Prepared for submission to JCAP

西蒙斯天文台：多台仪器偏振校准方法分析

arXiv:2611.31235v1 [astro-ph.CO] 23 Nov 2026



西蒙斯天文台合作组

Anto I. Lonappan ,[1] **Patricia Diego-Palazuelos ,**[2,3] **Carlos Herv´ ıas-Caimapo ,**[4] **Kam Arnold ,**[5,1] **Susanna Azzoni ,**[6] **Carlo Baccigalupi ,**[7,8,9,10] **Matteo Billi ,**[11] **Erminia Calabrese ,**[12] **Yuji Chinone ,**[13] **Matthew Chu ,**[1] **Mark Devlin ,**[14] **Josquin Errard ,**[15] **Nicholas Galitzki ,**[16,17] **Bradley R. Johnson ,**[18] **Brian Keating ,**[1] **Andr´ea Landais ,**[15] **Toshiya Namikawa ,**[19] **Federico Nati ,**[20] **Giuseppe Puglisi ,**[11] **Christian L. Reichardt ,**[21] **和 Kevin Wolz** [22]

[1]加利福尼亚大学圣迭戈分校物理系，美国加利福尼亚州拉霍亚，邮编 92093[2]马克斯·普朗克天体物理研究所，Karl-Schwarzschild-Str. 1，D-85748 Garching，德[3]ORIGINS 卓越集群，Boltzmannstr. 2，D-85748 Garching，德国[4]天体物理研究所´与天文工程中心，智利天主教大学物理学院，Av. Vicu´ña Mackenna 4860，7820436 马库尔，圣地亚哥，智利[5]加利福尼亚大学圣迭戈分校天文学与天体物理学系，美国加利福尼亚州拉霍亚，邮编 92093[6]普林斯顿大学物理系，普林斯顿大学贾德温大楼，美国新泽西州普林斯顿，邮编 08544[7]高等国际研究学院（SISSA），via Bonomea 265，I-34136 的里雅斯特，意大利[8]国家核物理研究所（INFN），via Valerio 2，I-34127 的里雅斯特，意大利[9]国家天体物理研究所（INAF），via Tiepolo 11，I-34143 的里雅斯特，意大利[10]宇宙基础物理研究所（IFPU），Via Beirut 2，I-34151 的里雅斯特，意大利

[1]通讯作者。

[11]物理与天文学系，卡塔尼亚大学`，via S. Sofia 64，95123 卡塔尼亚，意大利[12]物理与天文学系，物理、化学与环境科学学院，卡迪夫大学，The Parade，卡迪夫，威尔士，英国 CF243AA[13]QUP（WPI），高能加速器研究机构（KEK），筑波，茨城 305-0801，日本[14]物理与天文学系——大卫·里滕豪斯实验室，费城，宾夕法尼亚州 19104[15]巴黎大学´巴黎´大学，法国国家科学研究中心（CNRS），天体粒子与宇宙学研究所，F-75013 巴黎，法国[16]德克萨斯大学奥斯汀分校物理系，美国德克萨斯州奥斯汀，邮编 78712[17]温伯格理论物理研究所，德克萨斯宇宙学与天体粒子物理中心，美国德克萨斯州奥斯汀，邮编 78712[18]弗吉尼亚大学天文学系，美国弗吉尼亚州夏洛茨维尔，邮编 22904[19]卡夫利IPMU（WPI），UTIAS，东京大学，柏市，277-8583，日本[20]米兰-比可卡大学物理系，Piazza della Scienza 3，20126 米兰，意大利[21]墨尔本大学物理学院，帕克维尔，维多利亚州 3010，澳大利亚[22]牛津大学物理系，丹尼斯·威尔金森大楼，基布尔路，英国牛津 OX1 3RH 电子邮箱：alonappan@ucsd.edu

摘要。 宇宙双折射，即光子穿越宇宙时宇宙微波背景线偏振平面发生的旋转，是检验标准模型之外是否存在宇称破坏物理的有力手段。然而，对静态各向同性旋转的测量从根本上受限于仪器绝对偏振角标定的精度。我们提出一种在西蒙斯天文台（SO）各仪器之间传递绝对校准的方法，并在纳入透镜化宇宙微波背景偏振、银河系偏振前景、相关仪器噪声和偏振角标定误差的大口径望远镜（LAT）与小口径望远镜（SATs）地图级模拟上加以验证。我们开发了两条互补的处理流程：一种联合LAT+SAT似然，其中任一仪器的绝对校准均可通过二者的重叠传递给另一仪器；以及Minami–Komatsu前景法，该方法在关于银河系尘埃偏振的假设下，将宇宙双折射与仪器失校准区分开来，而无需外部仪器偏振角先验。我们的目标是确定双折射角 β 的约束如何响应分析输入，并刻画其对仪器标定不确定度、LAT–SAT重叠多极范围以及分析策略的依赖。我们推导了一般的方差预算，定量表明：仅当参考仪器的不确定度与利用重叠区域进行传递所引入的不确定度之和仍低于接收仪器的校准不确定性时，传递校准才有助于提高灵敏度。传递校准并不能改善各向同性 β的绝对角度下限，但可在接收仪器的多极矩范围内提供角度参考。相对角度不确定度在 $\ell_{\rm max}^{\rm SAT} = 300$时为 $\sim 0.1^\circ$，在 $\ell_{\rm max}^{\rm SAT} = 600$时改善至 $\sim 0.04^\circ$，但取决于SAT波束与传递函数控制。 β 的最终不确定度完全取决于对校准不确定性所作的假设。最后，对于基准 $\beta = 0.3^\circ$，我们展示SO LAT的 ℓ范围如何借助C_ℓ^{EB}的角度依赖性，帮助区分尺度无关的类暗能量旋转与尺度相关的轴子暗物质解释。

