arXiv:2611.29817v1 [cond-mat.supr-con] 22 Nov 2026

II型超导氮化铌薄膜中T_c 以下混合态磁输运

Sai Vaishnavi Kanduri, [1, 2, *] Danilo B¨urger, [3] Zichao Li, [4] Mario Ziegler, [1] Detlef Born, [1] Sahitya V. Vegesna, [1,2,†] and Heidemarie Kr¨uger[1,2,‡][1]莱布尼茨光子技术研究所，*07745* 耶拿，德国[2]固体物理研究所，耶拿弗里德里希·席勒大学，*07743* 耶拿，德国[3]亥姆霍兹德累斯顿-罗森多夫创新有限公司，包岑乡间大道*400*号，*01328* 德累斯顿，德国[4]离子束物理与材料研究所，亥姆霍兹德累斯顿-罗森多夫中心，包岑乡间大道*400*号，*01328* 德累斯顿，德国（日期：2026年11月24日）

II型超导体在低于超导转变温度 T_c 的混合态中的输运性质仍然难以解释，因为在磁场存在时，超导过程与耗散过程并存。为研究氮化铌薄膜中的这一状态，我们在两个驱动电流（1 mA 和 2 mA）下，采用范德堡几何结构，测量了两种不同衬底（蓝宝石和硅）上厚度为 4 nm 的 NbN 薄膜在低于 T_c 时随磁场变化的方块电阻（R_{xx}^M）和霍尔电阻（R_{xy}^M）。通过将纵向响应与反对称化的霍尔信号相结合，我们采用现象学电流分配模型，估算耗散电流贡献和超导电流贡献。基于这一分析，我们估算了随磁场变化的超导电流，以及由霍尔效应推导出的有效耗散载流子密度和迁移率。我们还观察到一种磁场偶对称横向信号，其幅值强烈依赖于驱动电流。我们将该信号讨论为一种可能的混合态响应，涉及阿布里科索夫涡旋的磁性与超电流纹理、涡旋动力学以及库珀对电流再分布。本次测量无法唯一地区分涡旋、凝聚态或二者共同产生的贡献。该模型为比较纵向和横向混合态响应提供了一种实用方法，但并不意味着这两种电流通道在空间上直接分离。

I. 引言

单光子探测是众多科学与技术领域的关键要求，包括量子与基础研究 [1, 2], 光通信 [3–5], 远距离光学传感[6–9], 光谱学[10–12] 和天文学 [13]。探测极其微弱的光子需求推动了多种单光子探测器的发展，例如硅光电倍增管（SiPMs） [14], 单光子雪崩探测器（SPADs）[15], 和超导纳米线单光子探测器（SNSPDs） [16], ，每种探测器都在特定波长范围内具有优势。其中，超导纳米线单光子探测器凭借高探测效率、低暗计数率、低定时抖动、快速复位时间和宽带灵敏度 [17, 18]，成为领先技术。近期的进展已将超导纳米线单光子探测器在近红外和电信波段的性能推向接近 unity 的探测效率。光纤耦合超导纳米线单光子探测器在 1550 nm 波长下实现了 98.0 ± 0.5 % 的系统探测效率，并在 1350 nm 波长下达到 $99.5^{+0.5}_{-2.07}$ %；与此同时，波导集成超导纳米线单光子探测器在 1550 nm 波长下实现了超过 99% 的效率 [19–22]。

尽管超导纳米线单光子探测器在可见光、近红外和电信波段表现出色，但探测事件的微观起源仍未得到充分理解。在器件层面，超导纳米线单光子探测器的探测过程被描述为一系列步骤：光子吸收后，局部超导态受到抑制，纳米线中形成耗散区，随后通过电学方式检测由此产生的电压脉冲 [17]。然而，耗散区的物理起源仍在热烈讨论中。对此，研究者采用基于热点的模型进行解释；而基于涡旋的模型则强调涡旋进入、运动以及涡旋辅助纳米线切换至电阻态的潜在作用 [23–27]。

为了理解电流偏置的超导纳米线如何演变为耗散态，必须考察其基础材料的超导性质。II型超导氮化铌（氮化铌）是超导纳米线单光子探测器（SNSPDs）最广泛使用的材料之一，这得益于其较高的临界温度（T_c），约为 16 K，以及较高的临界电流密度（J_c）[17, 28]。这些特性对于多种超导器件都很重要，应用范围从热电子测辐射热计混频器 [29, 30]到微谐振器 [31], 、磁强计 [32] 和 SNSPDs [17, 33]。在这些器件中，超导态由三个主要临界参数控制：温度、电流密度和磁场。尽管 SNSPD 的运行主要依赖于

电流临界性下，当纳米线偏置接近 J_c时，磁场依赖输运提供了一种受控方式，可用于研究涡旋形成、场诱导耗散以及磁场对NbN 在 T_c 以下超导性的抑制是如何发生的。此前的研究已利用磁场研究涡旋动力学并调控

* sai.lanka@uni-jena.de
† sahitya.vegesna@uni-jena.de
‡ heidemarie.krueger@uni-jena.de

的 NbN-SNSPD 性能，通过 I-V 特性和计数率测量 [25, 27, 34]。然而，对于结构化 NbN 薄膜，低于时的直接磁输运和霍尔测量仍然有限，T_c 尤其是在理解场诱导耗散和涡旋相关输运方面。

为了解释这种由磁场诱导的输运，考虑 II 型氮化铌在低于 T_c时施加外部磁场 $H_{o/p}$ 的响应会很有帮助。其响应会经历由下临界场和上临界场 H_{c_1} 和 H_{c_2}界定的三个区域。在低磁场下，超导态占主导地位。在中间磁场范围（$H_{c_1} < H_{o/p} < H_{c_2}$），磁通以量子化的阿布里科索夫涡旋形式穿透薄膜，形成超导输运与耗散输运共存的混合态 [35]。施加电流后，可动涡旋会产生磁通流耗散，并可能贡献横向电压。正常芯近似有助于描述耗散通道 [36], ，尽管涡旋霍尔响应可能同时包含芯部和流体动力学贡献 [37]。在足够高的磁场下，超导性受到抑制，输运表现得类似正常态 [28]。

在先前的工作中，我们研究了正常态区域（高于 T_c）中原子层沉积生长的氮化铌 薄膜的磁输运，并使用磁阻和霍尔测量表征电子无序、弱局域化行为、相互作用效应、载流子浓度和迁移率 [38]。我们进一步考察了 T_c 附近的转变区，纵向和霍尔测量揭示了由磁通子驱动的混合态耗散，并使我们能够提取磁通子相关量，如面密度、迁移率和耗散电流贡献 [28]。本研究将这一框架拓展至低于-T_c的超导态。具体而言，我们考察了氮化铌 薄膜在不同驱动电流、不同衬底以及范德堡和霍尔条几何结构下的纵向和霍尔磁输运响应。

II. 实验细节

采用等离子体增强原子层沉积（PEALD）在衬底上沉积了不同标称厚度的NbN薄膜。沉积过程遵循此前报道的NbN薄膜PEALD生长工艺，以（叔丁基亚胺基）三（二乙基氨基）铌（TBTDEN）和氢等离子体作为前驱体，并将衬底温度保持在 380 ℃ [39–41]。标称厚度为4 nm的样品采用72个循环沉积，目标厚度为3.3 nm；而25 nm样品则采用543个循环沉积。脉冲序列为：3000 ms前驱体剂量、20 s吹扫、在300 W和5 sccm条件下通入60 s H_2 等离子体，随后进行10 s吹扫；报道的每循环生长量为0.46 ˚A/循环。

范德堡测量是在名义厚度为 4 nm 的氮化铌薄膜沉积在硅和蓝宝石衬底上。沉积在硅和玻璃上的 25 nm 厚氮化铌薄膜经光刻制成霍尔条，使用约 1.5 μm AZ1514H光刻胶，随后进行 CF_4/O_2 等离子体刻蚀，刻蚀在电容耦合等离子体系统中进行。样品和测量矩阵汇总于表 I；霍尔条数据及分析见补充图S1–S6。

样品安装在Lake Shore HMS 9700A霍尔测量系统中。测量温度选在超导转变温度 T_c以下。施加驱动电流 I_D ，并记录所得电压响应随温度和磁场的变化。在最高达6 T的磁场下进行测量。对于垂直和平行于薄膜平面的磁场，纵向响应以片电阻（R_{xx}^M）进行测量；横向响应（R_{xy}^M）则在磁场垂直于薄膜时进行测量。范德堡测量在5.0 K和7.5 K下进行，所用电流为 $I_D = 1$ 和2 mA。8 K和10 K下的霍尔条测量使用 $I_D = 2$mA，相关结果见补充材料。

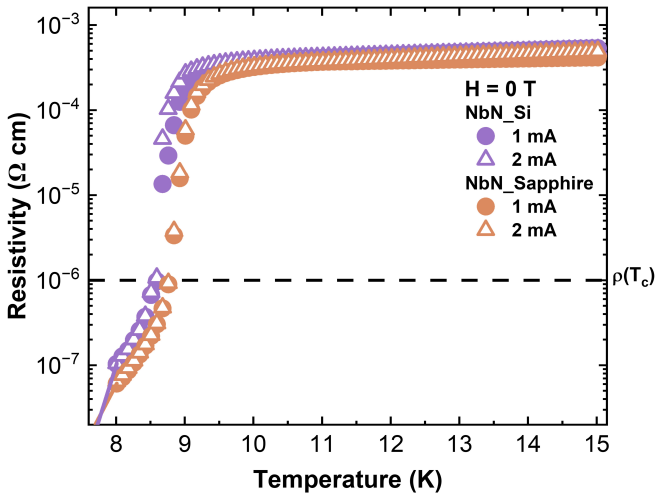

图2. 在范德堡几何结构中，于施加电流为1 mA和2 mA时测得的生长在硅和蓝宝石衬底上的4 nm厚氮化铌薄膜的零场电阻率随温度的变化关系，$\rho_{xx}^M(T)$。临界温度根据$\rho_{xx}^M(T_c) \approx 1\,\mu\Omega$cm这一判据确定。8 K以下的实线表示外推趋势，仅供视觉参考，并非实验数据。

III. 结果与讨论

采用范德堡几何结构，通过温度和磁场依赖的输运测量，研究了生长在硅和蓝宝石衬底上的4 nm厚NbN薄膜的磁输运性质。本节首先讨论零磁场下的超导转变，

3 表 I：本研究所使用的样品和测量条件。转变温度和尺寸取自样品记录和输运分析。

样品	几何形状	衬底	t (纳米)	T_c (开尔文)	T 分析 (K)	I_D (mA)	磁场/数据
4 nm NbN/Si	范德堡	Si	4	8.60	5.0, 7.5	1, 2	输出 R_{xx}, R_{xy}; 输入 R_{xx}
4 纳米氮化铌/蓝宝石	范德堡	蓝宝石	4	8.77	5.0, 7.5	1, 2	输出 R_{xx}, R_{xy}; 输入 R_{xx}
25 纳米 NbN/Si	霍尔条	Si	25	12.54	8、10	2	o/p R_{xx}, R_{xy}
25 纳米 NbN/玻璃	霍尔条	玻璃	25	12.34	8, 10	2	输出 R_{xx}, R_{xy}

