arXiv:2611.30301v1 [cs.NE] 23 Nov 2026

信息素指数：用于空间网络分析的仿生边中心性

Sofiane Madmar[1,2], Didier Josselin[1], VincentLabatut[4], Muhammad Zaly Shah[3],和 Olivier Blight[2]

[1] ESPACE，法国国家科学研究中心，阿维尼翁大学，法国阿维尼翁 sofiane.madmar@cnrs.fr[2] IMBE，阿维尼翁大学，艾克斯-马赛大学，法国国家科学研究中心，法国发展研究院，法国马赛[3] 创新规划与发展中心（CIPD），马来西亚理工大学建筑环境与测绘学院，马来西亚士姑来 81310[4] LIA UPR 4128，阿维尼翁大学，法国阿维尼翁

摘要。 蚁群优化（ACO）是一类受真实蚂蚁基于信息素的导航启发的元启发式算法，这种去中心化机制通常与最短路径发现相关。过去二十年来，研究主要聚焦于网络中的车辆路径规划等优化任务。本文转换了这一视角，利用群体智能收集有关底层网络结构本身的诊断信息。通过去中心化探索，我们运用蚁群协同动态，提出一种新颖的拓扑与行为指标：印迹指数。虽然在简单网格上，该指数与传统介数中心性具有相同的基本结构属性，但它还能体现路径极化效应，而这可能偏离基于最短路径的假设。

关键词： 蚁群优化、中心性、网络分析、仿生学、交通运输、空间图

1 引言

介数中心性是网络科学中的一个基本概念，用于识别关键瓶颈并估算流量分布。然而，从交通地理学的角度来看，标准表述依赖于关于导航行为的极端且往往不切实际的假设。一方面，测地介数 [16, 5] 假设全网全知和严格理性，即所有交通流都只沿最短路径行进，同时不给可行的替代路线赋予任何结构权重。它最初是通过节点定义的，也可以扩展到边 [17]。另一方面，随机游走介数和电流流介数度量 [26, 6] 假设的是纯扩散、无方向性的动态过程，缺乏目标导向效率。现实世界中的流动（如车辆交通）介于这两个极端之间，表现出有限理性 [25]——也就是说，驾驶员会选择“足够好”的路线，而非完美路线，因为

有限的时间、信息和认知能力。

群体智能，尤其是蚁群优化（ACO） [10–12],为体现这种权衡提供了一个自然的框架。基于集体觅食的基础生物学原理， [9], 蚁群通过信息素介导协作发现近似最优路径：这是一种由信息素沉积和蒸发介导的间接、自组织通信机制。该过程将分散式探索与渐进式正反馈自然结合起来，使蚁群能够识别较短路径，同时避免被困在僵化的确定性最优解中。

尽管蚁群优化作为解决组合优化和动态路由问题的元启发式方法已得到广泛研究，但据我们所知，其涌现的空间动态尚未被重新用于诊断网络拓扑本身。我们并非将信息素轨迹仅仅视为寻找最优路径的计算手段，而是提出将由此形成的信息素分布解读为一种内在的、基于行为的网络拓扑度量。

本文介绍并探讨信息素指数，这是一种新颖的仿生中心性度量，旨在衔接分散式基于代理的路由与结构性空间图分析。通过模拟蚂蚁启发的流量在抽样的起点—终点（O-D）节点对之间的流动，我们的初步目标是考察这一方法如何考虑替代路径和拓扑冗余，而这些因素往往会被严格的测地线度量忽略。作为初步验证，我们将该指数与若干选定合成拓扑上的经典介数进行基准比较。最终，这项探索性研究旨在探究信息素指数如何捕捉结构瓶颈，同时在概念上整合有限理性的特征，从而勾勒其作为确定性中心性度量的一种基于行为的替代方案的潜力。

本文其余部分安排如下。第 2 节详细介绍蚁群优化的理论基础及我们提出的方法。第 3 节展示在三个模型上进行的数值实验结果，并将其与介数中心性和随机游走方法进行比较。最后，第 4 节讨论我们提出的新方案、其未来发展及前景。

