arXiv:2611.31040v1 [nucl-th] 23 Nov 2026

相对论性核物质中的有限温同标量不稳定性与护城河区间

Randall H. V. Pradinett,* Theo F. Motta,† 和 Gast˜ao Krein‡*Instituto de Física Teórica, Universidade Estadual Paulista, Rua Dr. Bento Teobaldo Ferraz, 271 - Bloco II - 01140-070 São Paulo, SP, Brazil*(日期：2026年11月24日)

我们研究了对称核物质在三种相对论平均场描述中的有限温同标量集体响应：线性 Walecka 模型、其非线性扩展以及夸克-介子耦合（QMC）模型。Walecka模型以核子自由度描述，而QMC则纳入了禁闭在核子内部的夸克自由度。这些模型对有限密度下标量相互作用的处理方式各不相同，从而影响不稳定性边界。我们聚焦于耦合的标量-矢量通道，追踪均匀不稳定性边界随温度的演变。在所有三种模型中，我们发现静态响应呈现非单调的动量依赖性，其特征是在有限动量处出现极小值，形成一种为密度涨落选定优选长度尺度的护城河区间。我们的结果表明，在这些相对论性核物质模型中，护城河结构不受热效应影响而保持稳健，为未来研究高温高密天体物质中的非均匀相提供了依据。

I. 引言

几十年来，相对论性核物质一直是研究的重点。我们对致密物质相结构的认识中，最难以弥补的空白之一，关乎不同的模型理论描述在何处仍然适用、又在何处开始失效这一问题。最具挑战性的方面是确定这些边界。例如，在渐近高密度下，以通过介子交换相互作用的重子来描述物质，最终预计会彻底失去效力，因为夸克和胶子的自由度将变得不可忽略。量子色动力学（QCD）最有可能是支配基本强相互作用的理论，因此，微扰量子色动力学应足以描述高密度下的致密物质。对于低得多的密度，相对论平均场（RMF）模型似乎能够很好地描述饱和附近核物质的体性质，例如密度、结合能和对称能。某种有效描述何时不再适用，目前尚不清楚。概括而言，在低密度下，核子应表现为点状粒子；而随着密度增加，重子的内部结构所起的作用越来越大，直至任何有效描述都不再有意义，唯一合理的自由度只剩基本的夸克和胶子。关于RMF描述是否适用于例如并非很低的密度，文献中已广泛观察并讨论了一个关键问题 [1–5], ，即核物质均匀基态存在不稳定性。在参考文献 [2], 中，Serot和Walecka的一篇开创性综述指出，这种不稳定性要么是近似方法造成的假象，要么说明“必须考虑重子的复合结构”。换言之，这些不稳定性是否意味着点状核子描述已彻底失效，抑或核物质确实倾向于在如此高的密度下形成晶体结构?

近年来，对致密夸克物质非均匀相的讨论 [6–12]为这一问题提供了新的视角。若干采用量子色动力学低能模型的研究表明，与均匀相相比，非均匀夸克物质相在能量上更具优势[7, 8, 10, 13–15]。随后，通过量子色动力学中的泛函方法，这一趋势得到了证实 [12, 16]。不过，回到重子，如果核物质的均匀基态对于空间上非平凡的密度扰动是不稳定的，那么其基态就是晶态的 [17–20]。在文献 [21] 中，作者试图回答上一段中提到的问题：这些不稳定性是真实存在的，还是点状核子的产物？在 [21] 中，在考虑重子结构的模型里，这些不稳定性被推至更高的密度。然而，不同模型之间关联函数的非平凡行为却更加一致，尤其是所谓的“护城河区间” [22–24], ，即静态关联函数在动量空间中呈非单调变化的情形。在本文中，我们将在有限温度下重新审视这一讨论，这主要是因为热而致密的核物质与核心坍缩超新星和中子星并合等天体物理环境密切相关。我们研究在温度升高时，零温下发现的不稳定性如何演化

增加，以及关联函数的特征行为是否仍能抵御热效应。为此，我们考察核物质的三种不同描述：线性 Walecka 模型、其非线性扩展，以及夸克–介子耦合（QMC）模型；后者纳入了重子的内部结构[25]。

* randall.vargas@unesp.br
† theo.motta@unesp.br
‡ gastao.krein@unesp.br

II. 相对论性核物质模型

在 RMF理论中，核相互作用通过标量介子和矢量介子的交换来描述 [26, 27]。随机相位近似（RPA） [1], 纳入了超越平均场近似的介质关联，并给出了描述系统集体响应的极化函数。

尽管本文涉及的三个模型都以类似的方式描述核相互作用，即通过标量介子和矢量介子，但它们在如何纳入介质效应方面有所不同。

在线性 Walecka 模型中，核子被视为通过介子场相互作用的点状粒子，耦合常数保持不变。介质效应完全来自这些基本场的量子涨落和热涨落，例如，介子关联函数会受到核子-核子空穴涨落的修饰。这是一种合理的描述；然而，尽管它能够成功再现核物质的一些整体性质，但另一些量却明显偏大，例如核物质的不可压缩性。非线性 Walecka 模型与上述模型相似，核子仍被视为点状粒子。不过，它通过引入标量场的自相互作用扩展了这种描述，从而软化状态方程，并改变有效核子质量的密度依赖性 [28]。这一修正使得在高密度下，核子质量相较于线性 Walecka 模型变得更大。因此，该模型得到的不可压缩性数值更加合理，尽管仍略高于经验值。最后，在 QMC模型中，介子场直接与核子内部的禁闭夸克耦合。因此，核子的内部结构会随密度发生变化，进而导致标量相互作用的有效密度依赖性 [29, 30]。该模型旨在朝着将重子描述为禁闭三夸克态迈出谨慎的一步。这一小步却极其有力；该模型对重核结构给出了令人印象深刻的良好结果 [31, 32], ，并成功描述了核心含有超子的中子星质量观测值 [33–38]。三个模型所采用的参数组总结于附录 C。

在本文中，我们将分析限制在等标量扇区，因为我们的目标是研究与对称核物质中标量—矢量耦合响应相关的不稳定性和护城河结构的有限温度演化。此外，在这一近似层次下，等标量和等矢量通道并不混合，因此可以分别研究。在等标量扇区中，标量通道和矢量通道通过极化矩阵耦合，其本征值决定介质的集体激发。根据它们的动量依赖性，我们确定有限温度下的不稳定性边界以及护城河区间的出现。

A. 线性瓦莱卡模型

最简单形式的线性 Walecka 模型[26, 27], 将核子相互作用描述为由一种等标量标量 σ 介子和一种等标量矢量 ω^μ 介子介导：前者负责核力的吸引部分，后者产生短程排斥。相应的拉格朗日密度为

