有限密度下 QC_2D 的强子谱学

Kei Iida[a、b]、Etsuko Itou[c、d、1]、Kotaro Murakami[d、e]、Daiki Suenaga[f]

[a]日本开放大学文理学部，千叶，*261-8586*，日本[b]理化学研究所仁科中心，理化学研究所，*2-1 Hirosawa，Wako，Saitama，351-0198*，日本[c]京都大学汤川理论物理研究所，*Kitashirakawa Oiwakecho，Sakyo-ku，Kyoto，606-8502*，日本[d]理化学研究所跨学科理论与数学科学中心（*iTHEMS*），理化学研究所，*2-1 Hirosawa，Wako，Saitama，351-0198*，日本[e]东京科学大学物理系，*2-12-1 Ookayama，Megro，Tokyo，152-8551*，日本[f]小林-益川粒子与宇宙起源研究所，名古屋大学，*Nagoya，464-8602*，日本

arXiv:2611.29900v1 [hep-lat] 23 Nov 2026

摘要

我们利用格点蒙特卡罗模拟，研究低温下双色量子色动力学（QC_2D）中强子质量对化学势的依赖性。在 32^4 格点上，$T \approx 40$MeV 时，我们计算了所有可能的介子和双夸克关联函数，包括非连通图。在强子相中，我们得到的介子质量层级结构与三色量子色动力学中的类似。超流相变之后，质量排序发生变化： σ anda_1 道变得更轻，而π介子质量则随密度增加。我们还考察了南部–戈德斯通模对$U(1)_B$ 对称性破缺的双夸克源依赖性，发现将源外推至零后，该模在超流相中的质量几乎为零。最后，我们比较了手征伙伴的关联函数，并讨论了部分手征对称性恢复的迹象。本文基于我们近期对高密度 QC_2D 中强子谱的研究 [1]。

关键词：双色量子色动力学、有限密度、强子谱学、格点量子色动力学、手征对称性

1. 引言

强子质量在致密介质中会如何变化？这个问题与量子色动力学的相结构密切相关，因为表征真空的凝聚体也会影响强子激发。Brown和Rho早期提出，在致密介质中手征凝聚的变化可能伴随着各种强子质量的变化 [2]。Hatsuda和Lee利用QCD求和规则预言，核物质中的轻矢量介子质量会降低 [3]。然而，后续的QCD求和规则分析指出，核物质中的ρ 和 ω 质量并非必然降低 [4, 5]。在低温高密度下，

双夸克凝聚的形成可能进一步改变强子谱。然而，三色量子色动力学中符号问题阻碍了在该区域进行直接格点蒙特卡罗计算。

具有两个简并夸克味的双色量子色动力学（QC_2D）由于$SU(2)$基本表示的赝实性，即使在实夸克化学势 μ 下也不存在符号问题。因此，我们可以使用与 $\mu = 0$ 时相同的蒙特卡罗框架研究高密度区域。在先前的研究中 [6, 7], , 我们主要根据双夸克凝聚、Polyakov圈和夸克数密度确定了低温相结构。在 $\mu = m_\pi/2$ 附近，强子相转变为具有非零双夸克凝聚的超流相。随着 μ 进一步增大，玻色–爱因斯坦凝聚（BEC）区域逐渐过渡到巴丁–库珀–施里弗（BCS理论）区域。

在确立了这一相结构后，我们现在转而研究强子谱。早期的格点计算发现，例如，在致密介质中，ρ 介子的质量会降低 [8, 9]。为了更全面地理解质量层级如何变化，我们计算了本研究所考虑的所有允许道中介子和双夸克的关联函数，包括非连通贡献。本文将介绍我们关于质量

电子邮件地址：itou@yukawa.kyoto-u.ac.jp（Etsuko Itou）[1]报告人。

谱的主要结果，随后通过比较手征伙伴关联函数讨论手征对称性。结果基于文献 [1]。

2. 强子关联函数

在介绍数值结果之前，我们先简要描述与 QC_2D 中强子谱学相关的对称性。对于 $N_c = N_f = 2$，Pauli–Gürsey 对称性允许进行混合夸克与反夸克的变换，并在 $\mu = 0$ 为零质量极限下将味对称性扩展为 $SU(4)$。非零夸克质量会显式地将其约化为$Sp(4)$；在该对称性下，三个π介子、标量双夸克和标量反双夸克属于同一个多重态 [10]。在有限 μ 下，强子相保持 $SU(2)_V \times U(1)_B$。在超流相中，双夸克凝聚自发破缺 $U(1)_B$，而 $SU(2)_V$ 保持未破缺。