以确定临界温度，随后分析T$_c$以下磁场依赖的纵向和横向输运行为。图2显示了生长在硅和蓝宝石衬底上的4 nm厚NbN 薄膜在零磁场下的温度依赖电阻率；采用范德堡几何结构，在1 mA和2 mA的外加电流下进行测量。在所有样品中，随着温度降低，电阻率均显著下降，表明在没有外部磁场时超导转变开始。两种衬底上的总体转变行为相似；对于每种衬底，1 mA和2 mA下获得的曲线几乎重合，表明在所研究范围内电流依赖性较小。为了一致地比较转变温度，将临界温度定义为电阻率降至 1 $\mu\Omega$cm时的温度。根据这一判据，我们确定 T_c 对于硅上的NbN为8.60 K，对于蓝宝石上的NbN为8.77 K。在蓝宝石上获得的略高的 T_c 表明衬底可能对超薄膜的超导性质产生影响。由于测得的最低温度为8 K，因此无法分辨低于该温度的电阻转变。因此，8 K以下显示的实线仅作为视觉引导，并不代表实测数据。此前对超薄NbN薄膜的研究也曾报告过类似行为，并提出有限的温度范围和残余杂散磁场可能是促成这一现象的因素 [38]。

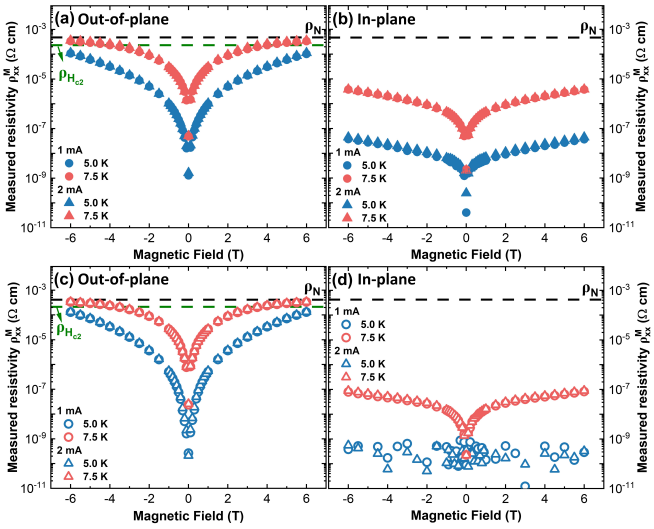

图3. 在5.0 K和7.5 K、低于T$_c$时，4 nm厚氮化铌 薄膜的纵向电阻率 ρ_{xx}^M随面外和面内构型下磁场的变化，其中薄膜分别生长在(a、b)硅衬底上（实心符号）和(c、d)蓝宝石衬底上（空心符号）。测量范围为 -6T至 $+6$ T，驱动电流为1 mA和2 mA。在较高磁场下，测得的电阻率（黑色标记）趋近于正常态氮化铌 电阻率，氮化铌/硅约取为463 $\mu\Omega$cm，氮化铌/蓝宝石约取为 423 μ Ωcm .

A. 纵向磁输运 ρ_{xx}^M

为研究磁场对低于 T 的超导态的影响$_c$，采用范德堡几何结构，在面外和面内构型下对 NbN薄膜进行了磁场依赖的纵向电阻测量。图3 显示了纵向电阻率随磁场的变化$\rho_{xx}^M = R_{xx}^M t$。对于两种衬底和两种磁场取向，电阻率均随磁场增加，表明超导性逐渐受到抑制。在本输运分析中，上部特征场记为 H_{c_2} ，采用 50% 判据确定，即当 ρ_{xx}^M 达到正常态参考电阻率的一半时， $\rho_N/2$。根据附录图7所对应的表格分析，7.5 K 时，NbN/Si 的数值约为 $|H_{c_2}| = 3.49$ T，而 NbN/蓝宝石的数值约为 $|H_{c_2}| \approx 2$–3 T，且两种电流下均如此。在 5 K 时，该判据在 ± 6 T 的测量范围内未达到，因此仅报告 $|H_{c_2}| \geq 6$T。这些是输运定义的交叉场，而非对H_{c_2}进行的独立热力学测定。霍尔条纵向响应及其特征场分析见补充图S1和S2。

为进一步确定输运响应变化最显著的磁场范围，我们在 R_{xx}^M 附录图7中分析了其场导数。斜率变化被用作可测量磁场诱导耗散的输运起始点。分析得到，在5 K时为 $|H_{c_1}| \approx 1.49$T，在7.5 K时为 $|H_{c_1}| \approx 0.09$ T，适用于两种衬底和两种电流，汇总于表II中。结合标记为 H_{c_2} 的50%交叉场，这些数值定义了本文讨论中采用的混合态输运窗口。由于退磁、有限厚度、钉扎和电阻判据都可能使输运起始点发生偏移， H_{c_1} 在此被用作由输运定义的特征场，而不是直接的热力学下临界场。

在面外和面内磁场方向之间观察到明显的各向异性。当磁-

场垂直于薄膜施加时，电阻率的上升幅度远强于平行磁场情况下的上升幅度。这表明，垂直磁场能够更有效地抑制超导态。在这种几何形状下，磁场可将薄膜驱动进入混合态区间，此时施加电流作用下的涡旋/磁通子运动会产生有限的耗散。随着磁场增强，超导贡献逐渐减弱，输运响应向正常导电态演变。相比之下，面内构型表现出较弱但仍然有限的电阻响应。这表明，当磁场平行于薄膜施加时，超导态受到的扰动较小。面内残余耗散可能源于轻微的磁场未对准、边缘相关磁通进入或涡旋过程 [36, 42]。总体而言，纵向磁输运确定了超导输运与耗散输运共存的磁场范围，为随后对超导电流的分析奠定了基础。

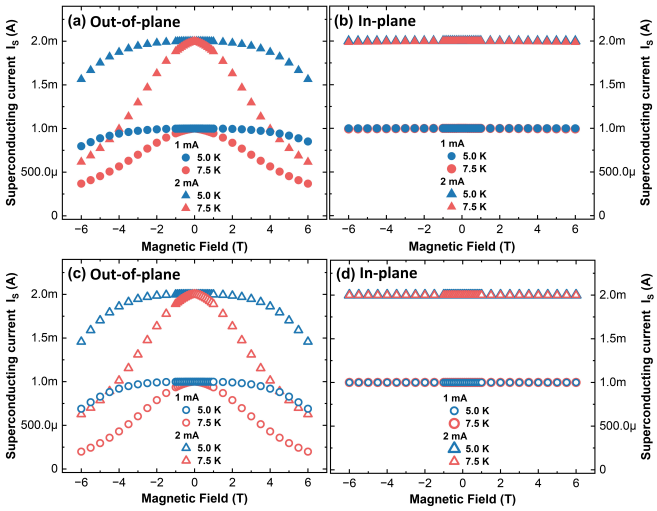

图 4. 估算得到的超导电流贡献 I_S，由测得的纵向电阻率 ρ_{xx}^M并利用公式（3）中的唯象分配得到，针对厚度为 4 nm 的氮化铌薄膜，样品分别制备于（a、b）硅（实心符号）和（c、d）蓝宝石（空心符号）衬底上，并绘制为 5.0 K 和 7.5 K 时随面外磁场和面内磁场变化的函数。测量在 -6T 至 $+6$ T 范围内进行，施加电流为 1 mA 和 2 mA。对于面外磁场，I_S会随温度和磁场的升高而降低。相比之下，在面内磁场下，I_S在整个测量磁场范围内始终接近施加的驱动电流，表明在该模型中磁场诱导的抑制作用较弱。

B. 超导电流的分析

为了进一步量化低于 T_c 时超导输运与耗散输运的共存，我们采用与此前在 T_c [28] 附近工作中相同的现象学电流分配框架，根据估算的超导电流贡献 I_S 对测得的纵向电阻率进行分析。在这一方法中，总驱动电流写为：

$$I_D = I_S(H) + I_N(H), \tag{1}$$

其中，I_S 和 I_N 分别表示模型中的超导贡献和有效耗散贡献。下标 D、S、N 和 M 分别代表驱动、超导、正常导电和测量。测得的纵向电压归因于耗散贡献，因此可以通过与合适的正常态参考值进行比较，根据依赖磁场的电阻率估算超导贡献。这是一种基于输运的分配方法，不应将其理解为对两个独立测量电流的直接空间分离。在此前 T_c 附近的分析中，每个温度下的高场电阻率被用作正常导电电阻率，因为在转变区超导贡献较弱，且施加的磁场可以将系统驱动至接近正常态。然而，在当前低于 T_c 的测量中，超导态在可用的磁场范围内仍保持有限。因此，测得电阻率的高场值不能用作正常态电阻率，因为其中可能仍包含超导贡献。

为避免低估正常态电阻率，我们采用在 15 K 测得的零场电阻率作为正常态参考值，因为该温度高于临界温度 T_c。

$$\rho_N^{ref} = \rho_{xx}^M(0, 15\,\mathrm{K}) \tag{2}$$

以此为参考，超导电流估算如下：

$$I_S(H,T) = I_D\left(1 - \frac{\rho_{xx}^M(H,T)}{\rho_N^{ref}}\right). \tag{3}$$

图4 显示了在面外和面内构型下，硅和蓝宝石衬底上的氮化铌薄膜的超导电流随磁场的变化关系。对于固定温度，I_S 在面外构型下随所施加磁场的增加而降低，这与增强的涡旋相关耗散以及超导输运逐渐受到抑制相一致。随着温度升高，电流进一步降低，表明随着系统逐渐接近转变区，超导通道不断减弱。相比之下，在面内磁场构型下，I_S 在整个测量磁场范围内，对于两种衬底均保持接近所施加的驱动电流。这

