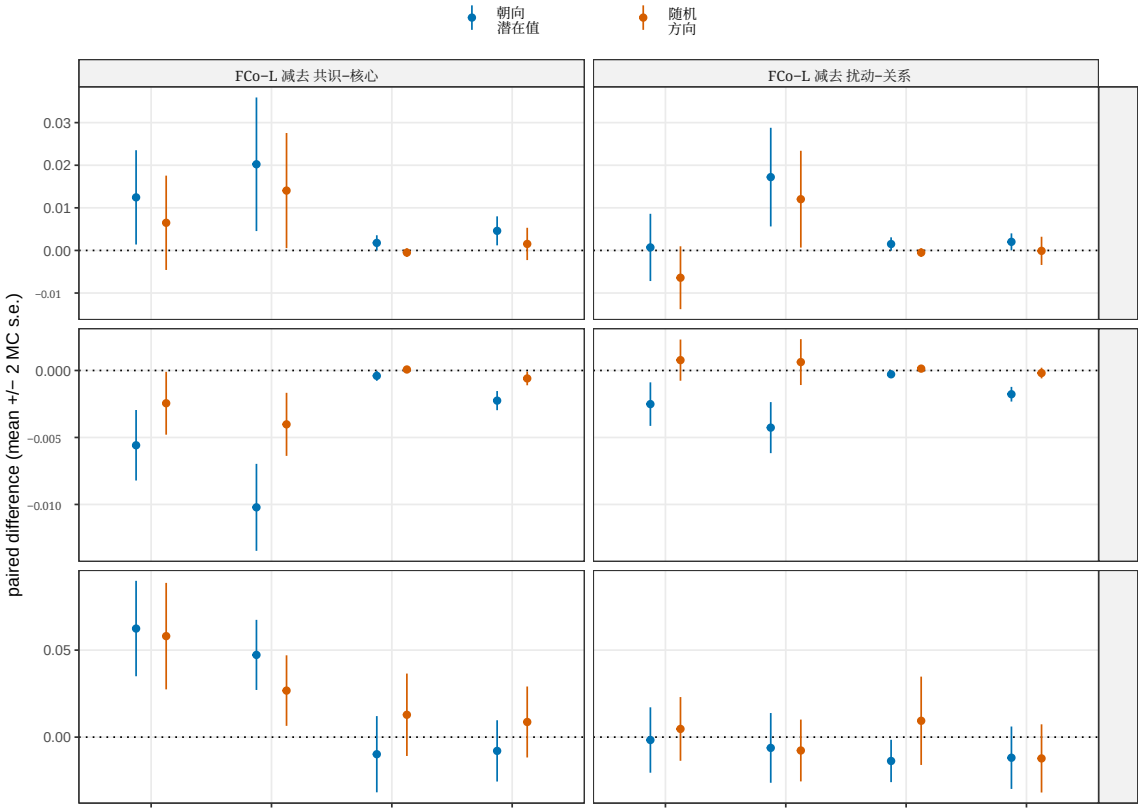

图8： 非对称 TFN 设计：FCo-L 相对于共识核心（左）和 Perturb-tie（右）在调整兰德指数、布里尔分数和结构性斯皮尔曼相关上的配对差值，100 次重复的平均值 ± 2 蒙特卡洛标准误。蓝色：信息性组，其中每个三角模糊数较长的一侧指向潜在强度；橙色：随机方向组，其宽度和不对称程度相同。布里尔面板中的负值以及其他面板中的正值有利于 FCo-L。

表5： 在包含 $n = 30$ 和 $p_{\text{out}} = 0.10$ 的两个情景中，FCo-L 的敏感性；对所有变体使用相同的100个网络。默认设置使用混合实现， $B = 25$、 α 步长为0。2 和 $K \leq 8$；每个变体仅改变一个设置。调整兰德指数，均值（标准误）；具有三个社群的重复试验比例及社群平均数量；布里尔分数；用于误分类行动者的模糊性指数的曲线下面积，括号内为定义该指标的重复试验数量。

情景	变体	ARI	K 正确_	K 平均_	布里尔分数	曲线下面积_模糊性
信息性	默认（混合，B=25，步长 0.2，K<=8）	0.698 (0.019)	0.46	3.67	0.0938 (0.0054)	0.857 [83]
信息性	仅均匀实现	0.695 (0.020)	0.49	3.68	0.0939 (0.0055)	0.857 [83]
信息性	B=50	0.696 (0.020)	0.48	3.65	0.0934 (0.0055)	0.857 [83]
信息性	α 步长 0.1	0.694 (0.020)	0.46	3.66	0.0935 (0.0055)	0.861 [83]
信息性	K<=15	0.698 (0.019)	0.46	3.67	0.0938 (0.0054)	0.857 [83]
信息不足	默认（混合，B=25，步长 0.2，K<=8）	0.680 (0.016)	0.38	3.85	0.0992 (0.0045)	0.836 [92]
信息不足	仅均匀实现	0.682 (0.016)	0.40	3.91	0.0993 (0.0045)	0.826 [91]
信息不足	B=50	0.685 (0.016)	0.37	3.92	0.0988 (0.0045)	0.831 [92]
信息不足	α 步长 0.1	0.679 (0.016)	0.38	3.95	0.0991 (0.0045)	0.825 [90]
信息不足	K<=15	0.680 (0.016)	0.38	3.85	0.0992 (0.0045)	0.836 [92]

表6： 零假设情景、无社区网络；每个 n进行100次重复：含两个群组的重复试验占比、群组平均数量、配对间的平均共同成员关系（单一划分采用清晰共同成员关系）和平均模糊度；最后一列报告作为比较，在主要设计的四种块模型情景中，具有相同 n的方法的平均模糊度。

情景	方法	占比 K=2	K 平均值_	平均共成员关系	平均模糊度（空模型）	平均模糊度（区块模型）
null, n=30	FCo-L	0.03	4.53	0.222	0.258	0.090
null, n=30	共识核心	0.00	4.56	0.222	0.211	0.062
null, n=30	Perturb-core	0.02	4.47	0.222	0.245	0.082
null, n=30	Perturb-tie	0.03	4.39	0.222	0.257	0.089
null, n=30	Louvain-core	0.00	4.47	0.224	–	–
null, n=30	Louvain-CoG	0.00	4.43	0.223	–	–
null, n=30	IW-Louvain	0.35	2.68	0.400	–	–
null, n=60	FCo-L	0.02	5.44	0.187	0.307	0.018
null, n=60	Consensus-core	0.01	5.44	0.186	0.293	0.014
null, n=60	Perturb-core	0.01	5.44	0.186	0.300	0.016
null, n=60	Perturb-tie	0.03	5.22	0.186	0.305	0.018
null, n=60	Louvain-core	0.00	5.55	0.187	–	–
null, n=60	Louvain-CoG	0.00	5.48	0.189	–	–
null, n=60	IW-Louvain	0.10	2.96	0.379	–	–

敏感性与空模型情景。在各敏感性变体中，FCo-L 的平均调整兰德指数最多变化 0.006，布里尔分数最多变化 0.0005（表5）。在没有社群的情况下，除 IW-Louvain 外，所有方法都返回了多个群组（FCo-L 平均返回 4.53 和 5.44 个；表6）；对于包括单一划分在内的每种方法，配对的平均共同成员关系为 0.22 和 0.19，因此它反映的是返回的群组数量，而非结构的缺失。FCo-L 的平均模糊度（0.258 和 0.307）高于具有相同 n 的块模型（0.090 和 0.018），但共识核心也呈现出类似的增幅。没有参考分布时，该关系描述的是群组的不稳定性，但不能证明网络不存在社区结构。