2 理论基础与方法

2.1 蚁群优化（ACO）的基础

蚁群优化 [11] 是一种仿生元启发式算法，利用信息素介导协作原理来解决图上的组合优化问题。设 $G = (V, E)$为一个无向网络，其中 V 表示顶点集合， E 表示边集合。一组 K 自主代理（蚂蚁）探索图拓扑，以构建源节点—目的节点（O-D）对之间的最优路径。在每一步中，位于节点 i 的智能体选择邻接节点 $j \in \mathcal{N}(i)$的概率转移规则，通过结合群体的集体记忆与局部启发式信息来表示：

$$P_{ij} = \frac{[\tau_{ij}]^{\alpha}[\eta_{ij}]^{\beta}}{\sum_{k \in \mathcal{N}(i)}[\tau_{ik}]^{\alpha}[\eta_{ik}]^{\beta}}, \tag{1}$$

其中，τ_{ij} 表示边（i, j）上信息素轨迹的强度。在经典蚁群优化中，η_{ij} 表示静态先验局部启发式信息，通常定义为边权重、成本或物理长度（$\eta_{ij} = 1/c_{ij}$）的倒数，其中 c_{ij}表示节点 i 与 j之间的拓扑距离。超参数 $\alpha \geq 0$ 和$\beta \geq 0$ 分别控制信息素迹记忆与局部启发式可见性的相对影响。在每次迭代结束时，信息素轨迹以速率 $\rho \in]0, 1]$进行全局挥发，随后由成功到达目的地的智能体沉积新的信息素：

$$\begin{aligned} \tau_{ij}(t+1) &= \max\left((1-\rho)\tau_{ij}(t) + \sum \Delta\tau_{ij}^{k},\, \tau_0\right), \\ \text{with } \Delta\tau_{ij}^{k} &= \begin{cases} \frac{Q}{L_k} & \text{if edge } (i,j) \in \mathcal{P}_k \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}, \end{aligned} \tag{2}$$

其中，Q为正向信息素沉积常数，L_k 为蚂蚁 k traversed 的路径 $\mathcal{P}_k$的总长度，τ_0 为作为下界的最低信息素浓度。

2.2 启发式信息的修改

在随机过程中，在我们的首次实验中，仅依赖连接成本的标准蚁群优化智能体可能会执行“盲目”的随机游走，导致图边界沿线的信息素水平人为升高。为减轻这种边界效应，我们将启发式信息 η_{ij} 从静态连接成本改为专门指向当前起讫点对的目标节点D 的几何吸引斜率：

$$\eta_{ij} = \frac{1}{d(j, D) + \epsilon}\,, \tag{3}$$

其中，$d(j,\ D)$计算候选节点 j 与目标节点 D之间的几何欧几里得距离，$\epsilon > 0$ 用于防止除以零。

为了优化空间图中的路径搜索并避免探索发散分支，使用欧几里得距离作为启发式函数是一种标准方法。Hart等人于1968年 [19] 在A*算法框架中引入了该方法，由于其具有可采纳性，因此能够保证路径最优性。

尽管文献中已有研究提出了类似的方向性启发式信息，用于混合路由优化，但我们的贡献在于将这种空间引导融入仿生中心性指标（信息素指数）中。与严格的拓扑计算相比，这种调整更真实地模拟了生物理性 [24], ，即生物倾向于保持几何航向。

虽然我们的算法在一定程度上也可能需要对网络结构了如指掌，但它的核心在于对蚂蚁导航能力的建模：蚂蚁会依据周围环境中的视觉和几何线索进行导航，从而实现路径优化 [20]。此外，这种空间引导方式也反映了人类驾驶员的决策行为：他们通常会选择总体上朝目的地前进的路段，同时利用高流量路线。

2.3 方法：信息素指数

所提出方法的首要目标，是定义一种基于行为的边中心性指标，用于模拟复杂空间网络中涌现的流量分布。与假设具备全局网络全知能力的纯结构性指标不同，我们的指数模拟局部交互、空间朝向和正反馈回路如何动态地塑造边关键性。

为实现这一目标，我们定义了**信息素指数**。为了直接在空间网络的边上计算信息素指数，每个迭代周期都会均匀随机抽取 300 个起点-终点对。这一固定的抽样预算类似于随机优化中的小批量大小：它能对网络的结构方差进行具有统计代表性的评估，同时避免穷举抽样所需的高昂 $O(|V|^2)$ 计算成本。对于每个选定的起讫点对，一个由 $K = 150$ 只蚂蚁组成的群体会探索该网络。仿真将进行 N 次独立运行，以考虑随机性。为覆盖整个网络并迭代这一过程，我们至少执行 5 个迭代周期。每次运行中，我们会在每个迭代周期结束时，通过计算两个连续边信息素向量 $\boldsymbol{\tau}^{(t)}$ 和 $\boldsymbol{\tau}^{(t-1)}$之间的余弦相似度 S_c，来评估信息素分布的全局收敛情况：

$$S_c(\boldsymbol{\tau}^{(t)}, \boldsymbol{\tau}^{(t-1)}) = \frac{\boldsymbol{\tau}^{(t)} \cdot \boldsymbol{\tau}^{(t-1)}}{\|\boldsymbol{\tau}^{(t)}\| \|\boldsymbol{\tau}^{(t-1)}\|}. \tag{4}$$

