arXiv:2611.30429v1 [nucl-th] 23 Nov 2026

通过鉴别强子流去相关揭示核形状

Hadi Mehrabpour, [1], * Abhisek Saha, [2, 3], † 和 Li Yan[1, 4, 5], ‡
[1] *Institute of Modern Physics, Fudan University, Shanghai 200433, China*
[2] *School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China*
[3] *Center for High Energy Physics, Peking University, Beijing 100871, China*
[4] *Key Laboratory of Nuclear Physics and Ion-beam Application (MOE), Fudan University, Shanghai 200433, China*
[5] *Shanghai Research Center for Theoretical Nuclear Physics, Shanghai 200438, China*

相对论性核碰撞将核形状信息编码在集体流中，然而，已鉴别强子在区分形变模式方面的潜力仍未得到充分探索。我们采用事件逐个演化的黏性流体动力学并耦合强子输运，研究中心碰撞中 π介子、K介子和质子的动量依赖椭圆流去相关：^{238}U+^{238}U 碰撞能量为 193 GeV，^{20}Ne+^{20}Ne 碰撞能量为 5.36 TeV。不同已识别粒子种类呈现出不同的动量与形变依赖响应；即使单个形变效应较弱，核形状信息仍保留在它们的相对关联中。我们引入交叉坐标（$P_{\rm cross}$，$R_{\rm cross}$），其定义为 π介子–K介子与 π介子–质子流因子化比的交点。四极形变和三轴性的变化会在交叉平面上产生不同的轨迹，从而为约束这两种核形状参数提供互补信息。相应的行为在高阶矩关联中依然存在，而对 Ne+Ne 的能量比较则揭示了碰撞动力学的影响。我们的研究表明，鉴别粒子流去相关可作为探测和约束内禀核几何的一种互补方法。

引言。——相对论性核碰撞通过夸克–胶子等离子体（QGP）的集体膨胀所留下的印记，探测核结构 [1–4], ; 各向异性流和径向流对核形状提供了实验约束 [5, 6]。流观测量对四极、八极和十六极形变 [7–11], 、三轴性和形状涨落 [12–17], ，以及核密度和碰撞动力学 [18–24] 均很敏感。平均横向动量、多粒子关联和非线性流提供了互补的灵敏度 [25–30]。中子皮和表面弥散度的研究 [31–35]„ 以及对本征形状和多体关联的研究 [36–40], ，凸显了区分结构效应与动力学响应的必要性。轻离子碰撞将这一研究拓展至微观关联和 α 团簇 [41–50], ，尤其是 ^{20}Ne [51–54]。相关研究方向还包括纵向流退相关 [55, 56], 、电子 – 离子探针 [57], ，以及与核矩阵元的联系 [58]。尽管取得了这些进展，一个重要问题仍未解决：识别产生的强子，能否揭示包容性流测量所编码的信息之外的额外核形状信息?

这一机遇源于不同强子种类未必会携带相同初始核几何的印记。涨落的集体流矢量 $V_n = v_n e^{in\Psi_n}$ [59–61]，表现出动量依赖的因子化破缺 [62–64], ，其对核形变的敏感性已得到证实 [65, 66]。尽管π介子、K介子和质子都从共同的演化介质中产生，但它们不同的质量、动量依赖的集体响应以及强子相互作用 [63, 67]，可能会在其流关联中以不同方式编码初始几何。这种对比已识别强子去关联的方法，为揭示核形状印记提供了新的途径，而这些印记在包容性测量中可能会被掩盖，更重要的是，还能区分原本会产生相似集体流特征的形变参数。

在此，我们利用逐事件黏性流体动力学与强子输运相结合的方法，研究已识别粒子流关联是否能够为四极形变和三轴性提供互补约束。为系统地改变初始核几何，我们采用形变的伍兹–萨克森密度 [68, 69],

$$\rho(r,\theta,\phi) = \rho_0[1+\exp[(r-R(\theta,\phi))/a_0]]^{-1}, \tag{1}$$

$$R(\theta,\phi) = R_0\big[1+\beta_2\cos\gamma\, Y_{20}(\theta,\phi)+\beta_2\sin\gamma\, Y^c_{22}(\theta,\phi)\big], \tag{2}$$

其中，$\beta_2 \geq 0$ 和 $0 \leq \gamma \leq 60^\circ$ 分别表征四极形变量级和三轴性 [12], ，且 $Y^c_{22} = (Y_{22}+Y_{2,-2})/\sqrt{2}$。对于 ^{20}Ne，这种受控的形状扫描能够分离四极形变的影响，而无需显式纳入微观团簇关联。

对于每种已识别粒子种类 $h = \pi^{\pm}, K^{\pm}, p+\bar{p}$，我们通过双粒子因子化系数来量化动量依赖的流关联

$$r_2^h(p_{\rm T}) = {\rm Re}\left\langle V_2^{\rm ref}\,[V_2^h(p_{\rm T})]^*\right\rangle / [\left\langle (v_2^{\rm ref})^2\right\rangle \left\langle v_2^h(p_{\rm T})^2\right\rangle]^{\frac{1}{2}}, \tag{3}$$

及其高阶矩对应量 [65, 66],

$$r_{2,2}^h(p_{\rm T}) = {\rm Re}\left\langle (V_2^{\rm ref})^2[V_2^h(p_{\rm T})^*]^2\right\rangle / [\left\langle (v_2^{\rm ref})^4\right\rangle \left\langle v_2^h(p_{\rm T})^4\right\rangle]^{\frac{1}{2}} \tag{4}$$

此处，尖括号表示系综平均，所有粒子种类共用一个带电粒子参考样本，其能量为 $0.2 \leq p_{\rm T} \leq 3.0$吉电子伏特。在集体流极限下，可通过不同粒子间的方位角关联 [70] 估算这些矩。我们构造了π介子–K介子和π介子–质子的因子化系数比值，并引入其

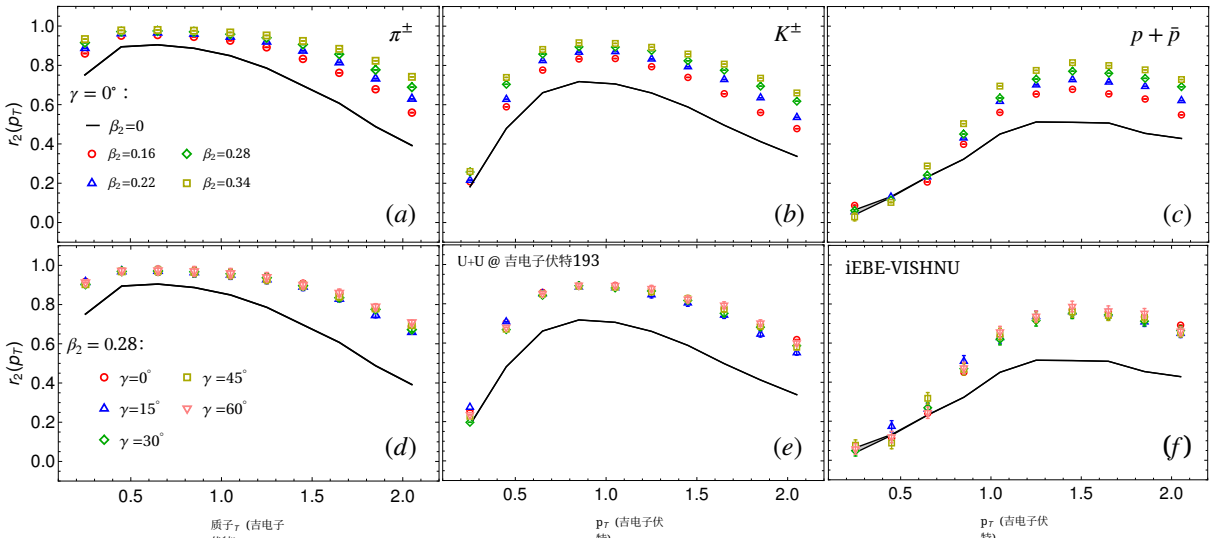

图1. 中心 ^{238}U+^{238}U碰撞中已鉴别粒子流因子化系数 $r_2(p_T)$对横动量的依赖性。(a)–(c)图展示了π介子、K介子和质子随四极形变 β_2 的变化，(d)–(f)图则展示了在固定 $\beta_2 = 0.28$时相应系数对三轴性角 γ 的依赖性。已鉴别强子表现出不同的动量依赖关联，并对四极形变呈现显著响应；相比之下，三轴性的变化对各个系数的影响较小。

交叉坐标，其定义为交点对应的动量和共同的比值。它们对β_2 和 γ 的不同响应，为四极形变和三轴性提供了互补约束。我们的模拟结合了 TRENTo 初始条件 [71], 逐事件黏性流体动力学 [72, 73]，以及 UrQMD 强子输运 [74, 75]。流体动力学演化始于$\tau_0 = 0.6$ fm/c，比剪切黏度为 $\eta/s = 0.08$，切换温度为 $T_{\rm sw} = 160$ MeV。我们研究了中心碰撞的 ^{238}U+^{238}U 碰撞，能量为 $\sqrt{s_{\rm NN}} = 193$ GeV（0–1%），以及^{20}Ne+^{20}Ne 碰撞，能量为 5.36 TeV（0–5%）；选取的粒子位于 $|\eta| < 1$范围内，采用 5×10^4 和 10^5 个流体动力学事件，分别进行 50 次和 100 次强子过采样。以 SMASH 替代 UrQMD [76, 77] 会带来定量差异，但形变依赖的定性模式仍然保留，这表明核结构留下的印记并不取决于所选的强子末级演化程序。

物种依赖的流流去关联。— 图1展示了 $r_2(p_T)$，其中为中心 U+U 碰撞。即使对于球形原子核，各系数也呈现出不同的动量依赖性：π介子关联在低 p_T处达到峰值，K介子在中等动量处达到峰值，而质子则在较高 p_T 处呈现较宽的峰值。这些曲线反映了已鉴别强子对共同集体膨胀的不同动量依赖响应，这种差异受其质量和强子相互作用的影响。在$p_T \simeq 2.1$ 吉电子伏特处，球形原子核的系数分别降至约 0。4、0。35 和 0。45，对应π介子、K介子和质子。将四极形变增大到 $\beta_2 = 0.34$，在 $\gamma = 0°$ 处会使它们升至约 0。72、0。65 和 0。71，表明流退相关较弱。在 $p_T \simeq 1.7$ 吉电子伏特处，π介子系数从 ~ 0.60升至 ~ 0.84，K介子系数则从 ~ 0.50升至 ~ 0.78，而质子在这一动量区间的响应较弱。这些差异表明，四极形变对已鉴别强子的动量依赖关联产生了非普适性影响。

在固定 $\beta_2 = 0.28$时，三轴性角 γ 的变化引起的改变要小得多，三种粒子的各组构型之间均有大量重叠。即使在 $p_T \simeq 2.1$ 吉电子伏特处，质子系数仍紧密分布在0.65–0.70附近。因此，尽管四极形变会显著增强归一化流关联，三轴响应对各个系数的影响相对较弱。尽管如此，不同的动量分布和形变依赖性仍表明，已鉴别强子编码了初始核几何集体响应的不同方面。

图2展示了 $r_2(p_T)$，比较了$\sqrt{s_{\rm NN}} = 5.36$ 太电子伏特下中心 ^{20}Ne+^{20}Ne碰撞中球形和三轴形变（β_2,γ）=(0.4, 15°)原子核的情况 [78]。与球形 U+U 碰撞不同，Ne+Ne 的系数在更宽的动量范围内仍与参考流强烈相关。π介子关联在动量达到 $p_T \sim 1$ 吉电子伏特前都接近于1，而K介子和质子系数则分别从 $p_T \simeq 0.2$ 吉电子伏特处的约0.70和0.22上升，在约0.95和0.90处达到峰值。K介子和质子系数在约 $p_T \sim 1.3$ 吉电子伏特处趋于接近，此时质子变得

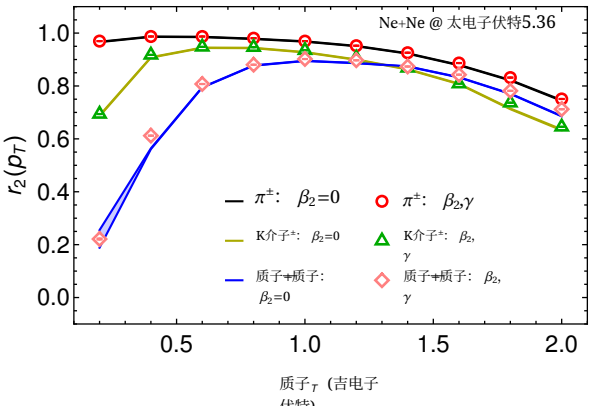

图2. 在 5.36 TeV（0–5%）下中心 Ne r_2Ne 碰撞中已识别粒子的 $r_2(p_T)$，比较球形原子核与（β_2，γ）=(0.4，15°)。三种粒子均显示在同一面板中。