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = &\bar{\psi}\left[i\gamma^\mu\partial_\mu - M + g_\sigma\sigma - g_\omega\gamma^\mu\omega_\mu\right]\psi \\ &+ \frac{1}{2}\left(\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2\right) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\ &+ \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu,\end{aligned} \tag{1}$$

其中

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu\omega_\nu - \partial_\nu\omega_\mu. \tag{2}$$

在平均场层次，标量场会修正核子质量，

$$M^* = M - g_\sigma\bar{\sigma}, \tag{3}$$

其中标量平均场满足

$$m_\sigma^2\bar{\sigma} = g_\sigma\rho_s. \tag{4}$$

在有限温度下，标量密度为

$$\rho_s = \gamma\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\frac{M^*}{E^*(k)}\left[n(k) + \bar{n}(k)\right], \tag{5}$$

with

$$E^*(k) = \sqrt{k^2 + M^{*2}}, \tag{6}$$

and

$$n(k) = \frac{1}{e^{[E^*(k)-\mu^*]/T}+1}, \qquad \bar{n}(k) = \frac{1}{e^{[E^*(k)+\mu^*]/T}+1}, \tag{7}$$

分别表示核子占据数和反核子占据数，且对于对称核物质有 $\gamma = 4$ 。

对于固定的 T 和 ρ_B，有效质量 M^* 和有效化学势 μ^* 由标量场方程和重子密度约束自洽地确定，

$$\rho_B = \gamma\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\left[n(k) - \bar{n}(k)\right]. \tag{8}$$

矢量平均场给出

$$m_\omega^2\bar{\omega}_0 = g_\omega\rho_B, \tag{9}$$

并据此使化学势发生偏移

$$\mu^* = \mu - g_\omega\bar{\omega}_0. \tag{10}$$

标量场的温度依赖性，因此 M^* 的温度依赖性，是通过

式（5）中的热占据数体现的。因此，标量场和矢量平均场共同决定介质中的核子质量以及有效化学势。二者之间的竞争构成了线性 Walecka 模型中核物质饱和的机制。然而，该模型预测的不可压缩性相对较大，且在饱和密度下有效核子质量较低，导致其状态方程通常比经验约束所表明的更为刚硬 [39]。这些局限促使人们引入非线性介子相互作用，我们将在下一小节讨论这一点。

B. 非线性 Walecka 模型

非线性 Walecka 模型通过引入标量介子场的自相互作用 [27, 28]，扩展了线性模型。这些附加项包含在标量势中

$$U(\sigma) = \frac{b}{3}M(g_\sigma\sigma)^3 + \frac{c}{4}(g_\sigma\sigma)^4, \tag{11}$$

其中， b 和 c 是经过调节以重现核物质性质的唯象参数。

非线性项改变了标量平均场的密度依赖性，并改善了对饱和附近核物质的描述。具体而言，它们降低了线性 Walecka 模型较大的不可压缩性，提高了饱和时的有效核子质量，并导致更软的状态方程 [27, 28]。此时，标量场方程变为

$$m_\sigma^2\bar{\sigma} + bMg_\sigma^3\bar{\sigma}^{\,2} + cg_\sigma^4\bar{\sigma}^{\,3} = g_\sigma\rho_s, \tag{12}$$

而标量场与有效核子质量之间的关系仍为

$$M^* = M - g_\sigma\bar{\sigma}. \tag{13}$$

结合式（12）和式（13）可得

$$M^* = M - \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2}\rho_s + \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2}\left[bM(M-M^*)^2 + c(M-M^*)^3\right]. \tag{14}$$

标量密度 ρ_s 由方程（5）给出，采用与上一小节中引入的相同有限温占据数。因此，有效质量的温度依赖性通过 ρ_s体现，而 ρ_s通过方程（12）自洽地决定标量平均场。矢量部分与线性 Walecka 模型相比保持不变。

C. 夸克–介子耦合模型

在QMC模型中，核子被描述为由禁闭夸克组成的复合系统，而非点状粒子。介子场直接与核子内部的夸克耦合，使其内部结构能够对周围核介质作出自洽响应。随着平均场随密度发生变化，它们会改变夸克波函数，进而改变核子的性质。这为相对论平均场框架下核相互作用的介质依赖性提供了一种微观机制 [29, 40, 41]。

在 MIT 袋模型描述中，核介质中的夸克动力学由下式支配

$$\left[i\gamma^\mu\partial_\mu - (m_q - g_\sigma^q\bar{\sigma}) - g_\omega^q\gamma^0\bar{\omega}\right]\psi_q = 0, \tag{15}$$

其中， g_σ^q 和 g_ω^q 分别表示夸克与标量和矢量介子场的耦合常数。标量场修正夸克有效质量，

$$m_q^* = m_q - g_\sigma^q\bar{\sigma}, \tag{16}$$

而矢量场则通过矢量势改变夸克能量。

夸克被限制在半径为 R_N的球形袋内。通过 MIT袋边界条件施加禁闭

$$i\gamma\cdot\hat{n}\,\psi_q = \psi_q, \qquad (r = R_N), \tag{17}$$

从而得到允许的夸克态的离散谱。相应的本征能量为

$$\epsilon_q = \frac{\Omega_q}{R_N} + g_\omega^q\bar{\omega}, \qquad \Omega_q = \sqrt{x_q^2 + (m_q^*R_N)^2}, \tag{18}$$

其中，本征值 x_q 由袋表面 [30, 40]处的边界条件确定。

有效核子质量由禁闭夸克的能量、袋体积能以及额外修正共同得到。概括地说，

$$M_N^* = E_{\rm quark} + E_{\rm bag} + E_{\rm corr}, \tag{19}$$

其中

$$E_{\rm quark} = \sum_q \frac{\Omega_q}{R_N}, \qquad E_{\rm bag} = \frac{4\pi}{3}R_N^3B_N. \tag{20}$$

这里， $E_{\rm quark}$ 是禁闭夸克的能量， $E_{\rm bag}$是与有限袋体积相关的真空能，而 $E_{\rm corr}$ 包含质心修正和胶子交换修正等额外贡献。这些修正确保在将模型推广到核物质 [41, 42]之前，能够正确再现自由核子性质。

由于标量场会改变核子内部的夸克波函数，有效核子质量成为 $\bar{\sigma}$的非线性函数。这种依赖关系可以很好地近似为

$$M^*(\bar{\sigma}) = M - g_\sigma\bar{\sigma} + \frac{d_\sigma}{2}(g_\sigma\bar{\sigma})^2, \tag{21}$$

其中， d_σ 是核子的标量极化率。它刻画了核子内部夸克

结构对标量平均场 [30, 43]的响应。对于本文采用的袋参数化，

$$\frac{d_\sigma}{2} = 0.0022\,\mathrm{fm} + 0.1055\,R_N - 0.0178\,\mathrm{fm}^{-1}R_N^2, \quad (22)$$