当稳定性条件 $1 - S_c < \varepsilon_{\text{conv}}$ 得到满足时，即达到收敛，并将精度阈值设为 $\varepsilon_{\text{conv}} = 10^{-2}$ （至少经过 5 个迭代周期后）。

设 $\tau_e^{(r)}$表示运行 $r \in \{1, \ldots, N\}$结束时获得的边 $e \in E$上的稳定信息素浓度。我们首先计算所有运行中的预期信息素负载：

$$\bar{\tau}_e = \frac{1}{N} \sum_{r=1}^{N} \tau_e^{(r)}. \tag{5}$$

最终的信息素指数 $I_{\text{stig}}(e)$ 通过将该分布除以网络总负载进行归一化得到：

$$I_{\text{stig}}(e) = \frac{\bar{\tau}_e}{\sum_{e' \in E} \bar{\tau}_{e'}}. \tag{6}$$

在此公式下，$\sum_{e \in E} I_{\text{stig}}(e) = 1$，表示边利用率的经验概率分布，从而可通过洛伦兹曲线和基尼系数直接开展严格的不平等分析。

2.4 实验设置

我们在三个空间模型上测试了我们的方法：一个 10×10 曼哈顿网格、一个由两个 8×8 网格和一座双路径桥梁组成的双子城网络，以及一个包含 60 个节点的

随机Delaunay网络 [8]。在这些初步实验中，我们使用了无权且非层级网络。

为评估所提出的信息素指数，我们对仿真参数进行了校准，使集体交通记忆与个体空间路径规划行为达到符合实际的平衡。对于每个随机选取的起讫点对，群体规模设为 $K = 150$ 只蚂蚁。该群体规模既能确保对网络拓扑进行充分的随机探索，又能维持可扩展性。

为严格校准模型，我们在曼哈顿网格上针对参数空间 $\alpha \in \{0.5, 1.0, 2.0, 4.0\}$、$\beta \in \{0.5, 1.0, 2.0, 4.0\}$和 $\rho \in \{0.1, 0.3, 0.5, 0.8\}$进行了初步敏感性分析。对于每种参数组合，仿真方案均进行了 $N = 3$ 次独立运行，涉及沉积因子$Q = 10.0$、初始信息素 $\tau_0 = 0.1$和收敛阈值 $\varepsilon_{\text{conv}} = 10^{-2}$。对于每种配置，我们测量了稳定后的边信息素分布与精确介数中心性之间的平均斯皮尔曼秩相关系数 [29]，以评估超参数的权衡如何捕捉网络的结构层级。

基于这些发现，我们设定了 $\alpha = 1.0$、 $\beta = 2.0$ 和 $\rho = 0.30$。较高的数值（$\alpha \geq 2.0$）会导致循环陷阱和相关性崩溃，而过高的启发式权重（$\beta = 4.0$）则会使智能体变成确定性跟随者。最后，$\rho = 0.30$ 在记忆保留与探索之间取得平衡，从而避免出现 $\rho = 0.10$ 时观察到的路径锁定。

概率转移规则由信息素权重 $\alpha = 1.0$ 和空间启发式权重 $\beta = 2.0$ 决定。我们有意选择这一特定配置（$\beta > \alpha$），使几何吸引斜率优先于集体记忆。它准确模拟了人类驾驶员的认知行为：他们往往倾向于朝目标保持直接的地理方向，并主要将既有交通流作为次要决策因素。

鉴于我们方法具有随机性，我们在实验中重复进行 $N = 10$ 次仿真。其余仿真参数固定为去沉积因子 $Q = 10.0$、初始信息素水平 $\tau_0 = 0.1$ 和收敛阈值 $\varepsilon_{\text{conv}} = 10^{-2}$。

我们使用斯皮尔曼秩相关系数来衡量我们的指标与 Brandes 算法得出的精确介数中心性之间的接近程度。我们还将其与 Newman 方法应用于网络的随机游走进行比较。我们使用 $NetworkX$ Python 库中的相应函数。我们使用“负载”一词作为统一术语，用于描述每个指标的值。