4 在部门协作网络中的应用 s

4.1 数据与分析

数据通过交互式网络问卷收集，调查对象为意大利基耶蒂-佩斯卡拉“G. d’Annunzio”大学两个院系的教授：经济研究系（A），其网络由Porreca等人分析过；以及医学、口腔医学与生物技术科学系（B）。按照动态模糊评级追踪器的操作方式，每位受访者通过在半圆形五点量表上移动鼠标，对自己与每位同事的协作情况进行评分（1 从不，2 很少，3 偶尔，4 经常，5 总是），并记录指针轨迹，直到最终点击。每个评分是轨迹的三角模糊数（最小值、最终位置、

最大值），映射至 $[1,5],$，并通过（$x-1$）$/4$映射。关系的支撑集不为{0}时，即视为观测边；同一同事的后续评分会取代先前评分，没有观测边的行动者则会被排除。网络 A 有 51 名行动者和 219 条有向关系，网络 B 有 55 名行动者和 254 条关系；分别有 24 名和 28 名行动者作出回应。未评分的配对被编码为空关系，即将未报告协作视为不存在协作；但如果某位同事因无回应而未被评分，这两种情况并不等同。

我们采用模拟设置应用 FCo-L 和基准方法，并使用独立种子重复共识关系 20 次，以评估蒙特卡洛误差。作为模糊性指数的参照，我们在 20 个网络上重新计算 FCo-L：在这些网络中，每位受访者的评分都在其他行动者之间随机置换，这样既保留了评分的数量和值，也破坏了群体结构。为了评估未回应的影响，我们重新计算 FCo-L：（i）将未回应者配对之间的关系视为未知，即使用 α-截集的空泛可能性分布 $[0,1],$；（ii）将未回应者原本会发送的所有关系视为未知；（iii）在受访者子网络上计算，其中每条关系的两个方向均有观测值。我们还使用投影 Φ = 均值和参与系数$\mathrm{PC}_i = 1 - \sum_k (s_{ik}/s_i)^2$,[29]，其中 s_{ik} 表示 i 对群组 k的强度。

4.2 结果

评分呈现出明显的不对称性：A 的关系中有 94%、B 的关系中有 84%，其不对称性超过支撑宽度的四分之一；平均而言，较长的一侧位于核心下方（表 7）。FCo-L 的共识划分在 A 中有五个群组，在 B 中有六个群组（图 9）。它与其他方法所得划分的一致程度，在 A 中从调整兰德指数 0.616（Louvain-core）到 0.948（Perturb-core）不等；在 B 中则从 0.623（IW-Louvain）到 1（Consensus-core 和 Louvain-core）不等（表8）。在两个院系中，群组之间的中间共同成员度会随着 α 减小而增加；这种趋势在 B 中更明显，在 $\alpha = 1$时，各群组几乎是清晰分明的（图 10）。观测到的网络比评分经过置换的网络模糊性更低（表 9）：FCo-L 的平均模糊度在 A 中为 0.137，在 B 中为 0.119，而置换的最低值分别为 0.213 和 0.212；不过，置换仍平均产生五个或六个群组。经过 20 次重复，μ_{ij} 的标准差至多为 0.049，划分之间的平均调整兰德指数分别为 0.940 和 0.961，低于 Consensus-core 的对应值（0.977 和 1）（表10）。

该划分取决于方法之前所作的选择。使用 Φ = 平均值时，与主分区的调整兰德指数分别为$0。640$和$0。629$（表10）。当未回应者配对之间的关系（占配对的28% 和 24%）未知时，FCo-L 返回与主分区无关的两个群组和三个群组（调整兰德指数 -0.025和$0。057$）：空关系将未回应者объедин到一个稠密区块中，而该划分反映了响应状态（表11）。在受访者子网络上，FCo-L 返回四个群组；相对于限制在相同行动者上的主分区，A中的调整兰德指数为$0。933$，B中为$0。712$。A中受访者之间的群组对于无响应编码具有稳健性，而B中的群组则较不稳健。

这些关系的差异主要体现在其度上。对于 FCo-L，平均模糊度分别为 0.137 和 0.119；对于 Perturb-tie，分别为 0.154 和 0.112；对于 Consensus-core，分别为 0.131 和 0.064。按模糊性对行动者进行排名时，FCo-L 与 Perturb-tie 下的结果相似（斯皮尔曼相关为 0.93 和 0.80），但并不完全相同。隶属度（图11）显示，模糊性较高的行动者主要在两个群组之间共享其成员资格。A中的行动者13是一名未回应者，在 FCo-L 下的平均模糊度为 0.290，在 Perturb-tie 下为 0.144，在 Perturb-core 下为 0.044，在 Consensus-core 下为 0：其在核心上的归属是稳定的，而当其收到的评分在各自的非对称 α-截集内发生变化时，归属就会变得不确定。B中的行动者117表现相似（0.234、0.133、0.180 和 0.029）。基准方法也可能产生 FCo-L 不具备的模糊性（A中的行动者14：Perturb-tie 下为 0.493，FCo-L 下为 0.286）。在共识网络（图 12）中，模糊性较高的行动者（例如 A 中的 48，以及 B 中的 68 和 106）连接了原本彼此分离的群组。模糊性指数并不是中心性的代理变量（其与模糊入强度核心的斯皮尔曼相关为 0.04 和 -0.06；图 13），与参与系数存在中等程度的相关性

表 7： 真实网络：行动者、受访者和有向关系的数量；各方法识别的社群数量；FCo-L 共识划分的群组规模；四种共识关系的平均模糊度；Perturb-core 的共同扰动规模 δ；$[0,1]$, 上三角模糊数评分的描述性统计，包括其不对称性 $|(r-m)-(m-l)|$ 超过支撑宽度四分之一的关系占比。

数量	A：经济学研究	B：医学、口腔医学与生物技术科学
行动者	51	55
受访者	24	28
有向关系	219	254
群组，FCo-L	5	6
群组，Consensus-core	4	6
群组，Louvain-core	4	6
群组，IW-Louvain	5	4
各实现中组的中位数	5	5
FCo-L组大小	16/18/8/5/4	10/3/8/9/16/9
平均模糊度，FCo-L	0.137	0.119
平均模糊度，共识核心	0.131	0.064
平均模糊度，Perturb-core	0.146	0.108
平均模糊度，Perturb-tie	0.154	0.112
delta ，Perturb-core	0.139	0.113
与核心 1 存在关系的占比	0.032	0.059
最终位置在按钮 1 的关系占比	0.005	0.004
平均支撑宽度 r - l	0.313	0.254
具有 |(r-m)-(m-l)| >(r-l)/4 的关系占比	0.936	0.839
平均 (r-m)-(m-l)	-0.016	-0.059

