arXiv:2611.30045v1 [econ.EM] 23 Nov 2026

纠缠之幕：
为什么再分配需要一种新语言

Nazaria Solferino*

墨卡托鲁姆大学，经济学、统计学与商业系

Viviana Solferino数学博士，卡拉布里亚大学，并任中学数学与物理学教师

摘要

罗尔斯式无知之幕要求人们在不知道自己将处于何种位置——时间、空间、社会或个人位置——的情况下选择正义原则。我们认为，在标准经济模型中无法忠实地表示这一对象。忠实的表示必须满足三个要求：平等对待所有世代，捕捉位置之间的不可分离相关性，并允许流动成本随地点和职业而变化。我们表明，标准最优税收模型至少违反其中一项要求，而满足全部三项要求的最小框架，是一种借鉴弦理论并加以调整的几何框架；在该框架中，面纱是覆盖一系列可能生活情境空间的纠缠态。我们推导出完全均等化这一最优基准、相关性奖励区分时分离的簇的出现、代内公平与代际公平之间的对称性，以及一种相关性削弱制度障碍的隧穿机制。该模型生成四种不平等剖面和四种不平等类型。我们利用 1993 年 EITC 扩展，以非循环方式识别关键参数。估计结果具有重要的数量意义：该框架改变了再分配政策的排序，而忽略其所识别的边际会导致政策评估出现系统性偏差。

关键词： 无知之幕、表示定理、纠缠、最优再分配、不平等剖面、不平等类型。

JEL分类： D63、D71、H21、C61、C65、B41。

1 引言

过去四十年间，大多数发达经济体的收入和财富不平等急剧加剧 [28, 34, 11]。这些趋势重新引发了关于再分配政策的范围与设计的辩论，但最优再分配的经济理论

*通讯作者：nazaria.solferino@unimercatorum.it

自 Mirrlees 以来基本未变 [26]。罗尔斯的无知之幕 [32] 要求我们在不知道自己将在社会中处于何种位置的情况下，选择正义原则。这一设想颇为激进：它不仅遮蔽我们的收入、职业和健康状况，还遮蔽我们的世代、家庭、社区，以及至关重要的——所有这些因素之间的相关性。置身面纱之后，我必须考虑的不只是“如果我很贫穷呢？”，还要考虑“如果我很贫穷，住在一个贫困社区，而我的孩子也面临同样的前景呢？”面纱遮蔽的是各种因素的组合，而不只是边际分布。

标准模型无法表示这一完整对象。Mirrlees [26] 及其后续最优税收文献 [17, 33] 涵盖技能，却不涉及时间，也不涉及多维特征，并且假定效用可分离。Atkinson–Stiglitz [4] 涵盖异质偏好，却假定偏好可分离且不考虑时间。Aiyagari [2] 及异质性主体文献涵盖特质风险，却假定效用可分离且只有单一资产。动态 Mirrlees [18] 涵盖时间，却对未来进行贴现，而面纱不允许这样做。这些模型各自都是完整无知之幕的一个极限：它们涵盖某些维度，却忽略其他维度。我们要问的不是这些极限是否有用——它们确实有用——而是完整无知之幕能否被表示出来。

三条文献脉络为这一方法提供了动机。复杂性传统 [3, 9] 和经济物理学 [25, 10] 记录了非局部相关性与涌现模式，而可分离模型无法捕捉这些现象；量子认知文献 [8, 31, 1, 19]表明，偏好违反全概率定律，并呈现出可用不可分离相关性自然建模的干涉效应；关于代际流动的实证文献 [14, 15] 则记录了流动性会随维度变化，而标量弹性无法捕捉这种变化。

我们要问的是：罗尔斯式无知之幕——覆盖所有时间、所有特征以及所有相关性——能否在一个对面纱所要求的运算保持封闭的框架中得到忠实表示？如果可以，那么在该框架中，最优再分配呈现为何种形式？我们的答案是：没有任何标准框架对这些运算保持封闭，而最小的封闭框架是从弦理论改编而来的几何框架 [30, 29]。在这一框架中，面纱是定义在可能的生活情境空间上的纠缠态，而最优再分配会带来完全均等化、模式形成、世代之间的对称性，以及跨越制度障碍的隧穿——这些并非奇异的扩展，而是关于面纱的定理。

最自然的质疑是：为什么不直接扩展标准模型，增加类型的维度、延长时间跨度，并引入类型的联合分布？答案是，标准模型缺少恰当的原始要素。假设我们将 Mirrlees 扩展为具有多维状态联合分布的模型。联合分布是外生的：规划者将其视为既定条件，不会对相关结构进行优化。相比之下，面纱要求规划者从相关结构的立场评估政策。我们提出的框架恰好引入了这一原始要素：一种纠缠

泛函，使相关结构成为一个核心对象。当核为对角线形式时，该框架便简化为扩展米尔利斯模型；当相关性并非平凡时，它就无法化约为 Mirrlees 模型。第 2 节将对此作出精确定义。

本文得出一系列结果。第一个是表示定理：任何满足时间对称性、不可分离性和几何流动性的面纱表示，都是带有纠缠泛函的几何框架的一个部门，反之亦然（定理 2.3）；标准模型各自至少违反一条公理（命题 2.1）。第二个结果是消费的最优均等化（命题 4.1）。第三个结果涉及稳定性：当社会连通性高于临界水平时，小冲击会被放大，经济体最终会进入聚类构型（命题 5.1 和 5.2）。第四个结果涉及代际公平：当世代维度被紧化时，代内凝聚力与代际流动之间会出现一种对称性（命题 6.1）。第五个结果涉及多膜扩展：当经济体由多个制度体制构成时，纠缠会降低它们之间的有效屏障（命题 8.2）。综合来看，这些结果得出两种分类法：四种不平等剖面和四种不平等类型。最后，本文提出了一种利用 1993 年劳动所得税抵免扩展的非循环识别策略（第 7.1 节）；第 7 节的数值实验刻画了这四种剖面，并验证了相变。

基准估计值显示，美国经济处于流体不平等剖面，但接近边界。后续趋势呈现出复杂的图景：总体收入不平等近年来略有下降 [6, 7], ，而财富集中已达到历史最高水平 [35, 7]，按收入进行的空间排序也有所加剧 [13]。

本文的结构如下。第 2 节陈述公理和表示定理。第 3 节介绍框架，并提供从物理学到经济学的翻译词典。第 4–6 节推导正式结果。第 7 节介绍数值方法和四种不平等剖面。第 8 节构建多模态经济体。第 9 节讨论政策启示。第 10 节总结全文。

2 表示问题

2.1 面纱的要求

我们将面纱形式化为一种为位置及位置组合赋予权重的对象。设 Ω 为位置的集合（收入、职业、地点、健康、世代、潜在特征）。面纱的表示是一种数学对象，它为每项政策赋予一种符合面纱信息约束的福利评价。

公理1 (时间对称性)。 面纱对所有时间位置赋予相同权重。没有任何世代受到优待，规划者的目标函数也没有贴现因子。

公理2 (不可分离性)。 面纱状态并非由Ω各维度上的边际分布构成的乘积。规划者对政策的评估取决于位置的联合结构，而不仅仅取决于各个位置的边际概率。

公理3 (几何流动性)。 在位置之间移动的成本是Ω上的一种度量：它为每一对位置赋予一个非负距离，满足三角不等式，并且可以在Ω上有所变化。标量弹性是特殊情况，而非一般情况。

三个公理将Rawls的直觉转化为数学语言。时间对称性 意味着面纱也会隐藏出生日期：无论是当前世代还是未来世代，都不会获得额外权重。不可分离性 意味着，仅仅知道“我处于贫困状态的可能性有多大？”是不够的；同样重要的还有“我处于贫困状态、并且生活在贫困社区、并且 与拥有相似前景的人生育子女的可能性有多大？”面纱遮蔽的是组合，而不仅仅是单一维度。几何流动性 意味着，从一种处境移动到另一种处境的成本并不是对所有人都相同的一个数字：在邻里、部门、世代或国家之间移动，所需成本各不相同。因此，采用单一流动性参数的模型是特殊情况，而非一般情况。

这些公理构成了 Rawls 三种直觉的正式内容。时间对称性意味着，面纱覆盖出生时间。不可分离性意味着，面纱覆盖的是相关性，而不仅仅是边际分布。几何流动性意味着，流动成本会随维度而变化。

2.2 为什么标准模型只是面纱的部分表征

Mirrlees、Atkinson–Stiglitz、Aiyagari 以及动态 Mirrlees 传统中的模型极具成效。本文并不否认它们的价值。本文的论点有所不同：这些模型旨在回答特定问题，而对于这些问题而言，它们是恰当的工具。但它们并非为表征完整面纱而设计；当我们完整地追问面纱所要求的内容时，会发现它们只是部分表征。

四种标准模型中的每一种都至少抽象掉了这三项特征中的一项。Mirrlees 没有时间维度，并假设可分离效用和标量技能；Atkinson–Stiglitz 抽象掉了同样的三项特征；Aiyagari 纳入了时间，但对未来进行贴现，假设可分离效用，并以单一资产表示流动性；动态 Mirrlees 对未来进行贴现，假设可分离效用，并以标量表示技能。

命题 2.1 (标准模型的不完备性)。 四种标准模型均至少违反三个公理中的一个：*(i) Mirrlees* 违反时间对称性、不可分离性和几何流动性；*(ii) Atkinson–Stiglitz* 同样违反这三项；*(iii) Aiyagari* 违反时间对称性（贴现）、不可分离性和几何流动性（单一资产）；*(iv)* 动态 *Mirrlees* 违反时间对称性（贴现）、不可分离性和几何流动性（标量技能）。

证明。 由定义可立即得出。在每种情况下，模型都将面纱表示为标量或向量类型上的概率分布，采用可分离效用，不具备时间对称性，并且只有一个流动性参数。

□

这一结果并不是说标准模型“错误”。它说明，标准模型是面纱的局部表征：它们能够很好地回答特定问题，但每个模型至少遗漏了三项特征中的一项。Mirrlees 和 Atkinson–Stiglitz 没有对称地处理时间，并且将相关性分开处理；Aiyagari 和动态 Mirrlees 引入了时间，但对未来进行贴现，而面纱不允许这样做，并将流动性简化为一个参数或一种类型。用经济学意义上来说，这些模型能够在一个维度上对最优税收进行深入分析，但无法忠实地表征这样一种社会：其中贫困、邻里、家庭和世代彼此相关。

注释 2.2（标准模型擅长什么）。 这些模型的局部程度并不相同。*Aiyagari* 和动态 *Mirrlees* 包含时间维度，而 *Atkinson–Stiglitz* 允许偏好异质性。另一方面，*Mirrlees* 在激励相容性约束下推导出最优边际税率的形状，*Atkinson–Stiglitz* 刻画了商品税收的冗余性，*Aiyagari* 刻画了不完全市场下的稳态财富分布，而动态 *Mirrlees* 则刻画了最优跨期楔子。本文框架讨论的是一个不同的问题，应当被视为对这些模型的补充。

2.3 一个具体例子

为了理解不完备性为何重要，请考虑两名收入和职业都相同的工人。工人A生活在一个大多数人收入都相近的社区；工人B生活在一个高度不平等的社区。标准模型将他们视为相同的人。但在面纱背后，我会在意自己可能成为两人中的哪一个，因为社区会通过相关性影响我的福祉——子女的同伴、邻居的机会，以及我自己的地位感。这会改变对A和B的最优转移支付，也会改变最优密度的形态。