首先，考虑强子相，即零温度下的 $\mu \lesssim m_\pi/2$ 区域。对于携带夸克数 n_O 的算符，时间关联函数可表示为

$$C(\mu;\tau) = \sum_n |\langle 0|\hat{O}|n\rangle|^2 e^{-(E_n-\mu n_O)\tau}. \tag{1}$$

因此，零空间动量下的衰减率为

$$m_{\text{eff.}}(\mu) = m - \mu n_O, \qquad n_O = 0, +2, -2 \quad \text{for mesons, diquarks and antidiquarks, respectively.} \tag{2}$$

这里，m 是 $\mu = 0$ 时的质量。因此，介子质量与 μ 无关，而双夸克和反双夸克质量则分别随 μ 线性下降和上升。手征微扰理论（ChPT） [10] 也预言了这一行为。此处及下文中，我们将时间关联函数的衰减率称为有效质量，其中包括 μ 引起的位移。

另一方面，在超流相中，$m_\pi/2 \lesssim \mu$，由于$U(1)_B$ 对称性自发破缺，介子和双夸克不再能通过重子数加以区分。具有相同同位旋和自旋宇称（I,J^P）的介子算符和双夸克算符可以耦合到相同的能量本征态。对于此处使用的双夸克算符，费米统计允许同位旋为$I = 0$的标量、赝标量和矢量道，以及同位旋为$I = 1$的轴矢量道。因此，介子–重子混合可以出现在 σ, η, ω 和a_1 道中，但不会出现在 π 和 ρ 道中。线性σ模型 [11]也曾用于研究这种混合。

在这项研究中，我们分别计算介子和双夸克两点函数。如果两个算符都与具有相同（I,J^P）的最低能态耦合，那么在时间分离足够大时，它们的有效质量可能会简并。

3. 格点设置与质量提取

作为格点设置，我们采用 Iwasaki规范作用量和两个简并的 Wilson 费米子。模拟参数为 $(\beta, \kappa, N_s, N_\tau) = (0.800, 0.159, 32, 32)$。我们使用此前研究中生成的规范构型 [7] 来研究相图和状态方程。将 $\mu = 0$ 处的赝临界温度设定为 $T_c = 200$MeV，得到 $T \approx 40$MeV，即 $0.19T_c$。在 $\mu = 0$处，π介子质量和 π介子与ρ 质量之比分别为 $am_\pi = 0.620(1)$ 和$m_\pi/m_\rho = 0.813(1)$。由此得到以物理单位表示的 π介子质量$m_\pi \approx 738$MeV。关于化学势，我们考察 $0 \le a\mu \le 0.75$。在这些系综中，超流相变发生于 $a\mu_c = 0.29$，而 BEC–BCS交叉位于 $a\mu = 0.45$ [7] 附近。

在超流相中，我们引入双夸克源项，

$$\mathcal{L}_j = -j(\bar{\psi}_1 K \bar{\psi}_2^T - \psi_2^T K \psi_1), \qquad K = C\gamma_5 T^2, \tag{3}$$

将其加入拉格朗日量，其中C 为电荷共轭矩阵，T^2 为作用于色荷的第二个泡利矩阵。对于$a\mu \le 0.25$，我们使用$aj = 0$；对于 $a\mu \ge 0.27$，使用三个有限源$aj = 0.010$、0.015、0.020。我们首先在每个j 处测量关联函数，然后在固定的μ下将有效质量外推至$j \to 0$。

为计算关联函数，我们同时考虑正常夸克传播子和反常夸克传播子。反常传播子连接两个夸克场或两个反夸克场，并在存在双夸克源时产生贡献。我们还计算非连通图，并在必要时减去真空贡献。对于连通部分，我们