3 结果

首先，结果显示，介数与随机信息素指数之间存在较高的 Spearman 相关性，汇总见表1；表中还列出了相关图示，展示各个网络。在同一张表中，我们还报告了平均运行结果，其中给出了边信息素率与介数相关性的均值和标准差，该相关性针对每次单独运行分别计算。报告

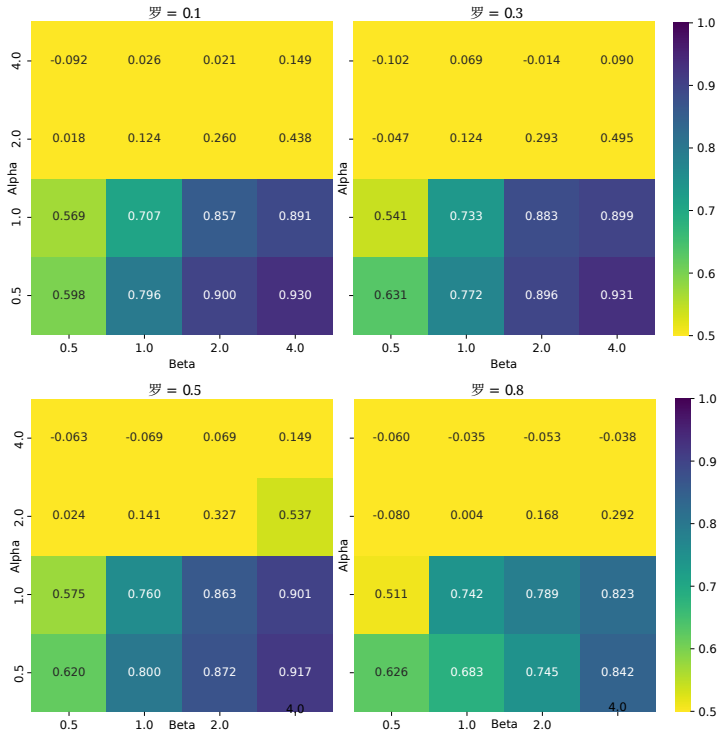

图 1. 在 10×10 曼哈顿网格上对信息素指数进行敏感性分析。热力图显示了在 α、 β和 ρ的不同组合下，稳定化信息素分布与介数中心性之间的斯皮尔曼相关系数。 $K = 150$、 $N = 3$。

这些 N 次独立运行的均值和标准差，表明该算法的每次独立运行都具有很高的稳定性和性能。从一次运行到另一次运行所观察到的极小方差证实，均匀抽样起讫点对所带来的随机性不会损害算法的可靠性。相反，无论初始随机抽样如何，动态信息素累积始终能够稳健、一致地收敛到相同的结构关键性。

此外，信息素指数的斯皮尔曼秩相关系数始终高于各次单独运行的平均相关系数。这清楚地表明，汇总所有 N 次执行中的信息素浓度具有明显优势，因为这种集成平均能够有效滤除残余随机噪声，并捕捉到更稳健的结构信号。

在曼哈顿模型的网格网络中，我们的方法得出了与介数中心性非常相似的结果。通过迭代，智能体探索整个网络，中心边得到清晰标记，表明其交通流量更高。然而，改进的双城模型旨在检验信息素指数突出显示介数中心性无法识别的重要边的能力。

模型	$I_{\mathbf{stig}}$	平均运行	图
曼哈顿	0.9703	0.8622 ± 0.0108	图2
改进的双城	0.8966	0.7627 ± 0.0411	图3
Delaunay网络	0.6180	0.5093 ± 0.0461	图4

表1. 基准模型中介数中心性与信息素指数之间的斯皮尔曼相关系数，采用聚合平均信息素指数或平均运行均值及标准差。 $K = 150$、 $N = 10$。

这正是 Newman方法背后的理论依据，它同时显著标记了连接两侧的直接边和双边桥。至于信息素指数，它保留了介数中心性的总体分布，同时对三角形顶部桥给予了略多的重视。确定哪些蚁群优化参数能够增强其探索和评估网络中替代中心路径的能力，将会很有意义。相关系数最低的模型是 Delaunay网络，这可能表明，在更复杂的网络或特定拓扑结构中，信息素指数的本质不同于精确的介数中心性。