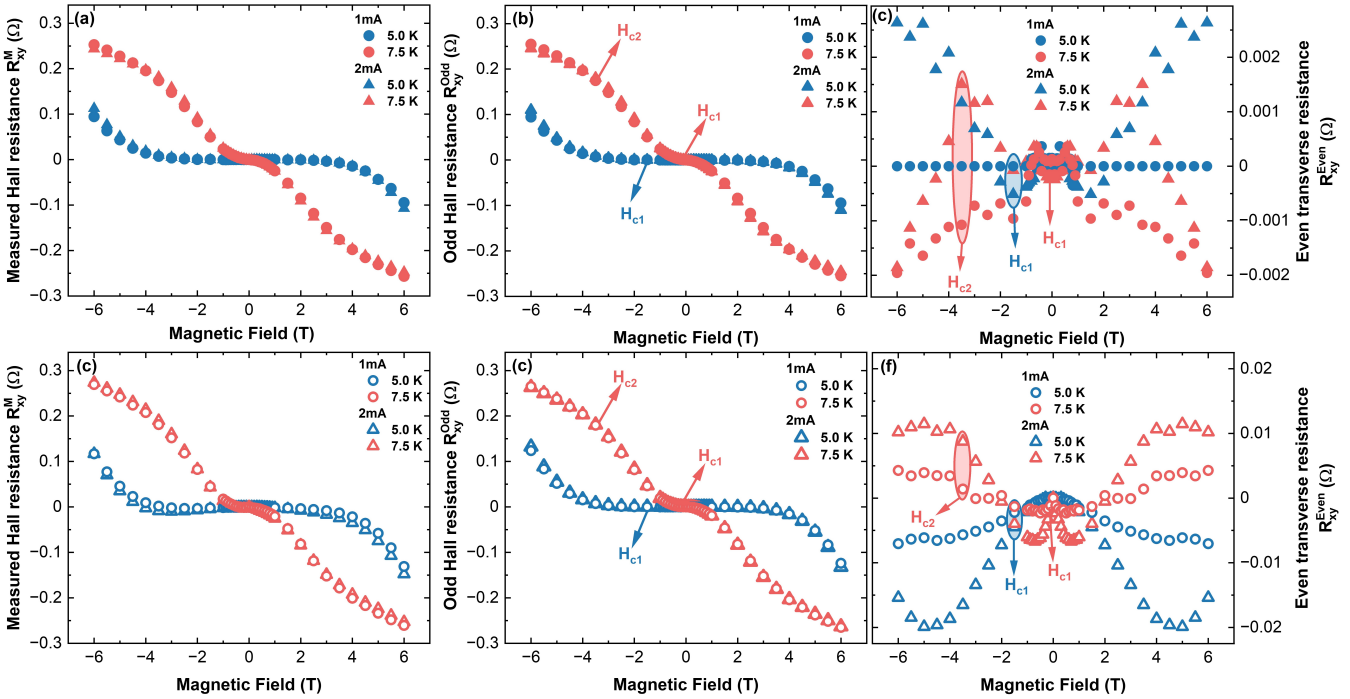

图 5. 霍尔电阻，R_{xy}^{M}，以及其奇对称和偶对称磁场分量，测量对象为沉积在硅（a、b、c）和蓝宝石（d、e、f）上的 4 nm 厚氮化铌薄膜，测量温度低于 T_c，采用范德堡几何结构，在 5.0 K 和 7.5 K 下分别施加 1 mA 和 2 mA 的电流。面板（a、d）对应测得的霍尔电阻，其随磁场呈非线性变化。负斜率表明载流子为 n 型导电。面板（b、e）显示奇对称霍尔电阻，R_{xy}^{odd}，通过对 R_{xy}^{M} 使用方程（5）进行反对称化得到；面板（c、f）显示偶对称横向电阻，R_{xy}^{even}，通过对 R_{xy}^{M} 使用方程（6）进行对称化得到。标记点 H_{c_1} 和 H_{c_2} 分别表示输运特征场，对应于可测耗散的起始以及向正常态区域的过渡。较高的驱动电流会增强偶对称横向分量，这表明在低于 T_c时存在依赖于电流的横向响应。

表明，在平行于薄膜平面施加的磁场下，超导性基本保持不变。面外和面内响应之间的这种显著差异表明，T_c 以下超导性的抑制强烈依赖于所施加磁场的方向。接下来，我们将考察T_c 以下的霍尔电阻，以分析超导态中相应的横向输运响应。

C. 横向磁输运 R_{xy}^{M}

为了研究低于 T_c 时的横向磁输运 R_{xy}^{M}，我们在磁场垂直于薄膜平面的条件下，采用范德堡几何结构测量了霍尔电阻 R_{xy}^{M}。在普通霍尔效应中，横向电压源于洛伦兹力作用于电荷载流子。因此，预期霍尔响应会在磁场反向时改变符号，表现出磁场反对称性，即关于磁场呈奇对称：

$$R_{xy}^{M}(+H) = -R_{xy}^{M}(-H) \tag{4}$$

然而，在 T_c 以下，测得的横向电压还可能包含额外的磁场对称贡献，这些贡献可能源于非霍尔横向效应 [43–45]，也可能源于由于几何不对称或非均匀电流路径而导致的纵向电阻少量混入横向电压 [44]。这一伪影通常写作 δR_{xx}，其中 δ 为几何混合因子。我们检查了可能的纵向电阻混合贡献 δR_{xx}，以及附录中所述的可能与磁场无关的仪器偏置。对于当前的范德堡测量，这些项均远小于 R_{xy}^{M}，且未改变所观测到的横向响应随磁场或电流的变化。因此，未对范德堡数据进行校正。对于霍尔条对比，如补充公式（S1）和（S2）以及补充图 S4 所述，纵向混合因子在 T_c 以上进行了标定，且未单独扣除恒定偏置。在完成这一检查后，将测得的霍尔电阻分解为磁场反对称（R_{xy}^{odd}）和磁场对称（R_{xy}^{even}）分量，如下所示 [46]:

$$R_{xy}^{\mathrm{odd}}(H) = \frac{R_{xy}^{\mathrm{M}}(+H) - R_{xy}^{\mathrm{M}}(-H)}{2} \tag{5}$$

$$R_{xy}^{\mathrm{even}}(H)=\frac{R_{xy}^{\mathrm{M}}(+H)+R_{xy}^{\mathrm{M}}(-H)}{2} \tag{6}$$

图 5（b）和图5（e）显示了奇分量，该分量分离出横向响应的磁场反对称部分，因此代表低于 T_c时的类霍尔贡献。对于两种衬底上的氮化铌，奇霍尔信号均呈负斜率，与电子型载流子传导一致，但其磁场依赖性是非线性的。这表明，超导区间内的横向输运受到超导贡献与耗散贡献共存的影响，而不是单纯由正常态霍尔响应决定。这里使用此前由纵向磁输运定义的 H_{c_1} 和 H_{c_2} 值作为参考磁场，以讨论 R_{xy}^{odd}的演化。在这一混合态输运窗口内，奇霍尔响应的变化最为显著，此时超导贡献与耗散贡献共存。因此， R_{xy}^{odd}被用作起点，通过计及超导电流贡献来分离正常导电霍尔电阻，并据此推导相应的磁通子相关输运参数。由于 R_{xy}^{odd} [见图 5（b）和图 5（e）]保留了低于 T_c时的类霍尔贡献，因此将其用于耗散正常导电通道的定量分析。在 H_{c_1} 与 H_{c_2}之间的混合态区间内，磁通子进入超导薄膜，其运动导致耗散输运。在该区域，只有部分驱动电流参与耗散霍尔输运，因为仍有一部分电流流经超导部分。因此，为分离与耗散部分相关的霍尔响应，我们用耗散电流占比对 R_{xy}^{odd}进行归一化。有效耗散霍尔电阻定义为：

$$R_{xy}^{N}(H)=\frac{R_{xy}^{\mathrm{odd}}(H,T)}{\left(1-\frac{I_S(H,T)}{I_D}\right)}. \tag{7}$$

此处，分母表示驱动电流中对耗散输运有贡献的部分所占的比例。

图6（a）和图6（d）显示了氮化铌在两种不同衬底上的有效耗散霍尔电阻随磁场的变化。对于本研究中低于T_c 的测量，我们将定量分析限制在混合态和更高磁场区域。在低于 H_{c_1}时，超导电流仍接近驱动电流，因此式（7）中的分母变得非常小。在此极限下，提取的 R_{xy}^{N}对微小的电压偏置和噪声极为敏感。因此，低于 H_{c_1} 的低磁场数据点不用于定量解释。利用这一有效耗散霍尔电阻，我们估算相应的有效耗散载流子面密度，该密度表示参与耗散霍尔输运的载流子面密度

在混合超导态中如下所示：

$$n_N^{2D}(H,T)=\frac{-H}{R_{xy}^{N}(H,T)\times e}, \tag{8}$$

其中 e 为电子电荷。在较低温度 5 K 下（见图 6(a,d)），R_{xy}^{N} 显示出较小的磁场轴偏移。尽管磁通子进入在 H_{c_1} 附近开始，但校正后的 R_{xy}^{N} 并未立即呈现稳定的类霍尔响应。仅在高于起始磁场（H_{on}）约为 $\pm 2.0\,T$时，才观察到线性耗散霍尔行为。由于 ≈（-2.0 T 至 2.0 T）之间的中心区域包含散乱数据点，并对应于较弱的耗散输运，因此未将其用于面密度分析。对于 5 K 温度，我们将从稳定耗散霍尔部分的起始位置测得的有效磁场定义为 $H_{eff}=|H|-H_{on}$，由此估算耗散载流子的有效面密度：

$$n_{\mathrm{N}}^{2D}(H,T)=\left|\frac{H_{\mathrm{eff}}}{R_{xy}^{\mathrm{N}}(H,T)\times e}\right|, \tag{9}$$

图 6(b) 和图6(e) 显示了二维有效耗散载流子密度。在特定温 n_N^{2D}度下，该值对驱动电流的变化没有明显依赖，表明由霍尔奇效应推导出的载流子密度主要受磁场和温度控制。在 7.5 K 时， n_N^{2D} 随磁场增大，并趋近于正常态参考值（n_N^{max} ），该值在氮化铌薄膜生长于硅衬底时约为 2。$15\times10^{20}\,\mathrm{m}^{-2}$，生长于蓝宝石衬底时约为 1。$90\times10^{20}\,\mathrm{m}^{-2}$。相比之下，在 5 K 时，以稳定的高场耗散电阻起始处定义有效磁场后， n_N^{2D}该值起初随磁场增大，随后基本保持不变，且低于 n_N^{max} ，这表明在测量磁场范围内，耗散霍尔通道未能完全达到正常态参考值。这一行为可与此前围绕 T_c [28]的分析进行比较：随着超导性减弱、耗散贡献增大，正常导电载流子密度随磁场和温度升高而增加。低于 T_c 时的结果在 7.5 K 下遵循相同趋势，但在 5.0 K 时增幅有限，反映出超导态更强，且在可用磁场范围内正常导电通道未能完全恢复。

我们进一步评估相应的有效迁移率，该迁移率可衡量与混合态霍尔响应相关的耗散载流子对输运的贡献效率。迁移率采用前文所用的相同输运关系计算，见 T_c 分析 [28]。使用关系式 $\sigma=1/\rho=ne\mu$，其中 n 为载流子浓度， e为电子电荷，且 μ 为迁移率，我们根据公式（ σ_N^{ref} 2）确定 σ_N^{ref} 。计算采用以下关系式：

