arXiv:2611.31028v1 [physics.flu-dyn] 23 Nov 2026

被动俯仰自推进串列扑翼的流体动力学相互作用

Maximilian Schenk[a]、Gonzalo Arranz[b]、Oscar Flores[c]、
Manuel Moriche[a] 和 ManuelGarc´ıa-Villalba[a]

[a] *Institute of Fluid Mechanics and Heat Transfer、 TU Wien、 Vienna、 Austria*
[b] *Graduate Aerospace Laboratories、 Caltech、 Pasadena、 California、 USA*
[c] *Aerospace Engineering Department、 Universidad Carlos III de Madrid、 Spain*

摘要

我们模拟了两个有限展长、共线排列的自推进三维扑翼，它们由具有相位差 $\Delta\phi$的正弦升沉运动驱动。俯仰为被动模式，由流固耦合控制，并受到扭转弹簧的阻碍。我们首先考虑弹簧刚度相同的情况，并将其设定为能够使孤立扑翼推进速度最大化的数值。在允许这对扑翼自行调整位置的情况下，我们考察了完整相位差范围内的平衡距离、推进速度、输入功率和效率。无论相位差如何变化，这对扑翼都会达到稳定平衡，以共同的推进速度前进，并保持一个随 $\Delta\phi$近似线性增加的平衡距离。领航者基本不受跟随者存在的影响，其性能与孤立扑翼相近；而跟随者在所有情况下都需要更多功率。这部分额外功率抵消了推进速度的小幅提升，因此，与孤立扑翼相比，串列构型通常没有效率优势，只有在中等相位差下才能达到相当的效率。对于相同刚度的情况，跟随者的功率惩罚与其俯仰振幅因领航者尾流而减小有关，而其俯仰相位相对于孤立扑翼几乎没有变化。在将领航者的刚度保持在使其孤立推进速度最大化的数值时，我们通过在范围 $0.8 \leq \tilde{\kappa} \leq 1.2$内独立调节跟随者的刚度比 $\tilde{\kappa}$，研究能否改善串列性能。降低跟随者刚度会减少其功率需求，并使串列效率提高一个几乎与相位无关的幅度，同时不会显著影响平衡距离或推进速度。对于所研究的最软跟随者，在整个相位差范围内，串列构型的效率都高于孤立扑翼；当 $\Delta\phi \geq 90°$时，效率增益约为 2–3%。

1 引言

自然界中的集群运动，例如群游鱼类和集群鸟类所展现的现象，令人信服地表明身体之间的水动力相互作用能够显著影响其推进性能的示例（Ligman 等，2024；Ko等，2023；Timm等，2024；Flores 和 Garc´ıa-Villalba，2025；Kanso，2027）。在此类构型中，每个身体都处于由其邻近个体改变的流场内，从而产生可加以利用的集群效应，与孤立身体相比，这些效应可能增强推进性能。Weihs（1973）预测，排列成菱形队形的鱼群可以利用前方个体涡旋尾流产生的诱导速度，从而降低游泳能耗。尽管群游行为的生物学驱动因素仍是一个活跃的研究领域，但集群运动的流体动力学优势

已在多种生物和机器人系统中得到证实（Weimerskirch 等人，2001；Becker 等人，2015）。运动中的游动体会脱落形成一列涡旋，其在后随体处产生的诱导速度可能与后随体的运动方向一致，也可能与之相反。根据这种对齐关系，同一组涡旋可能降低或增加跟随者所需的功率，因此结果取决于相互作用的时序（Boschitsch 等人，2014；Li 等人，2020）。例如，一条在圆柱体后方游动的鳟鱼会调整其身体运动，以适应迎面而来的涡旋并减少肌肉活动，这种行为被称为 K´arm´an 步态（Liao 等人，2003a,b）。Beal 等人（2006）观察到，一条置于圆柱体后方的死鱼能够在其柔性身体与迎面而来的涡旋发生共振时克服自身阻力。这一结果表明，与来流尾流的有利相互作用不仅取决于尾流本身，还取决于身体对非定常强迫的被动动力响应。当身体固定在自由来流中时，可以对其相互作用条件进行控制。间距和规定运动之间的相位是相互独立的参数，可以对其进行调节，使跟随者从迎面而来的涡旋中提取能量（Muscutt 等人，2017；Kurt 和 Moored，2018）。对于系留的三维鱼形游动体，Zhou 等人（2025）发现，改变相位差主要会使推力增强区域沿流向发生偏移，因此，间距和相位可以作为相互替代的参数。

对于串列构型中的两个扑动翼片，大多数研究考察的是两个翼片均在均匀自由来流中进行预设运动的构型。这种设置可以独立控制两个物体的相对运动，从而能够研究翼片间距和运动之间的相位差等参数的影响。Boschitsch 等人（2014）表明，前置翼片的性能几乎不受跟随者存在的影响，而跟随者的推力和效率则随流向间隙和相位差发生显著变化。根据这两个参数的不同，跟随者的性能相较于孤立翼片可能得到改善，也可能变差。其他串列构型的研究也报告了类似趋势（Muscutt 等人，2017；Kurt 和 Moored，2018）。

当串列构型中的两个翼片可以自主推进时，它们的流向运动源于流体动力的平衡。领航者与跟随者之间的间距由它们之间的流体动力相互作用形成，而跟随者所遇到的流动无法独立控制。这种自组织现象已在多种涉及自主推进翼片的二维构型中得到观察，包括纯升沉运动以及升沉与俯仰组合运动（Zhu 等人，2014；Peng 等人，2018；Lin 等人，2019；Ryu 等人，2020）。在自由游动的扑动翼实验中，Becker 等人（2015）和 Ramananarivo 等（2016）表明，这一组合会采取离散的量子化平衡位置，并锁定在领航者轨迹波长的整数倍处。Newbolt 等（2019）发现，在两个物体的运动之间施加相位差，会使这一平衡距离按比例发生位移，因此，该组合的排列由跟随者遇到领航者尾流时的相位决定。Kanso（2027）最近的综述指出，这种线性的相位—距离关系在刚性和柔性游动体、二维和三维构型以及数值和实验实现中都具有稳健性。该综述还指出，对于相同游动体建立起来的这种被动协调，会对其扑动运动学之间的不匹配十分敏感。在上述研究中，领航者的性能基本不受跟随者存在的影响，而跟随者则会受到领航者尾流的强烈影响。当领航者涡旋诱导的速度与跟随者的运动方向一致时，跟随者所需功率较低；当二者相互对抗时，所需功率较高。跟随者使自身运动与来流涡旋相匹配的机制称为涡旋相位匹配（Li 等人，2020）。对于俯仰翼片的并列组合，当该组合自主推进时，效率增益远小于其处于固定位置时的情况（Ormonde 等人，2024）。上述所有数值自主推进研究均考察了二维构型，其尾流表现为由反向旋转涡旋组成的反向冯·卡门涡街，并在远下游维持狭窄且连贯的推进射流。

另一个方面　　问题中应考虑的一个方面是问题的维数。由于

三维模拟的计算成本很高，现有关于扑翼串列构型的文献大多将问题视为二维问题。即使考虑无限翼展机翼，也可能出现涡量拉伸等三维机制（Moriche 等人，2016）。此外，若考虑有限展长的机翼，则会出现翼尖涡等涡旋结构。典型现象包括尾流相干性降低，导致反向 von K´arm´an 尾流的动量不再集中于中心线，而是向两侧扩散，因而衰减得更快（Buchholz 和 Smits，2008；Gazzola 等人，2011）。因此，三维情况下的水动力收益通常较弱（Arranz 等人，2020）。Kurt 和 Moored（2018）比较了二维翼片与展弦比为 2 的矩形机翼在相同串列布局下的表现，发现翼片具有有限展长后，跟随者的性能趋势会发生变化。完全三维的自推进构型仅偶有研究。Verma 等人（2018）的研究，以及近期对鱼形游动体对的模拟（Huang 等人，2025；Zhou 等人，2025）均由外部控制两个物体的相对位置，而非让其由流动自行形成。Ormonde 等人（2026）让两个三维类金枪鱼游动体沿流向自由运动，并观察到一种稳定的并列队形；这种队形由物体之间的流动导引维持，而非由涡旋–物体相互作用维持。Arranz 等人（2022）模拟了由前缘处规定的升沉运动驱动的两个有限展长弦向柔性板组成的自由游动串列，并发现了与前述二维研究中类似的量子化平衡位置。

据我们所知，所有涉及自主推进翼片的这些研究都为领航者和跟随者赋予了相同的结构特性。然而，被动俯仰扑翼体的刚度决定了其俯仰相对于升沉的时序，进而决定了其与领航者脱落的涡旋相遇时的相位。没有理由认为，对于孤立游动体而言最优的刚度，对于浸没在领航者尾流中的跟随者而言仍然最优。例如，在固定串列机翼系统中，研究发现，当下游物体的结构或几何特性不同于上游物体时，其性能最佳；这种差异可以体现在刚度方面（Mart´ınez-Muriel 等人，2024年），也可以体现在用于产生推力的展弦比方面（Jurado 等人，2022年）。跟随者在其指定运动学方面也可以不同于领航者：使二者的俯仰振幅不匹配，能够提高固定在固定位置的串列构型（Kurt等人，2021）以及自推进串列的群体效率，且后者的队形保持稳定（Han 等人，2025）。以这种方式调节跟随者是否有利于自由游动的双体系统，以及由此形成的队形能否保持稳定，尚未得到研究。

在本研究中，我们通过对一对自推进有限展长扑翼进行直接数值模拟来探讨这些问题。每个扑翼均由预先规定的升沉运动驱动，并可绕其重心自由旋转；重心处的扭转弹簧提供恢复力矩，因此其俯仰源于流固耦合，而非人为施加。扭转刚度设定为单独扑翼推进速度最大时的取值（Schenk 等人，2026年）。在固定该刚度的情况下，我们将领航者和跟随者置于串列构型中，使这一对扑翼自行调整，并针对两个扑翼之间施加的不同相位差，对所得构型及其性能进行表征。通过这一过程，我们检验被动俯仰模型能否捕捉 Arranz 等人 (2022年)研究中弦向柔性扑翼的推进性能。随后，我们独立改变跟随翼刚度而保持领航者刚度不变，以确定这是否能够改善串列构型的性能。

本文其余部分安排如下：第§2 节介绍问题，第§ 3节描述用于解决该问题的数值方法。第§4节展示结果，先讨论扭转弹簧刚度相同的串列构型，随后探讨跟随者刚度变化的影响。第§5节总结全文。