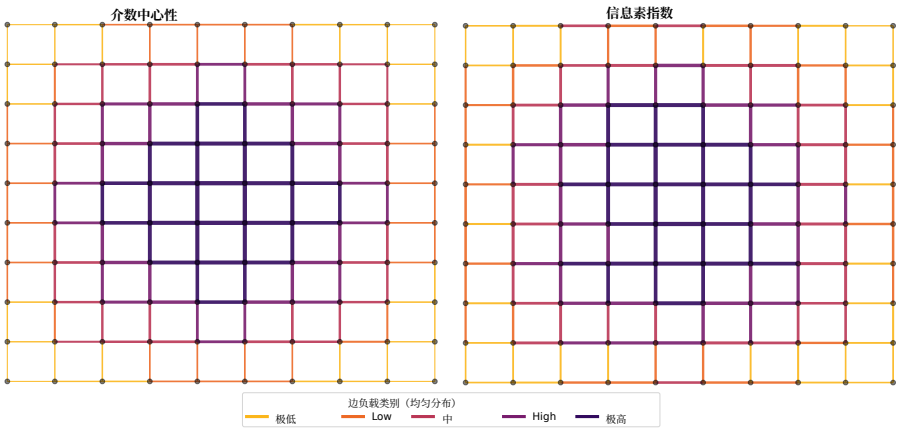

图 2. 采用介数中心性和印迹指数的曼哈顿网格负载重新分配。 $K = 150$, $N = 10$。

在 Delaunay 模型中，我们观察到中心边出现超拥塞现象（图 4）。蚁群似乎放弃了对次要绕行路径的穷举探索，迫使交通流汇聚到数量有限的主导轴上。为了量化数学上的最短路径路由、随机扩散与我们提出的仿生机制之间的结构差异，我们使用双对数表示法分析了 Delaunay 网络中的负载分布不均等性，

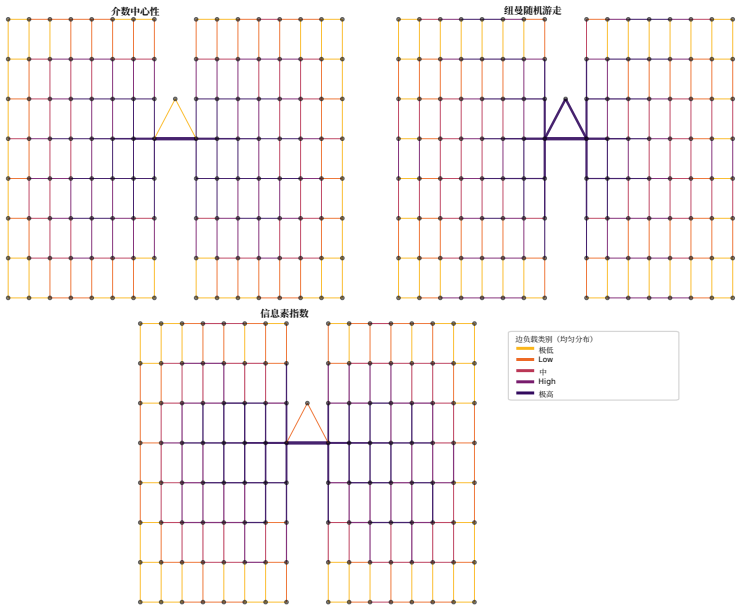

图 3. 使用介数中心性、纽曼随机游走和信息素指数对改进的双城模型中的负载重新分配。$K = 150$, $N = 10$。

并在图 4 中展示前 75% 的边，以便更清晰地观察主要边；图 5 则展示了洛伦兹曲线及其基尼系数 [1] 。

结果揭示了三种方法之间明显的层级分层。纽曼随机游走中心性表现出最低的基尼系数（0.170），反映出一种高度分散、类似流体的负载分布，其中智能体盲目地分散到所有可用的拓扑绕行路径上。相反，介数中心性产生了最高的基尼系数（0.451）。这体现了严格测地线路由所固有的极端两极分化：不位于严格最短路径上的边排名最低，从而形成僵化且高度不均衡的负载分布。至关重要的是，信息素指数在结构和统计上都处于两者之间。其洛伦兹曲线明显更为均衡，但比纽曼随机游走更集中。其介于两者之间的基尼系数（0.218）说明，局部概率决策和有限的空间感知能够解释非确定性的路线选择。在启发式参数（α， β）的驱动下，群体中的大多数智能体会汇聚到占主导地位的宏观主干路径上；然而，随机转移规则确保了对次优次级路径持续进行低强度探索。随后，通过对负载与边排名之间关系进行双对数分析，这一点得到了进一步证实。事实上，它还将