$$\mu=\frac{\sigma_N^{ref}\times t}{n_v\times(e_v\times e)} \tag{10}$$

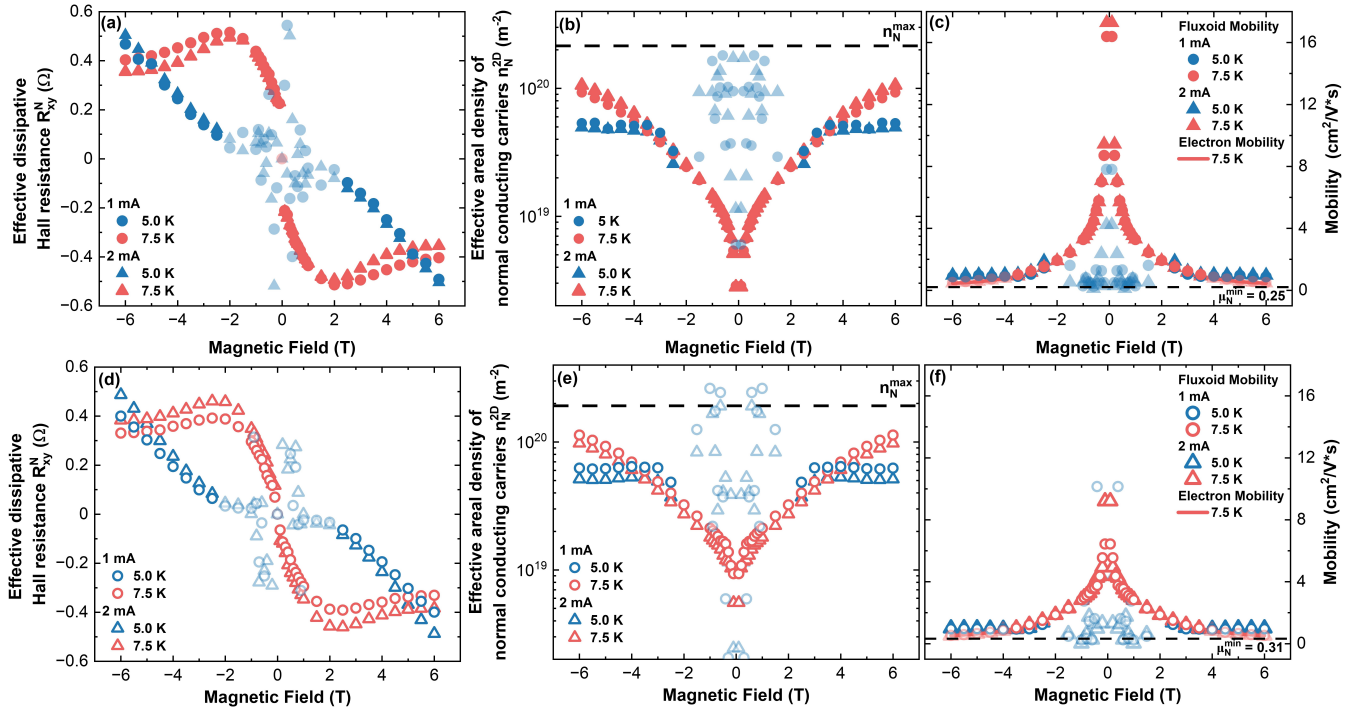

图 6. (a,d) 使用范德堡几何结构下的公式（ R_{xy}^N7），在 5.0 K 和 7.5 K 时测得的 4 nm 厚氮化铌 薄膜（硅衬底上为实心符号，蓝宝石衬底上为空心符号）的有效耗散霍尔电阻。 (b,e) 使用公式（ n_N^{2D}8）和（9）得出的有效耗散载流子面密度随磁场的变化。(c,f) 使用公式（ μ10）得出的模型有效耗散迁移率随磁场的变化。施加电流为 1 mA 和 2 mA。浅色标记表示未用于定量解释的数据点。图中标注的“磁通子迁移率”指模型得出的这一物理量，并非对涡旋速度的独立测量。

其中 n_v 为涡旋面密度， t 为薄膜厚度，且 e_v 为模型推导的每个涡旋的耗散载流子数。在该参数化表示中，$n_v e_v = n_N^{2D}$；因此，公式（10）给出的是霍尔效应推导的有效载流子迁移率，而非对涡旋迁移率的直接测量。模型推导的迁移率随磁场变化，低于 T_c [，见图6（c、f）]，在较高磁场下约为 0.3 cm^2/Vs。前文报告的正常态载流子迁移率 T_c 约为 0.26–0.28 cm^2/Vs [38]。相近的数量级本身并不能确定低于 T_c时的微观载流子或涡旋动力学。

图 5(c) 和图 5(f) 展示了横向响应 R_{xy}^{even}在 Tc以下的磁场对称分量。不同于 R_{xy}^{odd}，该分量不会随磁场反向而改变符号，因此不能归因于常规霍尔响应。如上所述，我们通过 δR_{xx} 分量检查了可能存在的纵向电阻混合，并在附录中予以讨论。霍尔条修正详见补充公式（S1）和（S2）以及补充图S4。

对于生长在两种衬底上的氮化铌， R_{xy}^{even}在较高驱动电流下变得更加明显，并且在测量磁场范围内始终为有限值。相比之下， ρ_{xx}^M、 R_{xy}^M和 R_{xy}^{odd}随施加电流变化不大。这表明，电流依赖的响应主要与偶数横向分量有关，而不是与纵向或类霍尔输运通道有关。除电流依赖性外，R_{xy}^{even}还表现出明显的从硅衬底到蓝宝石衬底的变化。补正后的偶数响应在补充图 S5 所示的霍尔条器件之间也存在差异。由于几何形状、厚度、温度和衬底并未被独立改变，当前测量无法分离出单独的几何依赖性，也无法确定唯一的微观起源。

接下来，我们考察 R_{xy}^{even}随磁场的演化，该分析采用先前根据纵向磁输运确定的输运特征场。在 $\mathrm{H}=0$，R_{xy}^{even}几乎为零，表明在零外加磁场下不存在可测量的对称横向电压。随着磁场增加，在由输运确定的起始磁场 H_{c_1}以下，已经可以观察到有限的对称贡献；此时纵向电阻尚未表现出明确的磁场诱导的耗散起始（见附录图 7）。这表明，低场偶对称横向响应并不局限于混合态区域，不能完全归因于磁通子动力学。在 H_{c_1}以上，纵向响应开始显示出可测量的场诱导耗散， R_{xy}^{even}对所施加驱动电流的敏感性增强。这表明，非线性超导动力学（包括可能存在的涡旋相关过程）可能对这一磁场区间有所贡献。在更高磁场下，R_{xy}^{even}逐渐演化，并未在由输运确定的 H_{c_2}附近突然消失。这种渐变演化与宽广的电阻交叉一致，但现有数据无法区分其

成因究竟是剩余超导涨落，还是器件依赖的混合。此前已有研究在超导非均匀性和电流再分布[43–45]，以及空间上非均匀的磁通流动通道 [47]的背景下讨论过类似的磁场偶对称横向电压。由于根据现有数据无法唯一确定 R_{xy}^{even}的微观起源，我们将其视为额外观测到的实验观测到的磁场对称横向响应，并仅从所观测到的磁场、电流和样品依赖性方面对其进行讨论。

观测到 R_{xy}^{even}在正、负磁场下保持相同符号，表明存在一种关于磁场为偶的横向通道，而非常规霍尔响应。在 H_{c_1} 与 H_{c_2}之间，阿布里科索夫涡旋在超导凝聚态 [35, 42]中形成空间分布的磁通与矢势纹理。阿哈罗诺夫–玻姆效应表明，相位对电磁矢势 [48]具有敏感性。在超导体中，矢势通过规范不变相位关系 [42]影响凝聚态相位和超电流；然而，它本身并非测量到的电势。增大驱动电流会改变作用于涡旋的洛伦兹力，并可能改变其速度和磁通流轨迹，以及周围的库珀对电流分布 [36, 49]。因此，我们考虑这样一种可能性：当混合态动力学因空间对称性破缺（包括各向异性钉扎、超导非均匀性、非均匀电流或器件不对称）而转化为横向电压时，涡旋诱导的磁场与超电流纹理可能对 R_{xy}^{even}有所贡献 [43, 47]。这一响应并未被直接归因于晶体场。当前测量无法确定 R_{xy}^{even}主要源于涡旋芯准粒子、库珀对电流重分布，还是二者共同作用下的电动力学 [37]。

IV. 结论

在本研究中，我们考察了超薄氮化铌薄膜在低于 T_c 时的磁输运，以探究超导输运和耗散输运在外加磁场下如何演变。纵向磁输运表现出显著的磁场方向依赖性。面外磁场对超导性的抑制作用远强于面内磁场，因此产生更大的电阻响应。根据这些测量结果，我们确定了特征磁场 H_{c_1} 和 H_{c_2}，它们界定了超导贡献与耗散贡献共存的混合态输运窗口。此前在 T_c [28]附近应用的基于片电阻的电流分配方法，为估算低于 T_c时的超导电流贡献提供了有用的框架。分析表明，超导电流贡献随磁场增强而逐渐减小。

我们还通过以下方式分析了横向磁输运：将测得的霍尔电阻分解为磁场的奇分量和偶分量。奇分量R_{xy}^{odd}保留了类霍尔响应，并用于估算 T_c 以下的有效耗散霍尔电阻、基于霍尔效应推导的耗散载流子密度以及迁移率。我们检查了可能存在的纵向电阻混合，发现其对范德堡测量的影响可以忽略；霍尔条修正见补充材料。总体而言，这些结果将 NbN 磁输运框架从 T_c 附近的区域拓展至 T_c 以下的超导区域，并为比较 NbN 薄膜中的超导、耗散及霍尔相关输运贡献提供了一种实用方法。

偶对称分量 R_{xy}^{even}在正、负磁场下符号相同，但其大小会随驱动电流变化，并且在所测量的不同样品和器件之间存在差异。一种可能的解释是，阿布里科索夫涡旋在混合态中形成磁通和超电流纹理，而电流增大会同时改变涡旋运动与库珀对流动。随后，这种混合态动力学与各向异性钉扎势景观、材料不均匀性或器件不对称性之间的耦合，可能会产生可测量的偶对称横向电压 [35, 36, 43, 47, 49]。电流依赖性支持混合态动力学贡献的存在，但并不能证明涡旋晶格是唯一成因。现有数据无法判定该响应究竟源自涡旋、库珀对电流重新分配，还是两种通道的共同贡献。要区分这些可能性，还需要进行电流反转、角度、互易性、温度依赖性以及涡旋敏感测量。

致谢

我们感谢 Sven Linzen 协助制备氮化铌样品。Sahitya V. Vegesna 感谢德国联邦教育与研究部、APPA Photion（项目编号：074023-02 BMBF）、德国联邦议院技术评估办公室 TAB-AIF QHub（项目编号：K203178）以及 Carl-Zeiss-Stiftung（CZS Center QPhoton）的资助。Sai Vaishnavi Kanduri 感谢 DFG-IRTG META-Active（项目编号：437527638）的资助。

附录

图 7(a) 和图7(c) 展示了不同衬底上 NbN 薄膜测得的纵向片电阻随磁场的变化，R_{xx}^{M}。相应的磁场导数见图7(b) 和图7(d)。提取出的输运特征场汇总于表II。

表中所列的采样分辨率值II 并非完整的实验不确定度，也未包含

9 表 II：通过导数分析提取的输运定义的特征场。 H_{c_1} 表示可测斜率变化的起始点， H_{c_2} 表示正常电阻率的 50% 交叉点。两个驱动电流使用了相同的报告值。没有正式不确定度；局部磁场间隔的一半在 0.1 T 网格上约为 ± 0.05 T，在 0.5 T 网格上约为 ± 0.25T，仅作为采样分辨率参考。

衬底	T (K)	I_D (mA)	$\lvert H_{c_1}\rvert$ (T)	$\lvert H_{c_2}\rvert$ (T)
Si	5.0	1	1.49	≥ 6
Si	5.0	2	1.49	≥ 6
Si	7.5	1	0.09	3.49
Si	7.5	2	0.09	3.49
蓝宝石	5.0	1	1.49	≥ 6
蓝宝石	5.0	2	1.49	≥ 6
蓝宝石	7.5	1	0.09	2–3
蓝宝石	7.5	2	0.09	2–3

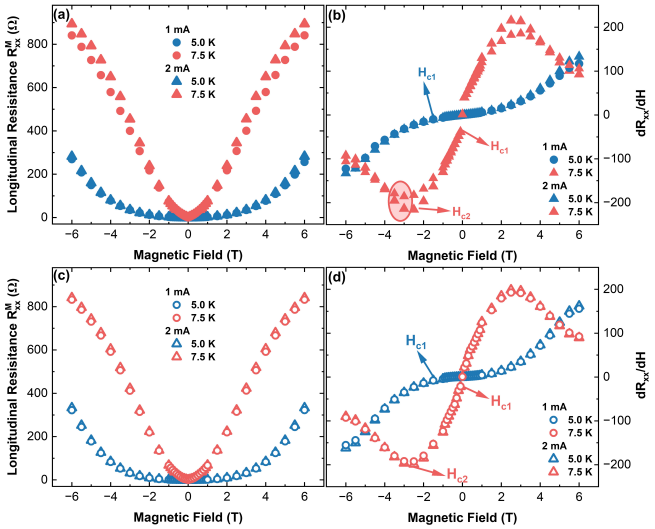

图 7. (a,c) 4 nm 厚的氮化铌薄膜在硅（实心符号）和蓝宝石（空心符号）衬底上的纵向片电阻 R_{xx}^M；在低于 T_c的温度下，采用范德堡几何结构测量，温度为 5.0 K 和 7.5 K，施加电流为 1 mA 和 2 mA。面板 (b,d) 显示相应的 R_{xx}^M 场导数。标记点 H_{c_1} 和H_{c_2} 表示根据斜率变化确定的输运特征场，分别对应可测耗散的起始以及向正常态区域的过渡。