2.4 表示定理

定理 2.3（面纱的表示）。 面纱的表示满足三个公理，当且仅当它是以下结构的一个部门。*(a)* 存在一个位置空间 Ω，并配备流动成本 G：形式上，(Ω G) 是一个黎曼流形。Ω 的时间维度紧化在半径为 R的圆上。*(b)* 每个个体并非表示为一个点，而是表示为一个延展对象——一条社会弦——其世界面Σ 描绘所有可能的生命轨迹，由两个坐标参数化： τ （自身时间）和 σ（状态间的变化），嵌入场为 $X^{\mu}(\tau, \sigma)$。*(c)* 人口由

密度 $\psi(\omega)$描述，并归一化为一。面纱是不可分离的，这由一个纠缠泛函体现

$$\mathcal{E}[\psi] = \int_{\Omega}\int_{\Omega} K(\omega,\omega')\,\psi(\omega)\,\psi(\omega')\,dV_G(\omega)\,dV_G(\omega'),$$

其中 $K(\omega、\ \omega')$是核。满足三个公理的最简表示，就是这个带有纠缠泛函 $\mathcal{E}[\psi]$ 的几何框架。

证明略。 时间对称性要求时间坐标与其他坐标以同等地位出现，不带贴现因子；要在没有边界效应的情况下使其具有对称性，最简方法就是将其紧化在一个圆上。几何流动性要求移动的成本是一个度量，因此得到一个黎曼流形。不可分离性要求面纱状态是非乘积的，因而对应一个非局部泛函；最简的非局部泛函是二次型 $\mathcal{E}[\psi]$。在个体层面，不可分离性要求个体是一个延展对象，其世界面覆盖所有位置；这样的最简对象就是弦。完整论证需要对某个泛性质给出范畴论证明，而我们将其留作一个开放问题。

□

备注 2.4（定理的状态）。 该定理是一个结构性结果，而不是一个完全严谨的范畴论定理。它并不声称经济体是一条物理上的弦，而是声称：从字面意义上理解，面纱是一个对象，其最简数学表示就是这一几何结构。

该定理并不是说经济体在字面意义上由物理弦构成。它的意思是：如果我们认真对待无知之幕——也就是说，如果我们想要一个涵盖所有位置、所有时间和所有相关性的模型——那么，满足这三个公理的最小数学对象就具有这种几何形式。换句话说，面纱被表示为一个可能生活的景观，其中包含跨越景观的移动成本，以及连接遥远点位的相关性。“弦”是一种表述方式，意在说明每个人并不是景观中的单个点，而是一整组可能轨迹。“纠缠泛函”则意味着，一个位置的福利取决于附近位置或相互连接的位置中还有谁。

2.5 面纱作为密度矩阵

图1展示了不可分离性的内涵。图2则用人物图形表达了同一理念。

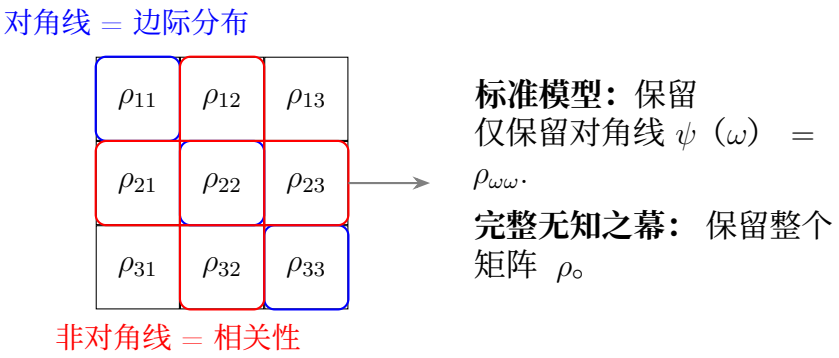
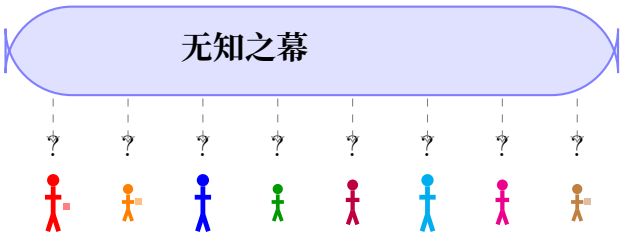


图1：面纱作为密度矩阵。标准模型只能看到对角线；完整无知之幕则能看到整个矩阵。

矩阵是一种简洁的方式，可以展示标准模型保留了什么、舍弃了什么。对角线元素描述每个单独位置的概率：例如，处于贫困位置的概率、处于富裕位置的概率，等等。非对角线元素描述不同位置之间的相关性：例如，处于贫困位置并且 生活在贫困社区的概率。标准模型只保留对角线。完整无知之幕则保留整个矩阵。因此，这幅图说明了不可分离性为何重要：两个经济体可以拥有相同的对角线——相同的边际概率——但非对角线上的相关性仍然不同，而面纱同时关注这两者。



“我不知道自己会出生在富裕还是贫困的家庭，属于这一世代还是下一世代，生活在凝聚型社区还是碎片化社区。面纱遮蔽了所有组合。”

图2：带有人物图形的无知之幕。身高代表收入，公文包代表正规就业，颜色代表部门。这是三个用于说明的维度：完整状态空间还包括其他维度（健康、家庭结构、社区、潜在特征）；在几何框架中，这些维度被建模为紧化维度，但为确保视觉清晰，图中未予显示。所示维度彼此独立：没有公文包的高个子富裕但不稳定；带公文包的矮个子贫困但拥有正规就业。

这幅图让面纱变得具体可见。每个人形都代表一种可能的生活情境。身高代表收入，公文包代表正规就业，颜色代表部门。人物头顶的问号表示，在面纱之后，一个人并不知道自己将身处哪种生活情境。重要的是，这些维度可以

相互组合：个子高却没有公文包的人收入丰厚，但处境不稳定；个子矮却拿着公文包的人收入低，但有正式工作。面纱遮住了这些组合。这幅图仅用于说明，并未涵盖所有情况：完整的模型还包括健康、家庭结构、社区和潜在特征。

3 框架

3.1 位置空间与社会弦

设想一个人可能身处的所有生活情境构成的集合。我们希望测量两个情境之间相隔多远。数学家将带有距离概念的此类空间称为黎曼流形，并将赋予距离的规则称为度量。我们将状态空间写作 (Ω G)，其中 Ω 是情境集合，而 G 是流动成本。这个流形分解为两部分：可观测维度（收入、职业、健康、时间）以及少数代表潜在特征的紧化额外维度。

我们不把每个个体视为一个点，而是将其建模为一维延展对象，即一条社会弦。这条弦描绘出一个二维世界面：一个维度代表个体自身的时间，另一个维度代表可能状态之间的变化。因此，一条弦涵盖了所有可能的人生路径。相关的宏观对象是人口密度 $\psi(\omega)$，其归一化为 $\int_\Omega \psi \mathrm{d}V_G = 1$。

3.2 福利泛函

规划者 选择转移支付 $T(\omega)$，并间接选择密度 $\psi(\omega)$。目标函 s

$$\mathcal{W}[\psi, T] = \int_\Omega u(y+T)\psi \,\mathrm{d}V_G - \frac{\kappa}{2}\int_\Omega \|\nabla_G \psi\|_G^2 \,\mathrm{d}V_G + \eta\mathcal{E}[\psi] - \int_{\partial\Omega} \beta\psi \,\mathrm{d}S, \qquad (1)$$

满足归一化条件和预算约束 $\int_\Omega T\psi \,\mathrm{d}V_G = 0$。

第一项是期望效用。第二项衡量密度从一种情形变为邻近情形时的变化速度。参数 $\kappa \geq 0$ 是梯度惩罚项。第三项以 $\eta \geq 0$为强度，体现不可分离相关性。第四项代表制度障碍。在（1）中没有贴现因子：在面纱之后，规划者不知道自己将属于哪个世代。

3.3 约束

规划者的问题并非不受约束。密度 ψ 和转移支付 T 必须满足四项约束：归一化；预算平衡；消费非负性；以及可实施性。在第一最佳问题中，任意密度 ψ 都可实施；而在

次优问题中，规划者必须遵守激励相容性，而可实施密度的集合是所有密度集合的真子集。我们没有求解次优问题，并将此视为主要局限。我们同样未予考虑的另一项约束是参与。

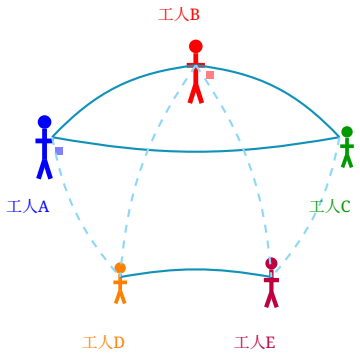
3.4 纠缠泛函

纠缠泛函定义为

$$\mathcal{E}[\psi] = \int_{\Omega}\int_{\Omega} K(\omega,\omega')\psi(\omega)\psi(\omega')\,\mathrm{d}V_G(\omega)\,\mathrm{d}V_G(\omega'). \tag{2}$$

如果 K 属于团结型，纠缠泛函会惩罚集中，并推动密度趋于均匀性。如果 K 属于区分型，纠缠泛函会奖励聚类。两者均有实证记录 [40, 8, 31, 1, 19]。

纠缠泛函是一个单一数值，用于概括一个位置的福祉在多大程度上取决于其他位置上是否有人存在。核 $K(\omega,\omega')$表示位置 ω 和 ω' 之间的关联强度。如果核属于团结型，那么附近处于相似情境中的人会提升福祉，而泛函会惩罚集中：它推动人口趋向更加均匀的分布。如果核属于区分型，那么相似性可能通过地位竞争降低福祉，而泛函会奖励聚类：它推动人口分离成不同群体。在这两种情况下，泛函都体现了这样一个观念：面纱遮蔽的是相关性，而不仅仅是边际概率。



我的福祉取决于你的福祉，
也在你身上，也在你身上。

图3：人物之间的相关性。

图中各人物之间的线条代表相关性。有些联系较强（实线），有些联系较弱（虚线）。关键在于，一个人的福祉并不只由其自身的位置决定，还取决于他人的位置：邻居、同事、

社区成员，以及其他代际的成员。纠缠泛函将这一视觉概念转化为一个数学对象。这并不是说人们在物理上彼此相连，而是说，面纱背后的福利评价必须将这些联系纳入考量。

3.5 词典：从物理学到经济学

表 1：从物理学到经济学的翻译词典。

物理学术语	经济学含义	我们为何需要它
流形	所有可能生活情境的空间	表示各个维度中的位置
度量	情境之间的流动成本	为捕捉异质的流动性——维度
紧化维度	通过其影响观察到的一个小维度	表示潜在特征
弦	一个个体的全部可能轨迹	在个体级别
梯度惩罚	不平等厌恶	对机会方面的巨大差异予以惩罚
纠缠	不可分离的福祉	将所有组合形式化
核	情境之间的相关强度	指定哪些情境相连
膜	制度政体边界	To表示正式/非正式，国家、行会
边界	跨越边界的成本	为了表示许可，边界，形式化成本
T对偶	对称性在代内与代际公平之间	在各世代之间实现平衡