[1] 洛伦兹曲线通过绘制资源（例如网络负载）的累积份额与实体（例如边）的累积份额之间的关系，以图形方式展示不平等。基尼系数根据该曲线计算得出，用单一数值量化这种不平等，取值范围为 0（完全平等）至 1（最大不平等）。

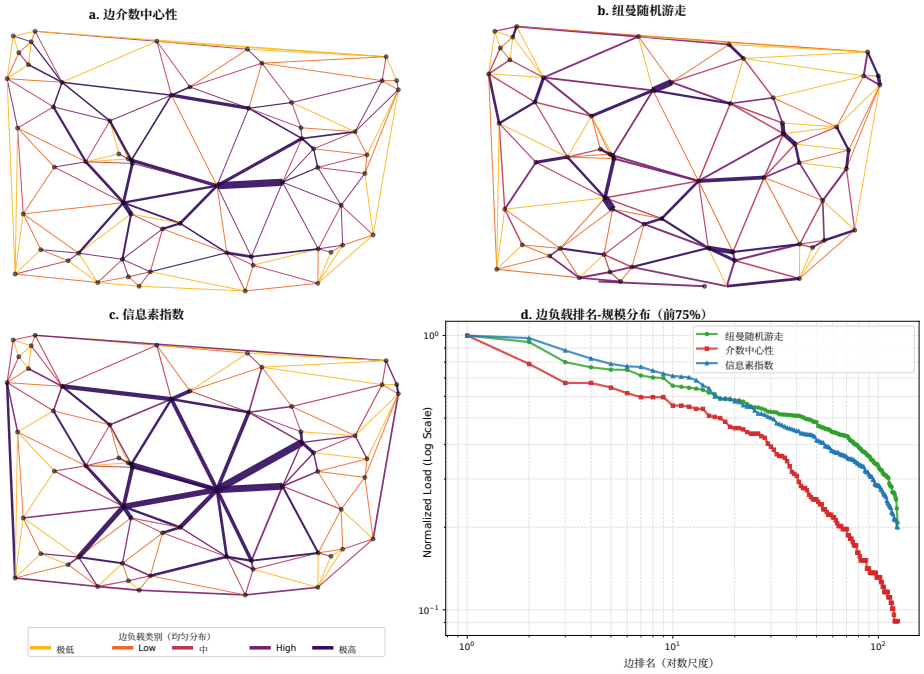

图4. 使用（a）介数中心性、（b）纽曼随机游走和（c）信息素指数时，Delaunay网络中的负载分布；（d）前75%边的边秩大小分布对比。图中边的粗细表示绝对负载。$K = 150$, $N = 10$。

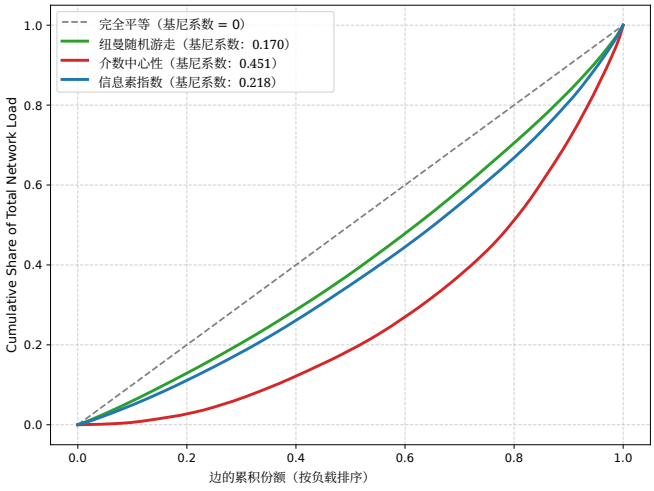

图5. 比较三种方法的洛伦兹曲线和基尼系数。虚线表示网络负载完全平等。 $K = 150$, $N = 10$。

对于大多数边而言，我们的方法介于经典介数与Newman方法之间（图表右侧，负载较低）；而负载最高的边所集中的总负载占比则显著高于这两种方法（图表左侧，负载较高）。如图所示（图4.d.），负载集中度较高表明，网络主要部分的信息素过度集中可能导致了一种极化机制。