判据选择、插值、磁场校准、磁滞或样品相关系统效应。在 5 K 时，在测量范围内未达到上部交叉点 $|H| \leq 6$T 范围内，因此仅报告为单侧界限 $|H_{c_2}| \geq 6$T。

在横向电阻测量中，由于几何不对称或非均匀电流路径，少量纵向电压可能会出现在测得的霍尔通道中。这一贡献关于磁场为偶函数，通常被描述为纵向电阻混合项， δR_{xx}，其中 δ 是几何混合因子 [44]。按照这一方法，测得的横向电阻可写为本征横向响应、纵向电阻混合项和与磁场无关的偏置之和：

$$R_{xy}^M(H) = R_{xy}^{\text{true}}(H) + \delta R_{xx}^M(H) + C, \tag{A1}$$

这里，C 表示与磁场无关的电压偏置。因此，校正后的横向电阻为

$$R_{xy}^{\text{corr}}(H) = R_{xy}^M(H) - \delta R_{xx}^M(H) - C, \tag{A2}$$

随后，可使用 R_{xy}^{corr}，按照正文中使用式（5）和式（6）所述的相同磁场对称化步骤，得到奇、偶分量。对于主分析中使用的范德堡数据，估算的 δR_{xx} 项远小于测得的横向响应，且没有改变其磁场或电流依赖性；因此未进行校正。对于补充材料中的霍尔条对比， R_{xx} 明确被定义为方块电阻，δ 在 T_c以上进行了标定，并采用 $C = 0$ ，因为分析中没有记录独立的恒定偏置。0.63 Ω 和 0.39 Ω 是 δR_{xx} 的正常态数值，因此不会再次作为 C扣除。

[1] L. Baudis, A. Bismark, N. Brugger, C. Capelli, I. Charaev, J. C. Garc´ıa, G. D. Hadas, Y. Hochberg, J. K. Hohmann, A. Kavner, C. Koos, A. Kuzmin, B. V. Lehmann, S. N¨ageli, T. Neupert, B. Penning, D. R. Garc´ıa，以及 A. Schilling，使用超导纳米线单光子探测器开展的首次亚 MeV 暗物质搜索：QROCODILE 实验，物理学《物理评论快报》**135**, 081002(2025)。[2] Y. Hochberg, I. Charaev, S.-W. Nam, V. Verma, M. Colangelo, and K. K. Berggren, 使用超导纳米线探测亚GeV暗物质，《物理评论快报》**123**, 151802(2019)。[3] Y. Mao, B.-X. Wang, C. Zhao, G. Wang, R. Wang, H. Wang, F. Zhou, J. Nie, Q. Chen, Y. Zhao, Q. Zhang,

J. Zhang, T.-Y. Chen, and J.-W. Pan, 在骨干光纤网络中将量子密钥分发与经典通信相结合，Opt. Express 26, 6010 (2018)。[4] J.-P. Chen, C. Zhang, Y. Liu, C. Jiang, W. Zhang, X.- L. Hu, J.-Y. Guan, Z.-W. Yu, H. Xu, J. Lin, M.-J. Li, H. Chen, H. Li, L. You, Z. Wang, X.-B. Wang, Q. Zhang, and J.-W. Pan，采用独立激光器的发送或不发送：在509 km距离上实现安全的双场量子密钥分发，Physical Review Letters 124, 070501 (2020)。[5] E. E. Wollman, J. P. Allmaras, A. D. Beyer, B. Korzh, M. C. Runyan, L. Narv´aez, W. H. Farr, F. Marsili, R. M. Briggs, G. J. Miles, and M. D. Shaw，面向NASA深空光通信项目的基于SNSPD的探测器系统，Optics Express 32, 48185 (2024)。[6] L. Xue, M. Li, L. Zhang, D. Zhai, Z. Li, L. Kang, Y. Li, H. Fu, M. Ming, S. Zhang, X. Tao, P. Wu, and Y. Xiong，使用超导纳米线单光子探测器进行远程激光测距，Chinese Optics Letters 14, 071201 (2016)。[7] J. Zhu, Y. Chen, L. Zhang, X. Jia, Z. Feng, G. Wu, X. Yan, J. Zhai, Y. Wu, Q. Chen, X. Zhou, Z. Wang, C. Zhang, L. Kang, J. Chen, and P. Wu，演示使用基于SNSPD的激光雷达系统测量海雾，Scientific Reports 7, 15113 (2017)。[8] R. H. Hadfield, J. Leach, F. Fleming, D. J. Paul, C. H. Tan, J. S. Ng, R. K. Henderson, and G. S. Buller, 用于远程成像与传感的单光子探测，Optica 10, 1124 (2023)。[9] A. McCarthy, G. G. Taylor, J. Garcia-Armenta, B. Korzh, D. V. Morozov, A. D. Beyer, R. M. Briggs, J. P. Allmaras, B. Bumble, M. Colangelo, D. Zhu, K. K. Berggren, M. D. Shaw, R. H. Hadfield, and G. S. Buller，采用超低时间抖动超导纳米线单光子探测器实现高分辨率远距离深度成像激光雷达，Optica 12, 168 (2025)。[10] L. Chen, D. Schwarzer, J. A. Lau, V. B. Verma, M. J. Stevens, F. Marsili, R. P. Mirin, S. W. Nam, and A. M. Wodtke，具有亚纳秒时间分辨率的超灵敏中红外发射光谱仪，Optics Express 26, 10 1364 26 014859 2018 . /OE. . ( )。[11] J. A. Lau, V. B. Verma, D. Schwarzer, and A. M. Wodtke，用于物理化学和光谱学的中红外超导单光子探测器，Chemical Society Reviews 52, 921 (2023)。[12] M. Hu, J. Zheng, K. Cui, W. Zhang, and Y. Huang，基于超导纳米线单光子探测器的光子计数光谱仪，Electromagnetic Science 2, 1 (2024)。[13] E. E. Wollman, V. B. Verma, A. B. Walter, J. Chiles, B. Korzh, J. P. Allmaras, Y. Zhai, A. E. Lita, A. N. McCaughan, E. Schmidt, S. Frasca, R. P. Mirin, S.-W. Nam, and M. D. Shaw，超导纳米线单光子探测器技术在中红外系外行星凌日光谱学中的最新进展，Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems 7, 011004 2021( )。[14] S. Gundacker and A. Heering，硅光电倍增管：现代固态光子探测器的基础与应用，Physics in Medicine & Biology 65, 17 01 2020TR ( )。[15] M. Ghioni, A. Gulinatti, I. Rech, F. Zappa, and S. Cova，硅单光子雪崩二极管的进展，IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics 13, 852（2007）。[16] C. M. Natarajan、M. G. Tanner 和 R. H. Hadfield，超导纳米线单光子探测器：物理学与应用，《超导科学与技术》25，063001（2012）。[17] I. Esmaeil Zadeh、J. Chang、J. W. N. Los、S. Gyger、A. W. Elshaari、S. Steinhauer、S. N. Dorenbos 和 V. Zwiller，超导纳米线单光子探测器：关于其演进、技术现状、未来发展与应用的展望，《应用物理学快报》118，190502（2021）。[18] L. You，面向量子信息的超导纳米线单光子探测器，《纳米光子学》9，2673（2020）。[19] F. P. Venza 和 M. Colangelo，基于超导线的单光子探测器研究趋势，《APL光子学》10，040901（2025）。[20] D. V. Reddy、R. R. Nerem、S. W. Nam、R. P. Mirin 和 V. B. Verma，在1550 nm处系统探测效率达98%的超导纳米线单光子探测器，Optica 7，1649（2020）。[21] J. Chang、J. W. N. Los、J. O. Tenorio-Pearl、N. Noordzij、R. Gourgues、A. Guardiani、J. R. Zichi、S. F. Pereira、H. P. Urbach、V. Zwiller、S. N. Dorenbos 和 I. Esmaeil Zadeh，以$99.5^{+0.5}_{-2.07}$%的系统探测效率和高时间分辨率探测电信波段单光子，《APL光子学》6，036114（2021）。[22] Z.-G. Li、J. Mao、Y.-J. Zhou、J.-W. Guo、S. Chen、H. Hao、Y.-H. Huang、S.-Y. Ru、N.-T. Liu、Z. Liu、J. Deng、F. Yang、X.-C. Tu、L.-B. Zhang、X.-Q. Jia、J. Chen、L. Kang、J. Wang、Q.-Y. Zhao、Q. Gong 和 P.-H. Wu，通过在一条波导上级联两个超导纳米线并结合自校准，使探测效率超过99%，《光：科学与应用》14，369（2025）。[23]A. D. Semenov、G. N. Gol’tsman 和 A. A. Korneev，载流超导薄膜的量子探测，Physica C: Superconductivity 351，349（2001）。[24] J. Renema、R. Gaudio、Q. Wang、Z. Zhou、A. Gaggero、F. Mattioli、R. Leoni、D. Sahin、M. de Dood、A. Fiore 和 M. van Exter，纳米线超导单光子探测器中探测机制理论的实验检验，《物理评论快报》112，117604（2014）。[25] L. N. Bulaevskii、M. J. Graf 和 V. G. Kogan，单光子超导探测器中涡旋辅助的光子计数及其磁场依赖性，《物理评论B》85，014505（2012）。[26] D. Y. Vodolazov、Y. P. Korneeva、A. V. Semenov、A. A. Korneev 和 G. N. Goltsman，外部磁场揭示的超导纳米线单光子探测器中的涡旋辅助光子计数机制，《物理评论B》92，104503（2015）。[27] I. Charaev、A. Semenov、K. Ilin 和 M. Siegel，超导纳米线单光子探测器性能的磁场增强，IEEE《应用超导汇刊》29，1（2019）。[28] S. V. Kanduri、S. V. Vegesna、D. B¨urger、Z. Li、D. Born 和 H. Schmidt，中间相Ⅱ型超导氮化铌薄膜中磁通子的磁输运及其在 T_c附近的行为，《物理评论研究》6，033032（2024）。[29] B. Mirzaei、J. R. G. Silva、W.-J. Vreeling、W. M. Laauwen、D. Ren 和 J.-R. Gao，太赫兹氮化铌热电子混频器的低噪声温