得在较高动量下关联更强。在$p_{\mathrm{T}} \simeq 2$ 吉电子伏特时，球形原子核的π介子、K介子和质子系数分别保持在约0.75、0.65和0.70。形变导致的差异远弱于 U+U 碰撞，分别仅处于 ∼ 1–2%、 ∼ 2–4%和几个百分点的水平。补充材料中的高阶矩结果（图7和图15(a)）揭示了进一步的碰撞能量依赖性：将$\sqrt{s_{\mathrm{NN}}}$ 从5.36 太电子伏特降至200 GeV，会改变依赖于粒子种类的动量分布，并总体上增强去关联；在$r^h_{2,2}$(200 GeV)/$r^h_{2,2}$(5.36 太电子伏特) ∼ 0.8– 0.9，接近 $p_{\mathrm{T}} \simeq 2$ 吉电子伏特。这些结果凸显了已识别强子关联对碰撞动力学的依赖性，而其各异的相对形变响应则促使人们构造粒子种类比，以抑制共同修正并保留互补的核形状信息。

粒子种类对核形变的依赖响应——为刻画已识别粒子流关联相对的形变敏感性，我们引入粒子种类响应比

$$R^{(1)}_{\pi,h}(p_{\mathrm{T}}) = \frac{r^{\pi}_2(p_{\mathrm{T}})}{r^{h}_2(p_{\mathrm{T}})} = \sqrt{\frac{\langle v_2^2(p_{\mathrm{T}})\rangle_h}{\langle v_2^2(p_{\mathrm{T}})\rangle_\pi}}\,\frac{\mathrm{Re}\,\langle V_2 V_2^*(p_{\mathrm{T}})\rangle_\pi}{\mathrm{Re}\,\langle V_2 V_2^*(p_{\mathrm{T}})\rangle_h}, \tag{5}$$

其中 $h = K^{\pm}$、 $p + \bar{p}$。第二个等式假设两种粒子共用同一个带电粒子参考矢量，并采用一致的系综平均方案。共同的乘性修正会相互抵消，而两个系数的分数变化若不相等，则会改变$R^{(1)}_{\pi\,h}$，。即便对于球形原子核，其值也不必为 1；因此，核形状敏感性可通过其在不同形变构型间的变化来表征。

图 3 比较了 $R^{(1)}_{\pi^{\pm}}$、$_K{}^{\pm}$ 和 $R^{(1)}_{\pi^{\pm}}$、$_p$ 在球形、轴对称和三轴形变构型下的情况。在 Ne+Ne 碰撞中， [图（a）], 中两种比值均保持接近

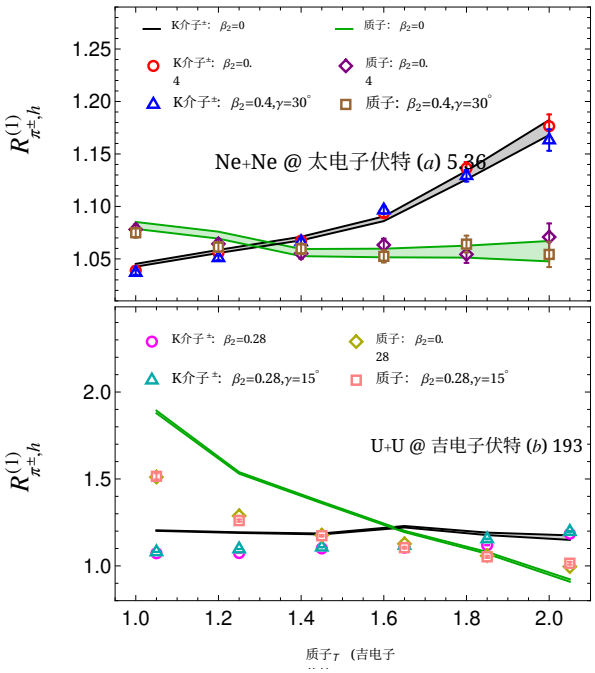

图 3. 球形、轴对称和三轴构型下的粒子种类比 $R^{(1)}_{\pi}$，$_K$ 和 $R^{(1)}_{\pi}$，$_p$：(a) 5.36 TeV 下的 Ne+Ne（0–5%）；(b) 193 GeV 下的 U+U（0–1%）。

于 1（ $p_{\mathrm{T}} \lesssim 1.5$ 吉电子伏特时），且仅表现出较弱的形变依赖性。在更高动量下，它们的动量依赖性出现分化：对于 $\beta_2 = 0.4$， $R^{(1)}_{\pi^{\pm}}$，$_{K^{\pm}}$ 随 p_{T}显著增加，而 $R^{(1)}_{\pi^{\pm}}$，$_p$ 则在 1.05–1.08 附近基本保持平坦。引入三轴性后， γ =30° 在高p_{T}下产生了额外但幅度适中的调制。两种比值的分离反映了粒子种类系数之间的差异，而不同核构型之间的变化则刻画了它们相对的形变敏感性。

在 U+U 碰撞中，构型依赖性更为显著 [（b）图]。对于球形原子核， $R^{(1)}_{\pi^{\pm}}$，$_p$ 在所示区间的低端有显著增强，在 ∼ 1.9 约 $p_{\mathrm{T}} \simeq$ 1GeV 处达到峰值，随后向 $p_{\mathrm{T}} \simeq 2$ GeV 方向下降。具有 $\beta_2 = 0.28$ 的四极形变会大幅抑制这一增强，而具有 $\gamma = 15°$ 的三轴性则会在整个动量范围内进一步调节两种粒子种类比。因此，改变核形状会改变相对动量依赖性，包括单个粒子种类变化较弱的情况。这些结果表明，四极形变和三轴性会改变已鉴别粒子响应的相对动量依赖性。

粒子种类比的形变依赖性。— 为刻画形变引起的粒子种类比变化，我们将每个比值归一化到其球形模型基线，即 $\mathcal{R}^{(n)}_{\pi}$，$_h \equiv R^{(n)}_{\pi\,h}$，$(\beta_2,\ \gamma;\ p_T)/R^{(n)}_{\pi\,h}$，(0; p_T)，其中 n =1，2 表示基于 r_2 和 $r_{2,\,2}$ 的构造，分-

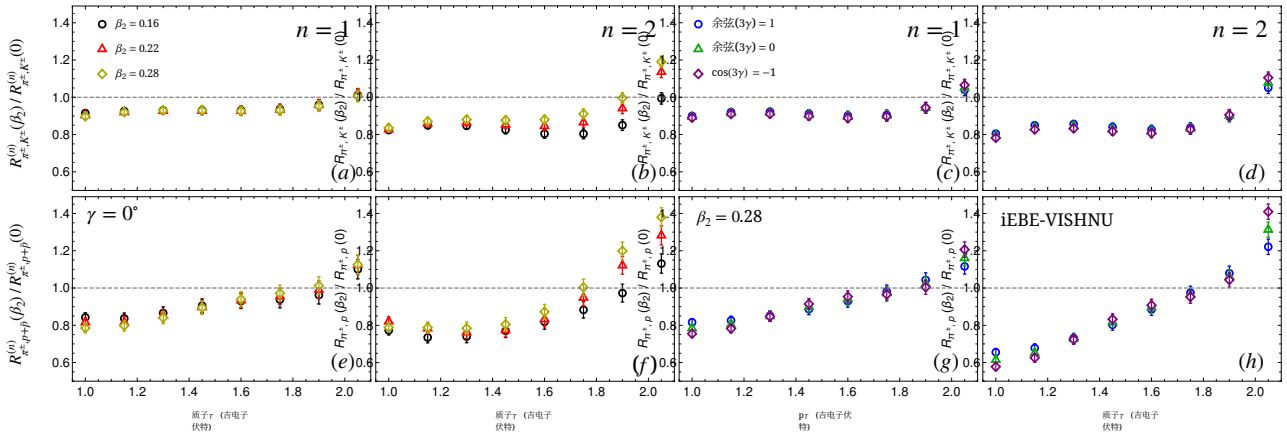

图 4. 中心 U+U 碰撞中的归一化粒子种类比 $\mathcal{R}^{(n)}_{\pi\ h}$ ，。顶行：π介子–K介子；底行：π介子–质子。第 1–2 列扫描 β_2 在 $\gamma = 0°$处的变化；第 3–4 列扫描 γ 在 $\beta_2 = 0.28$处的变化。每组中， $n = 1$ （r_2）在 $n = 2$ （$r_{2,\ 2}$）之前。

别。该归一化量化了形变计算与球形计算之间的相对变化；球形基线是一个模型参考。对于中等程度的形变，我们将这种依赖性参数化为

$$\frac{R_{\pi,h}(\beta_2,\gamma)}{R_{\pi,h}(0)} \simeq 1 + \delta A_{\pi,h}(p_T)\beta_2^2 + \delta B_{\pi,h}(p_T)\beta_2^3\cos(3\gamma) + \delta C^{\rm eff}_{\pi,h}(p_T)\beta_2^4, \tag{6}$$

其中，系数描述粒子种类比依赖动量的形变响应。四次系数包含比值分母展开所产生的贡献。两种构造的系数提取及相应分解见补充材料，参见图 11和 14。

图 4 表明，归一化响应同时依赖于粒子种类和动量。对于 $\gamma = 0°$ 和$\beta_2 = 0.28$，由 $r_{2,\ 2}$ 构造的归一化 π介子–K介子比从 $p_T \simeq 1$ 吉电子伏特处的约 0.83 上升至 $p_T \simeq 2.05$ 吉电子伏特处的 1.19；与此同时，π介子–质子比在相同范围内从约 0.78 变为 1.37。相应的 r_2 比值呈现相同的定性动量依赖性，但形变引起的变化较小。因此，在整个动量区间内，π介子与比较粒子系数的分数变化不一定始终遵循相同的大小顺序：归一化比值低于 1 表示 π介子的分数变化较小，而高于 1 则表示其分数变化较大。

在该参数化中，图 11(a)、(b) 展示了二次、三次和四次贡献之间显著的抵消，其中四次项仍不可忽略。在固定$\beta_2 = 0.28$时， γ 对 π介子–K介子比的依赖性较弱，但对于 π介子–质子比，随着 p_T增大，这种依赖性越来越明显，如图 4(c)、(d) 和 (g)、(h) 所示。在式（6）保留的阶数下，角度依赖通过 $\beta_2^3\cos(3\gamma)$ 引入，而二次项和四次项则不依赖于 γ。相应的贡献见图 11(c)–(f)。因此，两种关联量构造都呈现出依物种而异的形变响应，其中四粒子构造中的变化幅度更大。这些互补的动量依赖性促使我们引入下文所述的交叉观测量。

交叉坐标——为捕捉蕴含在已鉴别粒子比率的动量依赖性中的互补核形状信息，我们引入交叉坐标

$$C_{\rm cross} \equiv (P_{\rm cross}, R_{\rm cross}), \tag{7}$$

定义为

$$R_{\pi,K}(P_{\rm cross}) = R_{\pi,p}(P_{\rm cross}) \equiv R_{\rm cross}. \tag{8}$$

由于这些比率相等意味着 $r_2^K(P_{\rm cross})$ $=r_2^p$ $(P_{\rm cross})$，交叉动量 $P_{\rm cross}$ 确定了K介子和质子关联相一致的位置，而 $R_{\rm cross}$ 则衡量π介子关联相对于它们共同值的大小。我们不再分别考察每个比率完整的动量依赖性，而是用这两个坐标以紧凑的形式刻画它们相对的动量演化和关联强度。因此，它们的联合变化可以为四极形变和三轴性提供互补约束。该构造同时适用于 r_2 和$r_{2,\ 2}$，下文省略相应的指标。

图5 显示， β_2 与γ 的不同组合会在交叉平面中产生不同的轨迹。对于 Ne+Ne， r_2 交叉点集中在狭窄区域内，即 $P_{\rm cross} \simeq 1.26$–1。32 吉电子伏特和 $R_{\rm cross} \simeq 1.051$–1。058，而$r_{2,\ 2}$ 则将垂直范围扩大到 $R_{\rm cross} \simeq 1.110$–1。135。在 U+U 中，变化幅度明显更大：对于 r_2，范围为 $P_{\rm cross}$ ≃1。58–1。74 吉电子伏特和 $R_{\rm cross} \simeq 1.09$–1。23；对于$r_{2,\ 2}$，则扩展到 $R_{\rm cross} \simeq 1.18$–1。50。更大的变化幅度表明