使用壁型夸克源和局域汇。非连通迹通过噪声方法进行估计。对于每组参数，我们分析 100–700 个组态，并使用刀切法估计统计误差。

我们使用指数形式或双曲余弦形式，根据相邻时间点得到局部有效质量，并在平台区进行常数拟合。需要注意的是，在有限 μ 下，正向和反向传播不一定具有相同的衰减率，因此我们根据每个关联函数的行为选择拟合形式。随后，我们取$j \to 0$ 极限，主要使用关于aj的线性函数。对于$U(1)_B$ 破缺的南部–戈德斯通（NG）模，我们还使用

$$am_{\mathrm{NG}}(aj) = c_0 + c_1\sqrt{aj}, \tag{4}$$

这受到手征微扰理论 ChPT [10]所预言的源依赖关系的启发。

4. 质量谱结果

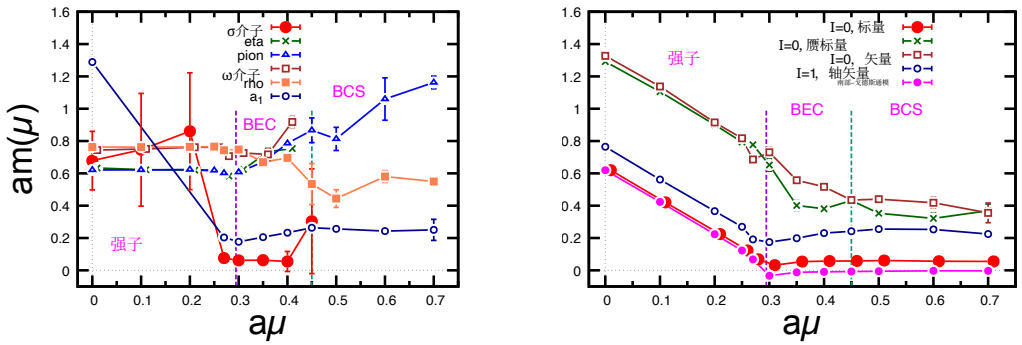


图 1：由介子算符（左）以及双夸克和 NG 算符（右）提取的质量随$a\mu$的变化。标签标示了这些系综所处的强子相、玻色–爱因斯坦凝聚区和 BCS 区。结果摘自参考文献 [1] 的图 26。

图 1 展示了我们的结果：左图为介子质量，右图为双夸克和 NG 质量。我们先关注介子。在强子相中，质量几乎不随 μ 变化，这与方程 (2) 的预期一致。π介子是最轻的介子，而 ρ 和 ω 质量几乎简并。超流相变之后，质量排序发生变化。我们将观察到的层级结构概括如下：

$$\begin{aligned} &\text{Hadronic phase:} \quad m_\pi \lesssim m_\eta < m_\sigma \text{ (noisy)} < m_\rho \sim m_\omega \ll m_{a_1}, \\ &\text{Superfluid phase:} \quad m_\sigma \text{ (noisy)} < m_{a_1} < m_\rho < m_\pi \sim m_\eta \text{ (noisy)} \ll m_\omega \text{ (noisy)}. \end{aligned} \tag{5}$$

这里，“噪声较大”表示质量测定统计不确定性较大的道。强子相中的层级结构与三色量子色动力学中的情况相似，而在超流相中，σ和a_1 道的质量低于π介子。

相变后，π介子质量随 μ 近似线性增加，这与手征微扰理论的定性预言一致。相比之下，ρ 质量略有下降。此前的格点结果 [8, 9, 12]也显示了后一种行为。由于这两个道都不存在具有相同量子数的双夸克伴态，因此这些变化并非由上文讨论的介子–重子混合造成。

另一方面，为什么 σ 和 a_1 道会变得如此轻？ σ 算符的量子数与标量双夸克扇区相同，该扇区包含与自发$U(1)_B$ 对称性破缺相关的南部–戈德斯通模。由于我们尚未将混合本征态分离，通过 σ关联函数得到的轻质量可能反映了这一低能态。同样，a_1 算符也可能与相对较轻的 $I = 1$ 轴矢量双夸克发生混合。这些观察表明，介子–重子混合在层级结构的变化中起着重要作用。尤其是，纳入非连通贡献对于识别 σ 关联函数的低能行为至关重要。