4 讨论与未来工作

先前的结果表明，我们的方法能够缓解精确最短路径算法不切实际的数学刚性，生成的交通负载分布反映了人类移动网络不完美、具有探索性却又以目标为导向的特性。然而，我们的贡献并非否定使用介数中心性的益处。事实上，介数中心性被广泛用于识别交通网络中最重要的节点。具体而言，它可以识别出能够使整个网络的出行距离最短的节点 [13]。不过，它也对应着交通流管理中潜在的瓶颈和关键交叉口。总体而言，它描绘了网络的主要结构脆弱性 [23]。它甚至可以用作拥堵和交通负载的静态预测指标 [21]。

尽管如此，研究者指出，网络中的信息并非只沿最短路径传播，尤其不只是沿测地线路径传播 [26, 16, 30]。此外，介数中心性是一种静态度量，可能无法捕捉交通状况的动态变化或网络使用情况随时间产生的变化。

相比之下，所提出的信息素指数为传统的静态、确定性中心性度量提供了另一种视角。该框架不再依赖僵化的测地线假设，而是转向具有有限理性的分散式随机主体探索，从而将行为差异引入网络分析。初步观察表明，它有助于凸显某些结构模式和流量分布，补充传统的拓扑模型。

对于不受约束的信息素累积，一个合理的担忧是缺乏负反馈机制。在经典交通分配中，边饱和会增加出行时间，并引发路径转移。然而，基准设定下的信息素指数并非用于模拟动态实时交通分配，而是用于诊断网络固有的结构吸引力及其对拥堵的脆弱性。

正如经典测地介数在作为网络中心性的标准代理指标时忽略了容量约束一样，我们的指标衡量的是由空间航向和集体记忆驱动的流量自发汇聚现象，这一现象发生在容量诱导的重新分配之前。有趣的是，这种自我强化的极化现象准确映照了现代交通中的种种现象——例如 GPS 诱导的从众行为和干道偏好 [1]——驾驶员会根据自己对网络结构的认知 [27]做出导航选择。这可能导致布雷斯悖论等问题 [4]。

未来的研究将借鉴蚂蚁在拥挤条件下的碰撞机制，引入密度依赖性负反馈。对瓶颈的动物行为学观察 [14] 表明，当迹信息反馈失控时，流动会受到干扰。通过改进蚁群优化（ACO），纳入私人信息与集体信息协同效应 [7] 及拥堵规避策略 [28, 18], ，并提高生物合理性——即与生物功能的接近程度 [24]——我们可以评估该指标基于个体与集体行为的变异性。

尽管取得了这些初步成果，在验证信息素指数是否可作为潜在诊断工具之前，仍需完成若干方法学步骤。首先，需要进行全面的敏感性分析，以评估关键参数对拓扑收敛和流量极化的影响。其次，有必要纳入边容量约束，以捕捉拥堵动态和流量重新分配。我们将利用真实交通数据评估这一指标的相关性，并将其与随机化最短路径 [22] 和可达性度量 [15]进行基准比较。

参考文献

1. Acemoglu, D., Makhdoumi, A., Malekian, A., Ozdaglar, A.: 《信息布雷斯悖论：信息对交通拥堵的影响》。《运筹学》**66**1712 2 4 893 917 2018 10 1287 2017 ( ), – ( ). DOI . /opre. . . Blum, C.: 《蚁群优化：简介与近期趋势》。《生命物理学评论》**2**, 353–373 (2005) 3. Blum, C.: 《蚁群优化：文献计量综述》。《生命物理学评论》**51**, 87–95 (2024) 4. Braess, D., Nagurney, A., Wakolbinger, T.: 《关于交通规划中的一个悖论》。《交通科学》**39**0127 5 4 446 450 2005 10 1287 1050 ( ), – ( ). DOI . /trsc. . . Brandes, U.: 《一种更快的介数中心性算法*》。《数学社会学杂志》**25**, 163–177 (2001) 6. Brandes, U. 和 Fleischer, D.: 《基于电流的中心性度量》。《计算机科学理论方面》第22届年度会议论文集，第533–544页 (2005) 7. Czaczkes, T., Gr¨uter, C. , Jones, S. 和 Ratnieks, F.: 《社会信息与私人信息的协同作用提高了蚂蚁的觅食效率》。《生物学快报》**7**, 521–524 (2011) 8. Delaunay, B.: 《论空球》。《苏联科学院通报，数学科学辑》**1934**(6), 793–800 (1934) 9. Deneubourg, J., Aron, S. , Goss, S. 和 Pasteels, J.: 《阿根廷蚁的自组织探索模式》。《昆虫行为学杂志》**3**, 159–168 (1990) 10. Dorigo, M.: 《优化、学习与自然算法》。(米兰理工大学，1992) 11. Dorigo, M., Di Caro, G. 和 Gambardella, L.: 《离散优化中的蚁群算法》。《人工生命》**5**, 137–172 (1999) 12. Dorigo, M. 和 Blum, C.: 《蚁群优化理论：综述》。《理论计算机科学》**344**, 243–278 (2005) 13. Ducruet, C.: 《网络的局部度量》。《Hypergeo》(2010) 14. Dussutour, A., Nicolis, S., Deneubourg, J.L., Fourcassi´e: 《拥挤条件下觅食时蚂蚁的集体决策》。《行为生态学与社会生物学》**61**(1), 17–30 (2006). DOI 10.1007/s00265-006-0233-x