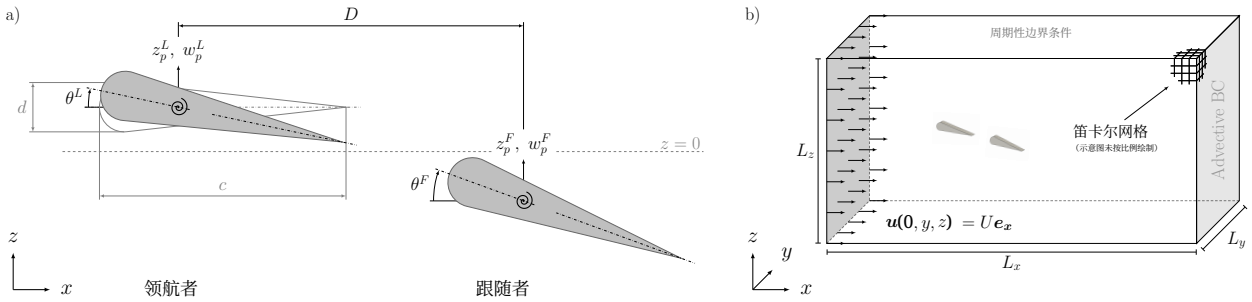

图1：a）问题示意图（按比例绘制），标示扑翼的几何形状、两者之间的距离以及旋转弹簧的驱动点。b）计算域示意图，包括边界条件（BC）。

2 问题描述

如图1a）所示，我们研究两个自推进三维扑翼在串列构型中的水动力相互作用。两个扑翼均浸没在密度恒定、原本静止的流体中，其运动黏度为 ρ_f。流体速度$\mathbf{u}=(u,v,w)$和压力 p 由不可压缩流的纳维–斯托克斯方程支配

$$\nabla\cdot\mathbf{u}=0\,, \tag{1a}$$

$$\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t}+(\mathbf{u}\cdot\nabla)\,\mathbf{u}=-\frac{\nabla p}{\rho_f}+\nu\nabla^2\mathbf{u}\,, \tag{1b}$$

补充　　扑翼表面的无滑移和无穿透边界条件　　s.

扑翼是几何形状相同且密度均匀的刚体 ρ_p，体积为 V_p。我们用J 表示绕穿过质心的展向轴的比转动惯量（单位质量的转动惯量）。扑翼的横截面（沿展长均匀，b）由直径为 d的圆形前缘构成，并与两条直线段相切连接，最终汇合于（尖锐的）后缘。在本研究中，扑翼的最大厚度等于其圆钝前缘的直径，$d=0.2c$，展长为 $b=0.5c$，因此展弦比为 $b/c=0.5$。由此得到的横截面积为$A_c=0.106\,c^2$，扑翼的体积为 $V_p=A_c\,b=0.053\,c^3$。质心$\mathbf{x}_P$距前缘 $0.349\,c$，扑翼的比转动惯量为 $J=0.055\,c^2$。有关几何形状的更多细节，参见Schenk 等人（2026年，附录 A.1）。

我们分别用$\mathbf{x}_p^{(i)}=\left(x_p^{(i)},y_p^{(i)},z_p^{(i)}\right)$ 和$\mathbf{u}_p^{(i)}=\left(u_p^{(i)},v_p^{(i)},w_p^{(i)}\right)$表示第 i 个扑翼器质心的位置和速度。上标 L $(i=1)$ 和 $F(i=2)$ 分别表示领航者和跟随者。横向平移（y）以及绕流向轴和垂直轴的旋转（x 和 z）受到约束。因此，扑翼器可沿 x 平移，并可绕一条穿过其质心$\mathbf{x}_p^{(i)}$的展向轴旋转，转角为 $\theta^{(i)}$，角速度为 $\Omega^{(i)}$。其垂直升沉运动遵循正弦规律

$$z_p^{(i)}(t)=A\cos(2\pi ft-\phi^{(i)})\,, \tag{2a}$$

$$w_p^{(i)}(t)=-2\pi fA\sin(2\pi ft-\phi^{(i)})\,, \tag{2b}$$

其中，A为升沉振幅，f 为振荡频率，$\phi^{(i)}$ 为相位差。考虑上述约束和规定运动后，牛顿–欧拉运动方程组可简化为两个

标量方程：流向上的线动量方程

$$\rho_p V_p \frac{\mathrm{d}u_p^{(i)}}{\mathrm{d}t} = F_{hx}^{(i)}\,, \tag{3}$$

以及展向角动量方程

$$\rho_p V_p J \frac{\mathrm{d}\Omega^{(i)}}{\mathrm{d}t} = M_{hy}^{(i)} + M_{ky}^{(i)}\,, \tag{4}$$

其中， $F_{(i)hx}$是流体动力的 x分量$\mathbf{F}_h^{(i)} = \int_{S^{(i)}} \tau \cdot \boldsymbol{n}\,\mathrm{d}\sigma$ （$\boldsymbol{n}$表示垂直于扑翼器表面的向外单位向量，$\tau = -p\,\boldsymbol{I} + \rho_f \nu(\nabla\mathbf{u} + (\nabla\mathbf{u})^\top)$表示流体动力应力张量，其中 $\boldsymbol{I}$为恒等张量）， $M_{hy}^{(i)}$是流体动力矩$\mathbf{M}_h^{(i)} = \int_{S^{(i)}} \boldsymbol{r}^{(i)} \times (\tau \cdot \boldsymbol{n})\,\mathrm{d}\sigma$的 y分量（$\boldsymbol{r}^{(i)} = \boldsymbol{x}^{(i)} - \mathbf{x}_p^{(i)}$表示相对于质心的表面点位置）。最后， $M_{ky}^{(i)}$是扭转弹簧对俯仰运动的响应所产生的恢复力矩，下面将对其进行更详细的描述。请注意，由于扑翼器的垂直运动是预先设定的，因此不考虑重力。

我们采用 Schenk 等人 （2026年）提出的旋转弹簧模型，其中旋转被视为绕一条与展长对齐的轴（y）进行，且该轴穿过扑翼器的质心，$\mathbf{x}_p^{(i)}$。旋转弹簧的刚度 $k^{(i)}$为常数；因此，恢复力矩随俯仰角线性变化

$$M_{ky}^{(i)} = -k^{(i)}\theta^{(i)}\,. \tag{5}$$

对于固定的扑翼几何形状，量纲分析表明，该问题由六个无量纲数控制。在各种可能的组合中，我们选择固体与流体之间的密度比，

$$\tilde{\rho} = \frac{\rho_p}{\rho_f}\,, \tag{6}$$

基于弦向长度和质心峰值垂直速度的雷诺数， $V = 2\pi A f$,

$$Re_V = \frac{Vc}{\nu}\,, \tag{7}$$

以弦向长度归一化的升沉振幅， A/c，以及跟随者与领航者之间的相位差，

$$\Delta\phi = \phi^F - \phi^L, \tag{8}$$

以及每个扑翼器的无量纲刚度，

$$\kappa^{(i)} = \frac{k^{(i)}}{\rho_f c^3 V^2}\,. \tag{9}$$

为了将我们的结果与Arranz 等人（2022年）(AFG22) 的结果进行比较，我们将密度比设为$\tilde{\rho} = 10$，雷诺数设为 $Re_V = 200$，运动振幅设为 $A/c = 0.5$。相位差针对 $\Delta\phi = \{0°, 45°, 90°, \ldots, 315°\}$进行评估。由于我们采用的是Schenk 等人（2026年）提出的简化弹性模型，而非 AFG22 的弦向柔性模型，因此刚度取自前者。我们用 κ^* 表示 κ 的取值；该取值可使与本文所研究对象相同的孤立扑翼获得最大推进速度。对于 $\tilde{\rho} = 10$，Schenk 等人（2026年）得到了 $\kappa^* = 0.28$。

3 方法论

我们通过进行直接数值模拟（DNSs）来解决上述问题。我们使用内部代码 TXPS，求解不可压缩流的纳维–斯托克斯方程（1），以及扑翼的牛顿–欧拉方程（3）和（4），并施加规定的运动（2）及上述约束。流动方程采用交错均匀笛卡尔网格上的二阶有限差分离散，并通过半隐式 Adams–Bashforth/Crank–Nicolson 格式推进时间，其中线性项隐式处理，非线性项显式处理。扑翼在流场中的存在通过浸入边界法（IBM）建模，该方法最初由Uhlmann（2005）提出，随后由Moriche 等人（2021）扩展至非球形物体。

为进行长时间区间的积分，我们采用Moriche 等人(2026年提出的方法。该方法特别适用于事先未知物体沿非周期方向身体运动的问题，因而无需使用过大的计算域。然而，要应用Moriche 等人(2026年提出的流程，我们必须分别将沉降速度与该文中考虑的伽利略数，以及推进速度与本研究采用的扑翼雷诺数进行类比。该方法的一个要素是定义两个参考系：i）实验室参考系，在扑翼器不运动时流体处于静止状态；ii）以速度 $-U\mathbf{e}_x$ 相对于实验室参考系平移的运动参考系。在运动参考系中求解控制方程，并通过迭代确定 U 的值，直至其收敛到规定容差内扑翼相对于流体的周期平均推进速度。然而，考虑到实验室参考系在物理上的重要性，本研究呈现的所有结果均以实验室参考系为准。

计算域为一个边长为 $[L_x, L_y, L_z]$的长方体，在横向和竖直方向施加周期性边界条件（y 和 z），如图1b）所示。在流向（x）上，我们在入口处规定$\mathbf{u} = (U,\ 0,\ 0)$，并在出口处采用对流边界条件。为确定计算域在流向上的长度，我们同时考虑了入口至领航者以及跟随者至出口的距离。我们初始化领航者的位置，使其前缘位于入口下游 $5c$处，并在整个模拟过程中要求该距离处于范围 $[5c, 6c]$内。跟随者与领航者之间的初始间距为 $D_0 = 2c$ （见图1a））。根据AFG22的结果，我们预计扑翼之间的最大间距为 $D = 3c$ 。因此，我们选取长度为 $L_x = 16c$ 的计算域，使跟随者产生并释放到尾流中的涡旋能够在到达流出边界之前传播6–7c 的距离。在横向和竖直方向上，我们设定 $L_y = L_z = 8c$，这略大于AFG22中所使用的计算域。

我们根据Schenk 等人（2026年）针对其他条件相似的单个扑翼开展的网格细化研究，选择空间分辨率；该研究确定 $c/\Delta x = 64$ 为适当的分辨率。这对应于网格尺寸为 $[1024\times512\times512]$ 个点。此外，我们选择时间步长 $\Delta t = T/2048$（其中 $T = 1/f$），从而为所有模拟得到 $CFL < 0.3$。