其中 R_N 以费米为单位表示。

相应的有效标量耦合为

$$\Gamma_\sigma(\bar{\sigma}) = -\frac{\partial M^*}{\partial \bar{\sigma}} = g_\sigma - g_\sigma^2 d_\sigma \bar{\sigma}. \quad (23)$$

在当前计算中，温度并不以显式形式出现在禁闭夸克的层面。相反，有限温效应通过核子态和反核子态的热占据体现出来。标量场由下式自洽地确定：

$$m_\sigma^2 \bar{\sigma} = \Gamma_\sigma(\bar{\sigma})\,\rho_s, \quad (24)$$

其中， ρ_s 是式（5）中定义的有限温标量密度。因此，热占据数会修正 ρ_s ，并通过上述方程修正自洽标量场。

与Walecka模型的一个重要区别在于，在QMC中，由于核子的内部结构，标量耦合会随标量场发生变化。随着标量场随密度增加，它会改变核子内部的夸克波函数，进而改变核子对周围介质的响应。 $\Gamma_\sigma(\bar{\sigma})$的减小会削弱标量吸引。这还会产生有效的多体力：两个核子之间的相互作用取决于周围介质，因为其他核子产生的标量场会改变它们的内部结构。这样，核子的标量响应便提供了一种有效的多体排斥，限制高密度下标量吸引的增长，并在核物质 [40, 41, 43]的饱和中发挥重要作用。

III. 不稳定性与莫特区

均匀核物质的稳定性由其对微小密度涨落的响应决定。在随机相位近似（随机相近似，RPA）中，这种响应由缀饰介子传播子描述：

$$D(q) = \left[D_0^{-1}(q) - \Pi(q)\right]^{-1}, \quad (25)$$

其中， D_0（q）是自由介子传播子， Π（q）是极化矩阵。系统的集体模对应于缀饰传播子的极点，这些极点满足

$$\det\left[D_0^{-1}(q) - \Pi(q)\right] = 0. \quad (26)$$

显式的有限温度极化函数按照参考文献 [21]，中的方法计算，而有效质量和耦合常数则由上一节讨论的核模型给出。

在本文中，我们始终考虑静态极限 $q_0 = 0$，此时响应由静态介电函数表征，

$$\epsilon(q) = \det[1 - D_0(q)\Pi(q)]\,. \quad (27)$$

对于各向同性物质，响应自然分解为一个纵向模和两个简并的横向模，

$$\epsilon(q) = \epsilon_L(q)\epsilon_T^2(q). \quad (28)$$

介电函数为判断稳定性提供了直接判据。不稳定区域的边界由下式确定：

$$\epsilon(q) = 0, \quad (29)$$

而

$$\epsilon_L(q) < 0 \quad \text{or} \quad \epsilon_T(q) < 0 \quad (30)$$

这表明均匀相不稳定。当零点出现在 $q \simeq 0$ 时，表明系统趋向于另一种均匀相发生不稳定。在这种情况下，这与液-气旋节区相关。有限动量处的零点则表明，主导的不稳定模会在某个特征动量处形成。这类有限动量不稳定性本质上是经典的 Brazovskii机制，它会促进空间调制相的形成 [7, 15, 44]。

除了确定不稳定性边界之外，分析集体模的动量依赖性也很有用。将矩阵对角化后

$$D_0^{-1}(q) - \Pi(q), \quad (31)$$

我们得到三个独立的本征值， $\lambda_T(q)$、 $\lambda_-(q)$ 和 $\lambda_+(q)$。当其中一个本征值在有限动量处出现极小值时，即可识别出护城河区间，

$$\frac{\partial \lambda_i(q)}{\partial q} = 0, \qquad \frac{\partial^2 \lambda_i(q)}{\partial q^2} > 0. \quad (32)$$

与由介电函数决定的不稳定性判据不同，护城河区间反映了集体响应中出现首选动量尺度的现象。高密QCD及相关系统中也曾讨论过这类有限动量极小值 [45, 46]。

作为基准，我们首先验证了零温计算能够重现先前报告的不稳定性边界和护城河结构。随后，我们将分析扩展到有限温度。随着温度升高，出现有限动量极小值的区域向更高的重子密度移动，而极小值的深度则减小。尽管如此，在较宽的温度范围内，护城河结构仍清晰可见。

IV. 结果

通过静态介电函数及其特征值，可以表征三个相对论模型的有限温集体响应。这些量共同决定均匀相的稳定性，并揭示有限动量集体模的出现。

A. 三模态中的不稳定区域 ls

图 1 总结了线性瓦莱卡模型、非线性瓦莱卡模型和 QMC 模型的静态介电函数零点所确定的（T， n_B）平面上的不稳定性边界。在这三种情况下，不稳定区域都覆盖整个温度范围，但仅限于密度高于某一阈值的区域。对于非线性瓦莱卡模型和 QMC 模型，该阈值出现在模型不适用的区域；而对于线性瓦莱卡模型，该阈值则小得多。随着温度升高，不稳定性的起始点向更高密度移动，使均匀物质变得不稳定的密度区间逐渐缩小。

在这三种模型中观察到的低密度纵向不稳定性，与核物质的液气相变有关。在该区域，均匀相分离为密度不同的多个相，表明发生了一级相变。尽管三种模型呈现出相同的定性行为，但它们预测的临界温度各不相同。QMC 模型给出的 T_c 最高，其次是线性瓦莱卡模型；非线性瓦莱卡模型预测的临界温度较低，且更接近当前的经验估计值。这些差异反映了各模型对介质效应的不同处理，并说明有效相互作用的改变会如何影响液气临界点的位置。

横向扇区的差异更加显著。线性瓦莱卡模型呈现出最大的横向不稳定区域。在非线性瓦莱卡模型中加入标量自相互作用，会改变有效核子质量的密度依赖性，并大幅缩小该区域的位置范围和覆盖范围。在 QMC 模型中，由于标量极化率会随着密度增加而削弱有效标量耦合，不稳定区域进一步受到限制。换言之，核子内部结构的介质修正，在决定中高密度下的稳定性边界方面发挥着重要作用。

B. 动量空间中的护城河行为

逆修饰传播子的特征值，

$$D_0^{-1} - \Pi, \tag{33}$$

通过揭示集体响应如何随动量演化，提供超出不稳定性边界的其他信息。

在低温下，特征值呈现出非单调的动量依赖性，并在有限动量处达到极小值。这种极小值是<文风 id='1'>护城河区间</文风>的定义性特征，表明主导性的集体涨落发生在有限波长处，而非长波长极限下，如图2所示。$2k_F$ 的特征尺度标志着弗里德尔振荡的波数。. 这是一种严格意义上的低温现象，其表现为关联函数在 $2k_F$处出现拐点，这一点在图2中同样可以清楚地看到。弗里德尔振荡在某种程度上是平凡的，仅仅表明费米面的尖锐程度。它们会导致关联函数中按代数规律衰减的振荡，稍后将对此进行讨论。