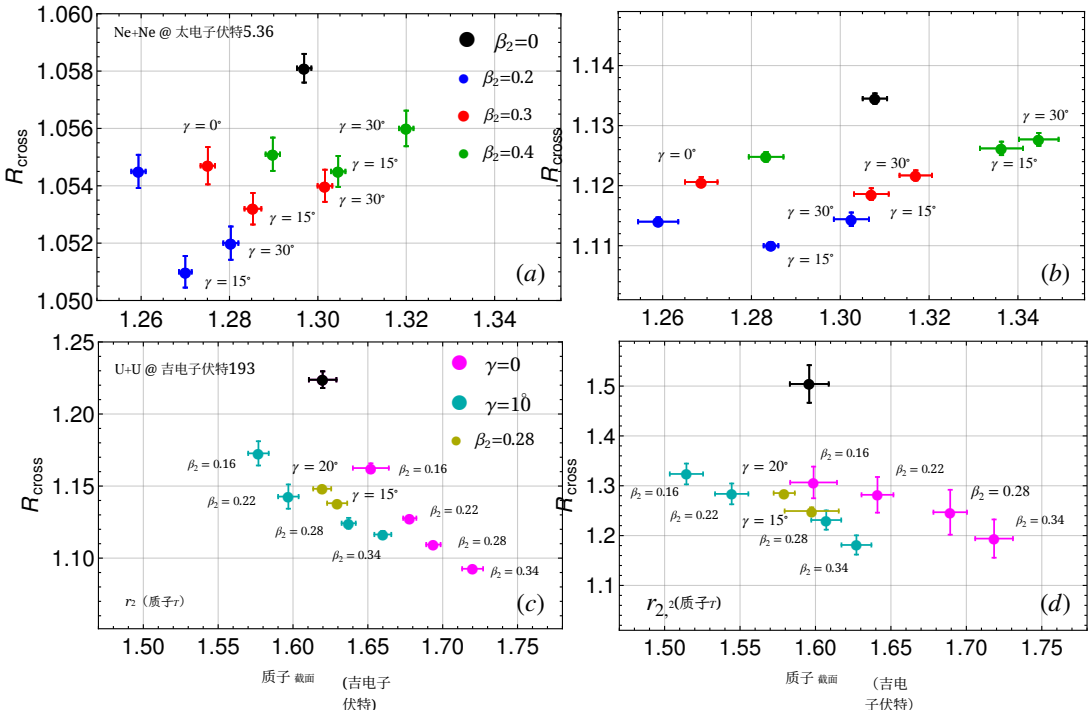

图5. 在 5.36 TeV 的中心 ^{20}Ne+^{20}Ne 碰撞（0–5%，上排面板）和 193 GeV 的 ^{238}U+^{238}U 碰撞（0–1%，下排面板）中，根据已鉴别粒子的流去相关系数直接构造的 π介子–K介子比和 π介子–质子比所得交叉坐标图（$P_{\rm cross}$，$R_{\rm cross}$）。面板 (a)、(c) 对应 r_2，而 (b)、(d) 使用 $r_{2,\ 2}$。每个点代表一个由 (β_2，γ) 指定的核构型，其交叉坐标满足 $R_{\pi,\ K}(P_{\rm cross}) = R_{\pi,\ p}(P_{\rm cross})$。水平和垂直误差棒分别表示 $P_{\rm cross}$ 和 $R_{\rm cross}$的不确定度。请注意，不同碰撞系统和关联器构造的坐标轴刻度有所不同，尤其是 Ne+Ne 中放大的纵轴刻度，它们能分辨出细微的、依赖形变的变化；若不放大，这些变化将难以区分。

高阶矩构造对核形状提供了额外的敏感性。考虑完整的动量–高度协方差后，在我们的模拟中，相近的形变情景呈现出 $Z \simeq 2$–5 的双侧高斯等效分离度 [79]。至关重要的是，β_2 与γ 的变化会在交叉平面中产生不同的位移，而不仅仅是改变关联强度。这种独特的二维响应为通过已识别粒子流关联区分四极形变和三轴性提供了互补途径。

摘要。— 我们展示了一种通过相对论碰撞中的已鉴别粒子流退关联探测核形状的新方法。我们采用事件逐个演化的黏性流体动力学并结合强子输运，研究了中心碰撞的 ^{238}U+^{238}U 和 ^{20}Ne+^{20}Ne，发现 π介子、K介子和质子对四极形变及三轴性的动量依赖响应各不相同。即使单个系数对形变的依赖较弱（如 Ne+Ne 碰撞），它们的相对关联仍保留核形状信息。由 $r_2(p_{\rm T})$ 及其高阶矩对应量$r_{2,\ 2}(p_{\rm T})$ 构造的粒子种类比揭示了互补的形变响应，其中后者呈现出更大的变化。

我们的主要结果是交叉坐标观测量（$P_{\rm cross}$，$R_{\rm cross}$），它刻画了 π介子–K介子比与 π介子–质子比的交点。不同的 (β_2，γ) 组合在交叉平面上形成不同的轨迹；在我们的模拟中，相近的构型通常相隔 $Z \simeq 2$–5。通过这两个坐标，可以简洁且便于实验测量地分辨四极形变和三轴性。尽管本文展示的是四极形状，该框架也可扩展至更高阶形变，包括八极和十六极分量。我们的研究结果表明，在相对论重离子对撞机和大型强子对撞机开展已鉴别粒子流去相关测量，可作为探测内禀核几何的互补手段。

致谢。— 感谢 Piotr Bozek 和 Huichao Song 提供的宝贵讨论。本研究部分得到了中国国家自然科学基金（资助编号：12347106、12375133 和 12147101）的支持。

* mehrabpour@fudan.edu.cn

† saha@pku.edu.cn ‡ cliyan@fudan.edu.cn

[1] J. Jia *et al.*，重离子碰撞初始条件及核素图中核结构的成像，《核科学与技术》35，220（2024），arXiv:2209.11042 [nucl-ex]。[2] G. Giacalone *et al.*，《核物理学迎接同位素碰撞的相对论性研究》，arXiv 预印本（2025），arXiv:2507.01454 [nucl-ex]。[3] T. Duguet、G. Giacalone、V. Som`a 和 Y. Zhou，低能核结构与高能核碰撞交点专题，《欧洲物理学杂志A》61，237 2025 2512（），arXiv: 。05874 [nucl-th]。[4] J. Chen *et al.*，STAR 实验精选成果，《中国物理快报》43，030102（2026），arXiv:2601.12977 [nucl-ex]。[5] M. I. Abdulhamid *et al.*（STAR），高能核碰撞中原子核形状的成像，《自然》635，67（2024），arXiv:2401.06625 [nucl-ex]。[6] M. Abdallah *et al.*（STAR），通过高能重离子碰撞中的各向异性流和径向流对核形状成像，《物理学进展报告》88，108601（2025），arXiv:2506.17785 [nucl-ex]。[7] C. Zhang 和 J. Jia，超相对论能量下 Zr96+Zr96 和 Ru96+Ru96 碰撞中四极与八极形变的证据，《物理评论快报》128，022301 2022 2109（），arXiv: 。01631 [nucl-th]。[8] H. Mehrabpour 和 S. M. A. Tabatabaee，将流分布分析作为探测核形变的手段，《物理评论C》108，034902（2023），arXiv:2301.07770 [nucl-th]。[9] W. Ryssens、G. Giacalone、B. Schenke 和 C. Shen，相对论重离子对撞机中铀-238十六极形变的证据，《物理评论快报》130，212302 2023 2302（），arXiv: 。13617 [nucl-th]。[10] H.-j. Xu、J. Zhao 和 F. Wang，利用非线性响应系数从相对论重离子碰撞研究 U238 的十六极形变，《物理评论快报》132，262301 2024 2402（），arXiv: 。16550 [nucl-th]。[11] C. Zhang、J. Jia、J. Chen、C. Shen 和 L. Liu，铀-238中的八极集体性在相对论重离子流观测量中的印记，《物理评论研究》8，033018 2026（）。[12] J. Jia，在高能重离子碰撞中探测原子核的三轴形变，《物理评论C》105，044905 2022 2109（），arXiv: 。00604 [nucl-th]。[13] S. Zhao、H.-j. Xu、Y. Zhou、Y.-X. Liu 和 H. Song，探索大型强子对撞机上超相对论 ^{129}Xe+^{129}Xe 碰撞中的核形状相变，《物理评论快报》133，192301（2024），arXiv:2403.07441 [nucl- th]。[14] A. Dimri、S. Bhatta 和 J. Jia，核形状涨落对高能重离子碰撞的影响，《欧洲物理学杂志A》59，45（2023），arXiv:2301.03556 [nucl-th]。[15] L. Liu、C. Zhang、J. Chen、J. Jia、X.-G. Huang 和 Y.-G. Ma，通过高能核碰撞中的流涨落，采用标度方法研究刚性与软核形变，《物理快报B》879，140636（2026），arXiv:2509.09376 [nucl-th]。[16] G. Giacalone、G. Nijs 和 W. van der Schee，在大型强子对撞机上对 ^{129}Xe 基态进行幺秒成像，arXiv 预印本（2026），arXiv:2606.03993 [nucl-th]。[17] Y. Bao 和 W. Ke，扩展模型对重离子碰撞末态整体观测量的影响量子转子的蒙特卡洛 Glauber 模型，（2026），arXiv:2611.02507 [nucl-th]。[18] G. Giacalone、J. Noronha-Hostler、M. Luzum 和 J.- Y. Ollitrault，5.44 Te V Xe+Xe 碰撞的流体动力学预测，《物理评论C》97，034904（2018），arXiv:1711.08499 [nucl-th]。[19] G. Nijs 和 W. van der Schee，使用 Trajectum 从重同位素碰撞推断核结构，《SciPost Phys.》15，041（2023），arXiv:2112.13771 [nucl-th]。[20] N. M. Fortier、S. Jeon 和 C. Gale，形变的U-238原子核在 √sNN=193 GeV 碰撞中的比较与预测，《物理评论C》111，014901（2025），arXiv:2308.09816 [nucl-th]。[21] N. M. Fortier、S. Jeon 和 C. Gale，将重离子碰撞作为探测核结构的手段，《物理评论C》111，L011901（2025），arXiv:2405.17526 [nucl-th]。[22] H. M¨antysaari、B. Schenke、C. Shen 和 W. Zhao，在CERN大型强子对撞机可达到的能量下探测重离子的核结构，《物理评论C》110，054913（2024），arXiv:2409.19064 [nucl-th]。[23] Z. Lu、M. Zhao、X. Li、J. Jia 和 Y. Zhou，利用大型强子对撞机的各向异性流探测核结构，《欧洲物理学杂志A》59，279（2023），arXiv:2309.09663 [nucl-th]。[24] Y. Li、H.-j. Xu、D. Zhang 和 G.-L. Ma，利用协变密度泛函理论得到的核密度，研究相对论性 ^{238}U+^{238}U碰撞中的铀核形状，arXiv预印本（2026），arXiv:2602.02336 [nucl-th]。[25] H.-j. Xu、W. Zhao、H. Li、Y. Zhou、L.-W. Chen 和 F. Wang，在相对论性同量异位素碰撞中利用平均横动量探测核结构，《物理评论C》108，L011902（2023），arXiv:2111.14812 [nucl-th]。[26] S. Zhao、H.-j. Xu、Y.-X. Liu 和 H. Song，在相对论重离子对撞机的同量异位素碰撞实验中，利用三粒子非对称累积量探测核形变，《物理快报B》839，137838（2023），arXiv:2204.02387 [nucl-th]。[27] E. G. D. Nielsen、F. K. Rømer、K. Gulbrandsen 和 Y. Zhou，作为研究能量前沿核结构新工具的通用多粒子横动量关联，《欧洲物理学杂志A》60，38（2024），arXiv:2312.00492 [nucl-th]。[28] T. Parida 和 P. Bo˙zek，重离子碰撞流体动力学模型中的平均横动量累积量和椭圆流，《物理评论C》114，034910（2026），arXiv:2605.26737 [nucl-th]。[29] Z. Wang、J. Chen、J. Jia、Y.-G. Ma 和 C. Zhang，通过高能同量异位素碰撞中的多粒子方位角关联，辨析核结构，《物理评论C》113，034905（2026）。[30] H. Mehrabpour、Z. Sheibani、L. Yan、C. Zhang 和 A. Mirjalili，非线性集体流揭示重离子碰撞中四极–十六极标度关系的破坏，arXiv预印本（2026），arXiv:2607.18752 [nucl-th]。[31] G. Giacalone、G. Nijs 和 W. van der Schee，从超相对论核碰撞中测定铅-208的中子皮，《物理评论快报》131，202302（2023），arXiv:2305.00015 [nucl-th]。[32] X.-L. Zhao、X.-Y. Xie、Y. Li 和 G.-L. Ma，在大型强子对撞机的 Pb ^{208}Pb 碰撞中利用各向异性流约束+Pb的中子皮，arXiv预印本（2026），arXiv:2603.07597 [nucl-th]。[33] H. Mehrabpour

, B. Behzadmoghaddam , S. M. A.