3.1 评估推进性能的定义

本节介绍用于分析本文结果的性能指标。为便于与 AFG22 直接比较，我们采用其工作中使用的相同定义。所有模拟均达到了稳定的周期状态，周期为 T，与施加的垂直运动周期相同。在该状态下，扑翼器保持其平衡位置，且平均间距保持不变。因此，单一振荡周期足以描述该解，只需进行周期平均即可获得平均量。consequently，周期平均推进速度对于领航者

和跟随者

$$\langle U_p \rangle = \frac{-1}{T} \int_{t^*}^{t^*+T} u_p^L(t)\,\mathrm{d}t = \frac{-1}{T} \int_{t^*}^{t^*+T} u_p^F(t)\,\mathrm{d}t\,, \tag{10}$$

其中 t^* 表示达到收敛后的任意时刻；在涉及取正值的推进速度时，引入负号是为了方便。请注意，本文所示各物理量均以实验室参考系表示；因此，无需使用模拟中施加的来流速度对式（10）进行修正。领航者与跟随者之间的平均距离定义为

$$\langle D \rangle = \frac{1}{T} \int_{t^*}^{t^*+T} \left(x_p^F(t) - x_p^L(t) \right)\,\mathrm{d}t\,, \tag{11}$$

以及每个扑翼器的平均输入功率

$$\langle P^{(i)} \rangle = \frac{1}{T} \int_{t^*}^{t^*+T} \max(P^{(i)}(t),\,0)\,\mathrm{d}t\,, \tag{12}$$

其中， $P^{(i)} = R^{(i)} \cdot w_p^{(i)}$， $R^{(i)}$ 表示作用于第 i个扑翼器质心处的致动器力的竖直分量。 $R^{(i)}$ 的值可由线动量方程的 z分量直接获得

$$R^{(i)} = \rho_p V_p \frac{\mathrm{d}w_p^{(i)}(t)}{\mathrm{d}t} - F_{hz}^{(i)}\,. \tag{13}$$

请注意，在评估平均输入功率时， $P^{(i)}$ 的负值会被舍弃，这反映了执行器无法回收能量的假设，与先前的研究（Berman andWang，2007年；MichelinandLlewellynSmith，2009年）一致。此外，尽管扭转弹簧能够通过转动自由度被动地储存和释放能量，但当前对 $\langle P^{(i)} \rangle$ 的定义仅考虑主动升沉致动，不包括任何形式的能量回收。最后，如果以基于平均推进速度的动能作为系统输出能量的度量，并以领航者和跟随者的平均输入功率之和作为系统的能量需求，则可将二者结合起来，从能量角度评估系统的效率

$$\eta = \frac{2 \cdot \frac{1}{2}\rho_p V_p \langle U_p \rangle^2}{\left(\langle P^L \rangle + \langle P^F \rangle\right) T} = \frac{\rho_p V_p \langle U_p \rangle^2}{\left(\langle P^L \rangle + \langle P^F \rangle\right) T}\,. \tag{14}$$

这种基于功的定义尤其适用于无法直接获得推力/阻力的情况（如需了解更多详情，请参见 Zhang等人，2022年，其第2.5.5节）。

现在让我们重点讨论如何评估串列构型相对于单个扑翼的性能增益/损失。孤立扑翼的结果以上标表示 S，此处给出的数值取自 Schenk 等人 （2026年）。我们首先定义串列构型与孤立扑翼之间的速度比

$$\Lambda = \frac{\langle U_p \rangle}{\langle U_p^S \rangle}\,. \tag{15}$$

其次，我们定义第 i 个扑翼器的功率输入与孤立扑翼的功率输入之比

$$\Pi^{(i)} = \frac{\langle P^{(i)} \rangle}{\langle P^S \rangle}\,. \tag{16}$$

最后，我们比较 计算串列构型与单一扑翼器之间的推进效率之比 r

$$\Psi = \frac{\eta}{\eta^S}, \tag{17}$$

其中，为清晰起见，给出了 η^S 的定义

$$\eta^S = \frac{\frac{1}{2}\rho_p V_p \langle U_p^S \rangle^2}{\langle P^S \rangle T}. \tag{18}$$

4 结果

4.1 串列构型的涌现动力学

我们首先考虑一种串列构型，其中领航者和跟随者的扭转弹簧刚度相同，$\kappa^L = \kappa^F = \kappa^*$。这里，$\kappa^* = 0.28$ 是对应孤立扑翼器推进速度达到最大值时的归一化刚度（Schenk 等人，2026年）。

图2 展示了在 $\Delta\phi = 0°$ 和 $\Delta\phi = 135°$ 时，$t/T = 0.78125$下扑翼周围的流动，采用 Q-判据的等值面进行呈现。领航者在每个拍动周期都会产生一个涡环，涡环受其自诱导速度影响，沿倾斜路径远离领航者移动。因此，尾流分成两列，分别位于扑翼运动路径的上方和下方；Dong等人（2006）和Kurt等人（2020）在研究低展弦比水翼时也报告了这一现象。跟随者在这股尾流中游动，因此领航者产生的涡结构会先到达跟随者，然后才被进一步输运至下游。此时涡环相对于跟随者的位置取决于 $\Delta\phi$，并不能反映相互作用的强弱。当 $\Delta\phi = 135°$ 时，跟随者的位置比 $\Delta\phi = 0°$时更靠下游，这预示了下文将讨论的扑翼间距对 $\Delta\phi$ 的依赖关系。

扑翼器最初的放置方式使其前缘相距 $D_0 = 2c$。平衡距离可能取决于初始间距。例如，AFG22 发现，相位差为零的情况会根据初始条件收敛到两个不同的平衡位置。本文报告的平衡位置均是从 $D_0 = 2c$达到的。图 3a）显示了扑翼之间的平均距离随相位差的变化。距离随相位差近似线性增加，而在 $\Delta\phi \leq 90°$的情况下，斜率会出现小幅偏差。这一趋势与 AFG22 的参考案例以及

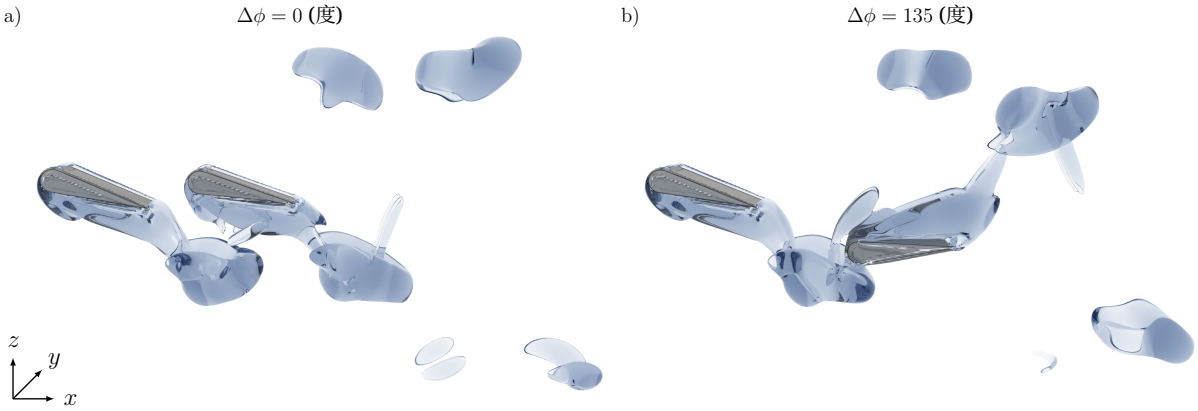

图2：在$t/T = 0.78125$处具有相同弹簧刚度的串列排列扑翼周围的流动可视化。流动通过 $Q\,c^2/V^2 = 0.5$的 Q 准则等值面进行可视化：(a) $\Delta\phi = 0°$和(b) $\Delta\phi = 135°$。

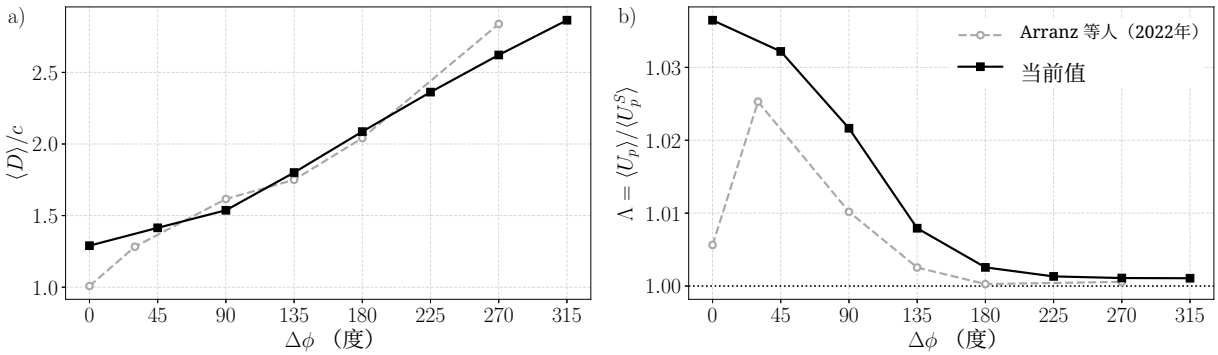

图 3: （a）两个扑翼之间的平均距离（$\langle D \rangle / c$）与运动相位差（$\Delta\phi$）的关系。插图显示了行程反转期间 $\Delta\phi = 0°$ 两个扑翼周围的瞬时压力场（$p/(\rho_f V^2)$）。（b）串列构型的流向推进速度比，以孤立扑翼的数值（$\Lambda = \langle U_p \rangle / \langle U_p^S \rangle$）归一化。图中同时给出了 AFG22 的结果以供比较。

二维构型的既有研究结果一致（Lin 等人，2019；Newbolt 等人，2019；Ryu 等人，2020）。领航者脱落的涡旋以固定间距向下游输运，该间距由尾流波长 λ_t决定。跟随者会稳定在某一位置，使其扑翼周期与这些尾流结构保持有利的相位关系。增加 $\Delta\phi$ 会使这一偏好位置按 λ_t的相应比例向下游移动，正如 Portugal 等人（2014）所提出的那样，从而产生距离与相位差之间近似线性的关系（Ramananarivo 等人，2016；Newbolt 等人，2019）。

当前结果与 AFG22 的结果主要在相位差较小时（$\Delta\phi < 90°$）有所不同，此时当前模型预测的距离更大。对于 $90° \leq \Delta\phi \leq 225°$，两个模型的结果高度一致；而在$\Delta\phi = 270°$ 处，当前距离约小 $0.2c$ 。小相位差下的差异并非源于几何约束，因为领航者后缘与跟随者前缘之间的最小间隙仍大于 $0.29c$ ，即使在 $\Delta\phi = 0$ 时也是如此，此时平衡距离最小。相反，图3a）的插图显示，在行程反转时，跟随者前缘周围存在高压力区域，对其向前运动产生阻碍作用。AFG22 的柔性扑翼是平直的，并且前缘被夹持固定，因此预计较不易受到这种压力效应的影响。几何形状上的这一差异可能解释了 AFG22 在小相位差下获得的较小平衡距离。