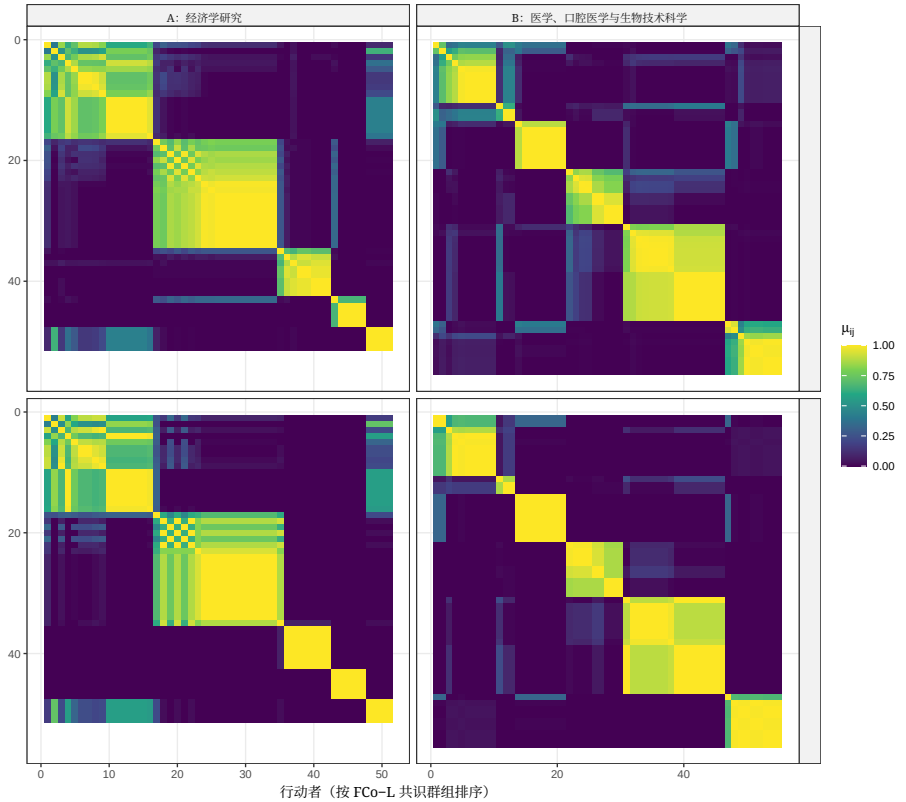

图 9： 真实网络：院系 A 和 B 中 FCo-L（上）与共识核心（下）的模糊共同成员关系 μ，行动者按 FCo-L 共识组排序。接近 1 的对角块对应稳定组；具有中间值的非对角单元格标识出在不同实现中归属发生变化的行动者，而这种情况在 FCo-L 下更为常见。

表8：真实网络：FCo-L 共识划分与主运行中其他各方法划分的一致性（调整兰德指数和归一化互信息）、群组数量，以及各方法进行20次独立重复后与FCo-L划分的调整兰德指数，均值 [最小值、最大值], , 并列出重复实验中群组数量的范围。

部门	方法	群组	ARI	NMI	重复实验中的调整兰德指数	重复实验中的群组数量
A	共识核心	4	0.827	0.876	0.839 [0.827, 0.948]	4–5
A	Perturb-core	5	0.948	0.953	0.936 [0.827, 0.948]	4–5
A	Louvain-core	4	0.616	0.778	0.805 [0.589, 0.948]	4–5
A	Louvain-CoG	5	0.931	0.948	0.869 [0.525, 1.000]	4–5
A	IW-Louvain	5	0.768	0.808	0.569 [0.317, 0.768]	3–5
B	共识核心	6	1.000	1.000	1.000 [1.000, 1.000]	6
B	Perturb-core	6	0.887	0.912	0.882 [0.836, 0.887]	5–7
B	Louvain-core	6	1.000	1.000	0.863 [0.564, 1.000]	4–7
B	Louvain-CoG	5	0.835	0.884	0.798 [0.625, 0.972]	4–7
B	IW-Louvain	4	0.623	0.739	0.525 [0.374, 0.628]	3–5

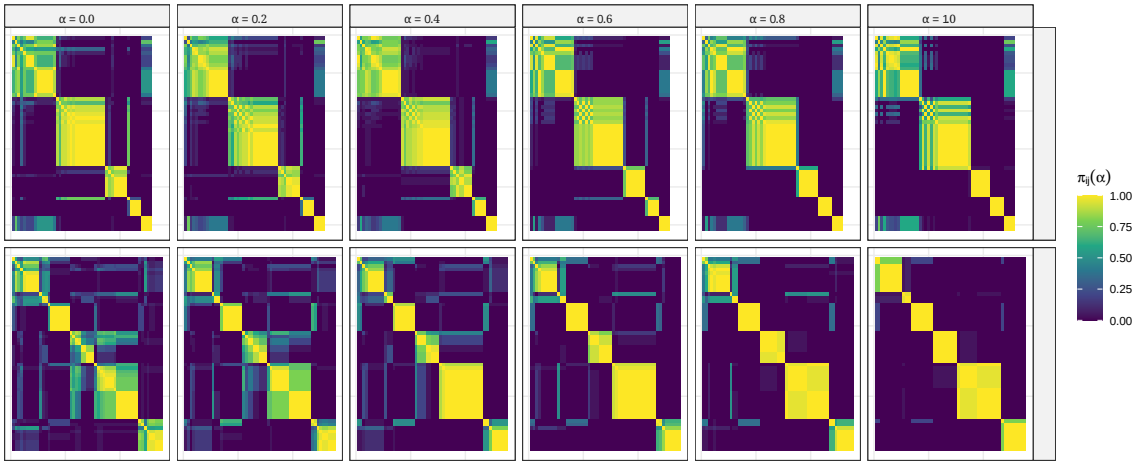

图10：真实网络：FCo-L 的分层共同成员关系π_{ij}（α），对应 $\alpha = 0$，0。2，.....，1；院系 A（上）和 B（下）中的行动者按 FCo-L 共识组排序。在 $\alpha = 1$ 处，所有实现均等于核心，仅包含 Louvain算法的随机性；较低层级通过更宽的 α-截点引入评分的模糊性。图 μ9中的关系是这些矩阵在 α上的积分。

表9：真实网络：观测网络上的 FCo-L，以及将每位受访者对其他行动者的评分随机置换后的结果；这种置换保留评分的数量和值，但破坏群体结构；共进行20次置换。平均模糊度（ [最小值、最大值] 在置换次数上的平均值）、群组数量，以及配对间的平均共同成员关系。

部门	置换次数	平均模糊度，观测值	平均模糊度，置换值	群组，观测值 / 置换值	平均共成员关系，观测值 / 置换值
A	20	0.137	0.247 [0.213, 0.297]	5 / 6.00	0.250 / 0.192
B	20	0.119	0.250 [0.212, 0.306]	6 / 5.80	0.200 / 0.181

表10：真实网络：FCo-L 和共识核心在 20 次独立重复中的蒙特卡罗稳定性；在各次重复中，FCo-L 下的平均模糊度高于或低于共识核心的行动者；FCo-L 对投影 Φ的敏感性；模糊性指数与参与系数之间的斯皮尔曼相关，以及 FCo-L 的模糊性指数重复均值与扰动基准的模糊性指数重复均值之间的斯皮尔曼相关。