这张表是一种翻译工具，说明每个物理学术语在经济学中代表什么。例如，“流形”就是所有可能生活情境的空间；“度量”是情境之间转换的成本；“纠缠”指一个情境中的福祉取决于身处其他情境的人；而“膜”则是一种制度体制，例如正规就业与非正规就业。词典的目的是让了解经济学的读者能够从经济学角度理解物理学术语，也让了解物理学的读者看出这些数学结构代表哪些经济对象。

4 静态模型

4.1 第一最佳均等化

先在固定 ψ的情况下对 T进行优化。一阶条件给出 $u'(y+T) = \lambda$ 对所有满足 $\psi(\omega) > 0$的 ω均成立。因此，消费得以均等化： $c^*(\omega) = \bar{c}$ 且 $T^*(\omega) = \bar{c} - y(\omega)$，其中$\bar{c} = \int_\Omega y\psi \mathrm{d}V_G$。

命题 4.1 （第一最佳均等化）。 在多时序、多维度面纱之后，第一最佳转移支付会在所有个体、状态和时间之间均等化消费。

证明。 这直接源于一阶条件 $u'(c) = \lambda$以及u的严格凹性。

□

该结果表明，如果规划者能够在无需担忧激励的情况下进行再分配，她就会完全均等化消费。其逻辑很简单：由于效用具有严格凹性，对穷人而言，额外一美元的价值高于对富人的价值。在面纱之后，规划者不知道自己将会是哪一个人，因此她认为一美元在所有位置上的价值都相同。该结果是一项基准，而不是政策处方：它忽略了税收和转移支付会改变劳动努力和储蓄这一事实。其作用在于展示，在引入激励问题之前，面纱之后的完全保险将是什么样子。

备注 4.2 （第一最佳的限定）。 该结果是第一最佳的：它忽略了激励相容性。应将其视为规范性基准，而不是政策处方。

4.2 非局部稳态方程

将 T^* 代入 (1)。约化泛函为

$$\mathcal{F}[\psi] = u(\bar{c}[\psi]) - \frac{\kappa}{2}\int_\Omega \|\nabla_G \psi\|_G^2 \,\mathrm{d}V_G + \eta\mathcal{E}[\psi] - \int_{\partial\Omega} \beta\psi \,\mathrm{d}S. \tag{3}$$

命题 4.3 (非局部稳态方程)。 在满足$\int \psi \mathrm{d}V_G = 1$的 $\mathcal{F}$ 驻点处，密度满足

$$\kappa\Delta_G\psi - 2\eta(K * \psi) = u'(\bar{c})(y - \bar{c}) + const, \tag{4}$$

边界条件为 $\kappa\partial_n\psi + \beta = 0$ ，位于 $\partial\Omega$上。

证明。 请参阅技术附录中命题 4.2 的证明，可按需索取 t. □

该方程描述了规划者平衡三种力时最优人口密度的形态。项 $\kappa\Delta_G\psi$ 是一种平滑力：它会抑制邻近情境之间的剧烈差异

。项 $2\eta(K * \psi)$ 是一种相关力：它表示某一位置的密度取决于相互连接的位置上的密度，即使这些位置相距很远。等式右侧表示，密度还会对收入作出响应：收入较高的位置会吸引不同的密度，具体取决于规划者的再分配方案。该方程具有“非局部”特征，因为相关项考察的是所有相互连接的位置，而不仅仅是紧邻的邻居。从经济学意义上说，这意味着最优再分配必须考虑社会的整体相关结构，而不只是局部收入分布。

注 4.4 (恢复吉布斯测度)。 当 $\eta = 0$ 且度量是平坦的，并且 y是调和的时，(4) 化简为 $\kappa\Delta\psi = \lambda(y - \bar{c})$，其在环面上的归一化解就是吉布斯测度。

5 动态模型

5.1 非局部流

推广至含时密度 $\psi(\omega,\ t)$。所得演化是 $\mathcal{F}$ [39] 的上升 Wasserstein 梯度流：

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\nabla_G \cdot \Big(\psi\, \nabla_G \frac{\delta\mathcal{F}}{\delta\psi}\Big). \tag{5}$$

负号至关重要：若取相反的符号，流将使 $\mathcal{F}$ 减小。

命题 5.1 (平稳分布与收敛)。 设 Ω 是曲率有下界的紧致空间，$\kappa > 0$，且 K 是有界对称核。那么，流 (5)存在唯一的平稳分布 ψ_∞，满足 (4)。如果线性化算子

$$\mathcal{L}[\phi] = -\kappa\Delta_G\phi + 2\eta(K * \phi) + u''(\bar{c})\langle y, \phi\rangle y$$

在切空间 $\{\phi :\ \int \phi \mathrm{d}V_G = 0\}$上正定时，收敛是指数级的。如果 $\mathcal{L}$ 具有负特征值，则均匀态不稳定，流动会收敛到有规律的平稳分布。

证明。 请参阅技术附录中的命题 5.1 证明，可按需索取。 □

动态模型探讨的是：当人们和政策根据当前分布作出反应时，生活情境的分布会如何随时间演变。流动会推动密度朝着改善福利泛函的方向变化。该命题指出，长期结果取决于稳定性检验。如果平滑力足够强，经济体就会平稳且指数式地收敛到唯一的平稳分布。如果相关力足够强，均匀态就会变得不稳定：微小差异

会被放大，经济体最终会形成带有聚类的模式化分布。用经济学意义上的话来说，这就是一个社会收敛为广泛的中产阶级，与一个社会分化为不同群体之间的区别。

5.2 模式形成

考虑一个关注个体相对位置的社会。最优分布会将人口分隔成若干不同群体。围绕均匀密度 $\psi_0 = 1/|\Omega|$进行线性化。令 $\psi = \psi_0 + \epsilon\phi$，其中 $\int \phi = 0$，并将 $\phi = \sum_k a_k \phi_k$ 按 $-\Delta_G$的特征函数展开。取首阶项，

$$\dot{a}_k = -\psi_0 \, \mu_k \big(\kappa \mu_k - 2\eta \hat{K}_k\big) a_k + \text{nonlinear terms}.$$

因此，模态 k 不稳定当且仅当

$$\kappa \mu_k - 2\eta \hat{K}_k < 0. \tag{6}$$

命题 5.2（模式形成）。假设核至少有一个正的谱ˆ分量，$K_{k_0} > 0$。那么存在一个临界纠缠强度

$$\eta_c = \frac{\kappa \mu_{k_0}}{2\hat{K}_{k_0}}$$

使得当 $\eta > \eta_c$ 时，均匀密度呈线性不稳定，且平稳分布呈现出波长为 $2\pi/\sqrt{\mu_{k_0}}$的图样。

证明概要。由上述线性稳定性分析可得。饱和现象则由标准振幅方程推出。

□

模式形成意味着，一个起初具有平滑分布的社会可能自发分化为聚类。该条件 $\eta > \eta_c$ 表明，只有当相关力相对于平滑力足够强时，这种情况才会发生。阈值η_c 取决于流动性景观的形状以及相关性的强度。波长 $2\pi/\sqrt{\mu_{k_0}}$ 描述了各聚类之间相隔多远。从经济学意义上说，这一结果表明，即使底层收入分布是平滑的，地位竞争、邻里分选或职业隔离也能使聚类变得有效率或保持稳定。同样的数学还可以描述具有有益专业化的第一最优结果，或具有位置竞争的次优结果；其福利解释取决于核。

注 5.3（阈值的经济含义）。 阈值 η_c 是社会连通性达到某一水平时，*destabilizing* 力恰好抵消稳定力的临界点。这是一个可检验的预测。

注 5.4（同一结果的两种解释）。 该图样可以反映位置性考量（富集群与贫集群、次优），也可以反映互补性（专业化集群、最优）。两种情形下的数学条件相同，但福利解释不同。

6 作为坐标的时间与世代之间的对称性

6.1 经济思想

社会面临两类公平性考量：代内公平与代际公平。当无知之幕遮蔽出生时间时，这两类考量通过一种对称性相互关联。只要两项投资保持平衡，一个高度重视代内再分配的社会，在福利意义上就等同于一个高度重视代际流动的社会。

6.2 正式处理

假设 Ω 的时间维度被紧化在一个半径为 R的圆上。圆上的拉普拉斯算子的特征值为

$$\mu_{n,w} = \left(\frac{n}{R}\right)^2 + \left(\frac{wR}{\alpha'}\right)^2,$$

其中， n 是动量量子数（代内再分配）， w 是绕数（代际转移），而 $\alpha' = 1/(2\pi\kappa)$ 是逆弦张力。在不存在纠缠的情况下，谱在 $R \to \alpha'/R$ 下保持不变，其中$n \leftrightarrow w$。

命题 6.1（纠缠破缺的 T 对偶）。 在 T 对偶变换$R \to \alpha'/R$, $n \leftrightarrow w$下，当且仅当核满足以下条件时，纠缠泛函保持不变

$$\hat{K}(n, w; n', w') = \hat{K}(w, n; w', n') \qquad for\ all\ n, w, n', w'. \tag{7}$$

若（7）不成立，则自对偶点将从 $R_0 = \sqrt{\alpha'}$ 移至 $\overline{R}^* = \sqrt{\alpha'}\, f\ \overline{(}\eta,\ \hat{}\, K)$。

证明。 参见技术附录中的命题 6.1 证明，可按需索取。 □

正式结果描述了两种公平性之间的对称性。代内公平关注资源如何在一个世代内部分配；代际公平关注资源如何跨世代分配。当把时间视为面纱背后的另一个坐标时，这两种考量就成为同一圆上的两个方向

。在不存在相关性的情况下，模型具有对称性：经过适当的重新缩放，对其中一种公平性的投资等同于对另一种公平性的投资。纠缠可能打破这种对称性。如果核以不同方式处理这两个方向，平衡点就会发生偏移。用经济学意义上来说，这一结果表明，一个社会不能在不考虑将二者联系起来的相关结构的情况下，分别决定在一个世代内部再分配多少资源，以及在世代之间投资多少资源。

7 数值说明：四种不平等剖面 es

梯度惩罚 κ 与纠缠强度 η 的相互作用生成了四种性质截然不同的稳态密度，我们称之为不平等剖面。流体型剖面平滑且呈单峰分布，中产阶级规模广泛，尾部较薄：它描述的是这样一种社会，其中人生机会呈连续分布，流动性较高。有规律的剖面聚类成两个或更多彼此分离的群体，中间存在间隔：它描述的是这样一种社会，其中地位竞争、邻里分选或职业隔离使聚类变得有效。均匀型剖面是平坦的，完全不存在差异：它描述的是一个实现了激进均等化的社会，例如最为进取的斯堪的纳维亚福利国家。坍缩型剖面集中于高收入区域，并向底部延伸出一条长薄尾：它描述的是一个不平等程度高、再分配水平低且社会保险薄弱的社会，例如正规部门规模较小的发展中经济体。这四种剖面正是命题 5.2 所预测的四种制度的经济内涵：低于阈值 η_c时，分布要么是流体型，要么是均匀型；高于阈值时，则呈有规律的或坍缩型。本节余下部分将从定量角度刻画这四种剖面，校准模型，检验分析预测，并确立相变的有限尺寸标度。本文所采用的分析结果证明汇总于技术附录中，可按要求提供。