在图 3b) 中，我们通过比值 $\Lambda = \langle U_p \rangle / \langle U_p^S \rangle$ 比较串列构型的推进速度与孤立扑翼的推进速度。在 $\Delta\phi = 0°$ 处，最大增幅约为 3.65%，而 AFG22 中约为 2.5%。超过 AFG22 的最大值后，两组数据都显示，速度提升随 $\Delta\phi$ 增大而减小。这一小幅提升远低于雷诺数相近的二维黏性模拟所报告的速度提升：Lin 等（2019）报告的提升最高达 50%，Ryu 等（2020）报告的提升约达 47%，Peng 等（2018）报告的提升最高达 19%。我们认为，三维情况下提升较低，主要是由于涡旋动力学存在差异，具体表现为涡旋强度的衰减和涡旋拓扑结构的不同：三维中是涡环，而二维中是无限长的展向涡卷。此外，在二维情况下，反向卡门涡街中脱落的涡旋会留在尾流中心线附近，使相关动量保持与跟随者对齐；而在三维问题中，涡环会向侧向扩散。这两个方面都会减少传递给跟随者的动量，而 Peng 等（2018）和 Ryu 等（2020）采用的柔性板也可能是其速度提升更大的原因之一。在雷诺数高得多的实验中，Ramananarivo 等（2016）测得的速度提升最高达 25%。在类似实验中，Newbolt 等（2019）发现，领航者的速度几乎不受跟随者运动的影响，变化在 4% 以内。Fang 等（2026）利用带有表面摩擦模型的二维涡片模拟发现，运动学相同的一对升沉刚性板始终比孤立板慢。这些结果表明

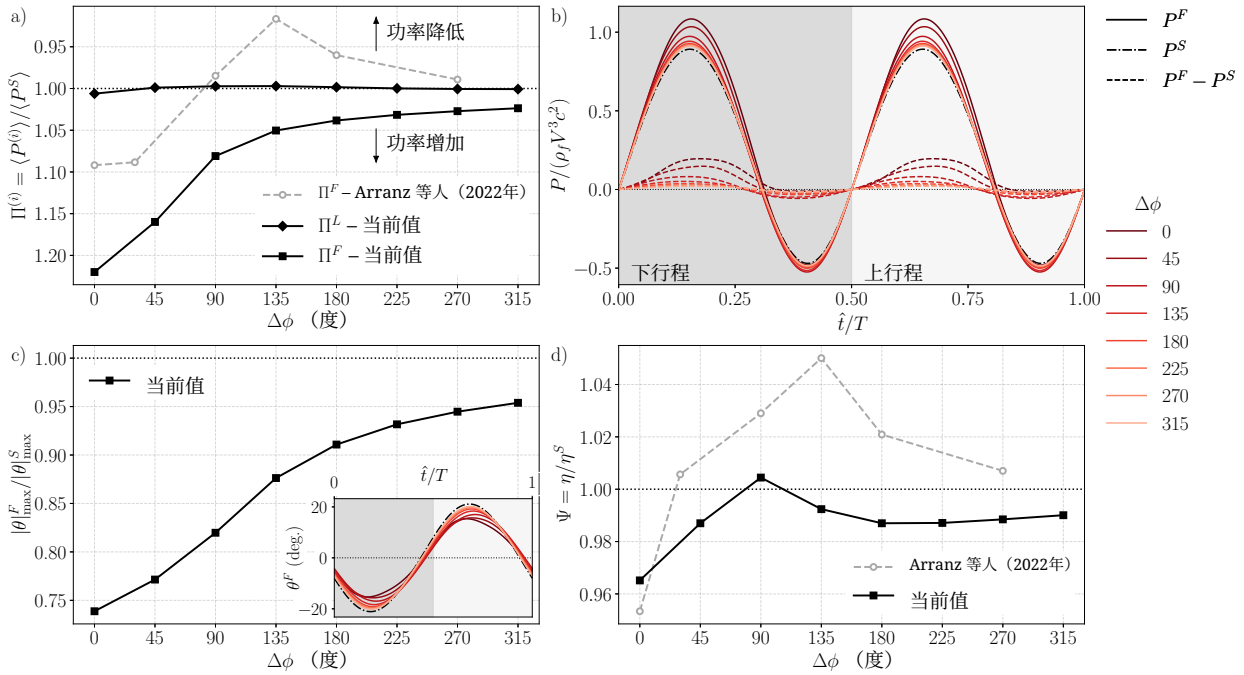

图 4: （a）领航者（Π^L）和跟随者（Π^F）的周期平均输入功率比随 $\Delta\phi$ 的变化；垂直轴倒置，使输入功率的降低位于 $\Pi^{(i)} = 1$ 之上。（b）跟随者在一个周期内的瞬时输入功率 P^F，按 $\Delta\phi$ 移位，并与孤立扑翼器 P^S（点划线）及其差值 $P^F - P^S$（虚线）一同显示。（c）跟随者最大俯仰角与孤立扑翼器最大俯仰角之比，$|\theta|^F_{\max}/|\theta|^S_{\max}$；插图显示跟随者在一个周期内的俯仰角 θ^F。（d）推进效率比 Ψ。颜色表示 $\Delta\phi$，灰色符号表示 AFG22 的结果。

速度提升的正负和幅度取决于雷诺数、运动学和结构模型。

图 4（a）展示了串列构型中每个扑翼器的输入功率与孤立扑翼器输入功率之比，$\Pi^{(i)}$（见公式（16））， 其随 $\Delta\phi$ 的变化。小于 1 的值（$\Pi^{(i)} < 1$）表示性能有所提升，因为系统消耗的能量更少。对于所有情况，领航者的输入功率基本上都与孤立扑翼器相同（$\Pi^L \approx 1$）。相比之下，跟随者始终比孤立扑翼器需要更多功率（$\Pi^F > 1$）。同步运动时（$\Delta\phi = 0$），功率惩罚最大，此时跟随者需要多约 22% 的功率。随着 $\Delta\phi$ 的增加，跟随者的额外输入功率单调下降，在 $\Delta\phi = 315°$ 时降至 3% 以下。相反，AFG22 报告称，在相位差值 $\Delta\phi \geq 90°$ 下可实现功率节省，最大节省为 7.5%，对应于 $\Delta\phi = 135°$；超过该值后，随着 $\Delta\phi$ 的增加，节省量单调下降。与本文结果一样，AFG22 也发现了功率惩罚，但程度较轻；当领航者后缘与跟随者前缘之间的间隙小于半个弦长（$\Delta\phi \leq 45°$）时，便会出现这种情况。

图 4b）显示了跟随者 P^F 在一个周期内的瞬时输入功率，以及孤立扑翼的瞬时输入功率（Schenk 等人，2026年）。由于此处获得的解完全具有周期性，因此不进行相位平均。为便于直接比较，我们定义平移时间 $\hat{} \; t = t - \Delta\phi/（2\pi f）$，使跟随者的下行程／上行程与孤立扑翼的相应过程对齐。在大部分周期内，跟随者几乎紧随孤立扑翼曲线，但在两个功率输入峰值期间超过该曲线，此时执行器做正功以驱动升沉运动。当两个扑翼的运动同相（$\Delta\phi = 0$）时，差异最大；随着 $\Delta\phi$的增加，差异持续减小，这与图 4a）一致。由于平均输入

功率仅保留 $P^{(i)}$ 的正值（方程 12），因此减速期间返回的能量未被计入。因此，跟随者较高的平均功率主要源于这些峰值。

我们将这一惩罚与跟随者的俯仰运动联系起来。图 4c) 显示了跟随者最大俯仰角与孤立扑翼最大俯仰角之比，即 $|\theta|^F_{\max}/|\theta|^S_{\max}$。对于 $\Delta\phi$ 的所有取值，该比值均低于 1，并随着 $\Delta\phi$单调增加，逐渐接近孤立扑翼的对应值。图4c) 的插图显示，对于 $\Delta\phi$的所有取值，跟随者达到最大、最小和零俯仰角的时刻，与孤立扑翼在一个周期内达到这些角度的时刻几乎相同。因此，领航者的尾流主要减小跟随者的俯仰振幅，而不会改变其相位。当跟随者距离领航者最近时，俯仰振幅的最大幅度减小与最大的功率惩罚相对应。两个扑翼均采用能够使孤立扑翼推进速度最大化的刚度。然而，领航者的俯仰振幅仍接近孤立扑翼的对应值（未显示）。这表明，跟随者的运行状态偏离了其在孤立情况下推进性能最大化的条件，尽管两个扑翼之间的相互作用使这种比较变得复杂。对于孤立扑翼，Schenk 等人 (2026年) 表明，将俯仰振幅降低到其最优值以下，会增加使扑翼进行升沉运动所需的输入功率。这与观察到的跟随者功率惩罚一致。相比之下，AFG22 研究的弦向柔性拍动片能够根据诱导流调整其变形。此外，AFG22 将升沉运动施加在前缘处，因此，质心位于前缘下游的板还会受到自身惯性的作用而发生弯曲。相比之下，本文的扑翼绕其质心俯仰，施加的升沉运动在该处不产生力矩，因此只有流体动力学力矩和弹簧力矩驱动其旋转。这些差异或许可以解释为何 AFG22 针对 $\Delta\phi \geq 90^\circ$ 所报告的节能在本文模型中未能重现。

最后，图4d) 展示了推进效率比 Ψ （见公式17），其为相位差$\Delta\phi$的函数。根据公式（14）–（18），$\Psi = 2\Lambda^2/\left(\Pi^L + \Pi^F\right)$，因此 Ψ 将推进速度的增益与两台扑翼器的输入功率结合起来。对于当前模型，Ψ 从其同相值增加到约为 1.005 的最大值，此时 $\Delta\phi = 90^\circ$，随后在相位差增大时略微降至 1 以下。除在 $\Delta\phi = 90^\circ$处约 0.5% 的边际增益外，串列构型相对于孤立扑翼没有表现出效率优势。这与 AFG22 的结果明显不同，后者在除$\Delta\phi = 0$之外的所有相位差下都获得了大于 1 的数值。因此，在当前构型中，推进速度的边际增益不足以抵消跟随者所需的额外功率。由于领航者的输入功率基本不受影响，跟随者的刚度是改善串列构型性能的一个自然参数，以下将对此进行研究。