在超流相中，η 和 ω 结果的噪声变大了，但二者都表明质量有所增加。对于 η，如果瞬子效应受到抑制，那么在足够高的密度下，或许可以预期其质量会降低。在我们的先前计算中，

然而，即使在 BCS 区域 [7]，拓扑磁化率仍几乎未发生变化。因此，这里研究的密度范围并未显示出足以支持这一预期的抑制现象。此外， η 和 ω道都受到介子–重子混合的影响，因此它们各自的质量本征态仍有待确定。

接下来，我们来看图 1 右图中的双夸克。根据式（2），它们在强子相中的质量会降低。与介子扇区不同，这里的质量排序在相变前后保持不变：

$$m_{NG} \lesssim m_{I=0,S} < m_{I=1,AV} < m_{I=0,PS} \lesssim m_{I=0,V}, \tag{6}$$

在 $\mu = 0$ 时，标量和轴矢量双夸克分别通过 Pauli–Gürsey 对称性与 π介子和 ρ介子相关联。这解释了为什么这两个双夸克道的质量相对较轻。图 1 未显示反双夸克质量，但它们在强子相中会增加 2μ。在超流相中，双夸克和反双夸克的质量通常几乎简并，这是因为它们耦合到同一个能量本征态。

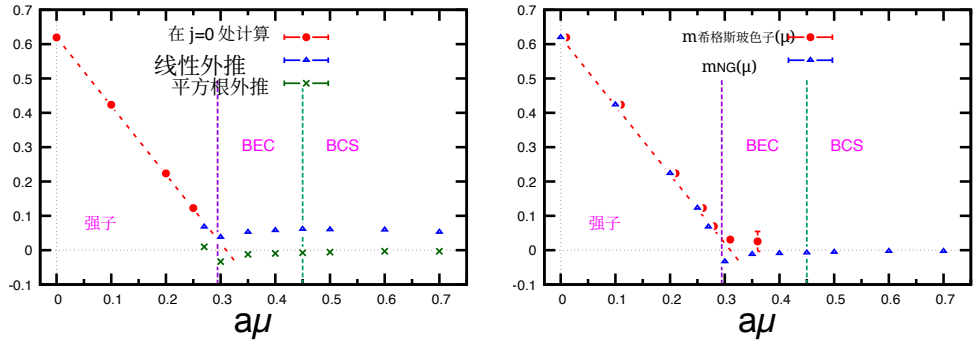


图 2：$j \to 0$ 极限下的 NG 质量和希格斯质量结果，原图见参考文献 [1] 的图 8。左：NG 质量的$j \to 0$ 线性外推与平方根外推的比较，以及强子区域中的直接$j = 0$ 结果。右：NG 质量和希格斯道结果。在$a\mu \geq 0.40$ 时，希格斯信号不允许可靠地提取质量。

我们进一步考察图 2 中的 NG 道和希格斯道。左图比较了在$j \to 0$ 极限下，采用线性外推和受手征微扰理论预言启发的平方根形式（式 (4)）得到的 NG 质量。平方根外推在超流相中给出的质量几乎为零，这与自发破缺$U(1)_B$所对应的南部–戈德斯通模相符。基于这一比较，我们在最终采用的 NG 质量中使用平方根外推，包括图 1 中所示的质量。

右图比较了取$j \to 0$极限后的这些 NG 质量与希格斯质量。在强子相中，两个道简并；随着 μ_c 趋近，两者的质量都降至零。在超流相中，南部–戈德斯通模仍几乎无质量，而希格斯关联函数衰减得更快，且噪声越来越大。这表明希格斯模反而变得更重。当$a\mu \geq 0.40$ 时，希格斯信号的噪声过大，无法提取可靠的质量。

5. 高密度下的手征伙伴

最后，让我们考察高密度下的手征对称性。在我们先前的计算中，手征凝聚被显示为在超流相变之后减小 [7]。然而，对于 Wilson 费米子，凝聚需要进行加性减除，其非零值本身并不能简单地衡量手征恢复。因此，我们比较手征伙伴 ρ 和 a_1的关联函数。

矢量算符和轴矢量算符 $V^a_\mu = \bar{\psi}\gamma_\mu\tau^a\psi$和 $A^a_\mu = \bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\tau^a\psi$，通过由 Q^a_5 生成的轴变换相互关联：

$$[Q^a_5, V^b_\mu] = i\epsilon^{abc}A^c_\mu, \qquad [Q^a_5, A^b_\mu] = i\epsilon^{abc}V^c_\mu. \tag{7}$$