Tabatabaee Mehr、O. Garcia-Montero和L. Yan，《相对论性重离子碰撞中解纠缠核表面性质的基本几何限制》，（2026），arXiv:2609.01229 [nucl-th]。[34] G. Pihan、A. Monnai、B. Schenke和C. Shen，《对撞机实验中的守恒荷测量揭示中子皮》，（2025），arXiv:2509.21644 [nucl-th]。[35] A. Vitsos、L. M. M. Soranzo、E. G. D. Nielsen和Y. Zhou，《通过CERN大型强子对撞机中的集体流表征 ^{48}Ca的中子皮》，《欧洲物理学杂志C》86，536（2026），arXiv:2512.00114 [nucl-th]。[36] J. Barata和G. Giacalone，《从核多体关联到能量探测器关联函数》，（2026），arXiv:2609.18754 [nucl-th]。[37] J.-P. Blaizot和G. Giacalone，《原子核中多体关联的角结构》，《欧洲物理学杂志A》61，220（2025），arXiv:2504.15421 [nucl-th]。[38] J.-P. Blaizot、G. Giacalone和A. Lovato，《核集体性与二体关联的谐波谱》，arXiv预印本（2025），arXiv:2512.18926 [nucl-th]。[39] H. Mehrabpour、G. Giacalone和M. W. Luzum，《三轴形状与核三体关联的角结构》，arXiv预印本（2026），arXiv:2604.00619 [nucl-th]。[40] S. Bofos、Y. Li、C. Ding、B. Bally、T. Duguet、M. Frosini和J. Yao，《超相对论性离子-离子碰撞四极转子图景中的量子效应》，arXiv预印本（2026），arXiv:2605.28813 [nucl-th]。[41] M. Rybczy´nski和W. Broniowski，《Glauber蒙特卡罗对含 ^{16}O的超相对论性碰撞的预言》，《物理评论C》100，064912（2019），arXiv:1910.09489 [hep-ph]。[42] N. Summerfield、B.-N. Lu、C. Plumberg、D. Lee、J. Noronha-Hostler和A. Timmins，《在BNL相对论性重离子对撞机和CERN大型强子对撞机可达到的能量下进行 ^{16}O ^{16}O碰撞：团簇化与子结构的比较》，《物理评论C》104，L041901（2021），arXiv:2103.03345 [nucl-th]。[43] C. Zhang、J. Chen、G. Giacalone、S. Huang、J. Jia和Y.-G. Ma，《第一性原理核子-核子关联及其对高能16O+16O碰撞的影响》，《物理快报B》862，139322（2025），arXiv:2404.08385 [nucl-th]。[44] X.-L. Zhao、Z.-W. Lin、Y. Zhou、C. Zhang和G.-L. Ma，《核团簇结构对最高RHIC能量下16O+16O碰撞的影响》，《物理快报B》874，140254（2026），arXiv:2404.09780 [nucl-th]。[45] H. Mehrabpour，《团簇化在相对论性轻离子碰撞第一性原理关联中的印记》，《物理评论C》113，034909（2026），arXiv:2506.12673 [nucl-th]。[46] Q. Liu、H. Mehrabpour和B.-N. Lu，《孤立核子-核子关联在相对论性 ^{16}O $+^{16}$O碰撞中的影响》，arXiv预印本（2025），arXiv:2509.00315 [nucl-th]。[47] Z. Lu、M. Zhao、E. G. D. Nielsen、X. Li和Y. Zhou，《轻核结构在相对论性核碰撞中的印记》，《物理快报B》868，139698（2025），arXiv:2501.14852 [nucl-th]。[48] P. Li、K.-J. Sun、B. Zhou和G.-L. Ma，《相对论性重离子碰撞中短程关联的普适印记》，（2025），arXiv:2511.23293 [nucl-th]。[49] V. E. Ambrus、G. Giacalone、C. Werthmann和F. Zhou，《通过流体动力学和动力学理论研究O+O与Ne+Ne碰撞中的椭圆流和三角流响应》，（2026），arXiv:2611.05239 [nucl-th]。[50] T. Duguet、A. Ekstr¨om、G. Giacalone、G. Hagen、T. Miyagi

，和 A. Tichai ，将手征核力与

轻离子碰撞联系起来：全局敏感性分析，（2026年），arXiv:2611.08122 [nucl-th]。[51] G. Giacalone *et al.*，利用氖-20同位素精确表征小系统中的集体性，《物理评论快报》**135**，012302 2025 2402 05995 ( )，[ ] arXiv: . nucl-th 。[52] G. Giacalone *et al.*，固定靶Pb208+Ne20碰撞中的各向异性流：夸克-胶子等离子体的探针，《物理评论快报》134，082301（2025年），arXiv:2405.20210 [nucl-th]。[53] L.-M. Liu、H.-C. Wang、S.-J. Li、C. Zhang、J. Xu、Z.-Z. Ren、J. Jia和X.-G. Huang，通过相对论重离子碰撞直接探测Ne20中 α-团簇结构的存在，《物理评论C》111，L021901（2025年），arXiv:2502.08057 [nucl-th]。[54] P. Li、B. Zhou和G.-L. Ma，通过超中心Ne+Ne碰撞识别Ne20中的 α-团簇构型，《物理评论快报》**136**，082302 2026 2504 04688 ( )，[ ] arXiv: . nucl-th 。[55] H. Mehrabpour和A. Saha，轻离子碰撞中的纵向流退相关，《欧洲物理学杂志C》85，1284（2025年），arXiv:2501.14243 [nucl-th]。[56] O. Garcia-Montero、S. Schlichting和J. Zhu，亚核子涨落对重离子碰撞纵向结构的影响，《物理评论D》111，076029（2025年），arXiv:2501.14872 [nucl-th]。[57] N. Magdy、M. Hegazy、A. Rafaat、W. Li、A. Deshpande、A. M. H. Abdelhady、A. Y. Ellithi、R. A. Lacey和Z. Tu，在电子-离子对撞机上研究轻核的核结构，《欧洲物理学杂志A》60，212（2024年），arXiv:2405.07844 [nucl-th]。[58] Y. Li、X. Zhang、G. Giacalone和J. Yao，利用高能核碰撞检验 $0\nu\beta\beta$ 衰变的核矩阵元，《物理评论快报》135，022301（2025年），arXiv:2502.08027 [nucl-th]。[59] S. Voloshin和Y. Zhang，通过对方位角粒子分布进行傅里叶展开研究相对论性核碰撞中的流，《物理学杂志C》70，665（1996年），arXiv:hep-ph/9407282。[60] A. M. Poskanzer和S. A. Voloshin，分析相对论性核碰撞中各向异性流的方法，《物理评论C》58，1671（1998年），arXiv:nucl-ex/9805001。[61] N. Borghini、P. M. Dinh和J.-Y. Ollitrault，测量核-核碰撞中方位角分布的新方法，《物理评论C》63，054906（2001年），arXiv:nucl-th/0007063。[62] F. G. Gardim、F. Grassi、M. Luzum和J.-Y. Ollitrault，流体动力学中双粒子关联的因子化破缺，《物理评论C》87，031901（2013年），arXiv:1211.0989 [nucl-th]。[63] U. Heinz、Z. Qiu和C. Shen，涨落流角与各向异性流测量，《物理评论C》87，034913（2013年），arXiv: .3535 [nucl-th]。[64] P. Bo˙zek，集体流因子化破缺中的角度与幅度退相关，《物理评论C》98，064906（2018年），arXiv: .04248 [nucl-th]。[65] P. Bozek和R. Samanta，谐波流高阶矩的因子化破缺，《物理评论C》105，034904（2022年），arXiv: .07781 [nucl-th]。[66] R. Samanta和P. Bo˙zek，BNL相对论性重离子对撞机可达到的碰撞能量下形变原子核中的动量依赖的流关联，《物理评论C》107，054916（2023年），arXiv:2301.10659 [nucl-th]。[67] S. Acharya *et al.*（ALICE实验）

， 各向异性流与

Pb–Pb碰撞中已鉴别强子的流涨落， $\sqrt{s_{\rm NN}} = 5.02$太电子伏特，《高能物理学杂志》05，243（2023年），arXiv:2206.04587 [nucl-ex]。[68] M. L. Miller、K. Reygers、S. J. Sanders 和 P. Stein- berg，高能核碰撞中的Glauber建模，《核与粒子科学年评》57，205（2007），arXiv:nucl-ex/0701025。[69] R. D. Woods 和 D. S. Saxon，用于核子–原子核散射的弥散表面光学模型，《物理评论》95，577（1954）。[70] 实验应用需要一致的参考选择、自相关去除，并控制非流效应。[71] J. S. Moreland、J. E. Bernhard 和 S. A. Bass，高能核碰撞中 wounded nucleon 和二元碰撞标度的另一种设想，《物理评论C》92，011901（2015），arXiv:1412.4708 [nucl-th]。[72] H. Song、S. A. Bass 和 U. Heinz，混合流体动力学+玻尔兹曼方法中的黏性量子色动力学物质，《物理评论C》83，024912（2011），arXiv:1012.0555 [nucl-th]。[73] H. Song 和 U. W. Heinz，用于相对论重离子碰撞的 2+1 维因果黏性流体动力学，《物理评论C》77，064901（2008），arXiv:0712.3715 [nucl- th]。[74] S. A. Bass *et al.*，超相对论重离子碰撞的微观模型，《粒子与原子核进展》41，255（1998），arXiv:nucl-th/9803035。[75] M. Bleicher *et al.*，超相对论量子分子动力学模型中的相对论强子–强子碰撞，《物理学杂志G》25，1859（1999），arXiv:hep-ph/9909407。[76] J. Weil *et al.* (SMASH)，用于重离子碰撞的新型强子输运方法中的粒子产生与平衡性质，《物理评论C》94，054905（2016），arXiv:1606.06642 [nucl-th]。[77] H. Petersen、D. Oliinychenko、M. Mayer、J. Staudenmaier 和 S. Ryu，SMASH——一种新型强子输运方法，《核物理A》982，399（2019），arXiv:1808.06832 [nucl-th]。[78]微观方法能够描述多体关联、集体形变和团簇化 [80–84]。此类构型已用于相对论碰撞 [42, 43, 45, 46, 53, 54]。我们的WS扫描改变四极形状，但不显式纳入团簇关联。电荷半径 [85] 可约束尺寸，但无法唯一确定物质密度。[79] 对于$\Delta C = C_{\rm cross}$，$_1 - C_{\rm cross}$，2，$D^2 = \Delta C^T \Sigma_\Delta^{-1} \Delta C$包含动量–高度协方差；独立系综给出 $\Sigma_\Delta = \Sigma_1 + \Sigma_2$。在均值相等的零假设、高斯涨落以及已知协方差近似下， $D^2 \sim \chi^2_2$，因此 $p = e^{-D^2/2} = 2[1 - \Phi(Z)]$,，其中 Φ 是标准正态累积分布函数。[80]X. Sun、J. Dobaczewski、W. Nazarewicz 和 H. Wibowo，利用对称性守恒理论对原子核进行多极矩断层成像，arXiv预印本（2026），arXiv:2605.26088 [nucl-th]。[81] D. Lonardoni、S. Gandolfi、J. E. Lynn、C. Petrie、J. Carlson、K. E. Schmidt 和 A. Sch wenk，采用局域手征相互作用对轻核和中质量核进行辅助场扩散蒙特卡罗计算，《物理评论C》97，044318 2018 1802 ( )，arXiv: .08932 [nucl-th]。[82] M. Frosini、T. Duguet、J.-P. Ebran、B. Bally、H. Hergert、T. R. Rodr´ıguez、R. Roth、J. Yao 和 V. Som`a，原子核的多参考多体微扰理论：III. PGCM-PT中二阶的第一性原理计算，Eur. Phys. J. A 58, 64（2022年），arXiv:2111.01461 [nucl-th]。[83] S. Elhatisari、E. Epelbaum、H. Krebs、T. A. L¨ahde、D. Lee、N. Li、B.-n. Lu、U.-G. Meißner 和 G. Rupak，《核团簇化同位素依赖性的第一性原理计算》，《物理评论快报》119，222505（2017年），arXiv:1702.05177 [nucl-th]。[84] U.-G. Meißner，核物理学的新工具：核晶格模拟，《核物理新闻》24, 11（2014年），arXiv:1505.06997 [nucl-th]。[85] I. Angeli 和 K. Marinova，实验核基态电荷半径表：更新，《原子数据与核数据表》99, 69（2013年）。[86] P. Bozek 和 R. Samanta，通过重离子碰撞中谐波流的因子化破缺探测流涨落，《波兰物理学报增刊》16, 1（2023年），arXiv:2208.01015 [nucl-th]。[87] T. Reichert、A. Elz、T. Song、G. Coci、M. Winn、E. Bratkovskaya、J. Aichelin、J. Steinheimer 和 M. Ble- icher，重离子输运模拟比较：Ag + $E_{lab} = 1$ 58 **49**, Ag 碰撞，055108 2022 2111 能量为 . A 吉电子伏特，《物理学杂志G》（），arXiv: .07652 [nucl-th]。

补充材料

四粒子流去相关

作为对图中双粒子分析的高阶矩交叉检验， 1 和2，我们考察已鉴别粒子的流去相关$r^h_{2,\ 2}(p_{\rm T})$，其定义见式（4）[65, 66, 86]。其精确归一化涉及微分流的四阶矩，而该量在统计上难以确定，质子尤其如此。因此，我们采用近似

$$\left\langle [v_2^h(p_{\rm T})]^4 \right\rangle \simeq \left\langle [v_2^h(p_{\rm T})]^2 \right\rangle^2 \frac{\left\langle (v_2^{\rm ref})^4 \right\rangle}{\left\langle (v_2^{\rm ref})^2 \right\rangle^2}, \tag{9}$$

由此得到

$$r^h_{2,2}(p_{\rm T}) \simeq \frac{\left\langle (v_2^{\rm ref})^2 \right\rangle \left\langle (V_2^{\rm ref})^2 [V_2^h(p_{\rm T})^*]^2 \right\rangle}{\left\langle (v_2^{\rm ref})^4 \right\rangle \left\langle [v_2^h(p_{\rm T})]^2 \right\rangle}. \tag{10}$$