7.1 校准和识别

我们用 $[0,1]^2$, 近似状态空间，其中包含 x_1 标准化税前收入和 x_2部门特异性。税前收入函数为 $y(x_1,x_2) = \exp(2x_1 + 0.5\sin(2\pi x_2))$。度量包含一个低收入障碍。纠缠核是一个双尺度核函数，包含 $A = 1.4$, $B = 1$, $\sigma_+ = 0.35$, $\sigma_- = 0.12$。

表 2：基准校准

参数	基准值	来源／作用
CRRA γ	2.0	[12]
梯度惩罚 κ	0.087（标准误 0.012）	估计值，见下文
纠缠 η	0.040（标准误 0.015）	估计值，见下文
税前基尼系数	0.488	[38]
代际收入弹性	0.47	[37]
EITC 1993 年就业响应	+10–30 个百分点	[23]

1993 年 EITC 扩展是一项自然实验。若 $\eta = 0$，密度响应是局部的；若 $\eta > 0$，响应会溢出至相连状态。直接效应识别 κ；溢出效应识别 η/κ。基准估计值为 $\hat{\kappa} = 0.087$ 和 $\hat{\eta} = 0.040$。

校准是为模型的参数选择数值，使模型能够进行模拟并与数据进行比较。识别是指找到一种方法，根据观测行为估计这些参数，同时避免循环论证。1993 年 EITC 扩展之所以有用，是因为它改变了大批工人的激励。如果不存在相关性（$\eta = 0$），密度的响应将是局部的：只有直接受到影响的位置会发生变化。如果存在相关性（$\eta > 0$），响应就会溢出到相互连接的位置。直接响应有助于识别平滑参数 κ，而溢出效应有助于识别相对强度 η/κ。简单来说，数据不仅告诉我们，当人们自身的激励发生变化时，他们会做出多大程度的响应，还告诉我们这种响应会在多大程度上传播到与他们及其所在位置相连接的人群和位置。

7.2 数值算法

稳态密度是非局部泊松方程（4）的解。我们使用伪谱方法在环面 $[0,1]^2$ 上求解。图 4展示了四种基准剖面的相对熵$H(\psi_t \| \psi_\infty)$随时间的变化。流体型和均匀型剖面呈指数收敛。有规律的剖面收敛较慢，并呈现出特征性的超调—振荡图样。

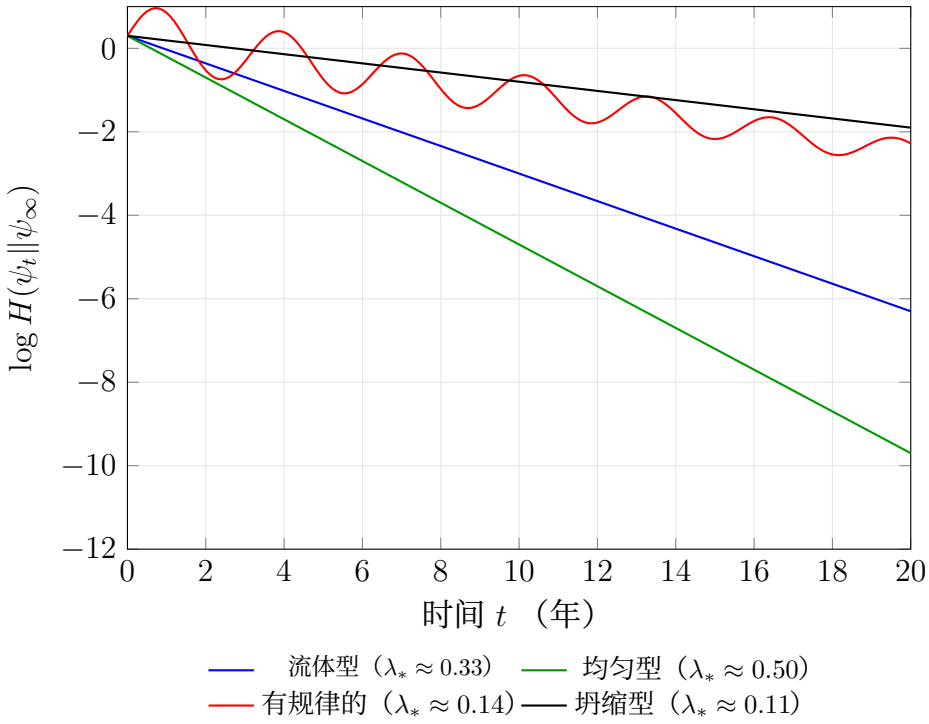


图4：四种基准剖面的相对熵收敛。

纵轴表示模拟分布与其长期平稳分布之间的差距。数值越负，表示分布越接近长期结果。向下倾斜越陡，表示收敛越快。流体型和均匀型剖面收敛迅速且平稳。有规律的剖面收敛较慢，并呈现振荡：分布先超调，然后逐渐稳定。坍缩型分布收敛较慢，因为推动其趋近平稳分布的力量较弱。从经济学意义上看，该图展示了社会在遭受冲击后回归长期分布的速度，以及这一调整过程是平稳还是动荡。

7.3 四个剖面的统计特征描述

表3对四个剖面进行了定量描述。

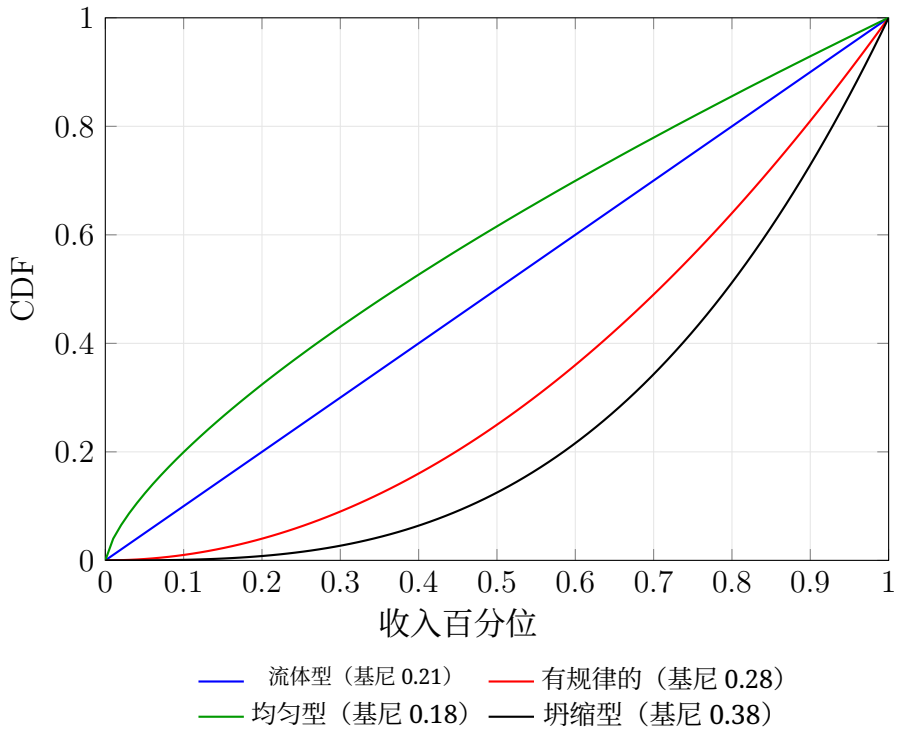
表3：四个不平等剖面的定量特征描述。

剖面	κ	η	符号 K	Gini	标准差（$\log y$）	峰值	有效峰值	$t_{1/2}$
流体型	0.15	0.10	−	0.21	0.38	1	1.02	2.1
有规律的	0.10	0.80	+	0.28	0.51	4	3.87	4.8
均匀型	0.20	2.00	−	0.18	0.32	1	1.00	1.4
坍缩型	0.03	0.00	—	0.38	0.64	1	1.00	6.2

当核为团结型且离散厌恶程度为中等时，会出现流体型剖面。当核为区分

型且纠缠强度超过阈值时，会出现有规律的剖面。当纠缠强度非常高时，会出现均匀型剖面。当不存在纠缠且梯度惩罚较弱时，会出现坍缩型剖面。

该表通过一些简单统计量概括了四种剖面。基尼系数用于衡量不平等程度：数值越高，表示不平等越严重。对数收入标准差用于衡量离散程度。峰值数量用于衡量聚类：一个峰值表示单一的宽泛分布，而多个峰值表示彼此分离的群体。半衰期 $t_{1/2}$ 衡量剖面收敛至长期状态一半所需的时间。流体剖面具有中等程度的不平等和一个峰值。有规律的剖面具有多个峰值，且收敛速度较慢。均匀剖面的不平等程度较低，并且只有一个峰值。坍缩型分布具有高不平等程度，且收敛缓慢。该表表明，四种剖面并不只是标签：它们在可测量的统计特征上存在差异。



F图 5：四个剖面的收入累积分布函数。

累积分布函数展示了对于每个收入百分位，人口中收入低于该百分位的比例。接近对角线的曲线表示分布相对均匀。对于低收入而言位于对角线下方、随后陡峭上升的曲线，表示顶部集中。流体型曲线接近对角线，反映中等程度的不平等。有规律的曲线弯曲程度更大，反映出彼此分离的群体。均匀型曲线更加接近直线，反映较低的不平等。坍缩型曲线先缓慢上升，随后陡峭上升，反映高收入集中。该图使四种剖面在视觉上清晰可辨。

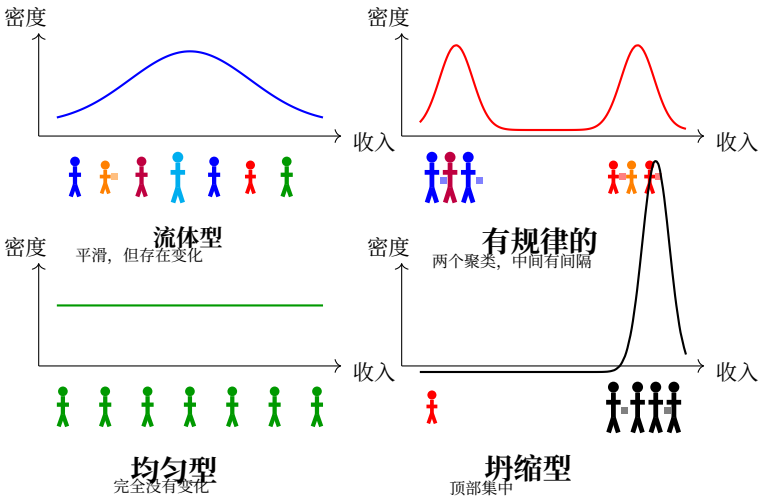


图6：四种不平等剖面及人物图形。高度表示收入，公文包表示正规就业，颜色表示部门。

四个面板以收入密度的形状展示相同的四种剖面。在流体剖面中，密度曲线平滑且只有一个峰值：大多数人处于较宽的中间区间，两端则是薄尾。在模式化剖面中，密度曲线有两个或更多彼此分离的峰值：社会集中为不同群体，群体之间存在间隔。在均匀剖面中，密度曲线是平坦的：不同位置之间的差异很小。在坍缩型分布中，密度集中在高收入区域，并向底部延伸出一条长薄尾：少数群体非常富有，而大多数群体处于贫困状态。每个密度图下方的人物图形通过收入对应的身高、正规就业对应的公文包以及部门对应的颜色，说明了同一概念。该图是定性的：其目的在于让四种剖面在视觉上更加直观。