如果手征对称 性恢复，$Q^a_5|0\rangle = 0$，并且真空在这些变换下保持不变，再加上未破缺的 $SU(2)_V$ Symmetry，意味着

$$\langle V^a_\mu(x)V^a_\nu(y)\rangle_0 = \langle A^a_\mu(x)A^a_\nu(y)\rangle_0. \tag{8}$$

这一等式在每个时空分离处都成立。

这里夸克质量有限，因此我们考察这些关联函数是否彼此趋近，以此作为手征对称性恢复趋势的迹象。我们使用矢量流和轴矢量流的空间分量，以避免时间轴流中可能出现的自旋零贡献。

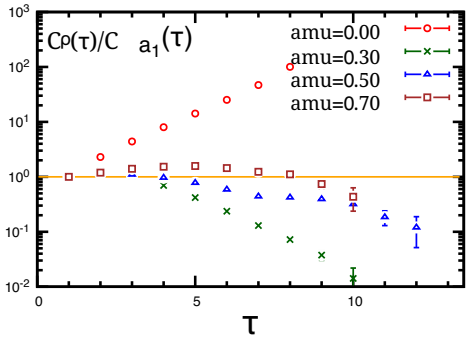


图3：若干化学势下归一化的 ρ–a_1 关联函数比值，取自参考文献 [1] 的图28。每条曲线在 $\tau = 1$ 处归一化为 1；有限密度下的关联函数外推至 $j \to 0$。在最大的 μ 下，该比值在更宽的时间分离区间内保持接近 1。

图3展示了若干化学势下 ρ 与 a_1 关联函数的比值。这里，我们将有限密度下的关联函数外推至 $j \to 0$，然后在 $\tau = 1$ 处对比值进行归一化。在 $\mu = 0$ 时，该比值随 τ 快速增大，因为 ρ 比 a_1 更轻。在超流相中，这种质量排序反转，比值在大多数时间分离处都小于 1。然而，随着 μ 进一步增大，该比值在更宽的 τ 范围内趋近于 1。在$a\mu = 0.70$ 时，我们发现两者在 $\tau \simeq 8$ 之前大致一致。

这种行为表明高密度下手征对称性部分恢复。然而，图 1 中的质量仍然不同：我们在更大的τ 区域提取质量，此处两个关联函数的斜率仍可区分。因此，在较短间距处趋于一致，并不意味着最低质量简并。在 $\tau = 1$处归一化也意味着，该图比较的是时间依赖性，而非绝对振幅。

我们还在文献 [1]中比较了 π和 σ关联函数。对于 $\tau \lesssim 5$，它们归一化后的比值也随密度升高而趋近于 1，但较大间距处的误差使我们无法得出明确结论。结合 ρ–a_1的比较，这些结果表明手征对称性有恢复的趋势，尽管我们的夸克质量相对较大，而且 Wilson作用量会显式破坏手征对称性。

6. 总结与展望

我们研究了温度为$T \approx 40$MeV时致密双色QCD中的强子谱。我们计算了介子和双夸克关联函数，包括非连通图。在强子相中，介子质量几乎不依赖于 μ。介子质量的排序与三色量子色动力学中的情况相似。另一方面，双夸克质量按预期随 μ 平移 −2而降低。超流相变之后，介子层级发生变化： σ 和a_1道变轻，而 π介子质量增加。此外， ρ 质量略有降低。在超流相中，双夸克质量的排序在相变前后基本保持不变。若在$j \to 0$ 外推中采用受手征微扰理论启发的函数形式，NG质量会如预期般接近于零。我们还观察到，高密度下手征伙伴关联函数有彼此趋近的趋势。这表明手征对称性恢复。

剩余的一项任务是通过计算交叉关联函数并求解广义本征值问题，理清介子–重子混合。这将阐明哪些本征态主导轻标量和轴矢量道。研究超流相中的强子–强子相互作用也很有意义。我们此前使用HAL QCD 方法研究了强子相中的相互作用 [13]；这里发现的质量层级变化促使我们将该分析拓展至致密介质。