4.2 跟随翼刚度对串列性能的影响

上一节表明，对于扭转刚度相同的扑翼器，在本文考察的参数空间内，跟随者对领航者的影响很小。因此，本节保持$\kappa^L = \kappa^*$不变，并独立改变 κ^F。这样做的理由是，跟随者所处的环境与领航者所处的环境显著不同。领航者面对静止流体，而跟随者则在领航者的涡旋尾流中游动。我们用跟随者与领航者之间的刚度比来表征这一新构型

$$\widetilde{\kappa} = \frac{\kappa^F}{\kappa^L} = \frac{\kappa^F}{\kappa^*}. \tag{19}$$

对于评估的八个相位差 $\Delta\phi \in \{0^\circ, 45^\circ, \ldots, 315^\circ\}$，我们分别进行了四次额外模拟，

$$\widetilde{\kappa} = \begin{cases} 0.8,\ 0.9 & \widetilde{\kappa} < 1 \ \rightarrow \ \text{softer follower} \\ 1.1,\ 1.2 & \widetilde{\kappa} > 1 \ \rightarrow \ \text{stiffer follower} \end{cases} \tag{20}$$

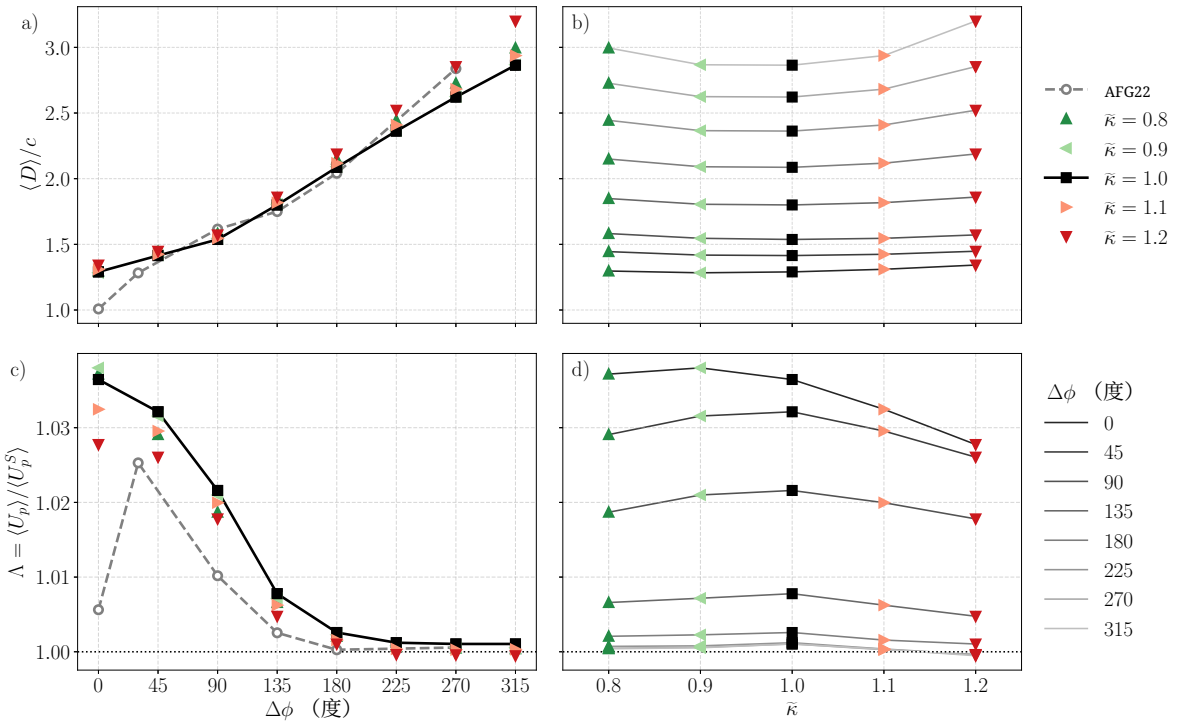

图 5：（a、b）两个扑翼器之间的周期平均平衡距离 $\langle D\rangle/c$，以及（c、d）串列构型的推进速度比 Λ。两项指标分别随相位差 $\Delta\phi$（左列）和刚度比 $\tilde{\kappa}$（右列）变化。基准情况 $\tilde{\kappa} = 1$ 对应刚度相同的扑翼器；图（a、c）还列出了 AFG22 的结果以供比较。

较低分辨率下的初步模拟表明，对于 $\tilde{\kappa} \lesssim 0.7$，跟随者的俯仰振幅会变得非常大，以至于其阻力超过推力。随后，跟随者落后于领航者，平衡距离迅速增大。这些构型无法容纳在长度为 $L_x = 16c$ 的当前计算域中，因此不纳入分析。

图 5 展示了改变跟随者刚度对扑翼之间平均距离及推进速度比的影响。对于较软的跟随者（$\tilde{\kappa} < 1$），平均距离与前文讨论的基准情形（$\tilde{\kappa} = 1$）大致相同。对于较硬的跟随者（$\tilde{\kappa} > 1$），平均距离略有增加，且这种增幅随 $\Delta\phi$增大。然而，平均距离随相位差近似线性变化的特征仍然保持不变。有趣的是，$\Delta\phi \leq 90°$取值较低时出现的偏离也得到了复现。这与以下观点一致：跟随者会锁定在由 $\Delta\phi$ 和领航者尾流的波长决定的量化位置，而非由其自身刚度决定（Becker 等人，2015；Ramananarivo 等人，2016；Newbolt 等人，2019）。本研究将 $\Delta\phi$ 与平衡距离之间的线性关系扩展至刚度不等的扑翼器。Kanso（2027）曾针对二维和三维中的刚性和柔性游动体报告了这一关系。

同样，推进速度比仅微弱依赖于 $\tilde{\kappa}$，见图5c、d）。较软的跟随者在所有相位差下都使 Λ基本保持不变。较硬的跟随者主要在相位差较小时降低 Λ，此时扑翼之间的相互作用最强。即使在 $\Delta\phi = 0°$时，最软与最硬跟随者之间的差异仍低于 1%。与刚度相同的串列构型（§ 4.1）一样，速度提升因此仍只有几个百分点。综合来看，这些结果表明，串列构型的平衡状态主要由 $\Delta\phi$ 决定，而非由 $\tilde{\kappa}$决定。

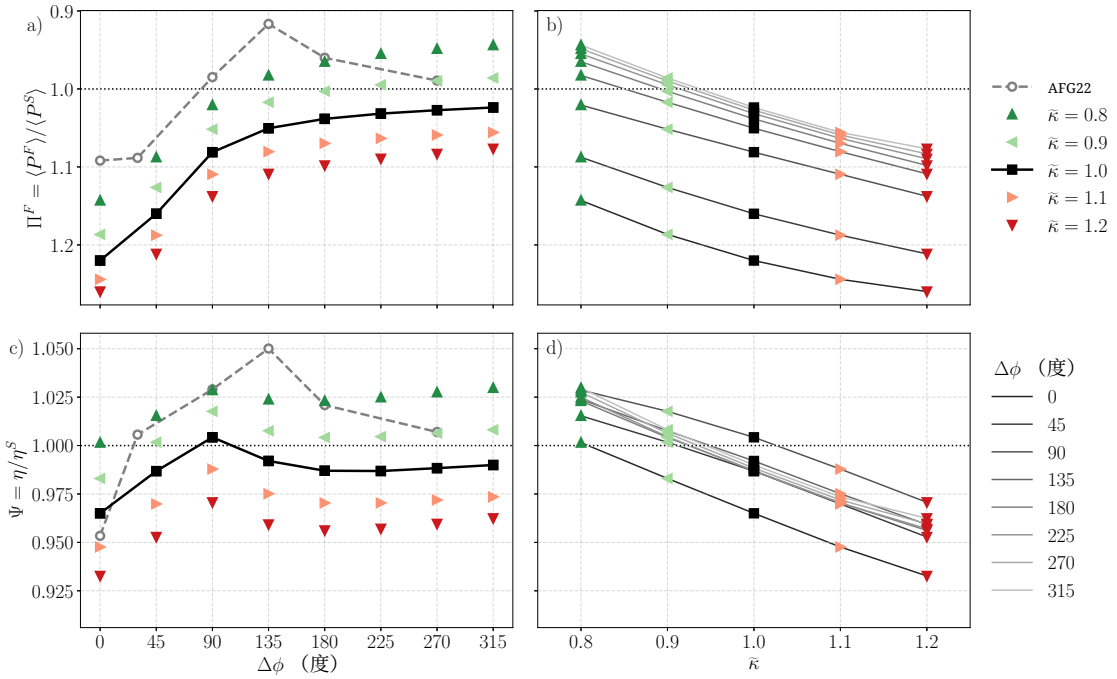

图 6: （a、b）跟随者的输入功率比 Π^F 和（c、d）串列构型的推进效率比 Ψ。两种量分别以相位差 $\Delta\phi$（左列）和刚度比 $\tilde{\kappa}$（右列）为横坐标表示。（a、b）中的垂直轴为反向坐标轴，并纳入 AFG22 的结果以供比较。

接下来，我们考察跟随者的输入功率比 Π^F；在 § 4.1 的基准情形中，它是性能损失的主要来源。由于所有评估情形下 $\Pi^L \approx 1$，因此省略领航者的数据。有趣的是，我们观察到，跟随者越软，所需输入功率越稳定地降低；跟随者越硬，所需输入功率则越高（图 6a、b）。此外，Π^F 随 $\tilde{\kappa}$近似线性变化，如图 6b 所示。因此，$\tilde{\kappa}$ 几乎整体平移了 Π^F，而其对 $\Delta\phi$ 的依赖关系仍与基准情况相同，见图 6a。相较于基准情况，当 $\tilde{\kappa} = 0.8$ 时，跟随者的输入功率约降低 8%；当 $\tilde{\kappa} = 1.2$时，则约增加 6%。孤立扑翼也呈现相同趋势：弹簧较软会增大其俯仰振幅，并降低使其升沉所需的输入功率（Schenk 等，2026）。对于$\tilde{\kappa} = 0.8$，这一降幅使 Π^F 在 $\Delta\phi \geq 135°$时低于 1，因此跟随者所需功率低于孤立扑翼。对于 $\tilde{\kappa} = 0.9$，只有在相位差最大时，Π^F 才低于 1。因此，调节跟随者刚度是一种被动方式，可降低串列构型相对于孤立扑翼所需的输入功率。