这一近似假设差分流分布与参考流分布具有相同的归一化四阶矩。中央 ^{238}U+^{238}U 碰撞的相应结果见图6。与双粒子观测量一样，$r_{2,\ 2}(p_{\rm T})$表现出明显的粒子依赖性，并随 $p_{\rm T}$增大而减小。在 $\gamma = 0°$ 处增大四极形变，会增强所有三种粒子的去关联系数；在中高 $p_{\rm T}$范围内，不同形变构型之间的差异变得更加显著。在 $\beta_2 = 0.28$固定时，改变 γ 对各粒子响应的影响较弱，但质子分布在高 $p_{\rm T}$处呈现出相对更大的差异。因此，四粒子关联量保留了通过 $r_2(p_{\rm T})$观察到的粒子依赖性，以及对四极形变和三轴性的敏感性。

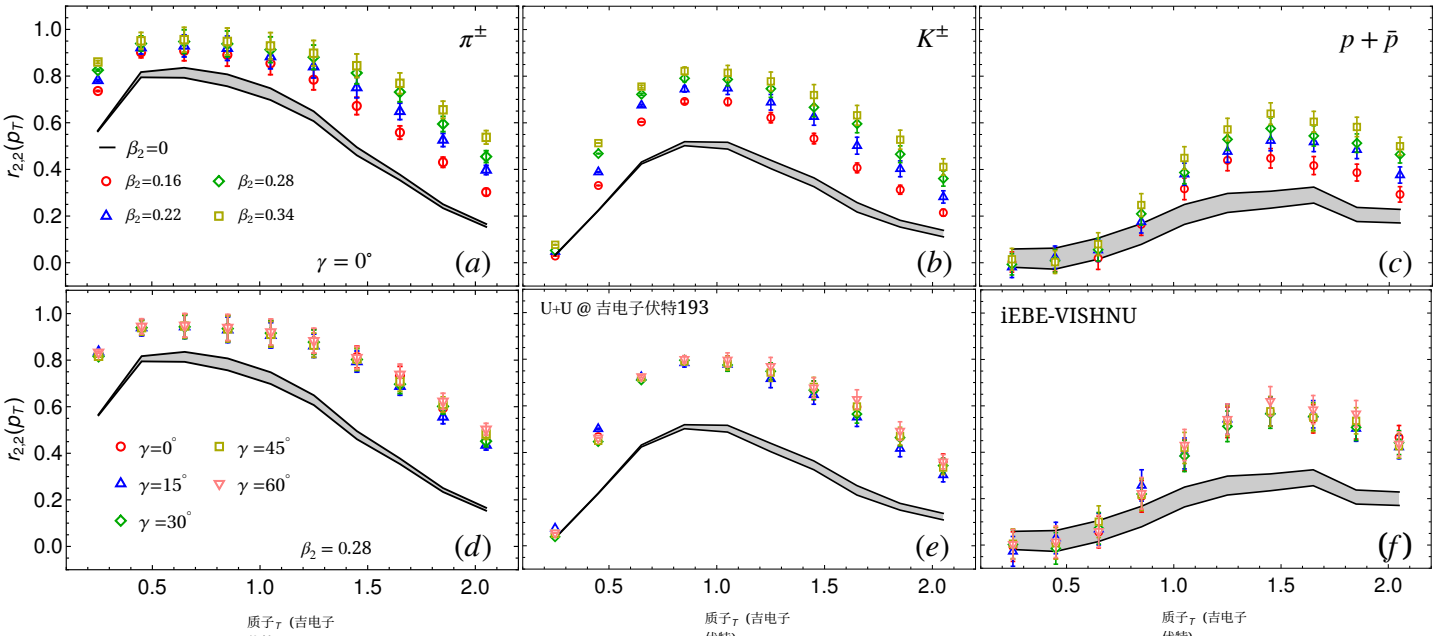

图 6. 与图 1 相同，但针对高阶矩系数 $r_{2,\ 2}(p_T)$，其定义见方程 4 ，并使用方程 10中的近似进行计算。

中央 ^{20}Ne+^{20}Ne 碰撞的相应结果见图 7。将球形原子核与三轴形变构型（β_2，γ） =(0。4，15°)进行比较，再次发现已鉴别粒子的各自响应对形变的依赖性较弱。在图示的大部分动量范围内，π介子、K介子和质子的响应彼此接近，这与图 2中观察到的单粒子形变信号受到抑制的现象一致。尽管如此，$r_{2,\ 2}(p_T)$仍保留了相同的定性粒子依赖响应模式。

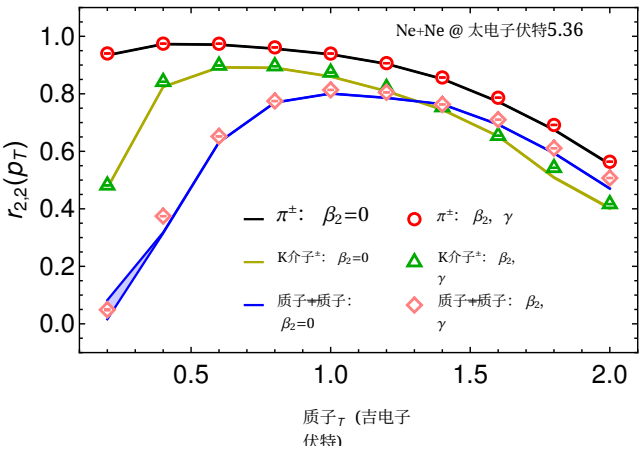

图 7。与图2 相同，但针对$r_{2,\ 2}(p_T)$。

二粒子和四粒子观测量之间的一致性表明，粒子依赖的初始核几何响应并非特定于相关器的选择。四粒子观测量对形变更为敏感，而二粒子相关器在实验上更简单，因此正文将其用作主要观测量。

强子输运依赖性。为评估已识别粒子关联对晚期强子演化的敏感性，我们在保持初始条件、流体动力学演化、粒子化和粒子筛选切选不变的情况下，将 UrQMD 后燃器替换为 SMASH。UrQMD 和 SMASH 为非平衡强子阶段提供了不同的微观描述，其输运实现方面的差异见参考文献 [87]。SMASH 采用其`List` 模式，使用来自流体动力学的外部抽样粒子，并采用固定时间步长 $\Delta t = 0.1$ 飞米。

图 8 比较了 $r_2(p_T)$ [面板 (a)–(c)] 中以及$r_{2,\ 2}(p_T)$[面板 (d)–(f)] 中π介子、K介子和质子在中心度区间内的铀-铀+碰撞。空心符号表示UrQMD，实线曲线表示在相同核构型下使用SMASH的结果。尽管这两种后燃烧器会产生定量差异，尤其是对于K介子和质子而言，但形变引起的趋势在定性上保持不变。两种计算在大部分动量范围内都保留了与 β_2 相关的特征性排序，以及已鉴别强子各自不同的动量依赖性。这些模式的持续存在表明，核形状敏感性并非特定于某一种强子输运方案，而定量差异则反映了晚期强子演化对末态关联的贡献。

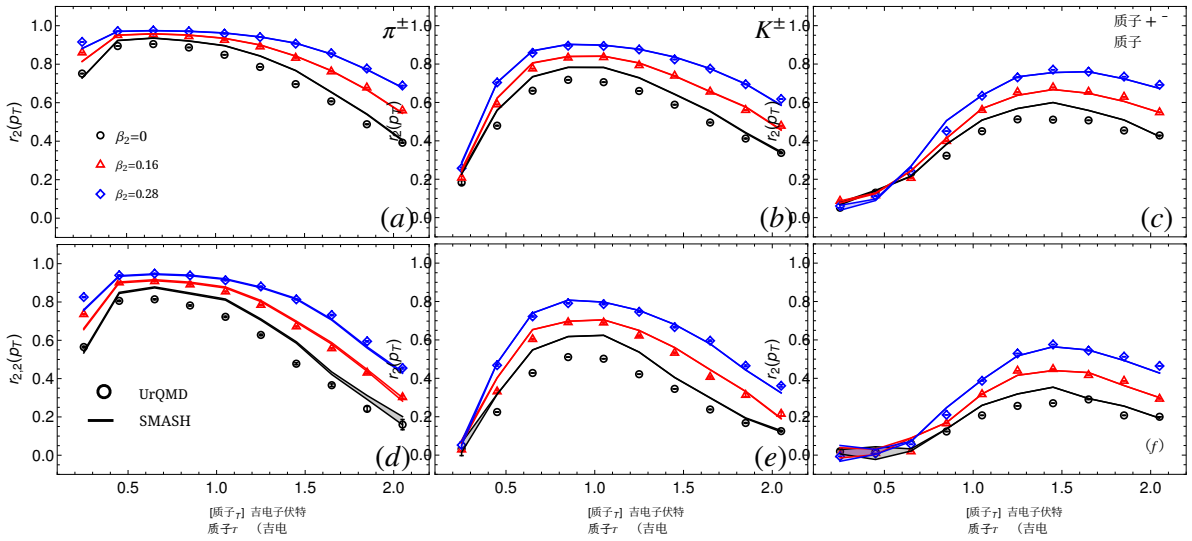

图 8. 在 $\sqrt{s_{\rm NN}} = 193$ 吉电子伏特的中心 ^{238}U+^{238}U 碰撞中，已鉴别粒子流退关联对强子输运后燃烧器的敏感性。(a)–(c) 面板分别展示 π介子、$\overline{\rm K}$介子和质子的 $r_2(p_T)$，而 (d)–(f) 面板则展示相应的四粒子去关联 $r_{2,\ 2}(p_T)$。空心符号表示采用 UrQMD 得到的结果，实线表示采用 SMASH 得到的结果，分别对应球形 ($\beta_2 = 0$) 和形变 ($\beta_2 = 0.16$ and 0.28) 构型，取值为 $\gamma = 0°$。模拟的所有其他阶段、模型输入和粒子筛选切选均保持不变。两种强子输运描述会产生定量差异，尤其对 K介子和质子而言；但它们仍保留了典型的形变排序及其随粒子种类而异的动量依赖性。

已识别粒子响应函数之间的竞争

正文中引入的粒子响应比旨在分离不同已鉴别粒子在流体动力学演化之后如何编码相同初始核几何的信息。尽管双粒子（r_2）和四粒子（$r_{2,\ 2}$）去关联测量了已鉴别强子的集体响应，但其中包含两种定性上不同的贡献：即使对于球形原子核也存在的粒子依赖基线，以及在夸克-胶子等离子体演化过程中产生的形变引起的修正。通过以球形构型进行归一化，可以去除前一种贡献并分离出后一种贡献，从而直接比较不同强子种类如何传递形变信息。

尽管 $r_{2,\ 2}(p_T)$ 在实验上比正文中使用的双粒子系数 $r_2(p_T)$ 更难测量，但它对形变相关响应的灵敏度更高。如图 9所示，利用式（10）得到的相应已鉴别粒子比，

$$R^{(2)}_{\pi,h}(p_{\rm T}) = \frac{r^{\pi}_{2,2}(p_{\rm T})}{r^{h}_{2,2}(p_{\rm T})} = \frac{\langle v_2^2(p_{\rm T})\rangle_h \langle V_2^2 V_2^*(p_{\rm T})^2\rangle_\pi}{\langle v_2^2(p_{\rm T})\rangle_\pi \langle V_2^2 V_2^*(p_{\rm T})^2\rangle_h} \quad (11)$$

呈现出与 $r_2(p_T)$ 中观察到的相同定性粒子种类依赖性，形变效应在 π介子、K介子和质子的相对响应中更加明显。尤其是，四粒子观测量保留了介子与重子响应之间的差异，并重现了形变诱导结构的特征性动量依赖性。

这一吻合为通过双粒子去相关识别出的粒子种类依赖性形变敏感性提供了更高阶的交叉验证。

对于中等形变，已鉴别粒子 h 的因子化破缺系数可围绕球形构型展开为

$$r_h(\beta_2,\gamma) = r_h(0) + A_h(p_T)\beta_2^2 + B_h(p_T)\beta_2^3\cos(3\gamma) + C_h(p_T)\beta_2^4, \quad (12)$$

其中，$r_h(0)$ 表示相应的球形结果（$r^h_{2;0}$ 或$r^h_{2,\ 2;0}$）。定义无量纲单粒子响应系数

$$a_h = \frac{A_h}{r_h(0)}, \qquad b_h = \frac{B_h}{r_h(0)}, \qquad c_h = \frac{C_h}{r_h(0)}, \quad (13)$$

可得

$$\frac{r_h(\beta_2,\gamma)}{r_h(0)} = 1 + a_h\beta_2^2 + b_h\beta_2^3\cos(3\gamma) + c_h\beta_2^4. \quad (14)$$

归一化物种响应是两个此类展开式之比，

$$\frac{R_{\pi,h}(\beta_2,\gamma)}{R_{\pi,h}(0)} = \frac{r_\pi/r_\pi(0)}{r_h/r_h(0)}. \quad (15)$$