致谢

K. I. 获得JSPS KAKENHI资助，资助编号为23K25864。K. I. 和 E. I. 获得JSPS KAKENHI资助，资助编号为25K01001。E. I. 的工作获得JST SQAI资助，资助编号为JPMJPF2221；并获得JST CREST资助，资助编号为JPMJCR24I3。E. I. 和 D. S. 获得JSPS KAKENHI资助，资助编号为23H05439。D. S. 还获得JSPS KAKENHI资助，编号为23K03377、23H05439和25K17386。K. M. 部分获得JSPS研究员资助金（编号：JP22J14889、JP22KJ1870）以及JSPS KAKENHI资助，资助编号为22H04917。本研究还获得超级计算机“富岳”研究促进计划（基础科学模拟：从粒子的基本定律到原子核的形成）和（基础科学模拟：迈向新的量子时代）的支持，并获得计算基础科学联合研究所（JIC-FuS）的支持，资助编号为JP MXP1020230411。本研究获得汤川理论物理研究所引力物理与量子信息中心（CGPQI）的支持。

参考文献

[1] K. Iida, E. Itou, K. Murakami, D. Suenaga，有限密度QC_2D的强子谱，JHEP 09 (2026) 277. arXiv: 2606.13974, doi:10.1007/JHEP09(2026)277.[2] G. E. Brown, M. Rho，致密介质中的标度有效拉格朗日量，Phys. Rev. Lett. 66 (1991) 2720–2723. doi:10.1103/PhysRevLett.66.2720.[3] T. Hatsuda, S. H. Lee，核介质中矢量介子的QCD求和规则，Phys. Rev. C 46 (1) (1992) R34. doi:10.1103/PhysRevC.46.R34.[4] S. Zschocke, O. P. Pavlenko, B. Kampfer，有限密度和温度下轻矢量介子QCD求和规则的评估，Eur. Phys. J. A 15 (2002) 529–537. arXiv:nucl-th/0205057, doi:10.1140/epja/ i2002-10062-4.[5] B. Steinmueller, S. Leupold，核物质中ω介子的加权有限能量求和规则，Nucl. Phys. A 778 (2006) 195–216. arXiv:hep-ph/0604054, doi:10.1016/j.nuclphysa.2006.08.007.[6] K. Iida, E. Itou, T.-G. Lee，低温高密度下双色QCD相与拓扑，JHEP 01 (2020) 181. arXiv:1910.07872, doi:10.1007/JHEP01(2020)181.[7] K. Iida, E. Itou, K. Murakami, D. Suenaga，迈向零温度的有限密度QC_2D格点研究，JHEP 10 (2024) 022. arXiv:2405.20566, doi:10.1007/JHEP10(2024)022.[8] S. Muroya, A. Nakamura, C. Nonaka，有限密度下强子的行为：色SU(2) QCD格点研究，Phys. Lett. B 551 (2003) 305–310. arXiv:hep-lat/0211010, doi:10.1016/S0370-2693(02)03065-4.[9] S. Hands, P. Sitch, J.-I. Skullerud，富重子介质中的强子谱，Phys. Lett. B 662 (2008) 405–412. arXiv:0710.1966, doi:10.1016/j.physletb.2008.01.078.[10]J. B. Kogut, M. A. Stephanov, D. Toublan, J. J. M. Verbaarschot, A. Zhitnitsky，有限重子密度下的类QCD理论，Nucl. Phys. B 582 (2000) 477–513. arXiv:hep-ph/0001171, doi:10.1016/ S0550-3213(00)00242-X. [11] D. Suenaga，冷而致密的双色QCD手征有效模型：线性σ模型方法，Symmetry 17 (1) (2025) 124. arXiv:2502.04496, doi:10.3390/sym17010124.[12] K. Murakami, D. Suenaga, K. Iida, E. Itou，双色有限密度QCD中的强子质量测量，PoS LATTICE2022 (2023) 154. arXiv:2211.13472, doi:10.22323/1.430.0154.[13] K. Murakami, E. Itou, K. Iida，类QCD理论强子相中强子散射对化学势的（不）依赖性及其应用，JHEP 02 (2024) 152. arXiv:2309.08143, doi:10.1007/ JHEP02(2024)152.