图6c、d）展示了推进效率比 Ψ 随 $\Delta\phi$ 和 $\tilde{\kappa}$的变化。Ψ 综合考虑了两片扑翼的推进速度和输入功率。对于较软的跟随者，效率提升；对于较硬的跟随者，效率则下降，这些趋势在这一积分指标中依然存在。除 $\tilde{\kappa} = 0.9$ 在 $\Delta\phi = 0$时外，所有较软的跟随者相较于孤立情况均有所改善。对于 $\tilde{\kappa} = 0.8$，$\Psi > 1$ 在每种相位差下均如此，不过在 $\Delta\phi = 0°$时，优势仅约为0.1%。相较于孤立情况，后随体的效率提升已在二维构型中得到广泛报道。Boschitsch 等人(2014)发现，同相扑动时效率更高；Park 和 Sung (2018)则报道了尾随柔性鳍带来的效率优势。类似地，Dai 等人(2018)发现，集体运输成本比孤立弹性板低至多16%。不过，这种增益的幅度在很大程度上取决于构型。例如，对于一对并列的俯仰翼片，Ormonde 等人(2024)报告称，自推进时集体效率增益最高可达9%

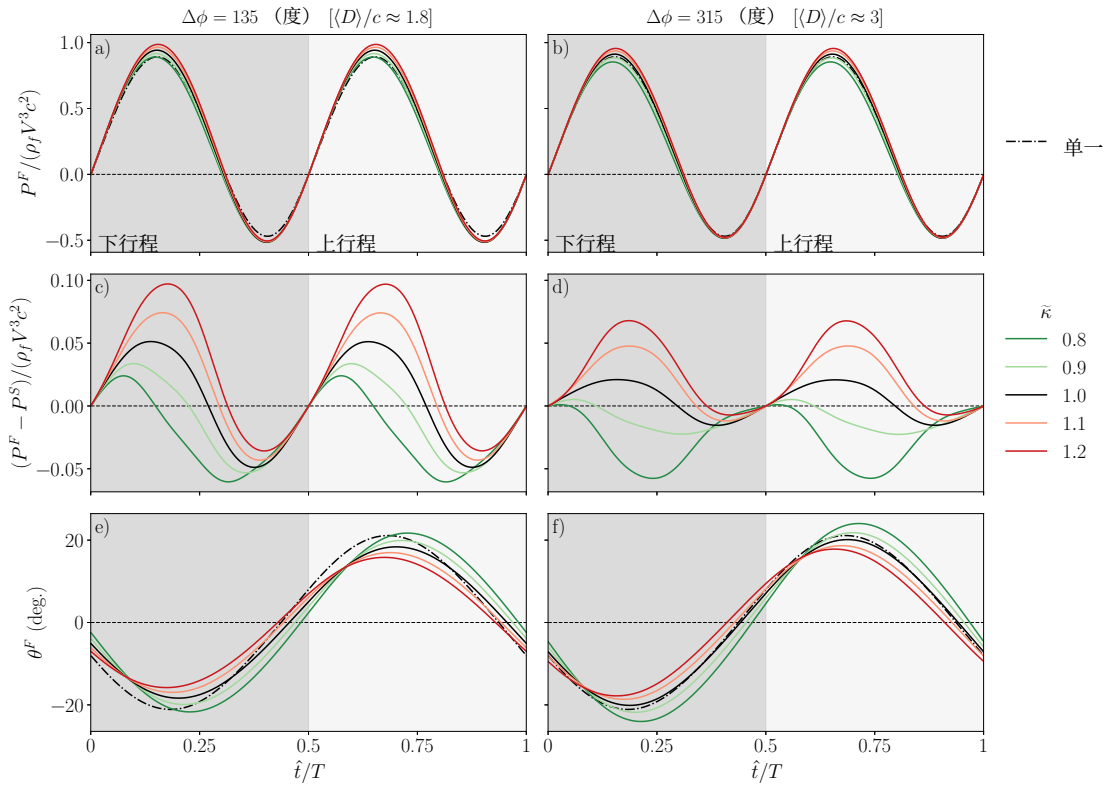

图7: （a、b）跟随者 P^F 的瞬时输入功率，以及（c、d）其相对于孤立情况（$P^F - P^S$）在一个周期内的差值，同时给出（e、f）跟随者的俯仰角 θ^F。所示情况分别对应于 $\Delta\phi = 135°$ （左列）和 $315°$ （右列），涵盖所评估的所有刚度比，$\tilde{\kappa} = \{0.8, 0.9, 1, 1.1, 1.2\}$。

而固定在某一位置时，增益最高可达40%。三维情况下的增益通常较小，不过 AFG22 报告称，其串列构型中的弦向柔性拍动片也取得了类似的显著效率增益。本研究结果表明，通过调节跟随翼刚度，刚性拍翼与扭转弹簧的组合也能实现类似的增益。

为确定功率降低的起因，图 7 展示了在 $\Delta\phi = 135°$ 和 $\Delta\phi = 315°$下，五种刚度比对应的跟随者瞬时输入功率。在 $\Delta\phi = 135°$， $\tilde{\kappa} = 0.8$ 是唯一使 $\Pi^F < 1$的刚度比，因此，该相位差标志着向节能的转变。在 $\Delta\phi = 315°$， $\tilde{\kappa} = 0.8$在所有所考虑的情况下产生了最低的输入功率。图 7a、b）所示 P^F 的演化趋势与图 4b）所示基准情况相似，仅在正峰值附近观察到细微差异。然而， P^F的负峰值随 $\tilde{\kappa}$变化很小，并且不会对任何效率指标（式 12）产生贡献。图 7c、d）所示的 $P^F - P^S$表明，除在 $\Delta\phi = 315°$的每个拍动周期末端附近外，各刚度比的排序几乎在瞬时层面始终保持不变。在 $\Delta\phi = 135°$ 和 $\tilde{\kappa} = 0.8$， P^F在每个拍动周期开始的大约 20% 内超过 P^S，此后则低于后者，如图 7c）所示。只有在 $P^F > 0$期间发生的这部分降低，即下行程中ˆ $t/T \approx 0.35$之前的部分，才计入 $\langle P^F\rangle$。对于$\tilde{\kappa} = 0.8$， $P^F - P^S$比刚度更大的跟随者更早改变符号，因此更大部分的降低落在这一时间区间内。这使所需输入功率得以净降低。在 $\Delta\phi = 315°$ 和 $\tilde{\kappa} = 0.8$， P^F在整个周期内始终低于 P^S。

图 7e、f）展示了跟随者的俯仰角 θ^F （或几何攻角）。跟随者越柔软，其俯仰振幅越大，因为较弱的扭转弹簧对其施加的约束更小。振幅 $|\theta|^F_{\max}$

对于 $\tilde{\kappa} = 1.2$，范围约为 $16°$；对于 $\tilde{\kappa} = 0.8$，范围约为 $24°$。孤立扑翼对较软弹簧的响应方式相同，因为相对于弹簧力矩，阻尼旋转的水动力矩变得更加重要（Schenk 等，2026）。与此同时，随着跟随者变得更加柔软，θ^F 的峰值会略微且单调地延迟。相位差的作用则有所不同（图 4c 插图）。它会改变俯仰振幅，但几乎不改变其时序，并且 $|\theta|^F_{\max}$ 在所有相位差下都低于 $|\theta|^S_{\max}$。相比之下，改变 $\tilde{\kappa}$会使峰值在时间上发生偏移，并使 $|\theta|^F_{\max}$ 超过 $|\theta|^S_{\max} \approx 21.1°$。在图7所示的各个工况中，对于 $\tilde{\kappa} = 0.8$ 在 $\Delta\phi = 135°$时，以及 $\tilde{\kappa} = 0.8$ 和0.9在 $\Delta\phi = 315°$时，会出现这种情况。这三个工况也是图中唯一具有 $\Pi^F < 1$的工况，即跟随者所需的输入功率低于孤立扑翼。对于孤立扑翼，较大的俯仰振幅与较低的输入功率之间也存在同样的联系（Schenk 等，2026）。因此，较柔软的跟随者反转了刚度相等时所发现的趋势：在刚度相等时，领航者的尾流会减小跟随者的俯仰振幅并增大 Π^F。由于领航者的俯仰振幅几乎与孤立扑翼相同（§ 4.1），这些工况对应于跟随者以大于领航者的振幅进行俯仰。因为 $\langle U_p \rangle$ 在所有刚度比下几乎保持不变，较低的 Π^F 也会提高 Ψ。对于固定位置的纯俯仰翼片，跟随者以大于领航者的振幅进行俯仰时，也有研究报告其群体效率更高（Kurt等，2021）。相比之下，对于纯俯仰翼片组成的自推进串列，Han 等人（2025）发现，在相反的不匹配情况下效率更高，即领航者的俯仰振幅大于跟随者。

为将俯仰运动与输入功率联系起来，我们考察了图8中 $\Delta\phi = 135°$的压力场。由于 $\tilde{\kappa}$以近乎与相位无关的量使 Π^F 发生偏移，因此预计其他相位差也会呈现相同的定性图像，见图6。图8展示了跟随者下行程中的四个瞬间，从$\hat{}\, t/T = 0$（顶部）到0.375（底部）。左列显示了基准情况（$\tilde{\kappa} = 1.0$）下中平面（x–z）中的压力 $p/(\rho_f V^2)$。中列叠加显示了三种刚度比的 $p/(\rho_f V^2) = \pm 0.15$ 等值线：最软的跟随者（$\tilde{\kappa} = 0.8$，绿色）、基准情况（黑色）和最硬的跟随者（$\tilde{\kappa} = 1.2$，红色）。右列显示了沿跟随者弦向的上表面和下表面压力。垂直点划线以相应颜色标示跟随者的质心，三种情况下它们几乎相同的位置反映了 $\tilde{\kappa}$ 对 $\langle D \rangle$ 的影响很小（见图5）。

在领航者周围，三个工况的等值线在每个时刻都重合，这表明 $\tilde{\kappa}$ 不会明显影响领航者周围的流动。在跟随者周围，等值线则有所不同，在$\hat{}\, t/T = 0.125$ 和 0.25 时最为明显。在这两个时刻，$\tilde{\kappa} = 0.8$对应的跟随者两侧表面压力幅值最低，而 $\tilde{\kappa} = 1.2$对应的最高。因此，随着跟随者变软，其上、下表面之间的压力差会减小。在$\hat{}\, t/T = 0.375$ 时，接近跟随者下行程结束，此时三个跟随者的表面压力都很小，各条曲线重合。压力差减小会降低执行器需要克服的垂向流体动力载荷，因而降低所需输入功率。

通过分析有效攻角，可以清楚地看到这一点，

$$\alpha^F = \theta^F - \arctan\left(\frac{w_p}{\langle U_p \rangle}\right) = \theta^F + \arctan\left(\frac{\sin(2\,\pi\, f\, \hat{t})V}{\langle U_p \rangle}\right), \tag{21}$$