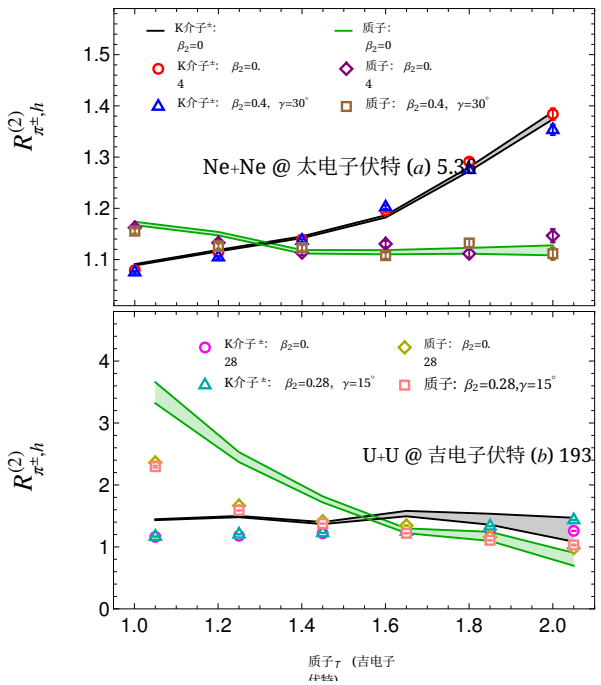

图 9. 与图 3 相同，但对应 $r_{2,\ 2}(p_T)$。在 Ne+Ne 碰撞中，低 p_T 时不同核构型几乎无法区分，只有在高动量时才会分开，这表明结构信息主要编码在高-p_T 区域。相比之下，U+U 碰撞对初始形变的响应更强且出现得更早。π介子–K介子比随横动量增加，而π介子–质子比则逐渐趋近于 1，随后趋于饱和，从而形成介子与重子响应轨迹之间的特征性交叉。交叉区域从 Ne+Ne 到 U+U 的移动，反映了碰撞系统和能量对夸克胶子等离子体将初始核几何传递至已识别粒子关联的过程所产生的影响。

将展开一致地进行至 β_2 的四阶，得到

$$\frac{R_{\pi,h}(\beta_2,\gamma)}{R_{\pi,h}(0)} = 1 + \delta A_{\pi,h}(p_T)\beta_2^2 + \delta B_{\pi,h}(p_T)\beta_2^3\cos(3\gamma) + \delta C^{\rm eff}_{\pi,h}(p_T)\beta_2^4, \tag{16}$$

其中

$$\delta A_{\pi,h} = a_\pi - a_h, \tag{17}$$

$$\delta B_{\pi,h} = b_\pi - b_h, \tag{18}$$

$$\delta C^{\rm eff}_{\pi,h} = c_\pi - c_h + a_h^2 - a_\pi a_h = c_\pi - c_h - a_h\delta A_{\pi,h}. \tag{19}$$

因此，虽然粒子种类比的二次和三次系数只是相应单粒子响应系数之差，但其四次系数还包含一个由分母展开产生的附加项。我们将这个完整的四阶系数记为 $\delta C^{\rm eff}_{\pi,\ h}$。图11 和14所示的归一化粒子种类响应分解中，正是这个有效系数发挥作用。

因此，系数$\delta A_{\pi,\ h}$、 $\delta B_{\pi,\ h}$和$\delta C^{\rm eff}_{\pi,\ h}$ 并不表示单个粒子的形变敏感性。相反，它们量化了两种粒子在传递初始核几何的四极和三轴分量时的竞争。正值表示π介子比粒子 h更有效地保留相应的形变模式，而负值则意味着相反的情况。

已鉴别粒子响应的形变展开。– 为阐明式（6）中归一化响应的来源，我们首先考察单个已鉴别粒子退关联的形变依赖性。图 10 展示了在中心^{238}U+^{238}U 碰撞中，π介子、K介子和质子的式（12）展开随 p_T 的变化，其中包括 r_2 和 $r_{2,\ 2}$两种情形。面板 (a)–(f) 在 $\gamma = 0°$条件下比较两种四极形变 $\beta_2 = 0.16$和 0.34；面板 (g)–(l) 则在固定 $\beta_2 = 0.28$时比较轴对称极限和最大三轴极限，即 $\cos(3\gamma) = 1$ 和 -1。

对于四极形变扫描，形变响应可以按 β_2 的幂次展开为

$$\frac{r(\beta_2)}{r(0)} - 1 = a_h(p_T)\beta_2^2 + b_h(p_T)\beta_2^3 + c_h(p_T)\beta_2^4. \tag{20}$$

π介子的响应随动量平滑变化，其系数的动量依赖性可用相对较低阶的 p_T 来描述。K介子，尤其是质子，响应中呈现更显著的动量结构，需要采用更高阶的 p_T 参数化。无论是 r_2 [面板 (a)–(c)] 还是 $r_{2,\ 2}$ [面板 (d)–(f)]，，都能观察到这一行为；四粒子去相关所显示的形变响应显著更大。

在固定 β_2 时，对于所研究的三轴度扫描，拟合得到的四次贡献在数值上可忽略不计。因此，主导形变响应可以近似表示为

$$\frac{r^h(\beta_2,\gamma)}{r^h(0)} - 1 \simeq a_h(p_{\rm T})\beta_2^2 + b_h(p_{\rm T})\beta_2^3\cos(3\gamma). \tag{21}$$

因此，在此阶上，三轴度依赖性由三次贡献决定，而二次项则提供与 γ 无关的背景。面板 (g)–(l) 显示，将 $\cos(3\gamma)$ 从 1 改为 -1，只会适度改变 π介子和 K介子的响应；相比之下，质子响应表现出更显著的依赖性，尤其是在低动量和中等 p_T 区域。对于 r_2 和 $r_{2,\ 2}$，也观察到了相同的定性粒子种类层级；而对于 $r_{2,\ 2}$，响应幅度则有所增强。这些结果表明，对于不同的已鉴别粒子，乘在允许的形变结构前的系数具有不同的动量依赖性。

对于数值参数化，π介子的系数可用 p_T 的二次多项式充分描述。对于 β_2 扫描，K介子和质子响应更强的动量依赖性要求包含相应项

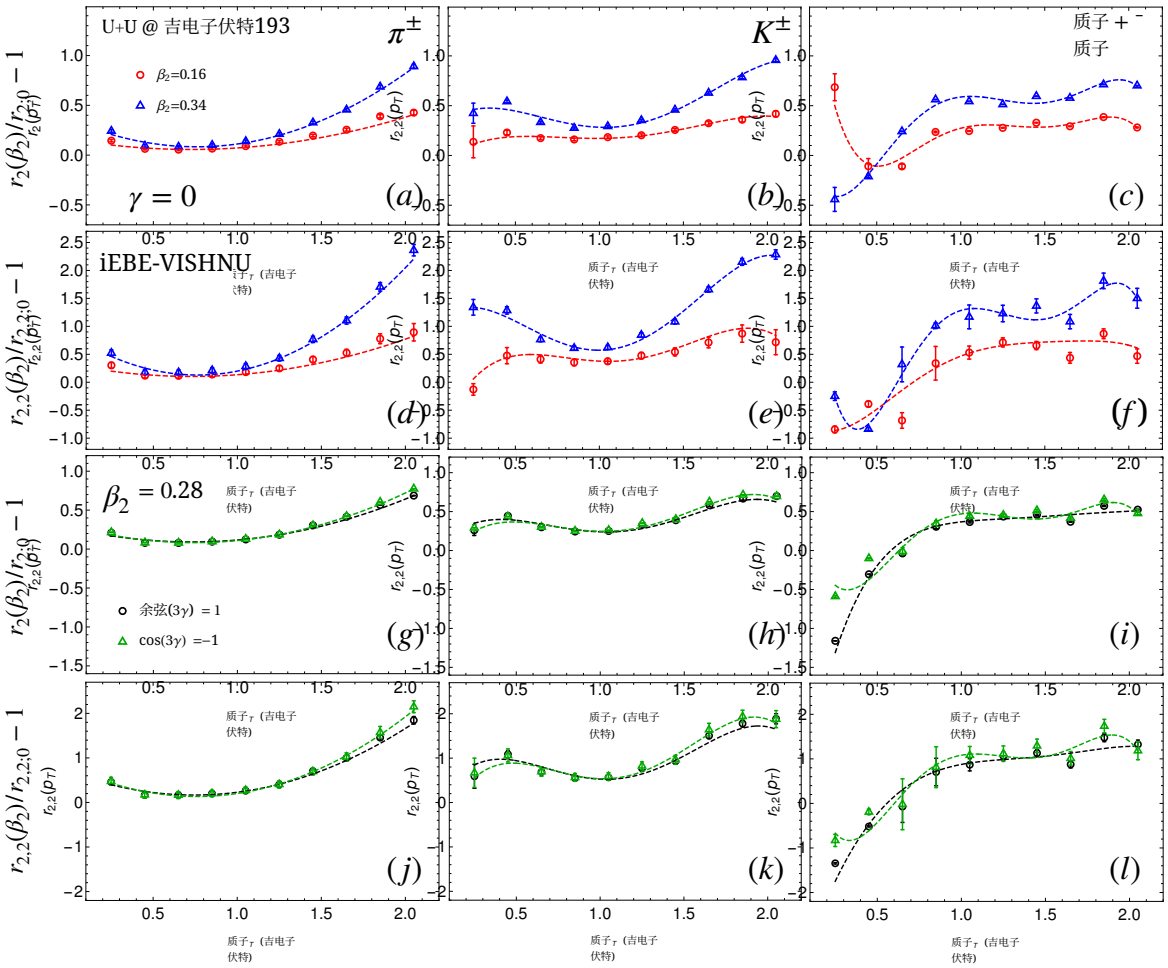

图1 0. 中心U ^{238}U+^{238}碰撞中已识别π介子、K介子和质子的形变诱导响应 $r(\beta_2,\ \gamma)/r(0) - 1$ 的动量依赖性。面板(a)–(c)展示 $\beta_2 = 0.16$ 和0.34处的双粒子去相关 r_2，其中 $\gamma = 0°$；面板(d)–(f)展示相应的四粒子去关联$r_{2,\ 2}$。面板(g)–(i)展示固定 $\beta_2 = 0.28$ 时、cos(3γ) $= 1$ 和 -1处的 r_2，面板(j)–(l)展示相应的$r_{2,\ 2}$结果。虚线表示正文中描述的形变展开参数化。形变响应呈现出明显的粒子与动量依赖结构，并且在四粒子去关联中有所增强。

，其在 p_T 中最高达到四阶，包括 β_2^4 贡献。对于三轴扫描，K介子使用四阶多项式即可，而质子响应则需要最高达到五阶的项。这些多项式阶数应被理解为对模拟的 p_T 依赖性的便捷参数化，而不是额外的形变模式。

需要注意的是， $b_h(p_T)$ 是内禀响应系数，对于轴对称原子核并不为零。在 $\gamma = 0°$ 时，cos(3γ) $= 1$，因此三次贡献为 $b_h(p_T)\beta_2^3$。因此，对 β_2 的扫描同时包含二次和三次形变响应（以及在需要时的四次贡献），而在固定 β_2 的情况下改变 γ，则会通过 cos(3γ) 调制三次项。这种分离使得能够在已鉴别粒子响应中独立追踪四极矩大小和三轴形变贡献。

图11将依赖于形变的响应分解为各个独立贡献，并为公式（6）提供理论基础。对于 $\gamma = 0°$，归一化响应包含三个形变项：δA_π、$_h\beta_2^2$、δB_π、$_h\beta_2^3$和$\delta C_\pi^{\mathrm{eff}}$、$_h\beta_2^4$。我们强调， c_h 和$\delta C_\pi^{\mathrm{eff}}$、$_h$含义不同：前者是单粒子种类响应的内禀四次系数，后者则是对两种粒子的比值进行归一化后得到的完整四次系数。如图11(a)和(b)所示，在所考察的动量范围内，这些贡献各自都相当显著，并发生了大幅抵消。对于图11(b)中的四粒子构造，在 $\beta_2 = 0.28$ 和 $p_T = 1$ 吉电子伏特处，π介子–K介子贡献分别约为 -2.00、$+3.47$和 -1.64，而相应的π介子–质子贡献分别约为 -3.40、$+6.78$和 -3.59。这些贡献相互抵消后，得到小得多的净形变响应