随着温度升高，在固定密度下，有限动量极小值变得不那么显著。然而，护城河区间并不会消失，而是向更高的重子密度移动，这与图1所示的不稳定性边界一致。

C. 横向模与有限动量尺度的出现

横向本征值$\lambda_T(q)$达到最小值时对应的动量 q 定义了该通道中的护城河。图 3 展示了这一动量在三种相对论模型的（T, n_B）相图中的演化。具体而言，

$$q(T, n_B) = \arg\min_q \lambda_T(q; T, n_B). \tag{34}$$

由于 $\lambda_T(q)$ 是逆修饰传播子的一个本征值， q 标识了横向响应最强时对应的动量。

色彩图展示了这一特征动量在整个相图中的演化。q 较小，表示极小值位于接近零动量处；而较大的值则表明首选动量向越来越短的波长移动。

在低密度下，横向响应由长波长涨落主导，且极小值出现在接近 $q = 0$ 处。随着密度增加，这一极小值向有限动量移动，揭示了与护城河区间相关的首选动量尺度的出现。

三种模型的整体行为相似，但仍存在定量差异。非线性

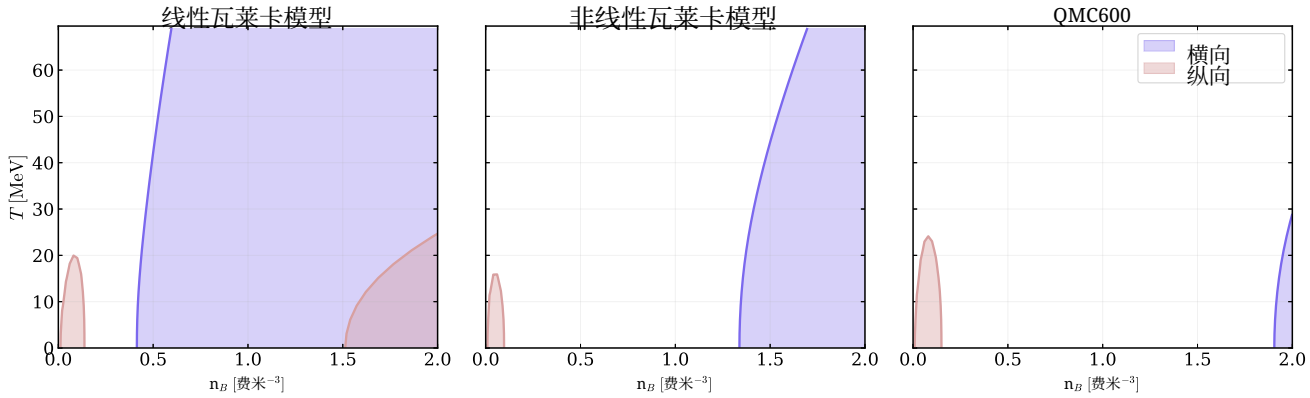

图1。线性瓦莱卡模型、非线性瓦莱卡模型和QMC模型在（T，n_B）平面上的不稳定性边界。阴影区域表示静态介电函数出现零点的区域。

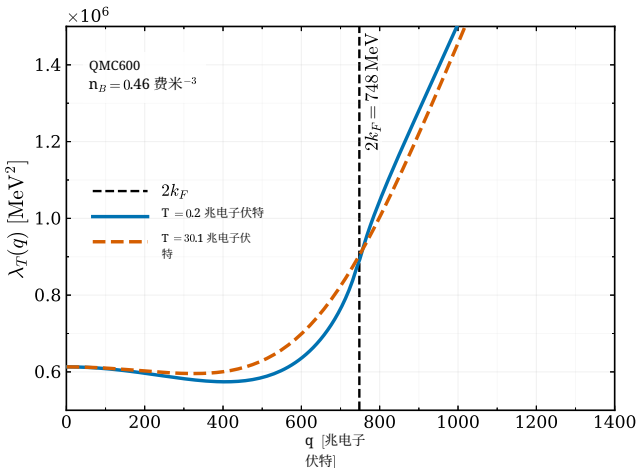

图2。不同温度下固定密度时横向本征值λ_T 的动量依赖性。竖直虚线表示对称核物质在 $n_B = 0.46$ 费米$^{-3}$处的尺度 $2k_F$。

瓦莱卡模型和 QMC 模型中，极小值向有限动量的移动更为迅速；而线性 Walecka 模型则在更宽的密度区间内呈现出更平缓的演变。

温度还会影响极小值的位置。随着温度升高，q 取有限值的区域会系统性地向更高的重子密度移动，这表明横向通道需要逐渐更加致密的物质，才能形成显著的有限动量极小值。

D. 构形空间响应和弗里德尔振荡

构型空间关联函数通过对传播子本征通道进行傅里叶变换获得道，

$$G_i(q) = \frac{1}{\lambda_i(q)}. \tag{35}$$

这一变换将集体模的动量空间结构与其真实空间关联联系起来。数值实现的细节，包括平滑窗函数和分段线性积分方案，见附录B。

图 4 比较了横向模 λ_T 以及两个纵向混合模 λ_- 和 λ_+ 在 $n_B = 0.46$ 费米$^{-3}$ 下、两种具有代表性的温度所对应的构型空间关联函数。

在 $T = 0.2$ 兆电子伏特下，三个通道都表现出具有弗里德尔振荡特征的代数衰减振荡。其起源可追溯至 $2k_F$ 附近传播子的有限动量结构，该结构在傅里叶变换后产生长程振荡关联。

在 $T = 30.1$ 兆电子伏特下，热效应削弱了 $2k_F$ 周围的动量空间结构，因此弗里德尔振荡受到强烈抑制。剩余贡献是振荡性的汤川关联，也称为汤川振荡 [47, 48]。尽管这些较高温度下的振荡会受到汤川项的指数衰减，但它们会在系统中引入一个能够影响可观测量的特征动量 [45, 49]。

实空间关联为动量空间分析提供了互补视角。在低温下，传播子本征通道呈现阻尼弗里德尔振荡，反映出集体响应的有限动量结构。弗里德尔振荡项随温度呈指数衰减，关联函数趋近于护城河区间所特有的尤卡瓦振荡。