如图9a、b）所示。根据这一定义，跟随者的有效攻角考虑了升沉速度和平均推进速度，但未考虑领航者尾流诱导的速度。跟随者越柔软，α^F越低，其峰值约为 $38°$，对应于 $\tilde{\kappa} = 0.8$，以及 $47°$，对应于 $\tilde{\kappa} = 1.2$。由于升沉速度是固定的，并且 $\langle U_p \rangle$ 对于所有刚度比几乎相同，因此较低的 α^F 主要源于更大的俯仰振幅。俯仰峰值的延迟也促成了这一降低。对于较柔软的跟随者，θ^F 的最小值向$\hat{}\, t/T = 0.25$ 靠近（见图7e、f），此时升沉诱导角和升沉速度均达到最大值。因此，俯仰运动减小了

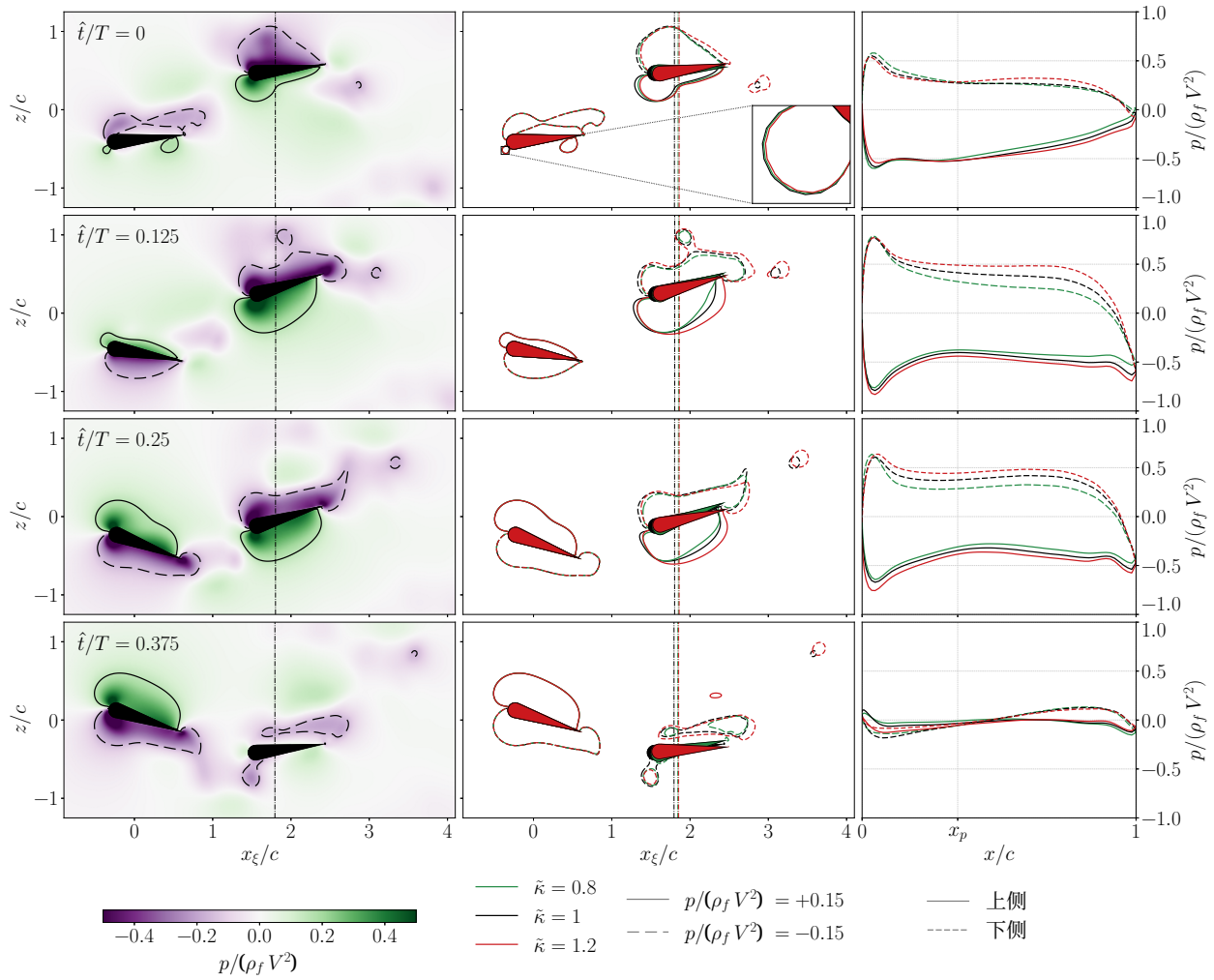

图8：在相位差为 $\Delta\phi = 135°$ at ˆ $t/T = 0.0$、0.125、0.25 和 0.375 时（从上到下），领航者和跟随者周围的压力场。（左） $\tilde{\kappa} = 1.0$ 的中平面压力场 $p/(\rho_f V^2)$，等值线为 $p/(\rho_f V^2) = \pm 0.15$；点划线标出跟随者的质心。（中） $\tilde{\kappa} = 0.8$ 为绿色、1.0 为黑色、1.2 为红色时的 $p/(\rho_f V^2) = +0.15$ (固体)和 -0.15 (虚线)等值线。各情况沿流向平移了一个常量，使领航者的平均质心重合；x_ξ 是相对于 $\tilde{\kappa} = 1.0$ 中领航者的平均质心测量的，点划线以相应颜色标出跟随者的质心。ˆ $t/T = 0$ 处的插图放大了领航者前缘处的小闭合等值线：即使在此放大倍数下，三种情况的等值线也几乎重合，表明三次模拟中领航者周围的流动相同。（右）沿跟随者弦向测量的上表面（实线）和下表面（虚线）压力，测量位置距表面两个网格单元； x_p 标记中心。三种情况的虚线样式有所不同，仅为便于区分重叠线条。

升沉运动速度最快处的攻角，但代价是在拍动周期初期产生稍大的 α^F 。

这些结果揭示了跟随者刚度所起作用的机制。较软的跟随者俯仰幅度更大，且略微滞后，从而降低了其有效攻角及其两侧的压力差。因此，要维持相同的升沉运动，它所需的输入功率更低。在刚度相同的串列构型中，领航者的尾流会减小跟随者的俯仰振幅，进而提高其输入功率。较软的跟随者能够弥补这一减小；在节能的情况下，其俯仰振幅比

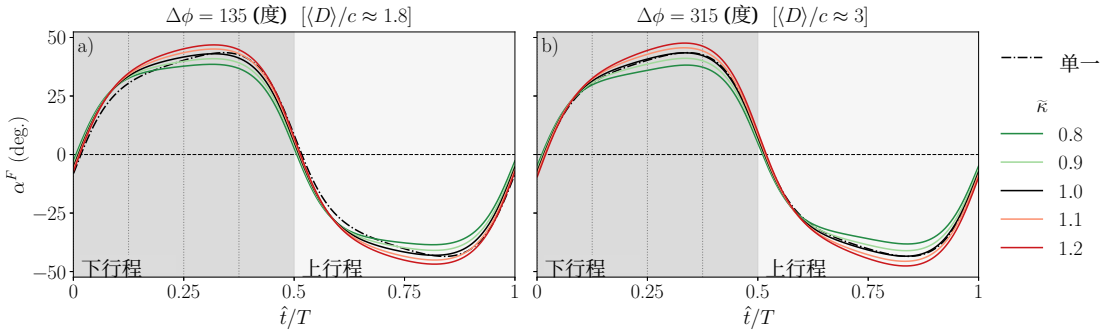

图9：跟随者的有效攻角 α^F 随时间的变化，其中 $\tilde{\kappa} = \{0.8, 0.9, 1, 1.1, 1.2\}$。点划竖线标出了ˆ $t/T = 0.125 = 0.125$、0。25 和 0。375，即图 8 中所示的时刻。（a） $\Delta\phi = 135°$。（b） $\Delta\phi = 315°$。

孤立扑翼更大。

5 结论

在本研究中，我们通过数值模拟，研究了以串列构型排列的两个三维扑翼体的自推进和水动力相互作用。每个扑翼体在其质心处施加规定的正弦升沉运动，并由此实现自推进；同时将其建模为可绕展向轴自由俯仰、但受扭转弹簧约束的刚体。因此，俯仰运动由扑翼体、弹簧和周围流场之间的相互作用决定。

我们首先将两片扑翼器的刚度都设为 κ^*，该刚度可使孤立扑翼器的推进速度达到最大。随后，这对扑翼器在所有相位差下均自行排列成稳定平衡构型（$0° \le \Delta\phi \le 315°$）。两片扑翼以相同的推进速度运动，其平衡距离随$\Delta\phi$近似线性增长。这些距离与Arranz 等人(2022年) 针对$90° \le \Delta\phi \le 225°$的弦向柔性扑翼所得结果高度吻合，但在最小和最大相位差处存在适度差异。领航者基本不受跟随者影响，其所需功率与孤立时大致相同；而跟随者在所有情况下都需要更多功率，在 $\Delta\phi = 0$ 时功率惩罚最高可达 22%，且随相位差增大而单调降低。尽管串列构型的推进速度略高于孤立扑翼器（约高出 3.65%），但跟随者增加的功率消耗超过了这一增益，因此串列构型通常无法比孤立扑翼器带来净效率优势。这与Arranz 等人(2022年) 的弦向柔性模型形成对比：除相位差为零外，该模型在所有情况下均能带来净效率优势。跟随者的功率惩罚与领航者尾流导致其俯仰振幅减小有关，而俯仰时序并未改变。

保持领航者的刚度不变，随后我们通过比值$\tilde{\kappa} = \kappa^F/\kappa^L$ 在范围 $0.8 \le \tilde{\kappa} \le 1.2$内改变跟随者的刚度。对于所考察的所有刚度比，队形均保持稳定，平衡距离和推进速度仍主要由 $\Delta\phi$决定。改变 $\tilde{\kappa}$ 会使跟随者的性能产生一个几乎与相位无关的偏移。对于较软的跟随者（$\tilde{\kappa} < 1$），输入功率相比未调谐情况最多降低8%。对于最软的刚度比，这一降幅足以使跟随者的功率需求低于孤立扑翼器：在 $\tilde{\kappa} = 0.8$ 时从 $\Delta\phi = 135°$ 开始，并且在 $\tilde{\kappa} = 0.9$时仅在最大的相位差下才如此。相反，刚度更大的跟随者所需功率最多增加约6%，并会降低串列构型的效率。对于 $\tilde{\kappa} = 0.8$，串列构型在每个相位差下都比孤立扑翼器更高效；对于 $\Delta\phi \ge 90°$，效率增益约为2–3%。因此，调节跟随者的刚度可以将一个没有效率优势的串列构型转变为在整个相位范围内都优于孤立扑翼器的构型，

无需主动控制俯仰运动 .