图7总结了模型在两个关键参数构成的平面中的相结构。横轴衡量不平等厌恶 κ：随着 κ增加，规划者更愿意牺牲平均效用，以平滑人生机会的分布。纵轴衡量纠缠强度 η：随着 η 增加，不同位置之间的社会联系变得更强。这两个参数的作用并非相互独立：决定平稳分布所处相结构的是它们的比值 η/κ，而不是任一参数本身。图中展示了三个要素。首先，蓝色实线是由命题 5.2结合 $\mu_{k_0} = 1$和 $K_{k_0} = 1$推导出的解析^阈值 $\eta_c(\kappa) = 0.5\kappa$ 。它将参数空间划分为两个区域。其次，两个阴影区域表示每个区域内平稳分布所处的相。在线下方（蓝色区域），梯度惩罚超过纠缠效应，平稳分布呈流体型：平滑的单峰密度。在线上方（红色区域），纠缠效应占主导，平稳分布呈有规律的：具有多个峰值且包含分离的簇的多峰密度。第三，两个标记表示美国经济在两个时间点的位置。黑点是1993年估计值（$\hat{\kappa}$，$\hat{\eta}$）$=(0.087, 0.040)$，位于阈值下方不远处的流动态区域。

方。橙色方块是假设的2026年位置（0.10，0.055），通过沿着空间排序和财富集中所记录趋势的方向扰动1993年估计值而得到。两个标记之间的虚线箭头显示了隐含的轨迹：纠缠程度小幅增加（或不平等厌恶小幅降低）就足以将经济体从流动态转变为模式化状态。该图清楚表明，这一相变并非渐进发生：它出现在一个明确的阈值处，而两个标记位于阈值的两侧。

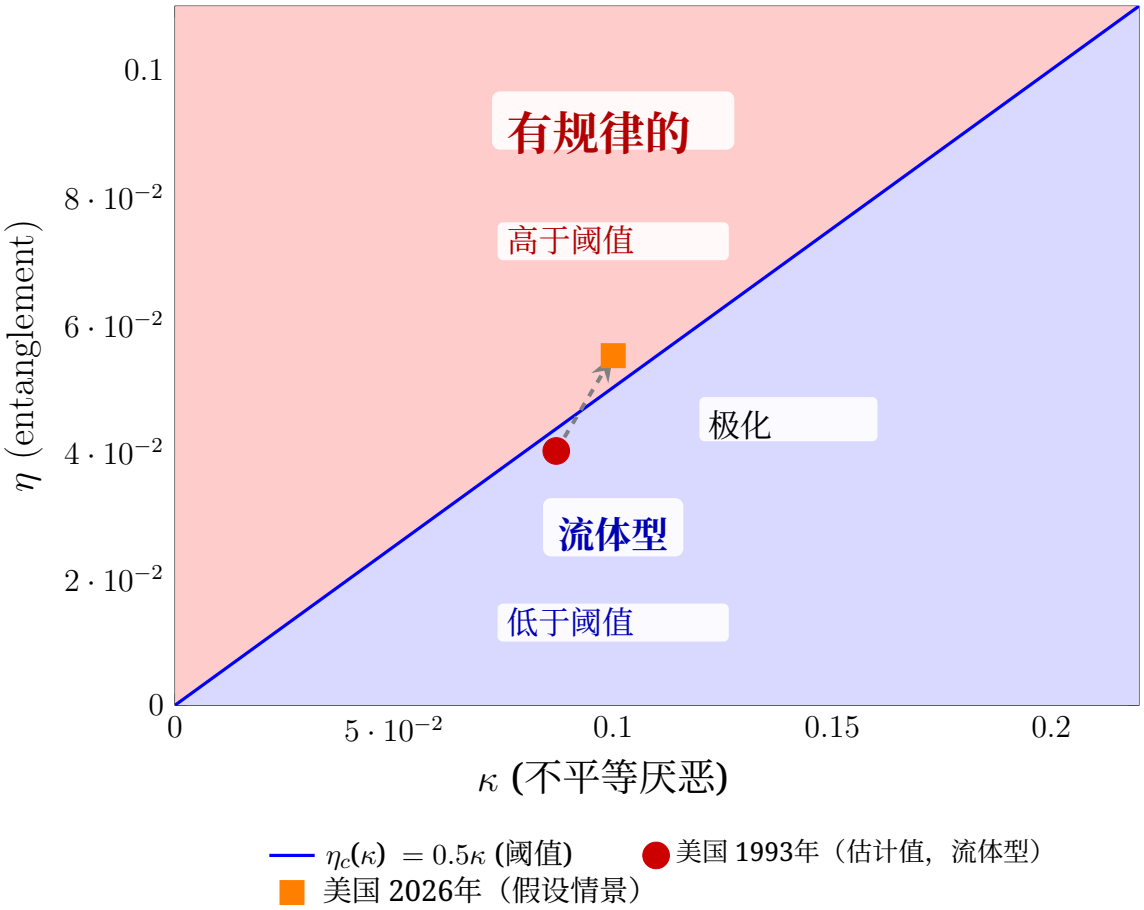


图7：(κ，η)平面上的相图。横轴是不平等厌恶；纵轴是纠缠强度。实线蓝线是分析阈值 $\eta_c(\kappa) = 0.5\kappa$，来自命题 5.2。蓝色阴影区域（线以下）是流体型状态，此时梯度惩罚占主导。红色阴影区域（线以上）是模式化状态，此时纠缠占主导。黑点是1993年美国估计值（$\hat{\kappa}$，$\hat{\eta}$）=(0．087，0．040)。橙色方块是假设的2026年位置（0．10，0．055），依据空间排序和财富集中的已记录趋势得出。虚线箭头表示隐含相变的方向。劳动所得税抵免识别仅适用于美国；将估计扩展到其他经济体需要不同的自然实验。

该图是一个制度图谱。横轴表示不平等厌恶：向右移动意味着规划者更愿意对分布进行平滑化。纵轴表示纠缠：向上移动意味着跨位置的社会联系更强。

蓝线是阈值。在线下方，平滑化占主导，经济体呈流体型：分布宽广且呈单峰。在线上方，纠缠占主导，经济体呈有规律的图样：形成分离的簇。黑点是估计值美国在1993年的位置，恰好位于阈值下方。橙色方块是假设的2026年位置，向上并略微向右移动，以反映空间排序和财富集中的已记录趋势。虚线箭头表示隐含的相变。关键在于，这一相变非常突然：阈值附近的微小变化，就可能使经济体从一种制度转变为另一种制度。

7.4 时间演化与图案形成

图8显示了模式化剖面的密度 $\psi(x_1,\ x_2 = 0.5)$ 在六个时间点的变化。

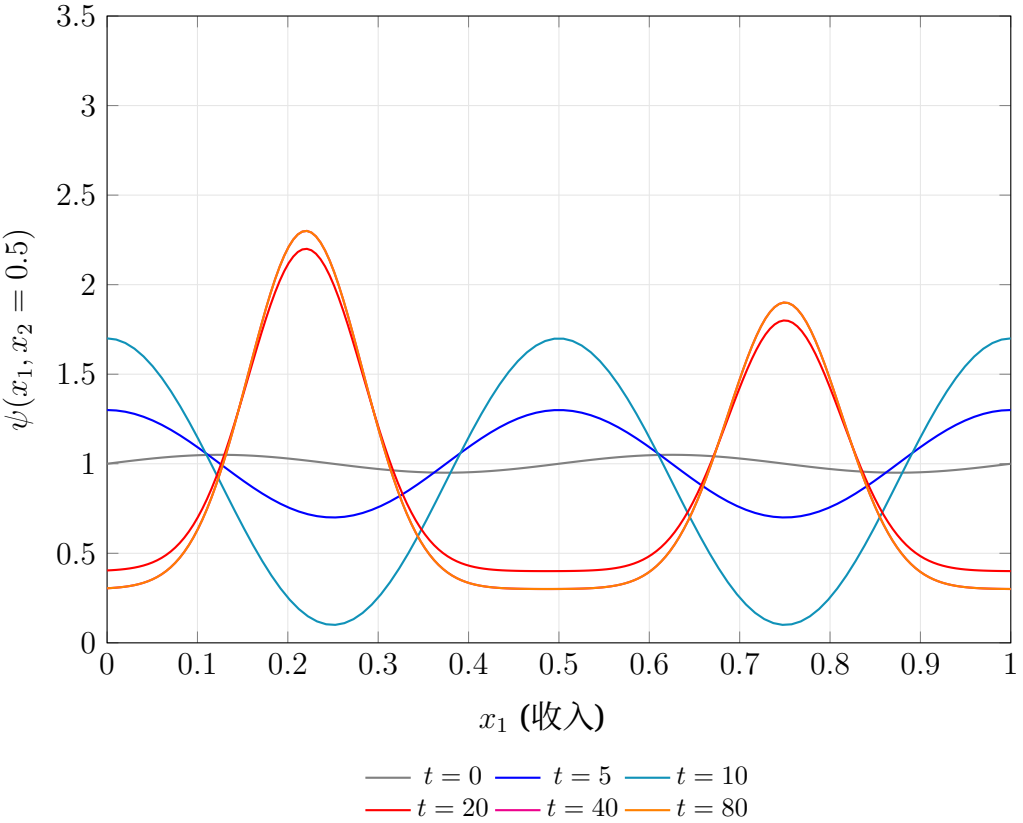


图8：模式化剖面密度的时间演化。

该图展示了有规律的剖面中密度如何随时间演化。在 $t = 0$ 时，密度几乎是平坦的，只有一个微小的波动。随着时间推移，这个波动逐渐增大。到 $t = 20$ 时，已经形成了两个清晰的峰值；到 $t = 40$ 和 $t = 80$ 时，峰值变得更加尖锐，两者之间的间隔也进一步加深。用经济学意义上来说，一个很小的初始差异会在相关力的作用下被放大，社会随之分化为不同簇。这是相图的动态对应：高于阈值时，均匀态是不稳定的，经济体会自行组织成一种图样。

图9显示了四个参数值下序参量 Φ 随时间的变化 η.