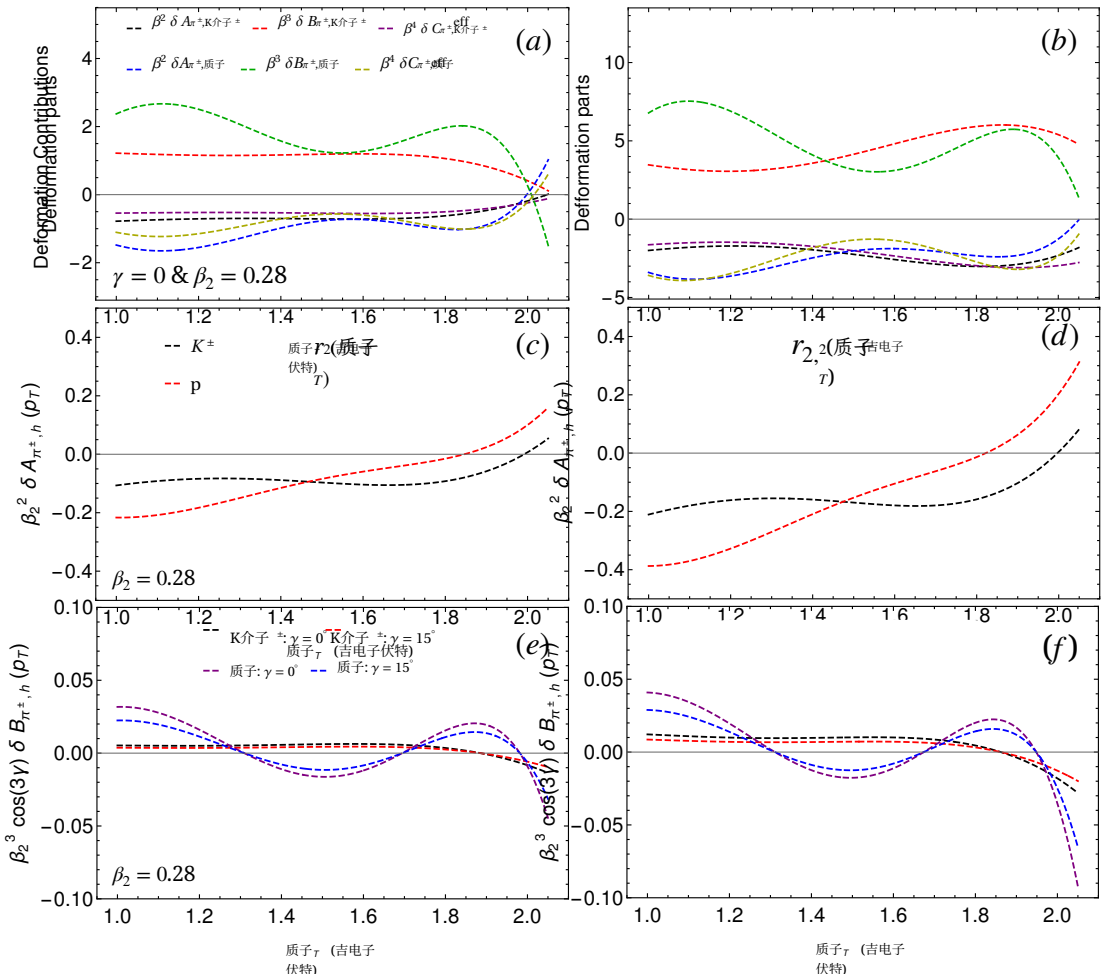

图 11. 中心 ^{238}U+^{238}U碰撞中，进入归一化已鉴别粒子响应函数的形变相关项的分解。图(a)和(b)分别展示了在 $\gamma = 0°$ 处，对于 $r_2(p_T)$和$r_{2,2}(p_T)$，π介子–K介子响应和π介子–质子响应中各个 β_2^2、 β_2^3和 β_2^4 贡献。图(c)和(d)分别展示了在 $\beta_2 = 0.28$处，K介子和质子在 r_2 和$r_{2,2}$中的二次贡献$\delta A_{\pi^\pm,h}(p_T)\beta_2^2$ 的动量依赖性。图(e)和(f)展示了相应的三轴贡献$\delta B_{\pi^\pm,h}(p_T)\beta_2^3\cos(3\gamma)$，分别对应 $\gamma = 0°$ 和 $15°$。介子和重子的形变项之间显著的抵消及其不同的动量依赖性，导致了图4中归一化响应的非单调结构；相应的$r_{2,2}$贡献呈现出相同的结构，但具有增强的形变敏感性。

如图4(b)和(f)所示。随着 p_T 增大，三个项之间的平衡发生变化，使归一化响应上升并越过1。因此，四次项对于重现完整的动量依赖关系是必不可少的，尤其是在质子通道中。对于 r_2 和$r_{2,2}$也能发现相同的分解，其中后者表现出更强的形变敏感性。

对于固定的 β_2， γ的依赖关系由三轴贡献$\delta B_{\pi,h}\beta_2^3\cos(3\gamma)$支配，而二次贡献与 γ无关。图11(c)和(d)表明，K介子和质子的二次贡献呈现出不同的动量依赖关系；三轴贡献对K介子而言相对较小，但对质子则显著增大并改变符号

随动量变化。由此产生的相互作用解释了在更高 p_T处质子响应中三轴构型之间更强的分离。图11（e）和（f）展示了四粒子去关联的相应行为，其中相同的形变结构得到了增强。因此，粒子依赖响应源于多种形变贡献之间动量依赖的竞争，这为主分析中采用的互补性介子和重子响应提供了基础。

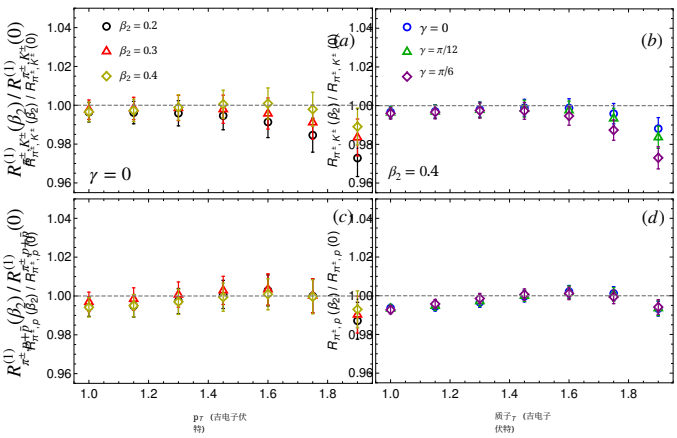

图12。由 $r_2(p_T)$构造的归一化已鉴别粒子响应函数，适用于中心 ^{20}Ne+^{20}Ne碰撞，能量为$\sqrt{s_{\rm NN}} = 5.36$ 太电子伏特。面板(a)和(c)分别展示不同 β_2 at γ =0°时的π介子–K介子和π介子–质子响应，而面板(b)和(d)展示固定 $\beta_2 = 0.4$时相应的三轴形变依赖。尽管形变导致的偏离1的幅度仅处于百分比水平，但其鲜明的动量依赖性和粒子种类依赖性揭示了直接粒子种类比值的相对修正，这些比值决定了图5中的交叉坐标。

已鉴别粒子响应的起源：^{20}Ne+^{20}Ne

对^{20}Ne+^{20}Ne碰撞所得的紧凑交叉坐标图值得进一步研究。如正文所示，单粒子已鉴别粒子去相关的形变依赖性明显弱于 ^{238}U+^{238}U，而交叉坐标仍然对 β_2 和γ都很敏感。图12–14阐明了这两种观察结果如何相互协调。关键在于，在轻核体系中，核形变会对单粒子去相关产生相对较小、但强烈依赖于动量和粒子种类的修正。在粒子种类之间构造比值会抑制它们的共同响应，同时保留差异性的形变依赖性；这种依赖性的动量演化会改变直接粒子种类比，进而使其交叉坐标发生偏移。

图12 展示了归一化已鉴别粒子响应函数

$$\frac{R^{(1)}_{\pi,h}(\beta_2,\gamma)}{R^{(1)}_{\pi,h}(0)}, \qquad h = K, p,$$

由双粒子去相关 $r_2(p_T)$构造。对于四极和三轴扫描，在所显示的动量范围的大部分区间内，这些比值都接近于1。在 $\gamma = 0°$处，直到 $p_T \simeq 1.7$ 吉电子伏特，π介子–K介子响应与1的差异小于约1%。

在动量范围的上限附近，这种差异变得更加明显；在 $p_T \simeq 1.9$ 吉电子伏特处，对于 $\beta_2 = 0.2$、0.3和0.4，其响应分别约为0.973、0.984和0.988。π介子–质子响应在相同区间内对 β_2 的依赖性甚至更弱。

在固定 $\beta_2 = 0.4$时，三轴性也会产生类似的微小但系统性的结构。π介子–K介子曲线在低动量和中等p_T 下几乎重合，但随着动量升高逐渐分开。在约 $p_T \simeq 1.9$ 吉电子伏特处，对于。987，响应从 $\gamma = 0°$ 降至 ~ 0.983；对于 $\gamma = 15°$ 则为$\sim$ 0.973 ，而对于 $\gamma = 30°$则为。相比之下，π介子–质子响应更接近1，且三轴分裂明显更弱。因此， $R^{(1)}_{\pi}$ 中的形变信号h 幅度虽小，却并非毫无特征：其符号、动量依赖性和形变依赖性在π介子–K介子通道与π介子–质子通道之间各不相同。正是这种差异结构决定了两个响应函数的交点位置，进而决定图5所示的交叉坐标。

为理解这种剩余响应的起源，图13 展示了各已鉴别粒子的去相关在计算不同粒子种类之间的比值之前，因形变引起的修正，

$$\frac{r_2^h(\beta_2,\gamma;p_T)}{r_{2,0}^h(p_T)} - 1, \qquad h = \pi, K, p.$$

图中各面板标示的尺度因子十分重要：π介子的修正处于 10^{-3} 量级，而K介子和质子的修正可达到 10^{-2} 量级。因此，图13 与图2中所示单个 $r_2(p_T)$分布对形变的弱依赖性在定量上相符。2。

在 $\gamma = 0°$处进行的四极形变扫描中，π介子的修正量在所示动量范围内始终低于约 6×10^{-3}。它在中等 p_T 处呈现一个较浅的极小值，随后随动量增大而上升；在 $p_T \simeq 1.8$ 吉电子伏特处， $\beta_2 = 0.2$ 时约为 5.8×10^{-3}，$\beta_2 = 0.4$ 时约为 4.1×10^{-3}。相应的K介子响应更大，且非单调性更明显。例如，对于$\beta_2 = 0.4$，在低 p_T处约为 2.4×10^{-2}，随后在 $p_T \simeq 0.6$–1.4吉电子伏特附近下降至几个 10^{-3}，并在动量范围的上端再次上升至约 8×10^{-3}。质子通道在低p_T 处的修正更为显著：对于 $\beta_2 = 0.2$ ，在最低动量处达到约4.6×10^{-2}，随后迅速下降，在中等 p_T处降至几个10^{-3} 的量级。

这些结果揭示了轻核响应的一个重要特征。单独的 $r_2(p_T)$ 分布中观察到的弱形变依赖性，并不意味着所有已鉴别粒子的响应都相同。相反，π介子、K介子和质子的分数修正各不相同，且随 p_T 的变化方式也不同。由于 $R^{(1)}_{\pi,\,h} = r_2^{\pi}/r_2^{h}$,

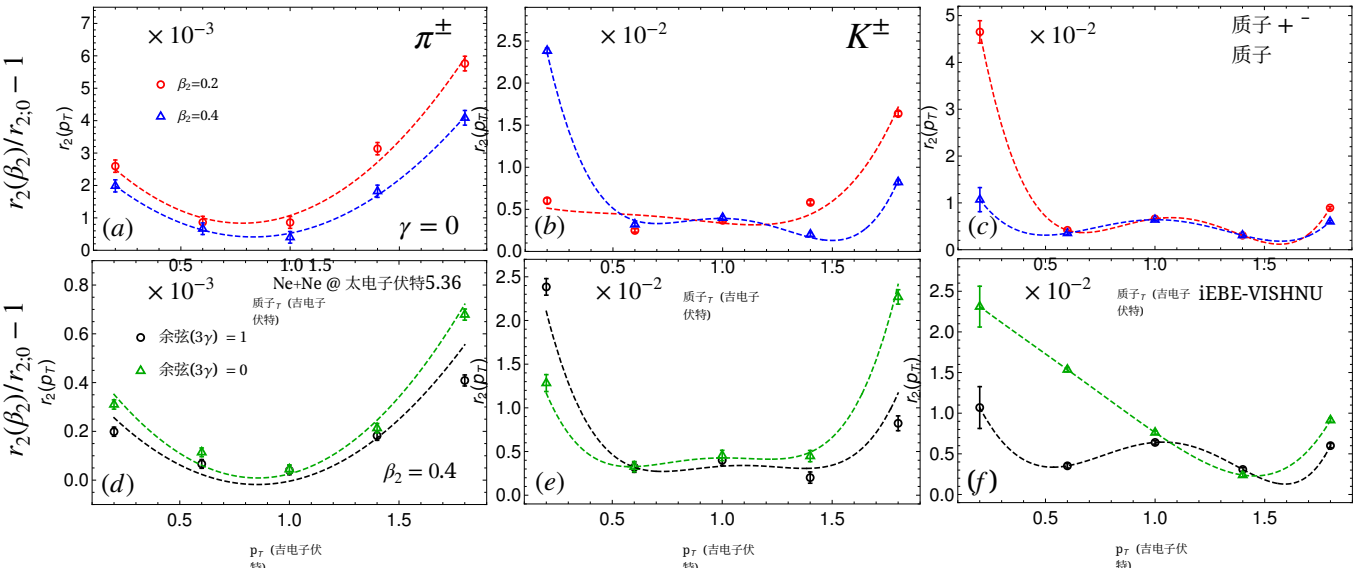

图13. 中心碰撞中各已识别粒子双粒子流退相关的形变诱导的分数修正 ^{20}Ne+^{20}Ne碰撞，能量为 $\sqrt{s_{\rm NN}} = 5.36$ 太电子伏特， $r_2(\beta_2,\ \gamma)/r_{2,\ 0} - 1$。面板(a)–(c)分别展示π介子、K介子和质子的四极响应，取值为 $\gamma = 0°$；面板(d)–(f)则展示固定 $\beta_2 = 0.4$时的三轴响应。请注意不同的纵轴比例因子：π介子修正处于 10^{-3} 水平，而K介子和质子的响应达到 10^{-2} 水平。不同粒子种类之间不同的动量依赖性，产生了图12相对响应中残留的小幅非普适分量。