数量	A：经济学研究	B：医学、口腔医学与生物技术科学
独立重复	20	20
μ_{ij} 在各次重复中的标准差，FCo-L：均值	0.012	0.011
μ_{ij}的标准差，FCo-L：最大值	0.048	0.049
μ_{ij}^{core}的标准差：均值	0.011	0.008
μ_{ij}^{core}的标准差：最大值	0.056	0.044
η_i的标准差，FCo-L：行动者中的最大值	0.033	0.031
重复之间的调整兰德指数，FCo-L：均值	0.940	0.961
重复之间的调整兰德指数，FCo-L：最小值	0.874	0.865
重复之间的调整兰德指数，共识核心：均值	0.977	1
重复之间的调整兰德指数，共识核心：最小值	0.877	1
模态$\hat{}K$的重复占比，FCo-L	0.650	0.750
FCo-L 下 η_i 较高的行动者（$z > 2$）	27	55
FCo-L 下 η_i 较低的行动者（$z < -2$）	11	0
群组，FCo-L 的 $\Phi =$ 均值	5	5
ARI, FCo-L， $\Phi =$ 均值与 $\Phi =$ 最大值	0.640	0.629
斯皮尔曼，模糊性与参与系数	0.274	0.365
斯皮尔曼，FCo-L 与 Perturb-core 的模糊性（重复实验均值）	0.870	0.714
斯皮尔曼，FCo-L 与 Perturb-tie 的模糊性（重复实验均值）	0.927	0.795

表11：真实网络，无响应编码：FCo-L 对未评级配对采用空关系（主要分析），对未回应者之间的配对采用未知关系（空泛可能性分布），对未回应者发出的所有关系采用未知关系，以及在受访者子网络上的分析。未知关系配对的占比、群组数量、与主分区的调整兰德指数（最后一行仅限受访者）、总体以及受访者和未回应者中的平均模糊度。

部门	约定	未知配对	群组	调整兰德指数与主要方法	平均模糊度	受访者 / 未回应者
A	空关系（主要分析）	0.00	5	1.000	0.137	0.106 / 0.165
A	未回应者配对	0.28	2	-0.025	0.143	0.189 / 0.102
A	未回应者发送的所有关系	0.78	2	0.317	0.468	0.427 / 0.504
A	仅受访者（24 名行动者）	–	4	0.933	0.107	0.107 / –
B	空关系（主要分析）	0.00	6	1.000	0.119	0.105 / 0.133
B	未回应者配对	0.24	3	0.057	0.136	0.206 / 0.064
B	未回应者发出的所有关系	0.75	4	0.301	0.418	0.362 / 0.475
B	仅受访者（28 名行动者）	–	4	0.712	0.009	0.009 / –

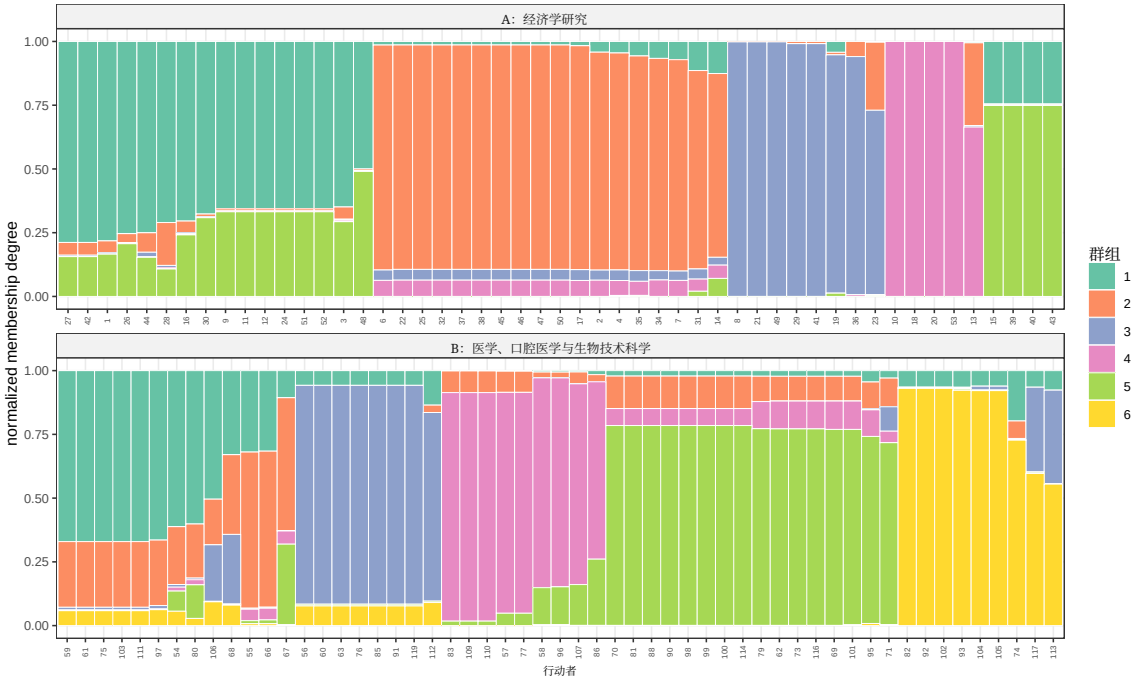

图11： 真实网络：部门 A（上）和 B（下）中各行动者对 FCo-L 共识群组的归一化隶属度 $\tilde{u}_{ik}$，行动者按群组排序。每个条形的总和为一；单一颜色表示明确归属，多个颜色则表示该行动者的共同成员关系分布在多个群组中。

（0.27 和 0.37），且受访者的数值低于未回应者（A 部门中分别为 0.106 和 0.165，B 部门中分别为 0.105 和 0.133）。这些比较仅为描述性结果；没有关于组织单位或研究领域的外部信息可用于验证这些群组。

5 讨论与结论

所提出的模糊共同成员关系对与三角模糊数关系的 α-截集相容的清晰网络上的 Louvain 算法共同分配进行 α 整合；该方法无需预先设定群组数量，具有半正定性，并可导出行动者之间的欧几里得距离。

模拟结果揭示了相较于在核心上单次运行的改进来源。布里尔分数的最大降幅来自共识本身，这一点与核心共识一致。在小型且结构较弱的网络中，对关系施加扰动可小幅改善划分，并进一步降低布里尔分数；同等幅度的对称扰动也能带来相同程度的改善。FCo-L 并非旨在获得更优划分的方法：区间加权Louvain算法[13] 在调整兰德指数方面表现相当，在估计社群数量方面更优，也更善于利用信息性非对称支持区间来进行划分。

模糊关系提供了由受访者而非分析人员设定的扰动尺度、该尺度的关系特定分布、一个嵌套的尺度族 α，并且通过三角模糊数的不对称性提供了方向。在三种情况下，这些特征的作用超越了同等幅度的对称扰动：对于对称三角模糊数，模糊性指数与行动者结构位置的关联略强；当模糊性集中于结构上模糊的行动者时，该指数比两种基准方法都更能识别他们；当三角模糊数的不对称方向指向潜在强度时，共同隶属度的布里尔分数更低，而方向随机时，这种差异便会消失。这些效应较小，且出现在按设计对 FCo-L 有利的情形中；真实评分是否会对结构上模糊的行动者表现出更高的模糊性，或呈现指向潜在强度的不对称性，仍是一个实证问题。