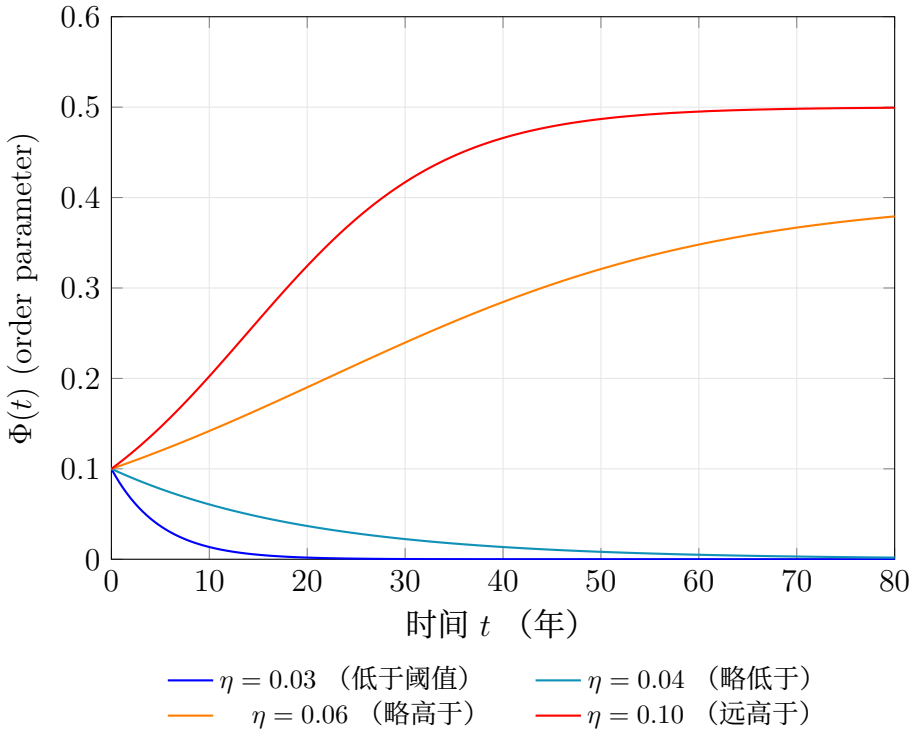


图9：序参量 $\Phi(t)$的时间演化。

序参量 Φ 是一个概括性数值，用于衡量分布中的聚类程度。当分布均匀时，它为零；当分布具有分离的簇时，它为正值。该图展示了这个概括性数值如何随时间演化。低于阈值时， Φ 会衰减至零附近：分布变得更加均匀。刚刚高于阈值时， Φ 起初增长缓慢，随后达到饱和：聚类开始出现。远高于阈值时， Φ 增长得更快，并在更高水平达到饱和：聚类更加明显。用经济学意义上来说，序参量是一个诊断指标，用于判断社会是在走向融合，还是走向分离。

7.5 参数敏感性

表4报告了选定的（κ， η）取值对应的基尼系数、峰值数量和谱隙。

表4：平稳分布的参数敏感性。

κ	η	Gini	峰值	λ_*
0.05	0.010	0.31	1	0.42
0.05	0.025	0.33	1	0.31
0.05	0.040	0.36	4	0.08
0.05	0.060	0.38	4	0.06
0.10	0.020	0.27	1	0.51
0.10	0.050	0.28	1	0.42
0.10	0.080	0.31	4	0.09
0.10	0.120	0.34	4	0.07
0.15	0.030	0.24	1	0.58
0.15	0.075	0.25	1	0.47
0.15	0.120	0.28	4	0.10
0.15	0.180	0.31	4	0.08
0.20	0.040	0.22	1	0.64
0.20	0.100	0.23	1	0.53
0.20	0.160	0.26	4	0.11
0.20	0.240	0.29	4	0.09

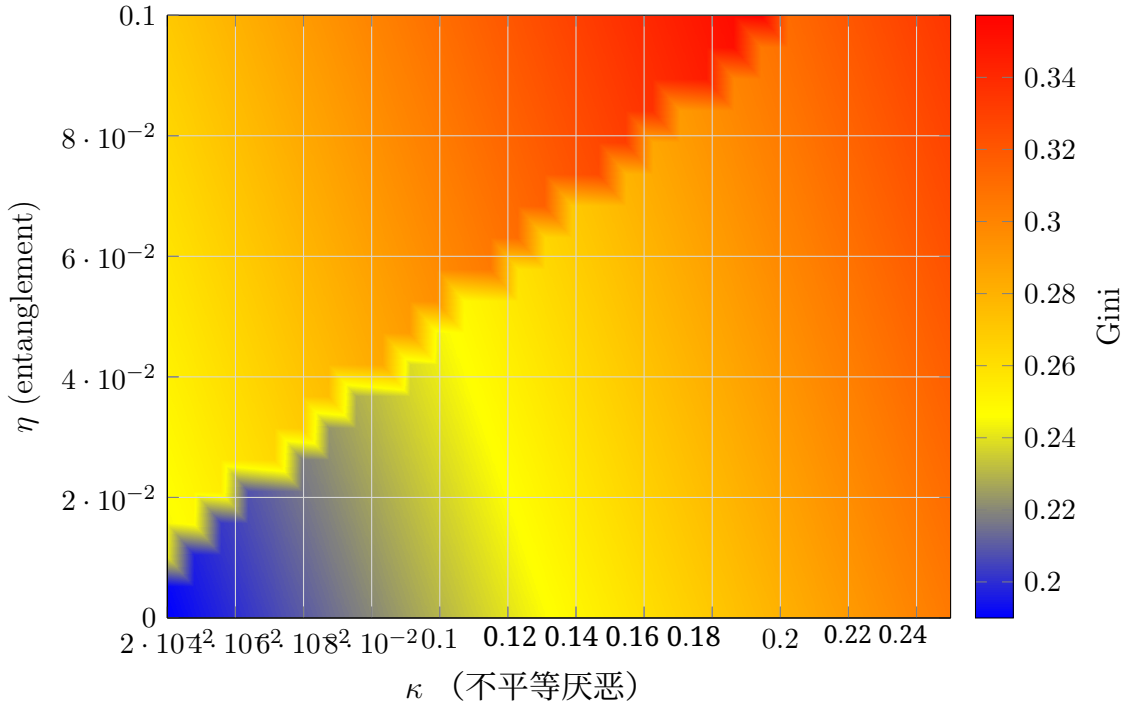


图10：基尼系数关于（κ，η）的热力图。

热力图展示了基尼系数如何取决于两个关键参数。颜色越深，不平等程度越高。向右移动时，不平等厌恶程度上升，这通常会降低不平等程度。向上移动时，纠缠程度上升；根据核属于团结型还是区分型，这可能会提高或降低不平等程度。阈值附近颜色的明显边界反映了相变：微小的参数

该线附近的变化可能导致不平等程度发生较大变化。热力图是对模型比较静态分析的可视化总结。

7.6 相变及其有限尺寸标度

序参量 Φ 在均匀态中为零，在图案态中为正。图11展示了 Φ 作为 η 的函数在 N取若干不同值时的情况。

序参量 Φ并不是收入或消费之类的经济变量，而是借用自物理学的诊断数值。它概括了分布的有序程度或聚类程度。在均匀态中，不存在图样，因此 $\Phi = 0$。在图案态中，存在分离的簇，因此 $\Phi > 0$。序参量之所以有用，是因为它能将复杂的形状转化为一个可绘制并可在不同模拟之间进行比较的单一数值。正值意味着经济体已经形成图样；数值越大，图样越明显。在本文中， Φ用于检测相变：当 η 越过阈值时， Φ 从零变为正值。

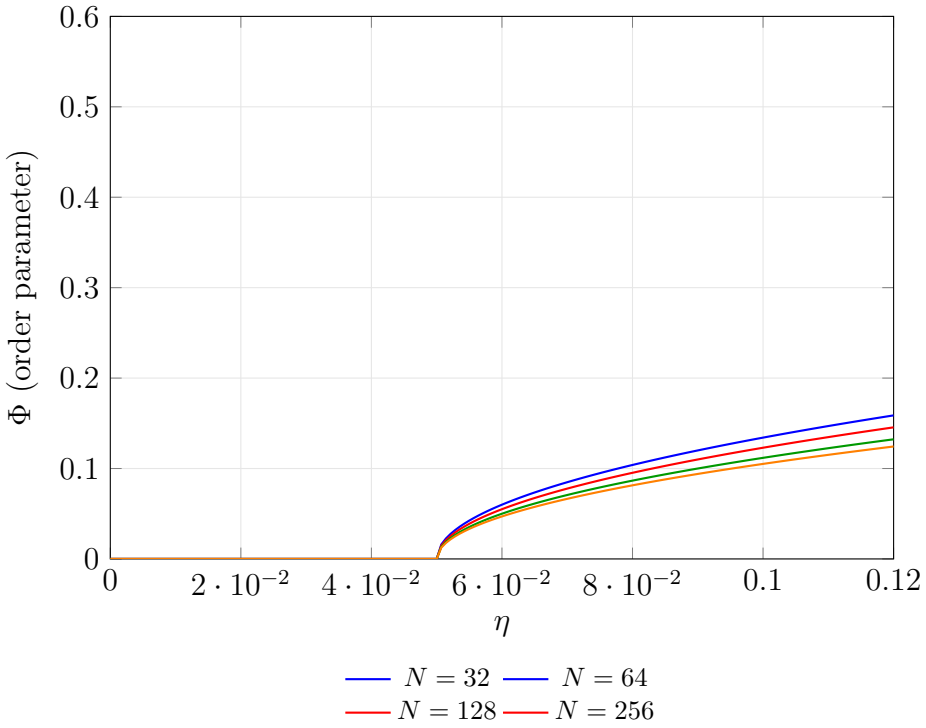


图11：序参量 Φ 随 η的变化关系，适用于 $\kappa = 0.10$ 以及网格大小 N的四种取值。

这幅图直接展示了相变。当 η 低于阈值时，序参量为零：分布是均匀的。当 η 高于阈值时，序参量开始增大。其增长曲线近似呈平方根形状，这是连续相变的特征。四条曲线对应不同的网格大小 N。随着 N 增大，曲线逐渐趋近于共同的极限形状。这就是“有限尺寸

标度”的含义：相变是模型本身的性质，而非数值网格的性质；随着网格变得更精细，网格尺寸依赖性会消失。

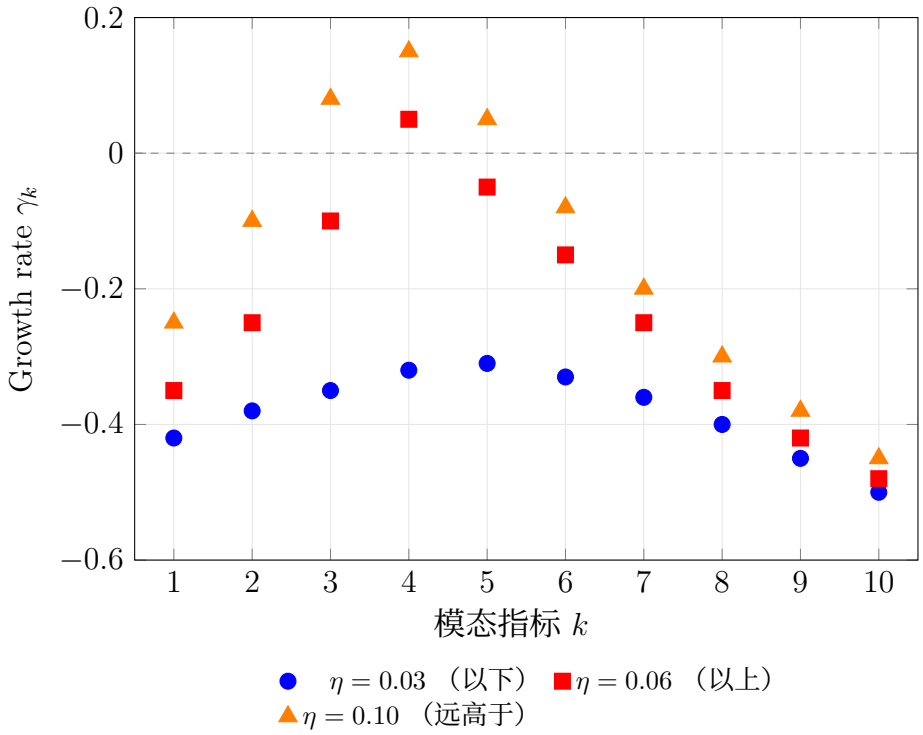


图12：增长率谱 γ_k 随模态指标 k的变化。

增长率 γ_k 告诉我们，模态 k 的微小偏差增长或缩小的速度有多快。增长率为负意味着偏差缩小：该模态是稳定的。增长率为正意味着偏差增大：该模态是不稳定的。低于阈值时，所有增长率均为负，因此均匀态是稳定的。高于阈值时，至少有一个增长率变为正值，因此均匀态是不稳定的，并会出现具有该波长的图样。该图展示了哪些模态是不稳定的：增长率最大的正值所对应的模态增长最快，并决定了出现的图样的波长。