对跟随者在一个周期内的分析表明，这一改进与其被动俯仰响应有关。刚度更低的跟随者会以更大的振幅进行俯仰，从而补偿领航者尾流造成的减小。在所需功率低于孤立扑翼的情况下，这一振幅甚至会超过孤立扑翼的振幅。结合俯仰的轻微延迟，更大的振幅降低了跟随者在输入功率峰值期间的有效攻角。由此产生的较小压力差减小了作用于跟随者的法向力，进而减小了维持升沉运动所需克服的垂向载荷。由于刚度更低的跟随者倾斜程度更大，该力的流向分量得以保持，这与几乎不变的推进速度相一致。

这些结论适用于一组特定参数（密度比、雷诺数、展弦比和运动振幅均保持不变），且侧向运动受到约束。初步模拟表明，使跟随者变柔的益处是有限的，因为当 $\tilde{\kappa} \lesssim 0.7$ 其阻力超过推力时，平衡距离会迅速增大。本研究仅考察了两个扑翼组成的串列构型。将其扩展到侧向或交错排列，以及规模更大的群体，将有助于揭示这一简化结构模型对于集群运动的适用范围。

声明与声明事项

作者个人贡献概念构思：GA、OF、MM、MGV；方法论：GA、OF、MM、MGV；调查：MS；正式分析：MS；可视化：MS；软件：MS、MM；撰写——初稿准备：MS；撰写——审阅与编辑：GA、OF、MM、MGV；监督：MM、MGV。

关于使用生成式人工智能的声明在准备这项工作期间，作者使用了 Claude（Anthropic），以提升文本的可读性和流畅度，并检查文本的一致性。使用该工具后，作者对内容进行了审阅和必要的编辑，并对已发表文章的内容承担全部责任。

参考文献

Arranz, G., Flores, O. 和 Garc´ıa-Villalba, M.（2020）。串列构型扑动翼气动性能的三维效应。《流体与结构》，94:102893。Arranz, G., Flores, O. 和 Garc´ıa-Villalba, M.（2022）。串列排列的三维自推进柔性板之间的流动相互作用。《流体力学杂志》，931:A5。Beal, D. N., Hover, F. S., Triantafyllou, M. S., Liao, J. C. 和 Lauder, G. V.（2006）。涡旋尾流中的被动推进。《流体力学杂志》，549:385–402。Becker, A. D., Masoud, H., Newbolt, J. W., Shelley, M. 和 Ristroph, L.（2015）。扑翼游动体的流体动力学集群。《自然·通讯》，6(1):8514。Berman, G. J. 和 Wang, Z. J.（2007年）。昆虫悬停飞行中的能量最小化运动学。《流体力学杂志》，582:153–168。Boschitsch, B. M., Dewey, P. A. 和 Smits, A. J.（2014）。串列水翼非定常推进性能的研究：直列构型。《流体物理学》，26(5):051901。Buchholz, J. H. J. 和 Smits, A. J.（2008）。刚性低展弦比俯仰板的尾流结构与推力性能。《流体力学杂志》，603:331–365。

Dai, L., He, G., Zhang, X. 和 Zhang, X.（2018）。流体动力学相互作用诱导的自推进类鱼游动体稳定编队。《英国皇家学会界面杂志》，15(147):20180490。Dong, H., Mittal, R. 和 Najjar, F. M.（2006）。低展弦比扑动翼片的尾迹拓扑与流体动力学性能。《流体力学杂志》，566:309–343。Fang, F., Mavroyiakoumou, C., Ristroph, L. 和 Shelley, M. J.（2026年）。串列扑动翼的流动相互作用与前向飞行动力学。《流体力学杂志》，1034:A51。Flores, O. 和 Garc´ıa-Villalba, M.（2025）。《物理评论·流体》，10(10):100502。Gazzola, M., Chatelain, P., van Rees, W. M. 和 Koumoutsakos, P.（2011）。具有无散变形几何的单个及多个游动体的模拟。《计算物理学杂志》，230(19):7093–7114。Han, T., Mivehchi, A., Sarraf, S. S. 和 Moored, K. W.（2025）。面向高效率的自组织水翼群队形定制。《流体力学杂志》，1012:A26。Huang, Z., Wang, J. 和 Dong, H.（2025）。金枪鱼式交错游动中的尾流–身体及尾流–鳍相互作用的涡旋动力学。《仿生学与生物模拟》，20(4):046015。Jurado, R., Arranz, G., Flores, O. 和 Garc´ıa-Villalba, M.（2022年）。串列扑动翼绕流的数值模拟：翼展效应。《流体物理学》，34(1):017114。Kanso, E.（2027）。群游鱼类的流体动力学、感知与控制。《流体力学年度评论》，59。Ko, H., Lauder, G. 和 Nagpal, R.（2023）。流体动力学在鱼群集体运动及仿生水下机器人中的作用。《英国皇家学会界面杂志》，20(207):20230357。Kurt, M., Eslam Panah, A. 和 Moored, K. W.（2020）。直列和交错排列的低展弦比水翼之间的流动相互作用。《仿生学》，5(2):13。Kurt, M., Mivehchi, A. 和 Moored, K. W.（2021）。通过定制化集体相互作用，非均匀柔性俯仰水翼可实现高效率。《流体》，6(7):233。Kurt, M. 和 Moored, K. W.（2018）。直列排列的二维和三维网络化仿生控制元件之间的流动相互作用。《仿生学与生物模拟》，13(4):045002。Li, L., Nagy, M., Graving, J. M., Bak-Coleman, J., Xie, G. 和 Couzin, I. D.（2020）。涡旋相位匹配：机器人与鱼类群游的一种策略。《自然·通讯》，11(1):5408。Liao, J. C., Beal, D. N., Lauder, G. V. 和 Triantafyllou, M. S.（2003a）。鱼类利用涡旋可降低肌肉活动。《科学》，302(5650):1566–1569。Liao, J. C., Beal, D. N., Lauder, G. V. 和 Triantafyllou, M. S.（2003b）。卡门步态：虹鳟在涡街中游动时的新型身体运动学。《实验生物学杂志》，206(6):1059–1073。Ligman, M., Lund, J. 和 F¨urth, M.（2024）。鱼类群游流体动力学研究的综合综述。《仿生学与生物模拟》，19(1):011002。Lin, X., Wu, J., Zhang, T. 和 Yang, L.（2019）。相位差对两个串列自推进扑动翼片集体运动的影响。《物理评论·流体》，4(5):054101。Mart´ınez-Muriel, C., Garc´ıa-Villalba, M. 和 Flores, O.（2024）。论尾迹捕获与共振对串列展向柔性扑动翼的作用。《流体与结构》，130:104175。Michelin, S. 和 Llewellyn Smith, S. G.（2009年）。升沉柔性翼的共振与推进性能。《流体物理学》，21(7):071902。Moriche, M., Flores, O. 和 Garc´ıa-Villalba, M.（2016）。尾流中的三维不稳定性

低雷诺数下的扑翼。国际传热与流体流动杂志，62：44–55。Moriche, M., Garc´ıa-Villalba, M. 和 Uhlmann, M.（2026年）。沉降颗粒的颗粒分辨模拟：长时间积分区间的方法论。Acta Mech. doi:10.1007/s00707-026-04653-1。Moriche, M., Uhlmann, M. 和 Du˘sek, J.（2021）。无限环境流体中沉降的单个扁球体：稳态与非定常尾流状态模拟的基准。多相流国际杂志，136：103519。Muscutt, L. E., Weymouth, G. D. 和 Ganapathisubramani, B.（2017）。串列扑动翼片的性能增强机制。《流体力学杂志》，827：484–505。Newbolt, J. W., Zhang, J. 和 Ristroph, L.（2019）。无协调扑翼游动体之间的流动相互作用产生群体凝聚。美国国家科学院院刊，116(7)：2419–2424。Ormonde, P. C., Kurt, M., Mivehchi, A. 和 Moored, K. W.（2024）。通过流体动力学相互作用，简单的集群游动体产生二维稳定的自组织。《流体力学杂志》，1000：A90。Ormonde, P. C., Stasolla, M., Menzer, A., Zhu, J., Bart-Smith, H., Dong, H. 和 Moored, K. W.（2026年）。类金枪鱼游动体经历流体介导的稳定并列队形。生物启发与仿生学，21(4)：046014。Park, S. G. 和 Sung, H. J.（2018）。柔性鳍在串列、对角、三角形和菱形构型下推进的流体动力学。《流体力学杂志》，840：154–189。Peng, Z.-R., Huang, H. 和 Lu, X.-Y.（2018）。多个自推进扑动板的流体动力学集群。《流体力学杂志》，853：587–600。Portugal, S. J., Hubel, T. Y., Fritz, J., Heese, S., Trobe, D., Voelkl, B., Hailes, S., Wilson, A. M. 和 Usherwood, J. R.（2014）。朱鹭编队飞行中通过扑翼相位控制利用上洗流并规避下洗流。自然，505(7483)：399–402。Ramananarivo, S., Fang, F., Oza, A., Zhang, J. 和 Ristroph, L.（2016）。流动相互作用导致前向飞行中的扑动翼形成有序队形。物理评论：流体，1(7)：071201。Ryu, J., Yang, J., Park, S. G. 和 Sung, H. J.（2020）。串列布局中两个自推进柔性板的相位介导运动。流体物理学，32(4)：041901。Schenk, M., Garc´ıa-Villalba, M. 和 Moriche, M.（2026年）。自推进三维扑翼体最优被动俯仰的密度比不变性。已投稿。Timm, M. L., Pandhare, R. S. 和 Masoud, H.（2024）。类鱼游动中的多体流体动力相互作用。应用力学评论，76(3)：030801。Uhlmann, M.（2005）。采用直接施力的浸入边界法模拟颗粒流。计算物理学杂志，209(2)：448–476。Verma, S., Novati, G. 和 Koumoutsakos, P.（2018）。通过深度强化学习利用涡旋实现高效集体游动。美国国家科学院院刊，115(23)：5849–5854。Weihs, D.（1973）。鱼群游动的流体力学。自然，241(5387)：290–291。Weimerskirch, H., Martin, J., Clerquin, Y., Alexandre, P. 和 Jiraskova, S.（2001）。编队飞行中的能量节约。自然，413(6857)：697–698。Zhang, D., Zhang, J.-D. 和 Huang, W.-X.（2022年）。游动与飞行的物理模型和涡旋动力学：综述。*Acta Mech.*，233(4)：1249–1288。Zhou, J., Seo, J.-H. 和 Mittal, R.（2025）。鲹科式游动中的流体动力学有利群游构型

游动体：来自流动物理学信息模型的见解。《流体力学杂志》，1014:A32。

Zhu, X., He, G., 和 Zhang, X. (2014)。 串列构型中两个自推进拍动细丝之间的流动介导的相互作用。《物理评论快报》，113(23):238105。