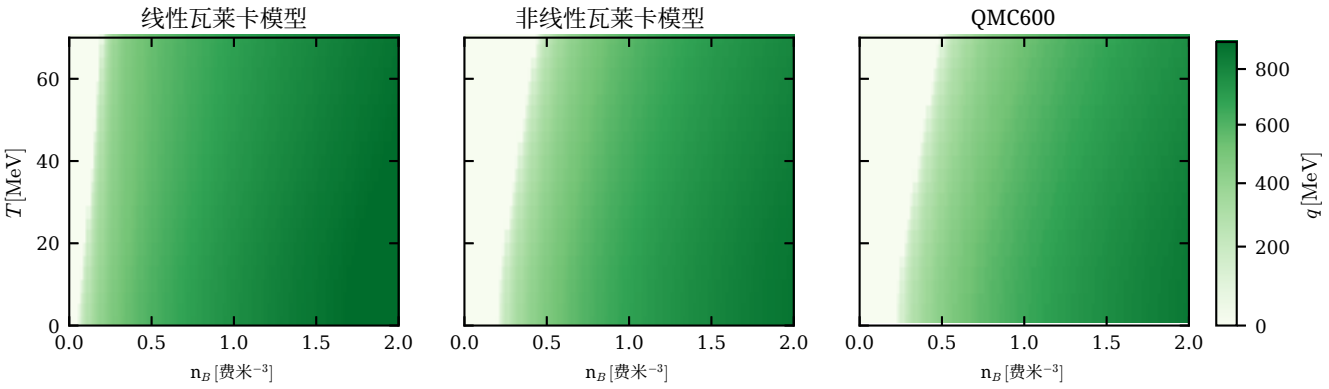

图3. 横向模 $\lambda_T(q)$达到最小值时的动量 q，以重子密度和温度为函数绘出，分别对应线性瓦莱卡模型、非线性瓦莱卡模型和 QMC 模型。

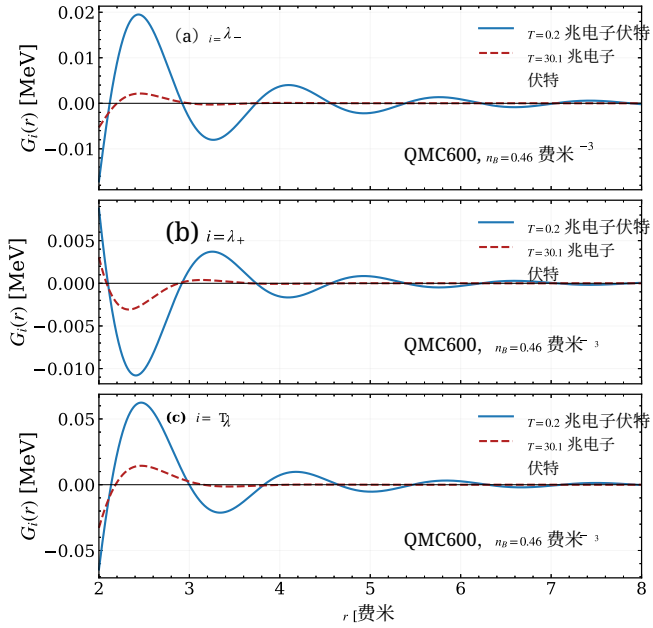

图4. 在 $n_B = 0.46$ 费米$^{-3}$ 处，横向模 λ_T 以及纵向混合模 λ_- 和 λ_+ 的构型空间关联函数；对应温度为 $T = 0.2$ 和 30.1 兆电子伏特。

V. 讨论与结论

我们研究了三种相对论平均场描述下对称核物质的有限温度等标量集体响应：线性 Walecka 模型、其非线性扩展以及 QMC模型。我们聚焦于耦合的标量—矢量扇区，追踪均匀不稳定性边界随温度的演化，并分析静态响应的完整动量依赖性。这些模型之间的主要差异在于它们对有限密度下标量相互作用的处理方式，这直接影响不稳定性图以及有限动量结构的出现

度。线性瓦莱卡模型产生了范围最大的 不稳定区域，其中包括高密度下的纵向不稳定性。在线性瓦莱卡模型中，这一特征显著减弱，在 QMC 模型中则进一步减弱。不过应当注意，这类强子描述最可靠的密度范围可能仅限于 $n_B \lesssim 0.5$费米$^{-3}$ （数倍饱和密度）；在此范围内，半径约为 0.8 费米的核子开始相互重叠。尽管如此，对比结果清楚表明，标量自相互作用和核子的内部响应会软化集体动力学，并限制不稳定物质的范围。从这个意义上说，不稳定性边界对介质效应高度敏感。

传播子本征值的动量依赖性包含了仅凭不稳定性边界无法捕捉的信息。在三个模型中，相关本征通道都呈现出非单调的 q依赖性，并在有限动量处达到极小值。这标志着护城河区间的出现，并为密度涨落引入了一个优选长度尺度。

温度以一种系统性的方式改变了这一图景。有限动量极小值依然存在，但其出现被推迟到更高的重子密度处，且极小值变得不那么显著。因此，热效应并不会消除护城河区间，但要使相同的有限动量结构形成，就需要更致密的物质。

构型空间结果为理解空间关联提供了互补视角。在低温下，本征通道呈现出与费米面附近结构相关的阻尼弗里德尔振荡。随着温度升高，这些振荡受到抑制，关联逐渐过渡为振荡型类汤川形式。

总体而言，护城河区间是这些致密核物质相对论模型中一种稳健的特征，尽管其位置和强度取决于微观模型和温度。当有限动量关联得到足够增强时，它们可被视为非均匀相可能变得重要的一个迹象，

尽管确定这类相的结构超出了本研究的范围。

总之，有限温度会使护城河区间向更高密度移动，并减弱其对动量的依赖，但该区间仍存在于相图的广阔区域内。这些结果为未来研究非均匀相及其在高温高密天体物质中可能发挥的作用奠定了基础。

致谢

本研究部分经费由圣保罗州研究基金会（FAPESP）提供，资助编号为 2024/13426-0（T.F.M.）和 2018/25225-9（G.K.）；国家科学技术发展委员会（CNPq）提供，资助编号为 315225/2025-4（T.F.M.）和 309262/2019-4（G.K.）；高等教育人员提升协调会（CAPES）提供，资助编号为 88887.893649/2023-00（R.H.V.P.）。

附录 A：有限温度下的标量极化

介质依赖的标量极化写作

$$\Pi_s(q) = -i\gamma_I(\Gamma_s^{\rm eff})^2\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4} \times \mathrm{Tr}_D[G(k-l)G(k+l)], \quad q=2l. \tag{A1}$$