度，IEEE《太赫兹科学与技术汇刊》15，91（2025）。[30] D. Ren、J. R. G. Silva、S. Cremasco、Z. Zhao、W. Ji、J. d. Graaff、A. J. L. Adam 和 J. R. Gao，金属透镜耦合的太赫兹氮化铌热电子混频器，《应用物理学快报》127，202601（2025）。[31] V. Jouanny、S. Frasca、V. J. Weibel、L. Peyruchat、M. Scigliuzzo、F. Oppliger、F. De Palma、D. Sbroggi`o、G. Beaulieu、O. Zilberberg 和 P. Scarlino，用于紧凑型带工程和基于拓扑的无序测量器的高动能电感腔阵列，《自然通讯》16，3396（2025）。[32] Q. Liu、H. Wang、Q. Zhang、H. Wang、W. Peng 和 Z. Wang，全氮化铌直流-SQUID磁力计的温度依赖性能，《应用物理学快报》110，222604（2017）。[33] I. A. Stepanov、A. S. Baburin、D. V. Kushnev、E. V. Sergeev、O. I. Shmonina、A. R. Matanin、V. V. Echeistov、I. A. Ryzhikov、Y. V. Panfilov 和 I. A. Rodionov，用于超高性能超导纳米线单光子探测器的溅射氮化铌薄膜，《APL材料》12，021127（2024）。[34] S.-Z. Lin、O. Ayala-Valenzuela、R. D. McDonald、L. N. Bulaevskii、T. G. Holesinger、F. Ronning、N. R. Weisse-Bernstein、T. L. Williamson、A. H. Mueller、M. A. Hoffbauer、M. W. Rabin 和 M. J. Graf，通过输运测量表征用于单光子探测的薄膜氮化铌超导体，《物理评论B》87，184507（2013）。[35] A. A. Abrikosov，超导合金的磁性质，《固体物理与化学杂志》2，199（1957）。[36] J. Bardeen 和 M. J. Stephen，超导体中涡旋运动的理论，《物理评论》140，A1197（1965）。[37] A. van Otterlo、M. Feigel’man、V. Geshkenbein 和 G. Blatter，涡旋动力学与霍尔反常：微观分析，《物理评论快报》75，3736（1995）。[38] S. V. Vegesna、S. V. Lanka、D. B¨urger、Z. Li、S. Linzen 和 H. Schmidt，原子层沉积生长的氮化铌薄膜低温磁输运性质分析，《磁化学》8，10 3390 8030033 2022。/ magnetochemistry（）。[39] S. Linzen、M. Ziegler、O. V. Astafiev、M. Schmelz、U. H¨ubner、M. Diegel、E. Il’ichev 和 H.-G. Meyer，原子层沉积生长的超薄氮化铌薄膜的结构与电学性质，《超导科学与技术》30，035010（2017）。[40] M. Ziegler、S. Linzen、S. Goerke、U. Br¨uckner、J. Plentz、J. Dellith、A. Himmerlich、M. Himmerlich、U. H¨ubner、S. Krischok 和 H.-G. Meyer，MO-PEALD沉积的超导Nb-N中等离子体参数对形貌和电学性质的影响，IEEE《应用超导汇刊》27，1（2017）。[41] E. Knehr、M. Ziegler、S. Linzen、K. Ilin、P. Schanz、J. Plentz、M. Diegel、H. Schmidt、E. Il’ichev 和 M. Siegel，用于量子器件的原子层沉积氮化铌薄膜的晶圆级均匀性，《真空科学与技术杂志A》39，052401（2021）。[42] M. Tinkham，《超导导论》，第2版（Dover Publications，2004）。[43] A. Segal、M. Karpovski 和 A. Gerber，《超导体中的非均匀性与横向电压》，《物理评论B》83，094531（2011）。[44] D. Zhao、Z. Zhao、Y. Xu、S. Tong、J. Lu 和 D. Wei，《由超导体非均匀性引起的横向磁阻》，《纳米材料》12，1313（2022）。[45] S. Sengupta、A. Farhadizadeh、J. Youssef、S. Loucif、F. Pallier、L. Dumoulin、K. Saha、S. Pujari、M. ´Oden、C. Marrache-Kikuchi 和 M. Monteverde，《超导体中由电子非均匀性引起的横向电阻》，《物理评论B》112，014514（2025）。[46] I. Janeˇcek 和 P. Vaˇsek，《高临界温度超导体在磁场中的横向电压与互易定理》，Physica C: Superconductivity 402，199（2004）。[47] E. Z. Meilikhov，《超导体中的偶霍尔效应》，Physica C: Superconductivity 209，566（1993）。[48] Y. Aharonov 和 D. Bohm，《电磁势在量子理论中的意义》，Physical Review 115，485（1959）。[49] V. G. Kogan 和 N. Nakagawa，《各向异性超导体中的运动涡旋》，《物理评论B》104，094523 2021( )。

II型超导氮化铌薄膜中低于 T_c 时混合态的磁输运——补充材料——

Sai Vaishnavi Kanduri,[1,2] Danilo B¨urger,[3] Zichao Li,[4] Mario Ziegler,[1]
Detlef Born,[1] Sahitya V. Vegesna,[1,2] 和Heidemarie Kr¨uger[1,2]

[1]莱布尼茨光子技术研究所，德国耶拿 *07745*[2]耶拿弗里德里希·席勒大学固体物理研究所，德国耶拿 *07743*[3]亥姆霍兹德累斯顿-罗森多夫创新有限公司，包岑乡间大道 *400* 号，德国德累斯顿 *01328*[4]离子束物理与材料研究所，亥姆霍兹德累斯顿-罗森多夫研究中心，包岑乡间大道 *400* 号，德国德累斯顿 *01328*

本补充材料呈现了正文中引用的霍尔条测量作为支持数据。图示依照正文的分析顺序排列：纵向磁输运（图 S1 和 S2）、电流分配结果（图 S3）、霍尔条横向修正与磁场奇偶性结果（图 S4 和 S5），以及有效耗散参数（图 S6）。

I. 霍尔条样品与纵向磁输运

霍尔条样品的制备、命名、转变温度和测量条件见表 I 以及主文稿中的实验细节。图 S1 和 S2 展示了用于霍尔条对比的额外纵向输运数据。

25 nm 氮化铌/硅霍尔条的纵向电阻随磁场大小增加而增大。对于 25 nm 氮化铌/玻璃霍尔条，电阻仅在零磁场附近的狭窄区域内发生显著变化，而在所测范围的其余部分几乎保持不变。因此，玻璃样品的导数曲线无法分辨出彼此独立的输运特征场。

利用图 S1 中所示的 50 K 参考值和判据 $\rho_{xx}^{M}/\rho_{N} = 0.5$，25 nm 氮化铌/硅样品在 8 K 和 10 K 时分别给出了 5.77 T 和 3.27 T 的交叉场。将相同判据应用于氮化铌/玻璃的狭窄低场转变，可得到 8 K 时 0.28 T、10 K 时 0.09 T 的表观交点。这些数值是由判据定义的交点，不应被解释为独立分辨出的临界场。

这些交叉磁场没有正式不确定度可供使用。仅作为采样分辨率参考，局部磁场间隔的一半对于 25 nm NbN/Si 交叉点约为 ± 0.25T，对于表观的 25 nm NbN/玻璃交叉点约为 ± 0.05 T。这些数值并非完整的不确定度，且未包括判据选择、插值、磁场校准、磁滞或样品相关系统效应。对于 NbN/玻璃的窄低场转变，判据模糊性是主要限制因素。

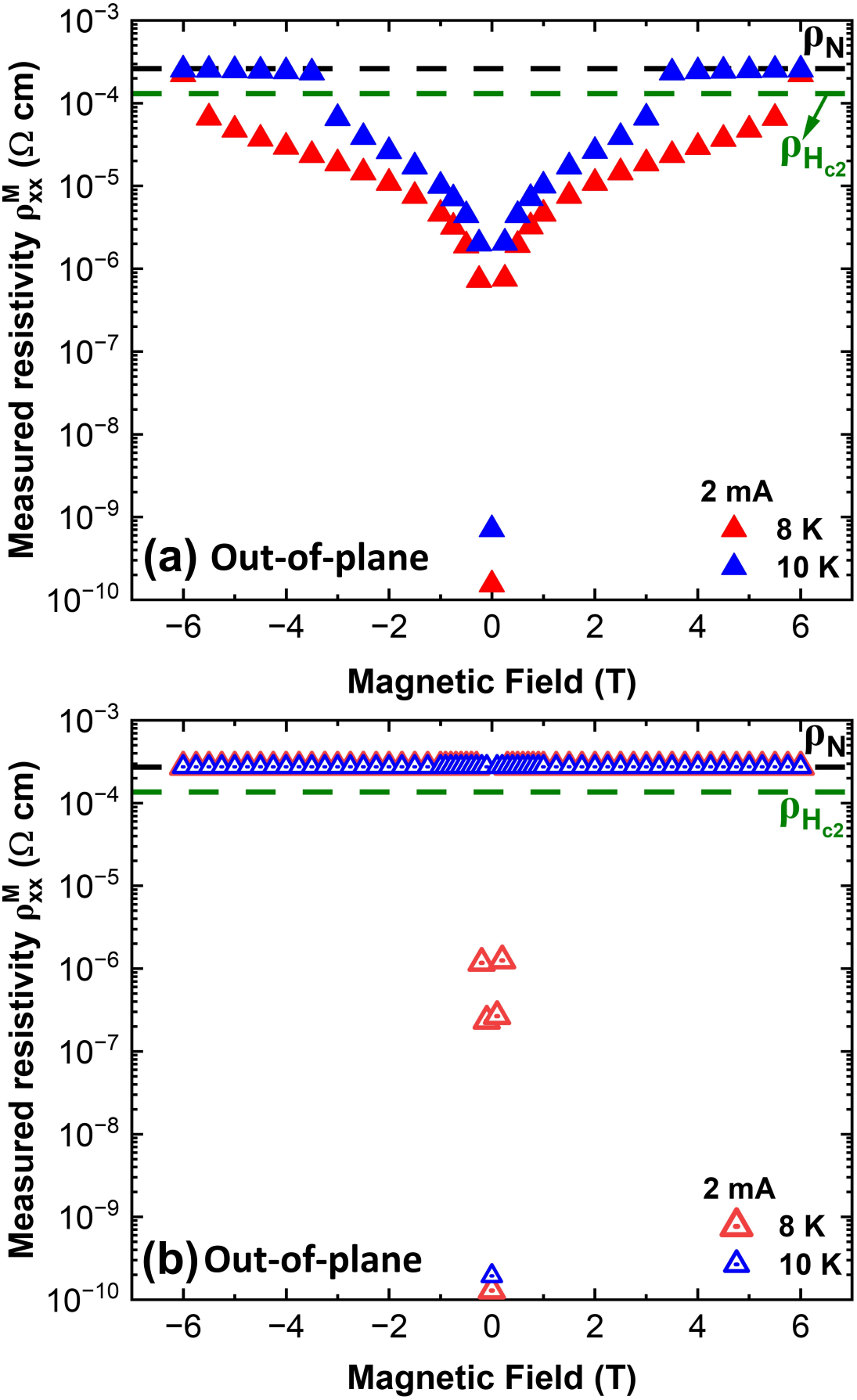

图 S1.（a）25 nm NbN/Si 霍尔条和（b）25 nm NbN/玻璃霍尔条在 8 K 和 10 K 下的纵向电阻率 ρ_{xx}^{M} 随面外磁场的变化。测量在 -6 T 至 $+6$ T 的范围内进行，电流为$I_D = 2$mA。黑色虚线表示 50 K 时约为 262 和272 $\mu\Omega$ cm 的正常态参考电阻率。绿色虚线标示各参考电阻率的一半。