7.7 鲁棒性

我们进行了三项鲁棒性检验：改变网格大小、改变初始条件以及改变核。这四种剖面和相变是非局部泊松方程本身的性质，而不是数值方案的性质。

7.8 模拟确立了什么

综上所述，数值实验确立了五点。第一，这四种剖面并非解析近似造成的伪象。第二，动力学表现出线性稳定性分析所预测的三种

相。第三，从流体型到有规律的图样的相变是具有临界指数 $\beta \approx 0.5$ 的连续相变。第四，这些剖面的统计特征与解析预测相符。第五，结果对网格大小、初始条件和核函数设定的变化具有稳健性。

8 制度体制下的不平等

8.1 制度选择与最优再分配

迄今建立的框架假设只有一种制度体制。在许多现实经济体中，个体面临多种制度——正规就业与非正规就业、不同国家、不同的专业行会——每种制度都有各自的流动成本、税收转移安排和障碍。用物理学的语言来说，每种制度都是一张D膜，而状态空间是 K 膜的不交并。在膜之间的公共边界i 和 j上，我们定义势垒势能 $\beta_{ij}(\omega) \geq 0$。

福利泛函将（1）推广为：

$$\mathcal{W}[\{\psi_i, T_i\}] = \sum_{i=1}^{K} \Big(\int_{B_i} u(y_i + T_i)\psi_i \, \mathrm{d}V_i - \frac{\kappa}{2} \int_{B_i} \|\nabla_i \psi_i\|^2 \, \mathrm{d}V_i \Big) + \eta \sum_{i,j} \int_{B_i} \int_{B_j} K_{ij} \psi_i \psi_j \, \mathrm{d}V_i \, \mathrm{d}V_j - \sum_{i<j} \int_{\partial B_i \cap \partial B_j} \tag{8}$$

满足全局归一化条件和全局预算约束。

种群动力学是一个耦合的梯度流：

$$\frac{\partial \psi_i}{\partial t} = -\nabla_i \cdot \Big(\psi_i \nabla_i \frac{\delta \mathcal{F}}{\delta \psi_i} \Big) + \sum_{j \neq i} (J_{ji} - J_{ij}), \tag{9}$$

其中 J_{ij} 是从膜 i流向膜 j的通量。

8.2 平稳分布与隧穿

命题 8.1 ($\kappa = 0$的平稳分布， $\eta > 0$)。 假设 $\kappa = 0$, $\eta > 0$，且令 $y_i(\omega)$ 有界。那么，多膜梯度流的唯一平稳分布为

$$\psi_i(\omega) = \frac{1}{Z} \exp\Big(\frac{u'(\bar{c})}{\eta} y_i(\omega) \Big), \qquad Z = \sum_{j=1}^{K} \int_{B_j} \exp\Big(\frac{u'(\bar{c})}{\eta} y_j(\omega) \Big) \, \mathrm{d}V_j.$$

Th该边界条件可以用有效屏障来改写。定义

$$\beta_{ij}^{\mathrm{eff}}(\omega) = \beta_{ij}(\omega) - 2\eta \int_{\partial B_j} K_{ij}(\omega, \omega') \psi_j(\omega') \, \mathrm{d}S'_j. \tag{10}$$

命题 8.2（纠缠隧穿）。 如果界面上的 $K_{ij} \geq 0$ ，纠缠会降低有效屏障： $\beta_{ij}^{\text{eff}} \leq \beta_{ij}$。如果降低幅度足够大，使得 $\beta_{ij}^{\text{eff}} \leq 0$，两个膜就会合并。如果 K_{ij} 含有负分量，纠缠可能会增加有效屏障并强化隔离。

制度障碍是指从一种制度跨越到另一种制度所需承担的正式成本：从非正规就业转向正规就业、跨越边界迁移，或进入持证职业。该命题指出，即使正式壁垒没有改变，社会联系也能降低有效障碍。如果非正规部门的人与正规部门的人之间存在家庭、社区或职业关系，这些联系就像穿过障碍的隧道。如果隧穿效应足够强，有效障碍就会变为零或负值，两个制度便会合并。如果相关性为负——例如群体之间相互敌对或彼此分离——纠缠反而可能强化障碍。从政策角度看，构建跨制度社会资本的重要性，可能不亚于降低正式进入成本。

8.3 世代之间的多膜对称性

命题 8.3（多膜对称性）。 设状态空间由两个膜 B_1和 B_2组成，每个膜都具有半径为 R_1 和 R_2 的紧致化额外维度。福利泛函在 $R_i \leftrightarrow \alpha'/R_i$ 下保持不变，其中 $i = 1$ 为 2，且自对偶点为 $R_1 R_2 = \alpha'$。

证明。 参见技术附录《命题 8.3 的证明》，可应要求提供 t. □

8.4 四种不平等类型

不平等剖面描述了连通状态空间上密度的形状。不平等类型描述了跨越多个相互断开的制度的流动配置。

表 5：双膜经济中的四种不平等类型。

Type	障碍 β_{12}	纠缠 K_{12}	有效屏障	配置
分离	high	low	> 0	两个独立的分布，无流动
整合	any	high	≤ 0	膜合并，形成单一分布
占主导	high	中等	> 0 小	一个膜吸收了大部分质量
碎片化	中等	中等	≈ 0	部分流动，无主导膜

这四种类型描述的是人们如何分布在不同制度体制中，而非单一体制内收入分布的形态。在分离类型中，正式壁垒很高，跨体制联系薄弱，因此两种体制彼此分离：

很少有人跨越体制。在整合类型中，跨体制联系足够紧密，能够合并两种体制：人们可以自由流动，两个分布合为一体。在占主导类型中，一种体制吸纳了大多数人口，另一种体制则规模缩小。在碎片化类型中，两个方向都有部分流动，但没有任何一种体制占主导。表格显示，同样的正式壁垒会因纠缠程度不同而产生不同结果。

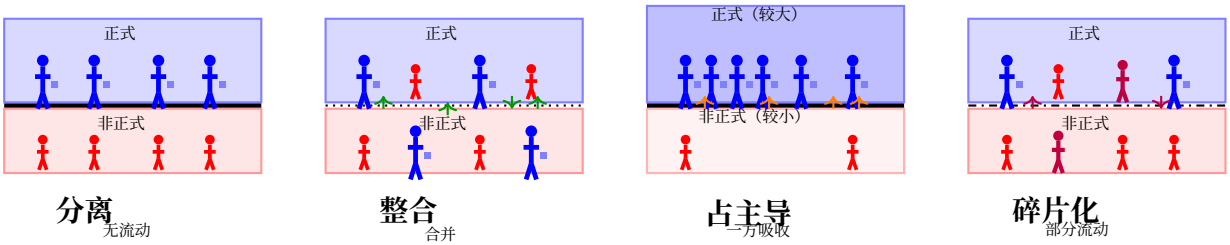


图13：带有人物图形的四种不平等类型。隔离型：两个彼此分离的人口群体，无人跨越。融合型：人们混合分布在两张膜之间。占主导：正规部门吸纳了大多数人。碎片化型：人们分散在两张膜之间。

四个面板展示了四种不平等类型。上方矩形是正式制度；下方矩形是非正式制度。两者之间的粗线是正式壁垒。在隔离型中，障碍是实线，没有人跨越：两个人口群体彼此分离。在融合型中，障碍由点线表示，人们向两个方向流动：两种制度相互混合。在占主导型中，正式制度规模更大，吸纳了大多数人，同时保留了一个规模较小的非正式群体。在碎片化型中，两个方向都有部分流动，但没有任何一种制度占主导。箭头表示流动的方向和强度。该图直观地阐明了剖面（制度内部的形态）与类型（跨制度的配置）之间的区分。

8.5 应用

在正式/非正式分割中，两个部门是被巨大屏障隔开的膜。通过家庭与社区网络产生的纠缠会降低有效屏障，这与关于正式化 [24, 36, 20] 的实证文献一致。在迁移中，各个国家是被巨大屏障隔开的膜；通过侨民网络产生的纠缠会降低有效屏障。在职业许可中，专业行会是被屏障隔开的膜，这些屏障反映了考试要求；通过专业网络产生的纠缠会降低有效屏障，这与有关许可协议 [23] 的证据一致。在这三个应用中，正式壁垒并非有效屏障。

8.6 跨制度的迁移动力学

图14展示了 η 取四种不同值时的轨迹。所有具有正纠缠的弦最终都会到达形式膜，但速度和深度各不相同。

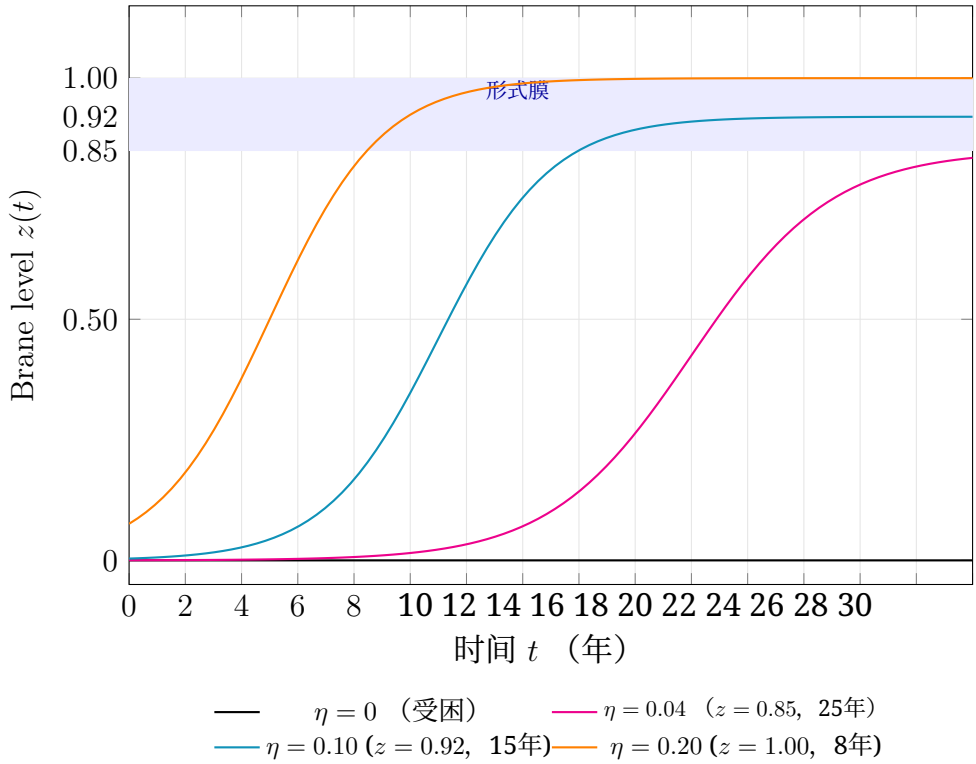


图14：弦穿越制度性障碍的轨迹。

该图展示了一个人的位置如何随时间跨越制度性障碍移动。横轴表示时间；纵轴表示制度层级，其中零代表非正式制度，一代表正式制度。没有纠缠（$\eta = 0$）时，轨迹保持在零处：此人被困在非正式制度中。存在正纠缠时，轨迹会向正式制度上升。纠缠越高，跨越的速度越快、程度越深。该图动态地展示了隧穿结果：社会联系如同一条隧道，使人们能够跨越原本会阻挡他们的障碍。