其中 $\gamma_I=2$ 对于对称物质，$E_k^*=\sqrt{k^2+M^{*2}}$、$\mu^*=\mu-g_\omega\bar{\omega}_0$ $n_F\ E=[e^{\beta(E-\mu^*}+1]^{-1}$ $\bar{n}_F\ E=[e^{\beta(E+\mu^*}+1]^{-1}$，以及 $(\,)_+$、$(\,)_-$。传播子为

$$\begin{aligned} G(k) &= G_{\rm F}(k)+G_{\rm D}(k),\\ G_{\rm F}(k) &= \frac{\not{k}+M^*}{k^2-M^{*2}+i\epsilon},\\ G_{\rm D}(k) &= 2\pi i(\not{k}+M^*)\delta(k^2-M^{*2})\eta(k_0),\\ \eta(k_0) &= \theta(k_0)n_F(E_k^*)+\theta(-k_0)\bar{n}_F(E_k^*). \end{aligned} \tag{A2}$$

在无海近似中，真空–真空项被省略：

$$\Pi_s=\Pi_s^{\rm FD}+\Pi_s^{\rm DF}+\Pi_s^{\rm DD}. \tag{A3}$$

常见的狄拉克迹为

$$N(k,l)=4(k^2-l^2+M^{*2}). \tag{A4}$$

1. 费米–狄拉克贡献

在 $k-l$ 线上插入密度得到

$$\Pi_s^{\rm FD}(q)=\gamma_I(\Gamma_s^{\rm eff})^2\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4} \times\frac{2\pi N(k,l)\delta[(k-l)^2-M^{*2}]}{(k+l)^2-M^{*2}+i\epsilon}\eta(k_0-l_0). \tag{A5}$$

对于 $E_-^*=\sqrt{(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{l})^2+M^{*2}}$,

$$\delta[(k-l)^2-M^{*2}]=\frac{1}{2E_-^*}\sum_{s=\pm1}\delta(k_0-l_0-sE_-^*). \tag{A6}$$

进行能量积分后，

$$\Pi_s^{\rm FD}(q)=\gamma_I(\Gamma_s^{\rm eff})^2\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\sum_{s=\pm1}\frac{\eta(sE_-^*)}{2E_-^*} \times\left.\frac{N(k,l)}{(k+l)^2-M^{*2}+i\epsilon}\right|_{k_0=l_0+sE_-^*}. \tag{A7}$$

在 $\boldsymbol{k}-\boldsymbol{l}\to\boldsymbol{k}$之后，令 $q_0=l_0=0$、$q=|\boldsymbol{q}|$和 $x=\cos\theta$。然后

$$\begin{aligned} N(k,l) &= 8M^{*2}-4kqx,\\ (k+l)^2-M^{*2} &= -q^2-2kqx,\\ \frac{N(k,l)}{(k+l)^2-M^{*2}} &= 2-\frac{2(4M^{*2}+q^2)}{q^2+2kqx}. \end{aligned} \tag{A8}$$

实角积分为

$$\mathrm{Re}\int_{-1}^{1}\frac{dx}{q^2+2kqx+i0^+}=\frac{1}{2kq}\ln\left|\frac{q+2k}{q-2k}\right|. \tag{A9}$$

实部由主值处方得到:

$$\mathrm{Re}\,\Pi_s^{\rm FD}(0,q)=\frac{\gamma_I(\Gamma_s^{\rm eff})^2}{4\pi^2}\int_0^\infty dk\,\frac{k^2}{E_k^*} \times[n_F(E_k^*)+\bar{n}_F(E_k^*)] \times\left[2-\frac{4M^{*2}+q^2}{2kq}\ln\left|\frac{q+2k}{q-2k}\right|\right]. \tag{A10}$$

2. DF贡献

在 $k+l$ 线上插入密度后，

$$\Pi_s^{\rm DF}(q)=\gamma_I(\Gamma_s^{\rm eff})^2\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4} \times\frac{2\pi N(k,l)\delta[(k+l)^2-M^{*2}]}{(k-l)^2-M^{*2}+i\epsilon}\eta(k_0+l_0). \tag{A11}$$

记作 $E_+^*=\sqrt{(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{l})^2+M^{*2}}$,

$$\delta[(k+l)^2-M^{*2}]=\frac{1}{2E_+^*}\sum_{s=\pm1}\delta(k_0+l_0-sE_+^*), \tag{A12}$$

可得到

$$\Pi_s^{\mathrm{DF}}(q)=\gamma_I(\Gamma_s^{\mathrm{eff}})^2\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\sum_{s=\pm1}\frac{\eta(sE_+^*)}{2E_+^*}\times\frac{N(k,l)}{(k-l)^2-M^{*2}+i\epsilon}\bigg|_{k_0=-l_0+sE_+^*}. \tag{A13}$$

在 $\boldsymbol{k}+\boldsymbol{l}\to\boldsymbol{k}$之后，静态表达式为

$$\begin{aligned}N(k,l)&=8M^{*2}+4kqx,\\(k-l)^2-M^{*2}&=-q^2+2kqx,\\\frac{N(k,l)}{(k-l)^2-M^{*2}}&=2-\frac{2(4M^{*2}+q^2)}{q^2-2kqx}.\end{aligned} \tag{A14}$$

改变 $x\to-x$ 可得

$$\mathrm{Re}\,\Pi_s^{\mathrm{DF}}(0,q)=\mathrm{Re}\,\Pi_s^{\mathrm{FD}}(0,q). \tag{A15}$$

$k=q/2$ 处的对数奇点是可积的。

3. DD贡献

双密度项为

$$\Pi_s^{\mathrm{DD}}(q)=i\gamma_I(\Gamma_s^{\mathrm{eff}})^2(2\pi)^2\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}N(k,l)\times\delta[(k-l)^2-M^{*2}]\delta[(k+l)^2-M^{*2}]\times\eta(k_0-l_0)\eta(k_0+l_0). \tag{A16}$$

k_0 积分后得到

$$\delta(2l_0+sE_-^*-s'E_+^*),\qquad s,s'=\pm1. \tag{A17}$$

对于 $l_0=0$ 和 $q>0$，只有 $s=s'$ 有贡献，而 $E_-^*=E_+^*$ 需要 $\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{q}=0$。因此

$$N(k,l)=8(M^{*2}-l^2)=2(4M^{*2}+q^2). \tag{A18}$$

角向狄拉克δ函数给出 $k\geq q/2$，并产生雅可比 $E^*/(kq)$。对于 $E^*=\sqrt{k^2+M^{*2}}$，

$$\Pi_s^{\mathrm{DD}}(0,q)=i\frac{\gamma_I(\Gamma_s^{\mathrm{eff}})^2}{4\pi q}(4M^{*2}+q^2)\times\int_{E_{\min}^*}^{\infty}dE^*\,[n_F^2(E^*)+\bar{n}_F^2(E^*)], \tag{A19}$$