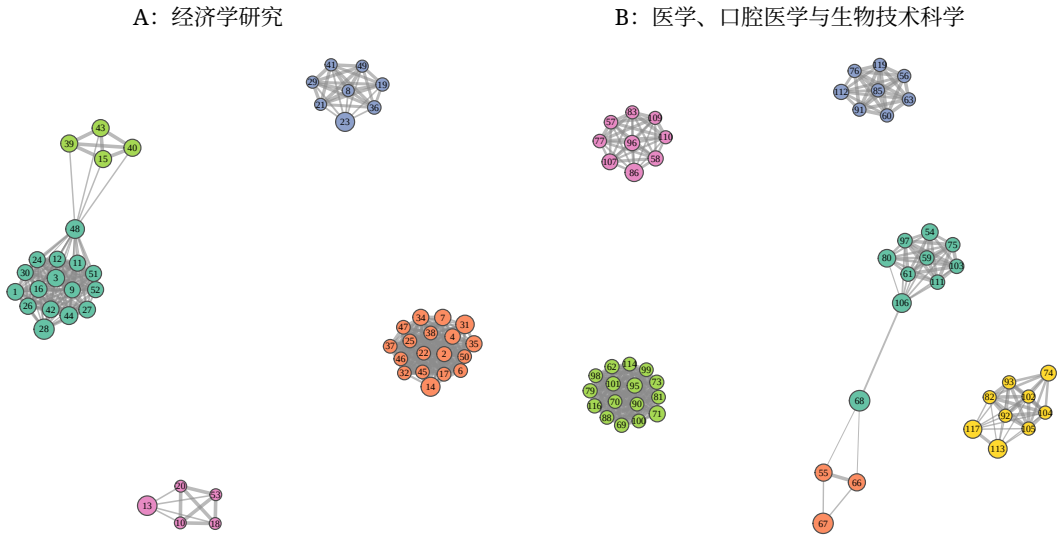

图12： 真实网络：院系 A（左）和 B（右）的共识网络。边连接具有 $\mu_{ij} \geq 0.5$ 的行动者配对，表示共同成员关系，而非报告的合作关系；颜色表示 FCo-L 共识组，节点大小随模糊性指数 η_i增加，因此群组之间的大节点表示其归属不确定的行动者。

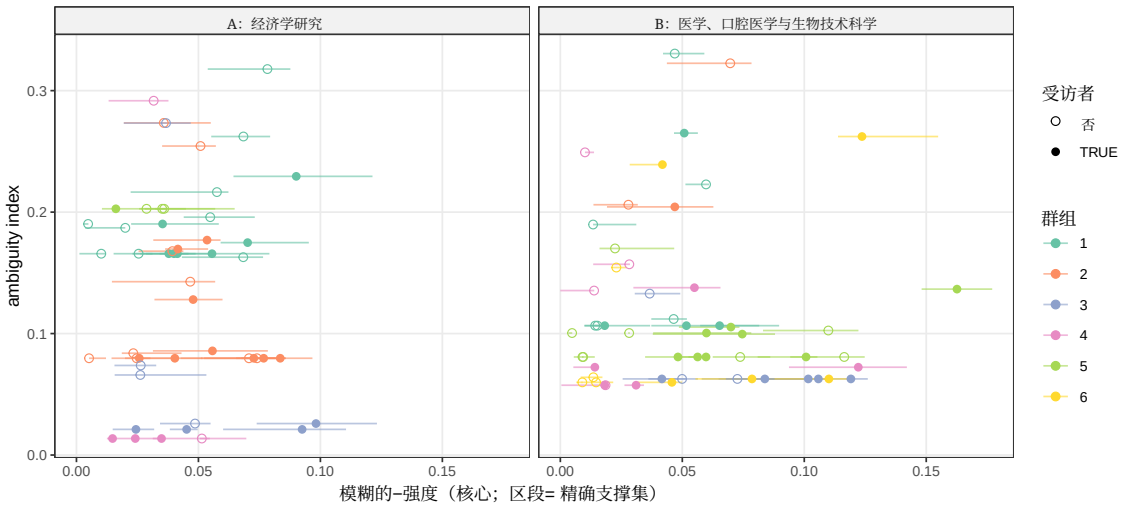

图13： 真实网络：院系 A（左）和 B（右）中各行动者的 FCo-L 模糊性指数 η_i 与模糊入强度；点表示核心，水平线段表示入强度的支撑集。颜色表示 FCo-L 共识群组；实心点表示受访者，空心点表示未回应者。不存在趋势表明，模糊性指数无法重现中心性。

问题。

在应用中，FCo-L定位出既未被核心共识识别、也未被同质扰动识别的模糊行动者，且观察到的模糊性低于评分经过置换的网络。然而，划分取决于有向评分的投影以及未答者关系的编码方式，后者对于未回应者的归类至关重要；该应用在这些选择下展示了该方法，但并未对其进行验证。其他局限涉及设计：三个平衡区块、两种网络规模、风格化的边界行动者设计和非对称设计、关系之间的独立实现，以及无法返回单一群组的生命周期准则。未来工作包括Leiden算法，[25]反映同一受访者评分之间依赖关系的探索定律、基于 μ的社区结构检验，以及联合使用模糊性指数和Porreca等人的模糊中心性指数[1]，以区分群组内部具有中心性的行动者和连接不同群组的行动者。

ORCID

Annamaria Porreca - https://orcid.org/0000-0003-3278-1561
FabrizioMaturo - https://orcid.org/0000-0002-2362-4970

声明

作者贡献。 两位作者共同参与了概念构思、方法论、软件、正式分析、调查、数据整理、验证、可视化及写作（初稿撰写、审阅与编辑）。

伦理声明。 问卷数据由 A. Porreca 在其博士研究期间收集。参与完全自愿；受访者同意将其回答匿名用于研究和发表。

资助。 本研究未获得公共、商业或非营利部门任何资助机构的专项拨款。

利益冲突。 作者声明不存在利益冲突。

生成式人工智能的使用。 作者使用生成式人工智能工具提升英语表达、协助修改部分文本，并核查书目信息。作者对所有内容进行了严格审阅、核实和编辑，并对本出版物承担全部责任。

数据与代码可用性。可向通讯作者索取用于复现所有模拟、图表和表格的 R脚本；若没有问卷数据，该脚本只能运行模拟研究。结果使用 R 4.5.2 和 igraph 2.3.4 获得；由于 Louvain算法具有随机性，使用其他版本可能会得到略有差异的结果。问卷数据可在合理请求后向通讯作者索取。

参考文献

[1] Annamaria Porreca、Fabrizio Maturo 和 Viviana Ventre。社交网络分析中的模糊中心性度量：理论及其在大学部门协作网络中的应用。《国际近似推理杂志》，176:109319，2025年。[2] Antonio Calcagnì 和 Luigi Lombardi。动态模糊评级追踪器（DYFRAT）：一种用于对评分量表中的实时动态认知过程建模的新方法。《应用软计算》，24:948–961，2014年。[3] Santo Fortunato。图中的社群检测。《物理学报告》，486(3–5):75–174，2010年。