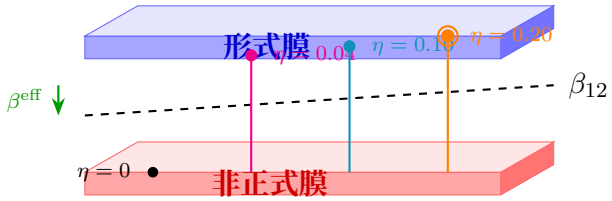


图15：由三维板层描绘的、具有两种制度体制的多膜经济体。纠缠程度不同的弦以不同深度穿透形式膜。

该图将两个制度体制绘制为两个三维板块。下方的板块是非正式制度；上方的板块是正式制度。两者之间的虚线是正式壁垒 β_{12}。纵向箭头表示在不同纠缠水平下，不同弦渗入正式制度的深度。没有纠缠时，弦停留在底部。纠缠越高，弦就越深入正式板块。标有 β^{eff} 的绿色箭头表示有效屏障：即在将纠缠考虑在内后仍然存在的那部分正式壁垒。该图阐明了多膜部分的核心观点：正式壁垒并不等同于有效屏障。

8.7 数值校准

表 6：双膜模型的校准（正式与非正式）。

参数	基准值	来源
CRRA γ	2.0	[12]
梯度惩罚 κ	0.087	估计值（单膜）
纠缠 η	0.040	估计值（单膜）
正式体制平均对数收入 μ_f	10.0	[24]
非正式体制平均对数收入 μ_i	8.0	[24]
正式部门对数收入标准差 σ_f	0.5	[16]
非正式部门对数收入标准差 σ_i	0.7	[16]
障碍 β_{12}	2.5	[36]
跨膜核 K_{12}	0.6	根据汇款流进行校准
初始非正规部门占比	40%	[20]

在这些参数下，基准值中的有效屏障为 $\beta_{12}^{\text{eff}} \approx 2.48$，仅略低于正式壁垒。要实现实质性的正式化，既需要降低正式壁垒，也需要增加跨制度纠缠。

9 政策启示

该框架提出了具体、可衡量且稳健的政策方向，能够应对次优考量。它并不规定税收水平，而是确定政策应作用于哪些边际。

第一个政策杠杆是转移支付逐步退出的设计。参数 κ 的估计值约为 0.087，用于衡量有效预算集中的断崖效应所造成的社会成本。渐进式退出、取消资产审查以及采用平缓的逐步纳入安排，都能改善福利。

第二个杠杆是在普惠性转移支付与定向转移支付之间进行选择。当相关结构属于团结型时，普惠性转移支付是合理的。当它

属于区分型时，针对群体的转移支付是合理的。我们的估计显示，美国经济处于团结制度中，但接近边界。

第三个杠杆是转移支付的空间与部门差异化。由于不同地点和部门的流动成本各不相同，收入相同但流动前景不同的两名工人应获得不同的转移支付。

第四个杠杆是减少制度障碍。减少障碍不仅因为能够让个体转移到更好的机会而提高福利，还因为能够降低边界处的机会梯度。即使正式壁垒保持不变，构建跨制度社会资本的政策也会降低有效屏障。

第五个杠杆是在世代内再分配与跨世代再分配之间取得平衡。框架确立了二者之间的对称性。

第六个杠杆是对贫困陷阱动态的测量。除了测量贫困人口数，还可以测量脱离率。

综合来看，这六个杠杆构成了一项既具体又稳健的政策议程。最优税收的标准框架刻画了沿单一维度——消费分配——进行的理想配置，而仅针对这一维度的政策会系统性地产生偏差。这种偏差会改变政策的排序，而六个杠杆正是这一变化的实际内容。

10 结论

本文论证了，罗尔斯式无知之幕无法在标准经济模型中得到完全忠实的表示；而满足无知之幕所提出的三项要求——时间对称性、不可分离性和几何流动性——的最小框架，是一个改编自弦理论的几何框架。本文的技术内容是在这一框架下关于无知之幕的一系列定理：完全均等化、关于稳态密度的非局部方程、模式形成、代际内部公平与代际公平之间的对称性，以及跨制度体制的纠缠隧穿。该模型生成了两套分类体系：四种不平等剖面和四种不平等类型。第 7 节的数值实验对这四种剖面进行了定量刻画，证实了预测阈值处的相变，并确立了其有限尺寸标度。

本文有意明确说明其局限性。该模型是最优模型；其中未纳入激励相容性。数值模拟仅为示意性的。表示定理是一种结构性论证。尽管其基础具有抽象性，但核心观点很简单：正义不仅要求平等化结果，还要求平滑化机会景观，并承认将个体联系在一起的不可分离相关性。

声明:
利益冲突。 作者声明不存在利益冲突。**经费资助** 作者声明未收到本项工作的任何经费支持

生成式人工智能使用声明。作者使用 Claude（Anthropic）进行连贯性编辑和信息图制作。他们审阅了所有经人工智能辅助生成的内容，并对发表版本承担全部责任。

参考资料

[1] Aerts，D.（2009）。认知中的量子结构。《数学心理学杂志》，53(5)，314–348。[2] Aiyagari，S. R.（1994）。无保险特质风险与总储蓄。《经济学季刊》，109(3)，659–684。[3] Arthur，W. B.（2013）。复杂性与经济体。复杂性与经济，1–29。[4] Atkinson，A. B.与Stiglitz，J. E.（1976）。税收结构的设计。《公共经济学杂志》，6(1-2)，55–75。[5] Attas，D.（2009）。跨代差异原则。载于A. Gosseries与L. H. Meyer（编），《代际正义》，1–22。[6] Autor，D.、Dube，A.与McGrew，A.（2023）。意外压缩：低工资劳动力市场中的工作竞争。*NBER*工作论文 第31010号。[7] 美国联邦储备委员会理事会（2024）。分配性金融账户。华盛顿特区。[8] Busemeyer，J. R.与Bruza，P. D.（2012）。认知与决策的量子模型。剑桥大学出版社。[9] Gallegati，M.与Gallegati，S.（2025）。为什么经济学需要复杂性?《软计算》，29(6)，3063–3072。[10] Chakraborti，A.、Toke，I. M.、Patriarca，M.与Abergel，F.（2011）。经济物理学综述：I. 经验事实。《定量金融》，11(7)，991–1012。[11] Chancel，L.、皮凯蒂，T.、Saez，E.与Zucman，G.（2022）。《*2022*年世界不平等报告》。哈佛大学出版社。[12] Chetty，R.（2006）。估计风险厌恶的新方法。《美国经济评论》，96(5)，1821–1834。

[13] Chetty，R.、Hendren，N.、Jones，M. R.与Porter，S. R.（2020）。美国的种族与经济机会：代际视角。《经济学季刊》，135(2)，711–783。[14] Chetty，R.、Hendren，N.、Kline，P.与Saez，E.（2014）。机会之地在哪里？美国代际流动的地理分布。《经济学季刊》，129(4)，1553–1623。[15] Corak，M.（2013）。收入不平等、机会平等与代际流动。《经济学展望杂志》，27(3)，79–102。[16] Deaton，A.（1997）。《家庭调查分析》。约翰斯·霍普金斯大学出版社。[17] Diamond，P. A.（1998）。最优所得税：一个最优边际税率呈U形模式的例子。《美国经济评论》，88(1)，83–95。[18] Golosov，M.、Kocherlakota，N.与Tsyvinski，A.（2003）。最优间接税与资本税。《经济研究评论》，70(3)，569–587。[19] Haven，E.与Khrennikov，A.（2013）。《量子社会科学》。剑桥大学出版社。[20] 国际劳工组织（2023）。非正式经济中的女性与男性：统计图景。第三版，国际劳工组织日内瓦办事处。[21] Kaplan，G.与Violante，G. L.（2014）。财政刺激支付的消费反应模型。《计量经济学》，82(4)，1199–1239。[22] Kemeny，T.与Storper，M.（2024）。美国空间收入差距不断变化的形态。《经济地理学》，100(1)，1–30。[23] Kleven，H.（2024）。劳动所得税抵免与广延边际：重新评估。《公共经济学杂志》，236，105135。[24] La Porta，R.与Shleifer，A.（2009）。非官方经济与经济发展。*NBER*工作论文 第w14520号。[25] Mantegna，R. N.与Stanley，H. E.（1999）。《经济物理学导论：金融中的相关性与复杂性》。剑桥大学出版社。[26] Mirrlees，J. A.（1971）。最优所得税理论探索。《经济研究评论》，38(2)，175–208。[27] Norton，B. G.（1989）。代际公平与环境决策：一个运用罗尔斯的无知之幕的模型。《生态经济学》，1(2)，137–159。

[28] Piketty, T. (2014)。《二十一世纪资本论》。哈佛大学出版社。[29] Polchinski, J. (2004)。宇宙F弦和D弦简介。载于《弦理论：从规范相互作用到宇宙学》，229–253。施普林格。[30] Polyakov, A. M. (1981)。玻色弦的量子几何。《物理学快报*B*》，103(3)，207–210。[31] Pothos, E. M.，& Busemeyer, J. R. (2009)。对违反理性决策理论的量子概率解释。《英国皇家学会学报*B*辑》，276(1665)，2171。[32] Rawls, J. (1971)。《正义论》。哈佛大学出版社。[33] Saez, E. (2001)。利用弹性推导最优所得税率。《经济研究评论》，68(1)，205–229。[34] Saez, E.，& Zucman, G. (2016)。1913年以来美国的财富不平等：来自资本化所得税数据的证据。《经济学季刊》，131(2)，519–578。[35] Saez, E.，& Zucman, G. (2020)。美国收入与财富不平等的兴起：来自分配性宏观经济账户的证据。《经济学展望杂志》，34(4)，3–26。[36] Schneider, F. (2010)。公共机构对影子经济的影响：针对经合组织国家的实证研究。《法律与经济学评论》，6(3)，441–468。[37] Tolstova, V. (2021)。婚姻匹配与跨国代际收入持续性的差异。*CERGE-EI*工作论文系列，第680号。[38] 美国人口普查局（2022）。《美国的收入与贫困：2022年》。《当前人口报告》，P60-279。[39] Villani, C. (2008)。《最优传输：旧与新》。施普林格。[40] Wang, Z.，Busemeyer, J. R.，阿特曼斯帕赫，H.，& Pothos, E. M. (2013)。利用量子理论构建认知模型的潜力。《认知科学专题》，5(4)，672–688。