其中 $E_{\min}^*=\sqrt{M^{*2}+q^2/4}$。

4. 标量极化之和

结合实的单密度项，

$$\mathrm{Re}\,\Pi_s(0,q)=\frac{\gamma_I(\Gamma_s^{\mathrm{eff}})^2}{2\pi^2}\int_0^{\infty}dk\,\frac{k^2}{E_k^*}\times[n_F(E_k^*)+\bar{n}_F(E_k^*)]\times\left[2-\frac{4M^{*2}+q^2}{2kq}\ln\left|\frac{q+2k}{q-2k}\right|\right]. \tag{A20}$$

FD 和 DF 的壳上部分也会对时间序列虚部产生贡献：

$$\mathrm{Im}[\Pi_s^{\mathrm{FD}}+\Pi_s^{\mathrm{DF}}]=-\frac{\gamma_I(\Gamma_s^{\mathrm{eff}})^2}{4\pi q}(4M^{*2}+q^2)\times\int_{E_{\min}^*}^{\infty}dE^*\,[n_F(E^*)+\bar{n}_F(E^*)]. \tag{A21}$$

与 DD项结合，

$$\mathrm{Im}\,\Pi_s^{\mathrm{F}}(0,q)=-\frac{\gamma_I(\Gamma_s^{\mathrm{eff}})^2}{4\pi q}(4M^{*2}+q^2)\times\int_{E_{\min}^*}^{\infty}dE^*\left\{n_F(E^*)[1-n_F(E^*)]+\bar{n}_F(E^*)[1-\bar{n}_F(E^*)]\right\}. \tag{A22}$$

Thus

$$\Pi_s^{\mathrm{F}}(0,q)=\mathrm{Re}\,\Pi_s(0,q)+i\,\mathrm{Im}\,\Pi_s^{\mathrm{F}}(0,q). \tag{A23}$$

对于固定的 $q>0$，推迟极化在零频率处没有虚部；上面的有限温度虚部项属于时序关联函数。

附录B：组态空间关联

我们通过逆修饰传播子的本征值 $\lambda_i(q)$，考察静态集体模的空间行为，

$$D^{-1}(0,q)=D_0^{-1}(0,q)-\mathrm{Re}\,\Pi(0,q), \tag{B1}$$

其中 $i=T,\ -,\ +$。相应的传播子特征值为

$$G_i(q)=\frac{1}{\lambda_i(q)}. \tag{B2}$$

它们的傅里叶变换刻画了这些本征通道的空间行为。由于对角化本征向量可能依赖于 q，这些变换通常并不是固定局域介子场的关联函数。

对于各向同性物质，采用自然单位制动量空间归一化，并以费米表示 r，径向变换为

$$G_i(r)=\frac{\hbar c}{2\pi^2 r}\int_0^{q_{\max}}dq\,q\,\sin\!\Big(\frac{qr}{\hbar c}\Big)\,G_i(q)W(q), \tag{B3}$$

其中 $\hbar c=197.3269804$ 兆电子伏特·费米。在 $n_B=0.46$ 费米$^{-3}$处，费米动量为

$$k_F=\left(\frac{3\pi^2 n_B}{2}\right)^{1/3}\simeq1.895\ \mathrm{fm}^{-1},\qquad 2\hbar c k_F\simeq748\ \mathrm{MeV}. \tag{B4}$$

输入特征值在 $0.5\leq q\leq4000$ 兆电子伏特范围内的 800 个动量点上采样。为抑制端点伪影

我们使用

$$W(q) = \exp\left[-\left(\frac{q}{q_c}\right)^p\right], \quad q_c = 1800\ \mathrm{MeV}, \quad p = 4. \tag{B5}$$

被积函数 $qG_i(q)W(q)$在相邻动量点之间进行线性插值，并将其与正弦函数的乘积在每个区间上解析积分。独立的数值求积所得变换结果相互吻合，相对均方根差异约小于 0.2%。采用不同动量截断和窗口参数进行的测试表明，振荡曲线具有可重复性，但其振幅仍在相当程度上依赖于窗口。

在低温下，在所采样的距离范围内，振荡与类似弗里德尔的包络相符，

$$G_i(r) \sim \frac{A_i}{r^{\alpha_i}} \cos(2k_F r + \delta_i)\,, \tag{B6}$$

其中 k_F 以费米$^{-1}$ 表示，余弦项的相位也可等价地写为 $2k_F r$。在 $T = 30.1$ 兆电子伏特时，振荡相较于 $T = 0.2$ 兆电子伏特时受到显著抑制。这些观察结果刻画了所研究的有限区间；拟合结果既不能推断出精确的渐近 r^{-3} 定律，也不能推断出单一的汤川阻尼尺度。

附录 C：模型参数

为完整起见，我们总结了线性瓦莱卡模型、非线性瓦莱卡模型和夸克–介子耦合（QMC）计算中采用的参数集。这些参数用于数值计算第四节讨论的平均场、极化函数和集体响应。

表 I 列出了真空中的核子和介子质量，以及标量和矢量介子–核子耦合常数。这三个模型采用相同的核子和矢量介子质量，而标量介子质量和相互作用强度则取决于所选的参数化方案。

表 I. 线性瓦莱卡模型、非线性瓦莱卡模型和 QMC 模型中使用的质量及介子–核子耦合。

参数	线性	非线性	QMC
M [兆电子伏特]	939	939	939
m_σ [兆电子伏特]	550	550	600
m_ω [兆电子伏特]	783	783	783
g_σ	9.573	8.685	9.02
g_ω	11.670	8.646	8.42

其他依赖于模型的参数列于表II中。在非线性 Walecka 模型中，系数 b 和 c 控制标量场的三次和四次自相互作用，因此会改变有效核子质量的密度依赖性。在 QMC模型中，d_σ 是核子的标量极化率，而 R_N 是自由核子袋半径。这些量描述了核子的内部夸克结构对周围标量场的响应。

表II。非线性 Walecka 和 QMC模型中的其他参数。短横线表示相应参数在该模型中不存在。

参数	非线性瓦莱卡模型	QMC
b	7.950×10^{-3}	—
c	6.952×10^{-4}	—
d_σ [费米]	—	0.15
R_N [费米]	—	0.80