15. Estrada, E.: 《复杂网络中的可传递性》。《物理评论E》**77**(3) (2008 036111 16 10 1103 77). DOI . /PhysRevE. . . Freeman, L., Borgatti, S. 和 White, D.: 《赋权图中的中心性：一种基于网络流的介数度量》。《社会网络》**13**, 141–154 (1991) 17. Girvan, M., Newman, M.E.J.: 《社会网络和生物网络中的社群结构》。《美国国家科学院院刊》**99**(12), 7821–7826 (2002). DOI 10 122653799 18 1073. /pnas. . Guerrieri, M. 和 Pugno, N.: 《智能道路的 ANTi-JAM 解决方案：网联自动驾驶汽车环境下受蚂蚁启发的交通流规则》。《交通研究跨学科视角》**29**, 101,331 (2025) 19. Hart, P., Nilsson, N. 和 Raphael, B.: 《确定最小成本路径的启发式方法的形式基础》。《IEEE系统科学与控制论汇刊》**4**, 100–107 (1968) 20. Henquell, D., Abdi, H.: 《视觉和化学线索对红褐林蚁在食物源上觅食时定向的相对影响； [视觉线索与化学线索对红褐林蚁利用食物源过程中定向的相对影响]》。《社会性昆虫》**28**(1), 47 – 66 (1981). DOI 10.1007/BF02223622. 21. Kirkley, A., Barbosa, H. , Barthelemy, M. 和 Ghoshal, G.: 《从街道网络中的介数中心性到随机平面图中的结构不变量》。《自然·通讯》**9** (2018) 22. Kivim¨aki, I., Lebichot, B., Saram¨aki, J., Saerens, M.: 《基于随机化最短路径的两种介数中心性度量》。《科学报告》**6**(1), 19,668 (2016) 23. Li, Q., Zeng, Z. , Yang, B. 和 Li, B.: 《城市道路网络的介数中心性分析》。《武汉大学学报（信息科学版）/武汉大学测绘与信息科学学报》**35**, 37–41 (2010) 24. Madmar, S., Josselin, D., Blight, O., Labatut, V., Mazzia, C., Ciligot-Travain, M.: 《揭示自然界的交通网络模型：考量仿生框架》。载于：复杂系统国际会议论文集（ISCS 2026）。施普林格 (2026)。即将出版 25. Mahmassani, H.S., Chang, G.L.: 《交通系统中有界理性用户均衡问题》。《交通科学》**21**(2), 89–99 (1987). DOI 10 89 26 1287 21 2 . /trsc. . . . Newman, M.: 《基于随机游走的介数中心性度量》。《社会网络》**27**, 39–54 (2005) 27. Parthasarathi, P., Levinson, D., Hochmair, H.: 《网络结构与旅行时间感知》。《公共科学图书馆·综合》**8**0077718 28 10 77,718 2013 10 1371 ( ), e ( ). DOI . /journal.pone. . Poissonnier, L., Motsch, S. , Gautrais, J. , Buhl, J. 和 Dussutour, A.: 《拥挤条件下蚂蚁交通的实验研究》。《生命》**8** (2019) 29. Spearman, C.: 《两种事物之间关联的证明与测量》。《美国心理学杂志》**15**(1), 72–101 (1904). URL http://www.jstor.org/stable/1412159 30. Stephenson, K., Zelen, M.: 《重新思考中心性：方法与示例》。《社会网络》**11**(1), 1–37 (1989). DOI 10.1016/0378-8733(89)90016-6