[4] Jianhai Su 和 Timothy C. Havens。使用遗传算法进行社交网络中的模糊社区检测。载于《2014年IEEE模糊系统国际会议论文集》（FUZZ-IEEE），中国北京，2014年。[5] Alfonso Niño、Sebastián Reyes、José Ángel Martín-Baos 和 Camelia Muñoz-Caro。社交网络模糊社区检测的通用方法。载于《2019年IEEE模糊系统国际会议论文集》（FUZZ-IEEE），美国路易斯安那州新奥尔良，2019年。[6] Samira Malek Mohamadi Golsefid、Mohammad Hossein Fazel Zarandi 和 Susan Bastani。社交网络中的模糊双中心社区检测模型。《社会网络》，43:177–189，2015年。[7] Mansoureh Naderipour、Mohammad Hossein Fazel Zarandi 和 Susan Bastani。考虑双层图的大规模社交网络二型模糊社区检测模型。《人工智能工程应用》，90:103206，2020年。[8] Wenjian Luo、Zhenglong Yan、Chenyang Bu 和 Daofu Zhang。基于模糊关系的社群检测。《IEEE新兴计算主题汇刊》，8(2):478–492，2020年。[9] Domenico Cangemi、Pierpaolo D'Urso、Livia De Giovanni、Lorenzo Federico 和 Vin- cenzina Vitale。模糊聚类与社群检测：一种集成方法。《分类学杂志》，2025年。（2025年），在线发表， https://doi.org/10.1007/s00357-025-09520-7。[10] T. Nepusz、A. Petróczi、L. Négyessy 和 F. Bazsó。复杂网络中的模糊社区与桥接性概念。《物理评论E》，77(1):016107，2008年。[11] Inmaculada Gutiérrez、Daniel Gómez、Javier Castro 和 Rosa Espínola。从模糊信息到社群检测：一种利用软信息进行社交网络分析的方法。《数学》，10(22):4348，2022年。[12] Mohamed El-Moussaoui、Mohamed Hanine、Ali Kartit 和 Tarik Agouti。基于模糊逻辑的社交网络社群检测方法：分析节点的语义属性。《国际模糊系统杂志》，28(6):2276–2293，2026年。[13] Hélder Alves、Paula Brito 和 Pedro Campos。区间加权网络中的社群检测。《数据挖掘与知识发现》，38(2):653–698，2024年。[14] Stefano Monti、Pablo Tamayo、Jill Mesirov 和 Todd Golub。共识聚类：一种基于重采样的基因表达微阵列数据类别发现与可视化方法。《机器学习》，52(1):91–118，2003年。[15] Ana L. N. Fred 和 Anil K. Jain。利用证据累积合并多个聚类。《IEEE模式分析与机器智能汇刊》，27(6):835–850，2005年。[16] Andrea Lancichinetti 和 Santo Fortunato。复杂网络中的共识聚类。《科学报告》，2:336，2012年。[17] David Gfeller、Jean-Cédric Chappelier 和 Paolo De Los Rios。发现复杂网络社区结构中的不稳定性。《物理评论E》，72(5):056135，2005年。[18] Brian Karrer、Elizaveta Levina 和 M. E. J. Newman。网络中社区结构的鲁棒性。《物理评论E》，77(4):046119，2008年。

[19] Lotfi A. Zadeh。相似关系与模糊序。信息科学，3(2):177– 200，1971年。[20] John C. Gower 和 Gavin J. S. Ross。最小生成树与单链接聚类分析。皇家统计学会会刊。*C*辑（应用统计学），18(1):54–64，1969年。[21] Erich Peter Klement、Radko Mesiar 和 Endre Pap。三角模。克吕维尔学术出版社，多德雷赫特，2000年。[22] Mark E. J. Newman 和 Michelle Girvan。发现并评估网络中的社区结构。《物理评论*E*》，69(2):026113，2004年。[23] Vincent D. Blondel、Jean-Loup Guillaume、Renaud Lambiotte 和 Etienne Lefebvre。大型网络中社群的快速展开。《统计力学杂志：理论与实验》，2008(10):P10008，2008年。[24] Arnold Kaufmann。模糊子集理论导论。第*1*卷：基础理论要素。学术出版社，纽约，1975年。[25] V. A. Traag、L. Waltman 和 N. J. van Eck。从 Louvain 到 Leiden：确保社群连接紧密。《科学报告》，9:5233，2019年。[26] Paul W. Holland、Kathryn Blackmond Laskey 和 Samuel Leinhardt。随机区块模型：初步探索。《社会网络》，5(2):109–137，1983年。[27] Lawrence Hubert 和 Phipps Arabie。比较划分。《分类学杂志》，2(1):193–218，1985年。[28] Alexander Strehl 和 Joydeep Ghosh。聚类集成：一种用于组合多个划分的知识重用框架。《机器学习研究杂志》，3:583–617，2002年。[29] R. Guimerà 和 L. A. Nunes Amaral。复杂代谢网络的功能制图。《自然》，433(7028):895–900，2005年。

附录 A 命题的证明1

(i) 公式（2）中的每个指示变量都是对称的，且在对角线上等于 1；权重 w_b和ω_g 均非负，且总和为 1。(ii) 当关系为清晰关系时，每个框都简化为 {M}，因此 FCo-L 和对照组使用相同权重，对同一网络独立运行 C JB 次；若算法是确定性的，则所有指示变量都相同。(iii) 用置换矩阵 Π 重新标记行动者，会将 W$_\alpha$ 映射为 {$\Pi W \Pi^\top$: $W \in$ W$_\alpha$} ；确定性实现会被精确地置换，而均匀实现置换后的联合分布保持不变，因为 $U_{ij}^{(b)}$ 是独立同分布的。由于 C 在分布上具有等变性，且各次运行相互独立，每个共同归属矩阵在分布上都会被置换，因此 π(α_g)和 μ也会如此，它们是相互独立的共同归属矩阵的固定线性组合；取期望后，E(μ)会被精确置换。Louvain 这类随机化算法仅在分布上具有等变性：对于固定的随机种子，重新标记行动者会改变访问顺序。(iv) 指标矩阵为 $Z \in$ {0, 1}$^{n\times K}$ 的划分，其共同归属矩阵为 $ZZ^\top \succeq 0$ ，且对角线元素均为 1； μ 是这类矩阵的凸组合，因此 $\mu \succeq 0$ 和 $\mu_{ii} = 1$。半正定矩阵是 Gram 矩阵，$\mu_{ij} = x_i, x_j$，且 $\|x_i - x_j\|^2 = 2(1 - \mu_{ij})$；对于 $i \neq j$， $d_{ij} = 0$ 仅当 $\mu_{ij} = 1$时成立，此时 d 是伪度量。

(standard error), z ratio and number of
ation's own misclassified actors, with the
Co-L except for the Brier score.

an	Spearman z
	5.10
	1.65
	5.36
	7.11
	7.06
	1.80
	6.63
	9.07

deviation); same quantities as Table B1.

n	Spearman z
	2.71
	1.53
	3.74
	5.49
	4.73
	1.14
	3.06
	6.52

absolute deviation); same quantities as

an	Spearman z
	1.19
	0.74
	3.65
	2.97
	4.31
	0.01
	0.63
	4.57

表 B4： 非对称 TFN 设计，每个情景进行 100 次重复：调整兰德指数，均值（标准误）；具有三个社区的重复试验占比；布里尔分数；结构性斯皮尔曼相关；误分类行动者的模糊性指数的曲线下面积，括号内为定义该指标的重复试验次数；与 $|(r-m)-(m-l)|>(r-l)/4$ 的关系占比。信息性：每个 TFN 较长的一侧指向潜在强度；随机_方向：以概率 $1/2$交换左侧和右侧扩展值；共同：仅使用核心的方法。