[1] S. A. Chin, 《物理学年鉴》**108**，301（1977）。[2] B. D. Serot 和 J. D. Walecka, 《多体理论进展评论》**3**，49（1992）。[3] R. J. Furnstahl 和 C. J. Horowitz, 《核物理 A》**485**，632（1988）。[4] R. J. Perry, 《物理学快报 B》**199**，489（1987）。[5] K. Lim 和 C. J. Horowitz, 《核物理 A》**501**，729（1989）。[6] M. G. Alford、J. A. Bowers 和 K. Rajagopal, 《物理评论 D》**63**，074016（2001），arXiv:高能物理－现象学/0008208。[7] D. Nickel, 《物理评论 D》**80**，074025（2009），arXiv:0906.5295 [高能物理－现象学]。[8] M. Buballa 和 S. Carignano, 《粒子与核物理进展》**81**，39（2015），arXiv:1406.1367 [高能物理－现象学]。[9] T. F. Motta、M. Buballa 和 C. S. Fischer，arXiv 预印本（2024），arXiv:2411.02285 [高能物理－现象学]。[10] A. G. da Silva、R. L. S. Farias、T. Motta 和 W. R. Tavares, 《致密物质中的稳健有限动量不稳定性》物质（2026年），arXiv:2608.25857 [hep-ph]。[11] M. Buballa 和 S. Carignano, 《物理学快报 B》**791**，361（2019年），arXiv:1809.10066 [hep-ph]。[12] J. M. Pawlowski、F. Rennecke 和 F. R. Sattler, 《高密度量子色动力学中的均匀不稳定性》（2025年），arXiv:2512.20510 [hep-ph]。[13] M. Buballa、L. Kurth、M. Wagner 和 M. Winstel, 《物理评论 D》**103**，034503（2021年），arXiv:2012.09588 [hep-lat]。[14] M. Buballa、S. Carignano 和 L. Kurth, 《欧洲物理杂志专题》**229**，3371（2020年），arXiv:2006.02133 [hep-ph]。[15] D. Nickel, 《物理评论快报》**103**，072301（2009年），arXiv:0902.1778 [hep-ph]。[16] T. F. Motta、J. Bernhardt、M. Buballa 和 C. S. Fischer, 《物理评论 D》**110**，074014（2024年），arXiv:2406.00205 [hep- ph]。[17] S. Pitsinigkos 和 A. Schmitt, 《物理评论 D》**109**，014024（2024年），arXiv:2309.01603 [nucl-th]。[18] G. W. Evans 和 A. Schmitt, 《高能物理杂志》**2024** (02)，041，

arXiv:2311.03880 [hep-th]。[19] A. Heinz、F. Giacosa 和 D. H. Rischke，《核物理 A》933，34（2015年），arXiv:1312.3244 [nucl-th]。[20] Y. Takeda、H. Abuki 和 M. Harada，《物理评论 D》97，094032 2018 1803（），arXiv: . 06779 [hep-ph]。[21] T. F. Motta 和 G. Krein，《物理评论 D》112，L071503（2025年）。[22] F. Rennecke 和 S. Yin，《物理评论 D》113，074015（2026年），arXiv:2510.06712 [hep-ph]。[23] F. Rennecke 和 S. Yin，《剖析低能量下的护城河区间 II：关联》（ 2026 2609 32563 ），[ ] arXiv: . hep-ph 。[24] W.-j. Fu、J. M. Pawlowski、R. D. Pisarski、F. Rennecke、R. Wen 和 S. Yin，《物理评论 D》111，094026（2025年），arXiv:2412.15949 [hep-ph]。[25] 线性和非线性 Walecka 模型已在参考文献 [2? ?] 中得到充分介绍和综述。关于 QMC 模型，读者可参阅参考文献 [29, 30, 33, 35?]。[26] J. D. Walecka，《物理年鉴》83，491（1974年）。[27] B. D. Serot 和 J. D. Walecka，《核物理进展》16，1（1986年）。[28] J. Boguta 和 A. R. Bodmer，《核物理 A》292，413（1977年）。[29] P. A. M. Guichon，《物理学快报 B》200，235（1988年）。[30] P. A. M. Guichon、K. Saito、E. N. Rodionov 和 A. W. Thomas，《核物理 A》601，349（1996年）。[31] J. R. Stone、P. A. M. Guichon、P. G. Reinhard 和 A. W. Thomas，《物理评论快报》116，092501（2016年），arXiv:1601.08131 [nucl-th]。[32] A. W. Thomas、P. A. M. Guichon、J. Leong、K. L. Martinez-Paglinawan 和 J. R. Stone，《一种强大的新型能量密度泛函》（2022年），arXiv:2212.09228 [nucl- th]。[33] J. Rikovska-Stone、P. A. M. Guichon、H. H. Matevosyan 和 A. W. Thomas，《核物理 A》792，341（2007年），arXiv:nucl-th/0611030。[34] T. F. Motta、A. M. Kalaitzis、S. Anti´c、P. A. M. Guichon, J. R. Stone 和 A. W. Thomas，《天体物理学杂志》878; 159 2019 [917, 111 2022], ( )，勘误：《天体物理学杂志》( ) arXiv:1904.03794 [核理论]。[35] T. F. Motta 和 A. W. Thomas，《现代物理学快报 A》37，2230001 2022 2201 ( )，arXiv: .11549 [核理论]。[36] J. Leong、A. W. Thomas 和 P. A. M. Guichon，《核物理 A》1050，122928 (2024年)，arXiv:2308.08987 [核理论]。[37] J. Leong、T. F. Motta、A. W. Thomas 和 P. A. M. Guichon，《物理评论 C》108，015804 (2023年)。[38] J. Leong、P. A. M. Guichon 和 A. W. Thomas，《物理评论 C》113，015809 (2026年)，arXiv:2503.21167 [核理论]。[39] J. R. Stone、N. J. Stone 和 S. A. Moszkowski，《物理评论 C》89，044316 (2014年)，arXiv:1404.0744 [核理论]。[40] K. Saito、K. Tsushima 和 A. W. Thomas，《核物理 A》609，339 (1996年)。[41] J. R. Stone、P. A. M. Guichon、P.-G. Reinhard 和 A. W. Thomas，《物理评论快报》116，092501 (2016年)。[42] J. R. Stone、P. A. M. Guichon、H. H. Matevosyan 和 A. W. Thomas，《核物理 A》792，341 (2007年)。[43] P. A. M. Guichon 和 A. W. Thomas，《物理评论快报》101，102501 (2008年)。[44] S. A. Brazovskii，《苏联物理学 JETP》41，85 (1975年)，俄文原版：《实验与理论物理学杂志》68，175–185 (1975年)。[45] F. Rennecke 和 R. D. Pisarski，载于 *Proceedings of Science* 2021 2022 016, ，《PoS》，第 CPOD 卷( )，第 arXiv:2110.02625 [高能物理－现象学]页。[46] F. Rennecke、R. D. Pisarski 和 D. H. Rischke，《物理评论 D》107，116011 (2023年)，arXiv:2212.01359 [高能物理－现象学]。[47] J. Diaz-Alonso、A. Perez 和 H. D. Sivak，《理论物理进展》105，961 (2001年)，arXiv:hep-ph/9803344。[48] J. Diaz Alonso、A. Perez Canyellas 和 H. Sivak，《核物理 A》505，695 (1989年)。[49] Z. Nussinov、M. C. Ogilvie、L. Pannullo、R. D. Pisarski、F. Rennecke、S. T. Schindler 和 M. Winstel，arXiv 预印本 (2024年)，arXiv:2410.22418 [高能物理－现象学]。