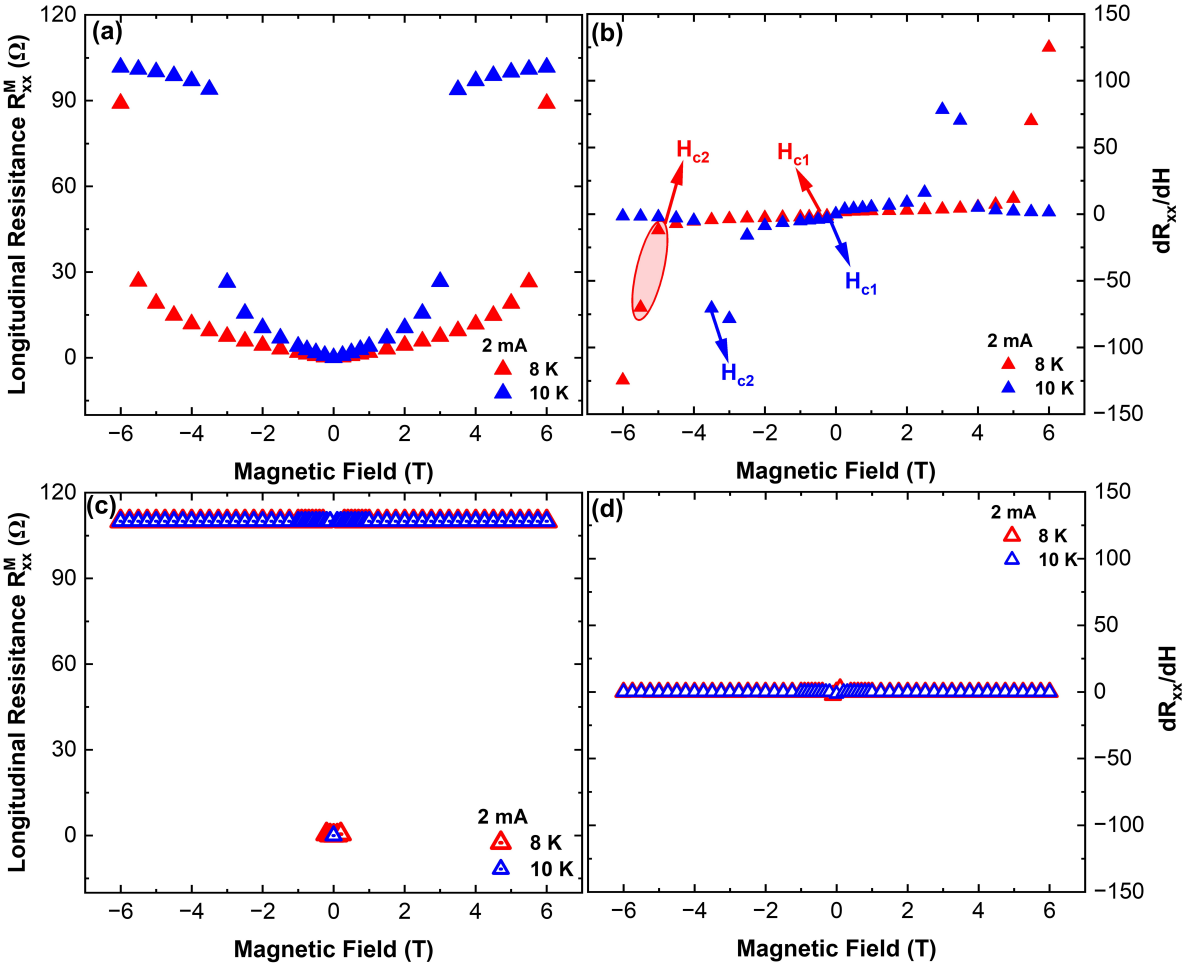

图 S2。（a、c）纵向片电阻 R_{xx}^{M} 以及（b、d）相应的磁场导数：在 8 K 和 10 K、$I_D = 2$ mA 条件下，（a、b）为 25 nm 氮化铌/硅（实心符号），（c、d）为 25 nm NbN/玻璃（空心符号）。对于 NbN/玻璃，狭窄的低场转变未产生彼此充分分离的导数特征，因而无法支持对 H_{c_1} 和 H_{c_2} 进行独立归属。

II. 超导电流估算

主文稿公式（3）中的电流分配关系应用于霍尔条数据，所采用的数值正常态参考值分别约为：25 nm 氮化铌/硅为 $2.61\times10^{-4}\,\Omega$cm，25 nm 氮化铌/玻璃为 $2.72\times10^{-4}\,\Omega$cm。图 S3 展示了由此得到的霍尔条电流估算值；关于这种唯象分配的解释和局限性与正文中所述一致。

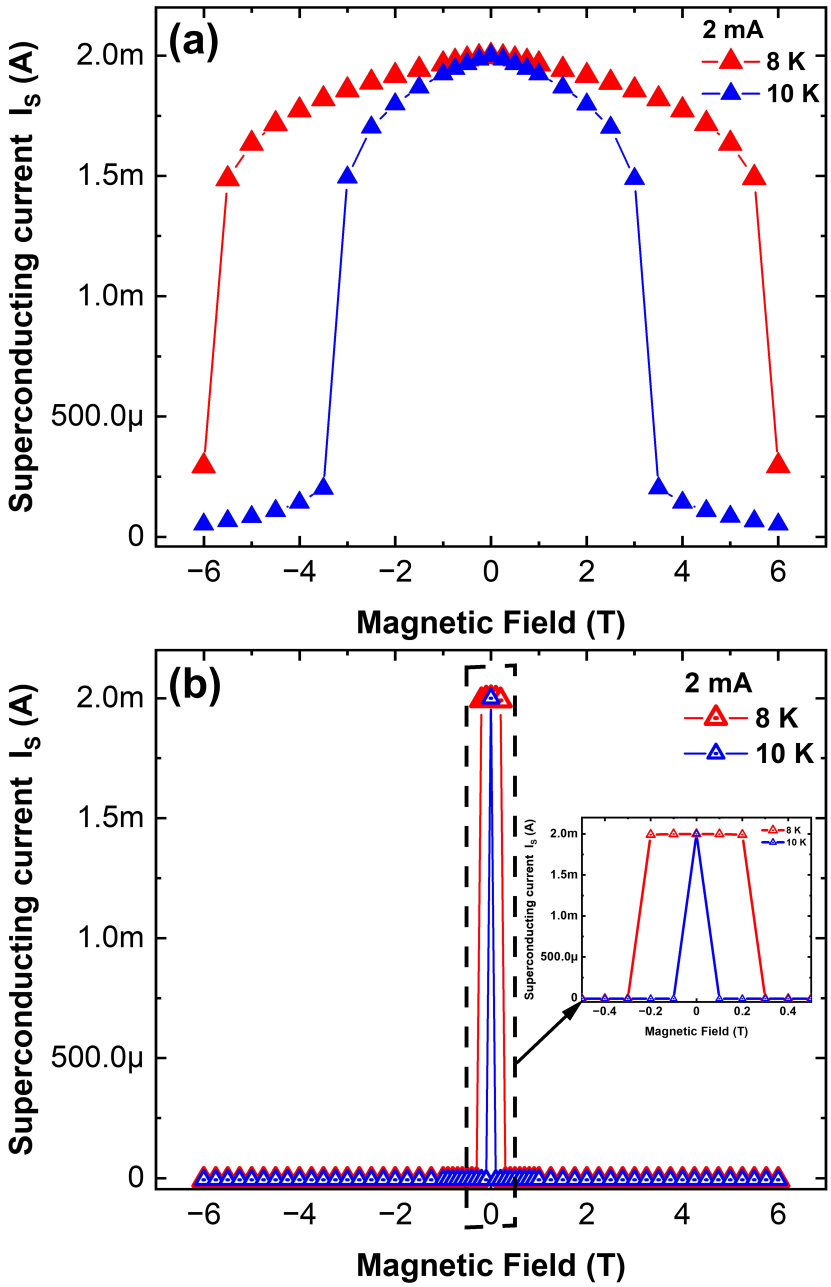

图 S3。根据主文稿方程（3）估算的超导电流 I_S，对应于 8 K 和 10 K、$I_D = 2$ mA 条件下的（a）25 nm NbN/Si 霍尔条和（b）25 nm NbN/玻璃霍尔条。面外磁场范围为 -6 T 至 $+6$ T。（b）中的插图放大了零磁场附近的区域。

III. 横向响应校正与磁场奇偶性

利用主文稿中的公式（5）和（6）对霍尔条横向电阻进行了分解。图 S4 中的额外霍尔条专用修正利用方块电阻 $R_{xx}^{\mathrm{sheet}} = \rho_{xx}^{M}/t$ 根据 [44],

$$R_{xy}^{\mathrm{corr}}(H) = R_{xy}^{M}(H) - \delta_{\mathrm{sheet}} R_{xx}^{\mathrm{sheet}}(H), \tag{S1}$$

其中 δ_{sheet} 为纵向 针对方块电阻约定定义的混入因子。对于场对称的

分量，对应的校正为

$$R_{xx}^{\mathrm{sheet,even}}(H) = \frac{R_{xx}^{\mathrm{sheet}}(+H) + R_{xx}^{\mathrm{sheet}}(-H)}{2},$$
$$R_{xy}^{\mathrm{even,corr}}(H) = R_{xy}^{\mathrm{even}}(H) - \delta_{\mathrm{sheet}} R_{xx}^{\mathrm{sheet,even}}(H). \tag{S2}$$

在此校正模型中，纵向混入通过其关于磁场的偶对称部分处理；因此，关于磁场的反对称分量保持不变。因子 δ_{sheet} 已在上文 T_c 使用 $\delta_{\mathrm{sheet}} = \langle R_{xy}^{\mathrm{even}} \rangle / \langle R_{xx}^{\mathrm{sheet}} \rangle$进行标定，假设本征偶对称横向响应在正常态中可以忽略。对 15–50 K 正常态数据取平均得到：对于 25 nm NbN/Si，为 $\delta_{\mathrm{sheet}} = 6.061 \times 10^{-3}$ (0.606%)；对于 25 nm NbN/玻璃，为 3.650×10^{-3} (0.365%)。

混合因子的数值取决于纵向通道所选用的归一化方式；式 S1始终使用方块电阻。上述校准的统计离散程度较小，但这并不代表完整的实验不确定度，因为测量几何构型、磁场配对，以及假设本征偶对称正常态响应可忽略所引入的额外系统效应，均无法通过现有数据量化。T_c