对两种粒子产生相似影响的贡献在比值中受到抑制，而它们形变响应之间的差异则得以保留。因此，图 12 中接近 1 的数值，量化的是形变响应中较小的非普适部分，而非两种粒子各自所受的绝对形变效应。

图中下方面板13 表明，同一机制也适用于三轴性。在固定 $\beta_2 = 0.4$时，将 $\cos(3\gamma) = 1$ 改为 $\cos(3\gamma) = 0$ 会改变各个去关联的幅度和动量依赖性。对于π介子，这一效应仍处于百分比以下水平，但对K介子和质子则达到百分比水平。尤其是，K介子的变化在低、高 p_T动量处都相当显著，而质子响应在低动量处表现出明显的三轴分裂。因此，尽管形变修正的绝对值仍然不大，但不同粒子种类间不同的动量演化会产生图12中观察到的差分响应。

图14所示的形变展开可以更直接地用来考察其非平凡动量依赖性的起源。14。(a)图分别展示了 $\beta_2 = 0.3$的三项贡献。一个显著特点是，由于各项的符号和动量依赖性不同，单独各项的数值可能远大于最终响应。在高 p_T处的 π介子–质子道中，这一点尤为明显：三次项迅速增大，在 $+0.5$ 附近$p_T \simeq 2.05$ 吉电子伏特处达到约，而二次项和四次项则变为负值，分别约为 -0.35 和 -0.2，这两项。因此，最终响应受到形变展开不同阶之间显著抵消的影响。π介子–K介子道也呈现类似的竞争，不过三项之间的平衡有所不同。

面板(b)和(c)尤其清楚地展现了这种抵消的粒子种类依赖性。随着 p_T增大，π介子–K介子响应的二次贡献变得越来越负，在 $p_T \simeq 2.05$ 吉电子伏特处达到约 -2.5×10^{-2}；而相应的π介子–质子贡献在大部分动量范围内都小得多。这种层级关系在三次项中依然存在。在π介子–K介子道中，该项变为正值，并在超过 $p_T \simeq 1.5$ 吉电子伏特后迅速上升；当 $\gamma = 0°$ 接近范围上限时，达到约 1.1×10^{-2}。相比之下，π介子–质子贡献在区间的大部分范围内接近于零，并在高 p_T处改变符号。

有趣的是，这一层级关系与 U+U 在图中的结果恰好相反。11在那里，形变依赖的相对响应在 π介子–质子道中更为显著；而在 Ne+Ne、 $\sqrt{s_{\rm NN}}$ =5.36 太电子伏特时，π介子–K介子道则具有更大的二次贡献和三轴贡献。因此，承载残余形变信息最显著的粒子种类并非普遍不变。相反，介子和重子的相对响应取决于碰撞的动力学尺度，包括系统大小和碰撞能量。这一观察与交叉坐标构造尤为相关，因为 $P_{\rm cross}$ 由

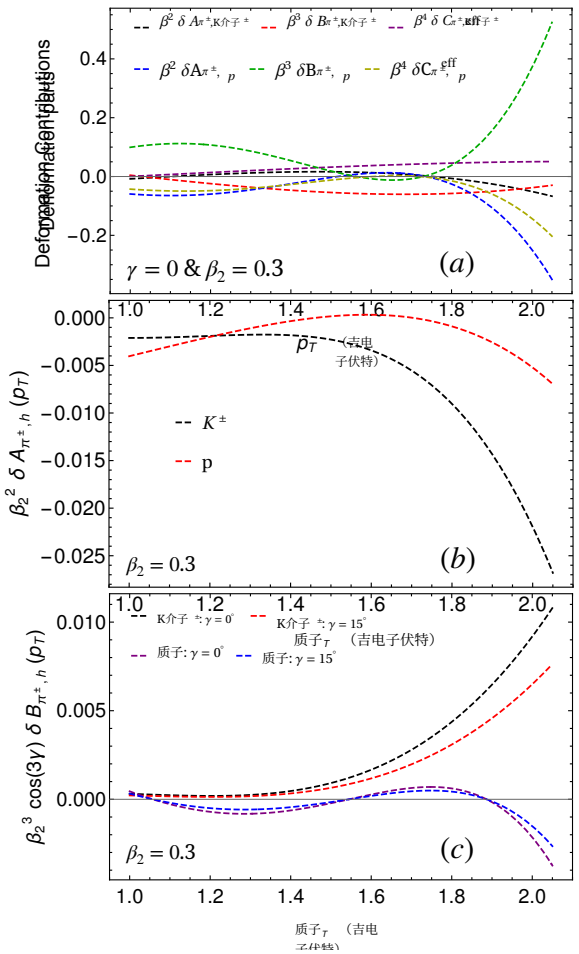

图14. 在$\sqrt{s_{\rm NN}}$ = 5.36 太电子伏特的中心 ^{20}Ne+^{20}Ne碰撞中，形变相关的归一化粒子响应的分解。(a)面板展示了在 β_2 = 0.3 和 γ = 0°处，π介子–K介子道与π介子–质子道中各个$\beta_2^2\delta A_{\pi,\,h}$、$\beta_2^3\delta B_{\pi,\,h}$以及$\beta_2^4\delta C_{\pi}^{\rm eff}$、$_h$ 贡献。(b)面板展示了二次贡献$\beta_2^2\delta A_{\pi,\,h}(p_T)$，而(c)面板展示了三轴项 $\beta_2^3\cos(3\gamma)\,\delta B_{\pi,\,h}(p_T)$，对应 γ = 0° 和 15°。粒子响应的微小净值源于各个较大形变项之间显著的动量依赖的抵消。K介子和质子的不同符号及动量依赖性，是图5中形变相关交叉坐标的微观起源。

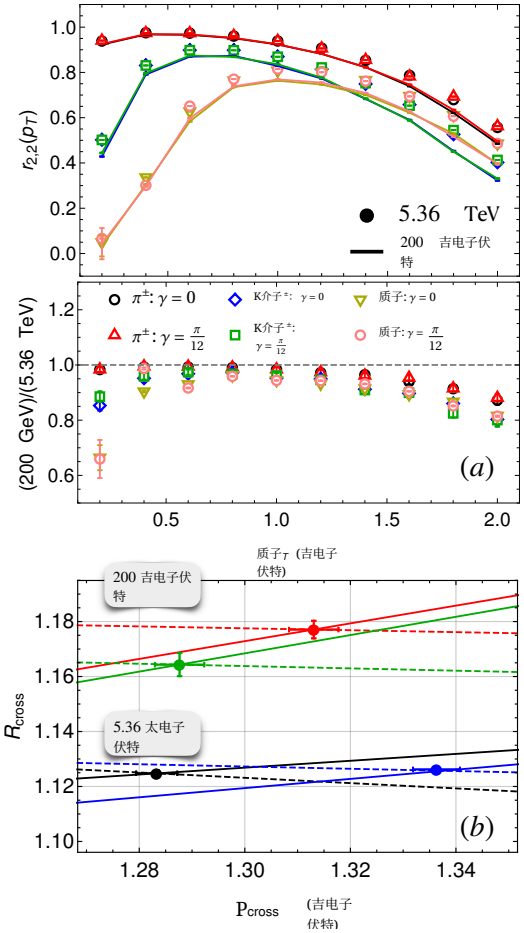

图15. 中心 ^{20}Ne+^{20}Ne 碰撞中已识别粒子去关联和交叉坐标的碰撞能量依赖性。面板(a)比较了在 $\sqrt{s_{\rm NN}}$ = 5.36 和 200 吉电子伏特能量（曲线）时的 $r_{2,2}(p_T)$；下方面板显示二者的比值。面板(b)展示了相应的交叉坐标。降低碰撞能量会使交叉图发生偏移，并反转 $P_{\rm cross}$中三轴位移的方向，这反映了π介子–K介子和π介子–质子响应在交点附近的相对关系随能量发生变化。尽管如此，两种核构型仍然彼此分离，表明 $C_{\rm cross}$ 对内禀核几何的敏感性在不同碰撞能量下依然存在。

由这两种粒子响应道之间的竞争决定。

这一层级关系对能量的依赖，自然引出了下文的研究。如图15所示，将 Ne+Ne 碰撞能量从 5.36 TeV 降至 200 GeV，会改变 $R_{\pi,\,K}$ 和 $R_{\pi,\,p}$ 的相对斜率，进而改变交叉坐标随三轴性变化的方向。在 5.36 TeV 下，将 γ 从 0° 增至 15°，会使 $P_{\rm cross}$从 1.2833 GeV 移至 1.3213 GeV；而在 200 GeV 下，同样的变化会使其反向移动，从 1.3130 GeV 移至 1.2876 GeV。相应地，$R_{\rm cross}$ 从 1.1248 变为 1.1262 在 5.36 TeV 下，以及在 200 GeV 下从 1.1770 变为 1.1643。因此，图 14 中观察到的 K介子主导的形变响应，是已鉴别粒子响应随能量发生更广泛重组的一部分，而非轻核的一般属性。

图12–14因此揭示了紧凑 Ne+Ne 交叉图的微观起源。核形变会对单粒子退相关产生幅度不大但因粒子种类而异的修正，见图 13；它们的共同成分在粒子比值中大多被抑制，只留下图12所示的微小差分响应。图 14 表明，这种剩余响应源

于动量依赖的竞争，这种竞争发生在 β_2^2、 $\beta_2^3\cos(3\gamma)$ 和 β_2^4 各项贡献之间，其中 π 介子 –K 介子道在 Ne+Ne 、5.36 太电子伏特时起主导作用。由于 π介子–K介子道与 π 介子 – 质子道之间的平衡会随碰撞尺度而变化，它们的交点不仅能反映内禀几何形状，也能揭示这种几何形状如何经由夸克胶子等离子体传输。图 15中的能量依赖性研究直接检验了这一解释。

交叉坐标的碰撞能量依赖性

前面的分析表明，交叉坐标源于已鉴别粒子响应之间与动量相关的竞争。因此，很自然会问，这种映射是否会随碰撞能量而改变。图15 比较了 ^{20}Ne+^{20}Ne 碰撞在 $\sqrt{s_{\rm NN}} = 5.36$ 太电子伏特和 200 GeV 下对于 $(\beta_2, \gamma) = (0.4, 0°)$ 和 $(0.4, 15°)$ 的结果。

如图 15(a) 所示，降低碰撞能量会改变已鉴别粒子去相关的幅度和 p_T 依赖性。这些变化对于 π介子、K介子和质子并不相同，因此会改变两种响应相交的动量区间内 $R_{\pi,K}(p_T)$ 和$R_{\pi,p}(p_T)$ 的相对斜率。因此，交叉坐标不仅反映形变响应的幅度，也反映其随能量变化的动量演化。

图中清楚地显示了这一现象。15(b)。在 $\sqrt{s_{\rm NN}} =$ 5.36 太电子伏特下，轴对称构型和三轴构型给出

$$C_{\rm cross}(0.4, 0°) = (1.2833,\ 1.1248), \tag{22}$$
$$C_{\rm cross}(0.4, 15°) = (1.3213,\ 1.1262), \tag{23}$$

分别。因此，三轴性主要使交点向较大的 $P_{\rm cross}$ 方向移动 $\Delta P_{\rm cross} \simeq +0.038$吉电子伏特，而其大小仅发生微小变化 $\Delta R_{\rm cross} \simeq +0.0014$，在其大小方面。在 200 GeV 时，相应的坐标变为

$$C_{\rm cross}(0.4, 0°) = (1.3130,\ 1.1770), \tag{24}$$
$$C_{\rm cross}(0.4, 15°) = (1.2876,\ 1.1643). \tag{25}$$

形变轨迹发生了定性变化：增大 γ 现在会使交点向较小动量方向移动至 $\Delta P_{\rm cross} \simeq -0.0254$ GeV，同时 $\Delta R_{\rm cross} \simeq -0.0127$显著减小。因此，三轴性的响应从 5.36 太电子伏特下交叉坐标平面中的近乎水平位移，转变为 200 GeV 下两个坐标的相关变化。

这一现象的根源可追溯至已鉴别粒子响应所依赖的能量变化。如图所示15(a)，降低碰撞能量会改变其大小和 p_T 依赖性，且对 π介子、K介子和质子产生不同影响。由于 $C_{\rm cross}$ 由$R_{\pi,K}(p_T)$ 与 $R_{\pi,p}(p_T)$ 的交点确定，其位置对交点附近这两种响应的相对数值和斜率十分敏感。图 12–14 中分析的形变贡献在 Ne+Ne 中较小且强烈依赖于动量；因此，其相对平衡随能量发生变化，不仅会改变形变所致位移的大小，还会改变其在 $(P_{\rm cross}, R_{\rm cross})$ 平面中的方向。

有趣的是，200 GeV 的轨迹在定性上与图 ^{238}U +^{238}U 中 193 GeV 时观察到的行为相似：在固定β_2 的情况下，增大三轴性也会使交叉点朝较小的 $P_{\rm cross}$ 移动，同时 $R_{\rm cross}$发生变化。这一比较表明，Ne+Ne 在 5.36 太电子伏特下的交叉图，其朝向并非仅由核尺寸决定，还反映了初始几何结构向已鉴别强子的集体映射随能量而变。因此，尽管 $C_{\rm cross}$ 的位置绝对值和形变轨迹取决于碰撞能量，但其对内禀核几何的敏感性依然存在。