情景	arm	方法	ARI	正确的 K 值	布里尔分数	结构性斯皮尔曼相关	曲线下面积误分类	非对称比例
n=30, p_out=0.05	信息性	FCo-L	0.875 (0.012)	0.69	0.0421 (0.0040)	0.285 (0.019)	0.804 [52]	0.80
n=30, p_out=0.05	信息性	Perturb-core	0.872 (0.013)	0.73	0.0455 (0.0043)	0.275 (0.019)	0.783 [52]	0.80
n=30, p_out=0.05	信息性	Perturb-tie	0.874 (0.013)	0.72	0.0446 (0.0042)	0.271 (0.021)	0.793 [53]	0.80
n=30, p_out=0.05	信息性	IW-Louvain	0.897 (0.012)	0.82	0.0435 (0.0049)	–	–	0.80
n=30, p_out=0.05	随机方向	FCo-L	0.869 (0.013)	0.71	0.0452 (0.0043)	0.274 (0.022)	0.825 [53]	0.79
n=30, p_out=0.05	随机方向	Perturb-core	0.875 (0.012)	0.72	0.0452 (0.0043)	0.271 (0.019)	0.775 [52]	0.79
n=30, p_out=0.05	随机方向	Perturb-tie	0.875 (0.013)	0.73	0.0444 (0.0042)	0.265 (0.020)	0.787 [52]	0.79
n=30, p_out=0.05	随机方向	IW-Louvain	0.870 (0.013)	0.79	0.0547 (0.0053)	–	–	0.79
n=30, p_out=0.05	共同	共识核心	0.862 (0.015)	0.71	0.0476 (0.0046)	0.222 (0.021)	0.747 [53]	–
n=30, p_out=0.05	共同	Louvain-core	0.855 (0.014)	0.68	0.0599 (0.0057)	–	–	–
n=30, p_out=0.10	信息性	FCo-L	0.716 (0.018)	0.38	0.0912 (0.0052)	0.347 (0.019)	0.811 [83]	0.80
n=30, p_out=0.10	信息性	Perturb-core	0.703 (0.018)	0.39	0.0976 (0.0055)	0.345 (0.019)	0.794 [84]	0.80
n=30, p_out=0.10	信息性	Perturb-tie	0.699 (0.018)	0.39	0.0955 (0.0052)	0.353 (0.019)	0.814 [88]	0.80
n=30, p_out=0.10	信息性	IW-Louvain	0.754 (0.018)	0.84	0.1051 (0.0076)	–	–	0.80
n=30, p_out=0.10	随机方向	FCo-L	0.710 (0.018)	0.41	0.0974 (0.0054)	0.327 (0.019)	0.798 [85]	0.79
n=30, p_out=0.10	随机方向	Perturb-core	0.700 (0.019)	0.39	0.0985 (0.0055)	0.328 (0.019)	0.799 [84]	0.79
n=30, p_out=0.10	随机方向	Perturb-tie	0.698 (0.018)	0.41	0.0968 (0.0054)	0.335 (0.021)	0.795 [88]	0.79
n=30, p_out=0.10	随机方向	IW-Louvain	0.717 (0.018)	0.76	0.1192 (0.0076)	–	–	0.79
n=30, p_out=0.10	共同	共识核心	0.696 (0.018)	0.35	0.1014 (0.0057)	0.300 (0.020)	0.767 [86]	–
n=30, p_out=0.10	共同	Louvain-core	0.673 (0.019)	0.38	0.1328 (0.0075)	–	–	–
n=60, p_out=0.05	信息性	FCo-L	0.998 (0.001)	0.99	0.0011 (0.0004)	0.061 (0.019)	0.585 [4]	0.80
n=60, p_out=0.05	信息性	Perturb-core	0.995 (0.002)	0.98	0.0015 (0.0004)	0.088 (0.016)	0.763 [7]	0.80
n=60, p_out=0.05	信息性	Perturb-tie	0.996 (0.001)	0.97	0.0014 (0.0004)	0.077 (0.016)	0.723 [6]	0.80
n=60, p_out=0.05	信息性	IW-Louvain	0.997 (0.001)	1.00	0.0013 (0.0005)	–	–	0.80
n=60, p_out=0.05	随机方向	FCo-L	0.995 (0.001)	1.00	0.0016 (0.0005)	0.083 (0.016)	0.815 [9]	0.78
n=60, p_out=0.05	随机方向	Perturb-core	0.996 (0.001)	1.00	0.0015 (0.0004)	0.068 (0.017)	0.644 [7]	0.78
n=60, p_out=0.05	随机方向	Perturb-tie	0.996 (0.001)	1.00	0.0014 (0.0004)	0.074 (0.017)	0.792 [8]	0.78
n=60, p_out=0.05	随机方向	IW-Louvain	0.994 (0.002)	1.00	0.0026 (0.0007)	–	–	0.78
n=60, p_out=0.05	共同	共识核心	0.996 (0.001)	1.00	0.0015 (0.0004)	0.084 (0.017)	0.792 [8]	–
n=60, p_out=0.05	共同	Louvain-core	0.991 (0.002)	1.00	0.0039 (0.0010)	–	–	–
n=60, p_out=0.10	信息性	FCo-L	0.973 (0.004)	1.00	0.0087 (0.0012)	0.250 (0.014)	0.944 [42]	0.80
n=60, p_out=0.10	信息性	Perturb-core	0.969 (0.004)	1.00	0.0106 (0.0014)	0.267 (0.014)	0.960 [44]	0.80
n=60, p_out=0.10	信息性	Perturb-tie	0.971 (0.004)	1.00	0.0104 (0.0013)	0.257 (0.014)	0.953 [44]	0.80
n=60, p_out=0.10	信息性	IW-Louvain	0.979 (0.003)	1.00	0.0090 (0.0013)	–	–	0.80
n=60, p_out=0.10	随机方向	FCo-L	0.970 (0.004)	1.00	0.0103 (0.0014)	0.264 (0.015)	0.950 [43]	0.79
n=60, p_out=0.10	随机方向	Perturb-core	0.968 (0.005)	1.00	0.0105 (0.0014)	0.267 (0.014)	0.948 [45]	0.79
n=60, p_out=0.10	随机方向	Perturb-tie	0.970 (0.004)	1.00	0.0105 (0.0014)	0.267 (0.015)	0.932 [44]	0.79
n=60, p_out=0.10	随机方向	IW-Louvain	0.975 (0.004)	1.00	0.0108 (0.0017)	–	–	0.79
n=60, p_out=0.10	共同	共识核心	0.968 (0.004)	1.00	0.0109 (0.0014)	0.253 (0.014)	0.958 [46]	–
n=60, p_out=0.10	共同	Louvain-core	0.949 (0.006)	0.99	0.0222 (0.0027)	–	–	–

表 B5： 非对称 TFN 设计：同一网络上的配对差异、均值（标准误）和 z 比率，分别表示每个组别内 FCo-L 与各基准方法之间的差异，以及信息性组与随机方向组之间 FCo-L 和 Perturb-tie 的差异。对于布里尔分数，负值有利于 FCo-L（组内）或信息性组（组间）。