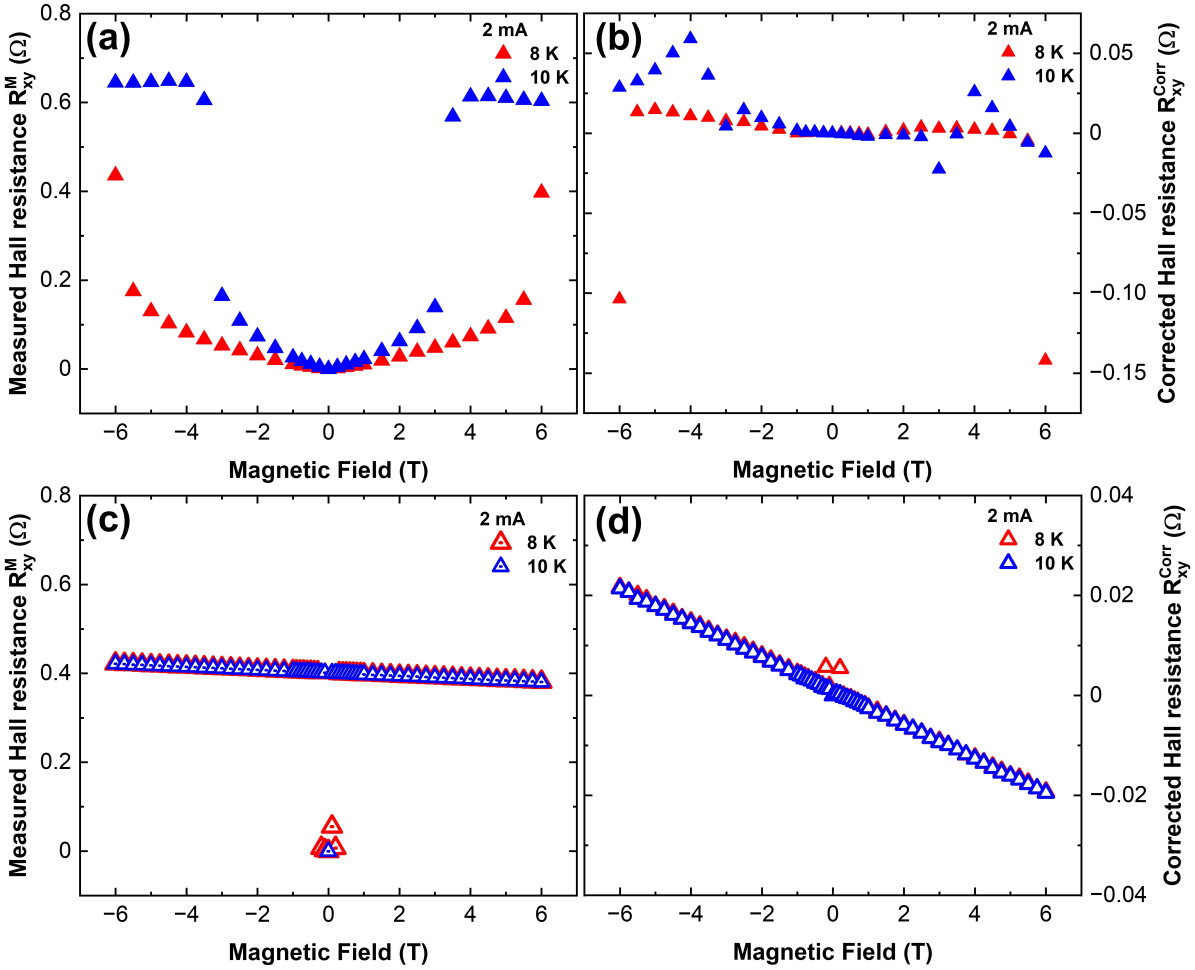

图 S4. 在 8 K 和 10 K 下，(a,b) 25 nm NbN/Si 和 (c,d) 25 nm NbN/玻璃的实测及校正后横向电阻，其中 $I_D = 2$ mA。(a,c) 面板显示实测横向电阻，(b,d) 面板显示扣除方程S1中的纵向混入后得到的完整横向电阻。

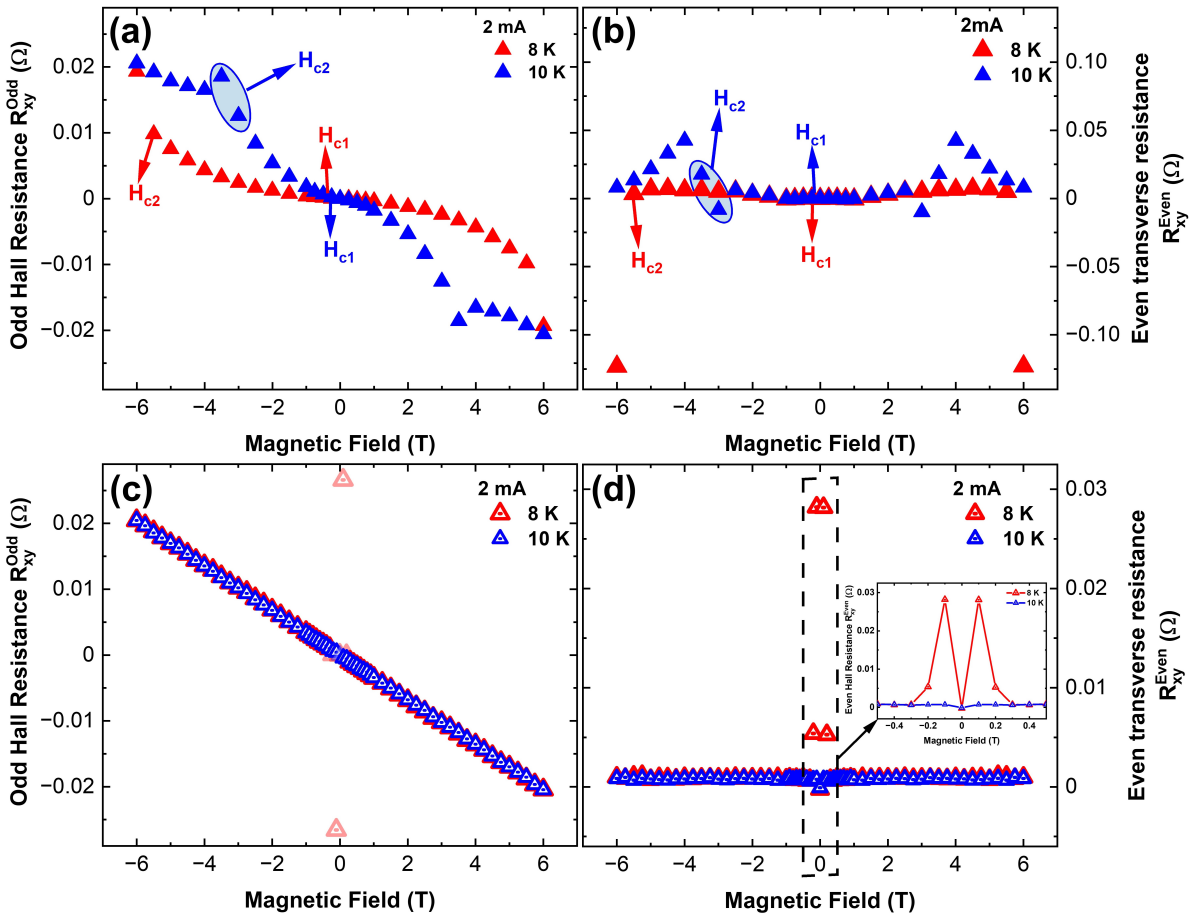

图 S5. 场反对称横向电阻 R_{xy}^{odd}（a,c）以及校正后的场对称横向电阻$R^{\mathrm{even}}{}_{,xy}{}^{\mathrm{corr}}$（b,d），对应 25 nm NbN/Si（a,b）和 25 nm NbN/玻璃（c,d），温度为 8 K 和 10 K，电流为 $I_D = 2$ mA。（d）中的插图放大了零磁场附近区域。淡化标记标示被排除在定量解释之外的数据点；正文中的结论均不依赖这些点。

IV. 有效耗散参数

图 S6 中的各量是将主文中的式（9）和式（11）应用于霍尔条数据后得到的。受主文式（9）后所述病态低耗散电流极限影响的点，以及其他无法得到稳定趋势的点，均在图 S5 和 S6 中以淡化标记显示，并不纳入定量解释。

图中以三角形标示的类迁移率量（见图 S6（c））系根据式 (13) 以及正文中定义的模型参数化计算得到。(c) 和 (f) 面板中的曲线显示相应的正常态电子迁移率参考值。

在 50 K 时，25 nm NbN/Si 的正常态参考值为 $n^{3D} = 8.149 \times 10^{22}\,\mathrm{cm}^{-3}$、$n^{2D} = 2.037 \times 10^{21}\,\mathrm{m}^{-2}$ 和 $\mu = 0.29\,\mathrm{c}$ $\mathrm{m}^2\mathrm{V}^{-1}\mathrm{s}^{-1}$。25 nm NbN/玻璃的相应值为 $n^{3D} = 7.414 \times 10^{22}\,\mathrm{cm}^{-3}$、$n^{2D}$ $=1.853 \times 10^{21}\,\mathrm{m}^{-2}$ 和 $\mu = 0.30\mathrm{cm}^2\mathrm{V}^{-1}\mathrm{s}^{-1}$。

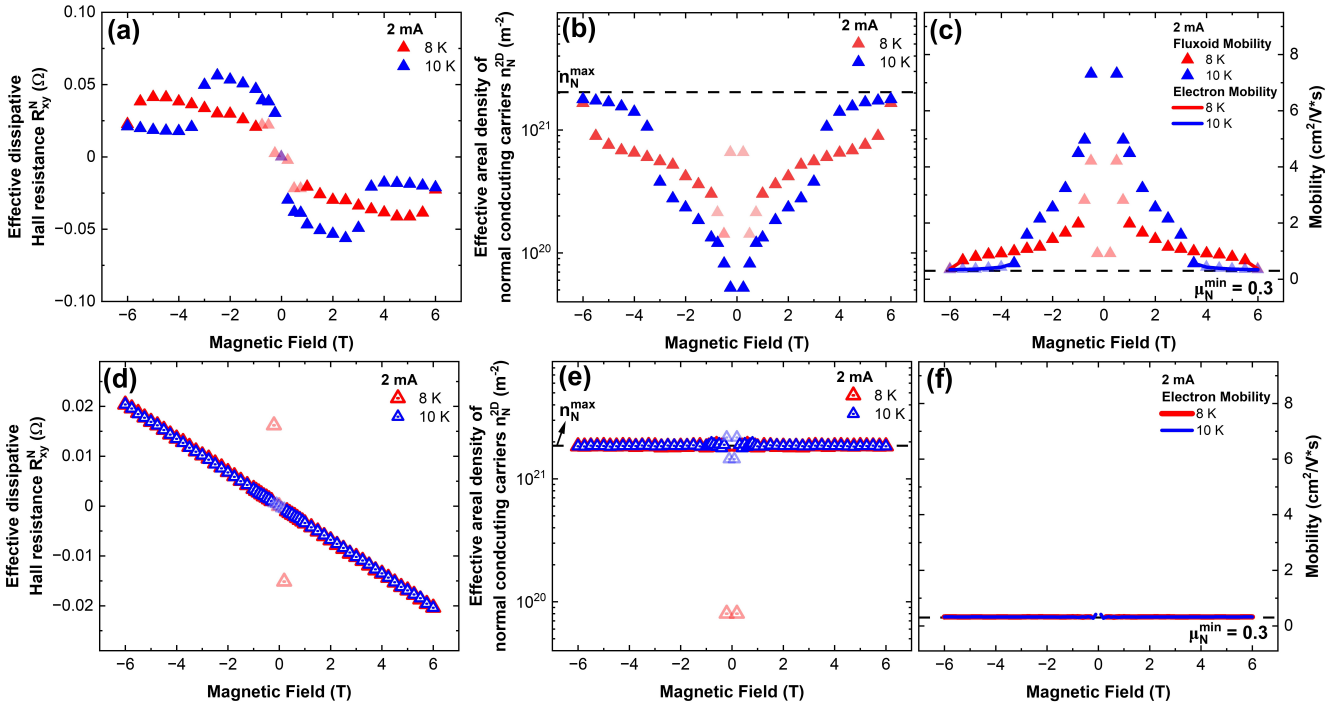

图 S6。在 $I_D = 2\,\mathrm{mA}$ 条件下，25 nm 氮化铌/硅（a–c）和 25 nm 氮化铌/玻璃（d–f）样品于 8 K 和 10 K 时的有效耗散霍尔电阻 R_{xy}^N（a、d）、由霍尔效应推导的有效面载流子密度 n_N^{2D}（b、e）以及迁移率（c、f）。面板（c）显示模型推导的有效迁移率标记以及正常态电子迁移率参考曲线；面板（f）显示电子迁移率参考曲线。虚线水平线表示正常态参考值。淡化标记表示按照正文所述排除的点，不作定量解读。