情景	arm	比较	ARI	ARI z	布里尔分数	布里尔分数 z	结构性斯皮尔曼相关	斯皮尔曼 z
n=30, p_out=0.05	信息性	FCo-L 减去 共识核心	0.012 (0.006)	2.25	-0.0056 (0.0013)	-4.24	0.062 (0.014)	4.55
n=60, p_out=0.05	信息性	FCo-L 减去 共识核心	0.002 (0.001)	1.97	-0.0004（0.0002）	-2.16	-0.010 (0.011)	-0.90
n=30, p_out=0.10	信息性	FCo-L 减去 共识核心	0.020 (0.008)	2.58	-0.0102 (0.0016)	-6.29	0.047 (0.010)	4.69
n=60, p_out=0.10	信息性	FCo-L 减去 共识核心	0.005 (0.002)	2.70	-0.0023（0.0004）	-6.29	-0.008 (0.009)	-0.90
n=30, p_out=0.05	随机方向	FCo-L 减去共识核心	0.006 (0.006)	1.17	-0.0024 (0.0012)	-2.08	0.058 (0.015)	3.79
n=60, p_out=0.05	随机方向	FCo-L 减去共识核心	-0.001 (0.001)	-1.00	0.0001 (0.0001)	0.71	0.013 (0.012)	1.09
n=30, p_out=0.10	随机方向	FCo-L 减去共识核心	0.014 (0.007)	2.08	-0.0040 (0.0012)	-3.42	0.027 (0.010)	2.64
n=60, p_out=0.10	随机方向	FCo-L 减去 共识核心	0.002 (0.002)	0.81	-0.0006（0.0003）	-2.34	0.009 (0.010)	0.85
n=30, p_out=0.05	信息性	FCo-L 减去 Perturb-core	0.003 (0.004)	0.67	-0.0034（0.0009）	-3.98	0.003 (0.007)	0.42
n=60, p_out=0.05	信息性	FCo-L 减去 Perturb-core	0.002 (0.001)	1.83	-0.0004（0.0002）	-2.55	-0.029 (0.015)	-1.89
n=30, p_out=0.10	信息性	FCo-L 减去 Perturb-core	0.013 (0.008)	1.65	-0.0063 (0.0013)	-5.06	0.002 (0.012)	0.19
n=60, p_out=0.10	信息性	FCo-L 减去 Perturb-core	0.004 (0.002)	2.62	-0.0019 (0.0003)	-6.24	-0.023 (0.009)	-2.45
n=30, p_out=0.05	随机方向	FCo-L 减去 Perturb-core	-0.007 (0.004)	-1.78	0.0000 (0.0008)	0.02	0.000 (0.015)	0.01
n=60, p_out=0.05	随机方向	FCo-L 减去 Perturb-core	-0.001 (0.001)	-1.42	0.0001 (0.0001)	1.28	0.017 (0.013)	1.36
n=30, p_out=0.10	随机方向	FCo-L 减去 Perturb-核心	0.010 (0.006)	1.66	-0.0011 (0.0011)	-1.01	-0.002 (0.010)	-0.18
n=60, p_out=0.10	随机方向	FCo-L 减去 Perturb-core	0.002 (0.002)	0.99	-0.0002 (0.0002)	-1.10	-0.006 (0.009)	-0.61
n=30, p_out=0.05	信息性	FCo-L 减去 Perturb-tie	0.001 (0.004)	0.18	-0.0025 (0.0008)	-3.09	-0.002 (0.009)	-0.18
n=60, p_out=0.05	信息性	FCo-L 减去 Perturb-tie	0.002 (0.001)	1.92	-0.0003 (0.0001)	-2.07	-0.014 (0.006)	-2.25
n=30, p_out=0.10	信息性	FCo-L 减去 Perturb-tie	0.017 (0.006)	2.97	-0.0043 (0.0010)	-4.48	-0.006 (0.010)	-0.62
n=60, p_out=0.10	信息性	FCo-L 减去 Perturb-tie	0.002 (0.001)	2.03	-0.0018 (0.0003)	-6.48	-0.012 (0.009)	-1.32
n=30, p_out=0.05	随机方向	FCo-L 减去 Perturb-tie	-0.006 (0.004)	-1.74	0.0008 (0.0008)	1.00	0.005 (0.009)	0.52
n=60, p_out=0.05	随机方向	FCo-L 减去 Perturb-tie	-0.001 (0.001)	-1.00	0.0001 (0.0001)	1.37	0.009 (0.013)	0.74
n=30, p_out=0.10	随机方向	FCo-L 减去 Perturb-tie	0.012 (0.006)	2.12	0.0006 (0.0009)	0.73	-0.008 (0.009)	-0.86
n=60, p_out=0.10	随机方向	FCo-L 减去 Perturb-tie	-0.000 (0.002)	-0.06	-0.0002（0.0002）	-0.96	-0.012 (0.010)	-1.25
n=30, p_out=0.05	信息性	FCo-L 减去 IW-Louvain	-0.022 (0.008)	-2.85	-0.0015 (0.0026)	-0.55	– (NA)	–
n=60, p_out=0.05	信息性	FCo-L 减去 IW-Louvain	0.001 (0.001)	1.01	-0.0002（0.0003）	-0.66	– (NA)	–
n=30, p_out=0.10	信息性	FCo-L 减去 IW-Louvain	-0.037 (0.014)	-2.67	-0.0138 (0.0051)	-2.70	–（NA）	–
n=60, p_out=0.10	信息性	FCo-L 减去 IW-Louvain	-0.007 (0.003)	-2.44	-0.0004（0.0008）	-0.45	– (NA)	–
n=30, p_out=0.05	随机方向	FCo-L 减去 IW-Louvain	-0.002 (0.009)	-0.18	-0.0095 (0.0034)	-2.75	– (NA)	–
n=60, p_out=0.05	随机方向	FCo-L 减去 IW-Louvain	0.002 (0.001)	1.14	-0.0011 (0.0005)	-2.06	– (NA)	–
n=30, p_out=0.10	随机方向	FCo-L 减去 IW-Louvain	-0.007 (0.012)	-0.53	-0.0218（0.0047）	-4.66	–（NA）	–
n=60, p_out=0.10	随机方向	FCo-L 减去 IW-Louvain	-0.005 (0.003)	-1.92	-0.0005（0.0010）	-0.51	– (NA)	–
n=30, p_out=0.05	组间	信息型 FCo-L 减去 随机方向 FCo-L	0.006 (0.004)	1.34	-0.0031（0.0008）	-3.70	0.002 (0.014)	0.15
n=60, p_out=0.05	组间	信息型 FCo-L 减去随机方向 FCo-L	0.002 (0.001)	2.23	-0.0005 (0.0002)	-2.78	-0.021 (0.012)	-1.68
n=30, p_out=0.10	组间	信息型 FCo-L 减去随机方向 FCo-L	0.006 (0.007)	0.92	-0.0062 (0.0013)	-4.92	0.021 (0.012)	1.69
n=60, p_out=0.10	组间	信息型 FCo-L 减去随机方向 FCo-L	0.003 (0.002)	1.71	-0.0017 (0.0003)	-5.42	-0.016 (0.009)	-1.78
n=30, p_out=0.05	组间	扰动绑定信息性减去扰动关联随机方向	-0.001 (0.003)	-0.34	0.0001 (0.0003)	0.49	0.010 (0.011)	0.92
n=60, p_out=0.05	组间	扰动绑定信息性减去扰动关联随机方向	0.000 (0.001)	0.40	-0.0001 (0.0001)	-0.78	0.003 (0.010)	0.26
n=30, p_out=0.10	组间	扰动绑定信息性减去扰动关联随机方向	0.001 (0.005)	0.18	-0.0013 (0.0006)	-2.03	0.018 (0.009)	1.96
n=60, p_out=0.10	组间	扰动绑定信息性减去扰动关联随机方向	0.001 (0.001)	0.79	-0.0001 (0.0002)	-0.45	-0.014 (0.008)	-1.79