目录

1 引言 **1**

2 理论 32.1 由随时间变化的场引起的双折射 42.1.1 暗物质情形 42.1.2 暗能量极限 4

3 模拟流程 **5**

3.1 信号：宇宙微波背景和前景 63.2 噪声 63.3 偏振角校准不确定性 73.4 分析掩模 8

4 方法 **9**

4.1 联合LAT+SAT似然 104.1.1 偏振旋转和观测到的 E/B 谱 104.1.2 基于 EB 似然的总旋转不确定性 114.1.3 基于重叠区域交叉谱的LAT–SAT相对角 114.1.4 联合LAT+SAT似然和 β 估计量 124.1.5 方差预算和极限情形 134.1.6 应用于SO模拟 164.2 使用前景进行LAT角度校准 214.3 方法比较 244.4 区分暗能量和暗物质双折射 26

5 讨论与结论 **28**

A 基于地图的 LAT–SAT 交叉校准 **29**

B 扩展至 TB 交叉谱 **31**

1 引言

宇宙微波背景（CMB）为观测早期宇宙提供了强有力的窗口，使我们得以精准洞察基础物理。宇宙微波背景偏振中可能留下印记的一种引人注目的现象是宇宙双折射 （CB），即宇宙微波背景光子在宇宙学距离上传播时，其线偏振角发生与频率无关的旋转。这种效应将表明存在宇称破坏相互作用，以及标准模型之外的新物理 [1–7]。

宇宙双折射表现为天空中偏振平面的旋转，这种旋转可能取决于观测方向 [8]，也可能在整个天空中均匀（各向同性）。这种各向同性旋转可能源于一个随时间缓慢演化且近乎均匀的赝标量场，该场通过陈-西蒙斯相互作用 [2, 5] 与光子耦合。包括涉及暗能量 [2, 9–15],

暗物质 [16–18], 早期暗能量 [11, 19, 20], 拓扑缺陷 [21–24], 以及量子引力 [25–27]。在许多这类模型中，产生旋转的场是类轴子粒子（ALP）的场。在这种情况下，双折射信号可间接探测 ALP 性质，包括质量、耦合强度和宇宙学演化。搜寻随观测时间振荡的偏振角依赖于相对时间稳定性；这不同于此处所考虑的、源自宇宙微波背景偏振产生期间演化场的尺度依赖 EB 特征。

各向同性宇宙双折射引入的旋转会混合宇宙微波背景偏振的宇称偶 E 或 T 与宇称奇 B 模式 [28, 29], ，从而产生非零的 TB 和 EB 相关 [30, 31]„ 即使原初信号中并不存在这些相关。特别是，在宇称奇宇宙微波背景二点统计量中， EB 功率谱比 TB 谱对双折射更为灵敏，这是由于其宇宙方差更低 [32]。对 B模式场进行去透镜，可通过降低透镜诱导方差 [33]，进一步提高基于EB的双折射灵敏度。此外，若赝标量场在复合时期或再电离等关键时期演化，它会微妙地改变 EB 谱的形状和振幅 [15], ，从而增强该探针在约束基础物理方面的效用。因此，重建这种角度依赖性可提供底层场动力学的层析视图 [11, 16, 20, 34–38]„ 同时也有助于将其与仪器效应区分开来 [32, 39–43]。

多个宇宙微波背景实验均发现了各向同性双折射角可能非零的迹象， β。对普朗克 [32, 44–48], 阿塔卡马宇宙学望远镜（ACT） [49, 50], 数据的分析，以及普朗克-$WMAP$ [51, 52] 和普朗克 -ACT [53] 联合研究，均报告了相互一致的信号，数值约为 $\beta \approx 0.2^\circ$ 至 0.3° ，统计显著性从单项分析中的 $\sim 2\sigma$到合并阿塔卡马宇宙学望远镜 与普朗克 数据后的 $\sim 4.8\sigma$ [53]。此前，QUaD [39], $WMAP$ [54], POLARBEAR [55], 南极望远镜 [56, 57], 和SPIDER [58, 59]开展的研究因系统不确定度而未能得出明确结论。后续研究尝试量化可能影响这些测量的系统不确定度，例如仪器偏振角 [60, 61], ，或银河系热尘埃可能产生的本征非零 EB 相关性 [46, 62–64]。这些迹象促使研究人员利用正在开展的地基实验（如SO [65–67] 和AliCPT [68–70], ）、计划中的$LiteBIRD$ 任务 [71, 72], 以及拟议中的CMB-HD概念 [73], 开展更灵敏的检验，同时更严格地控制系统不确定度。

Simons Observatory 位于智利北部阿塔卡马沙漠海拔 5200 米处，致力于探索宇宙学中的基本问题。它由针对度尺度偏振优化的小口径望远镜（SATs，口径为 0.42 米）和一台将用于多种科学研究的大口径望远镜（LAT，口径为 6 米）组成。在这项工作中，我们利用这两类仪器的地图级模拟，开发并验证了从 SO LAT 和 SAT 数据中提取宇宙双折射信号所需的方法。

这些测量最终受绝对偏振角标定精度的限制，因为全局校准误差与各向同性双折射旋转无法区分 [74]。偏振角误差还会混合 E 和 B 模式，并可能污染推断出的宇宙学偏振信号 [75]。要达到宇宙双折射所要求的校准精度，是一项核心实验挑战。地基实验采用了几种互补策略：使用稀疏线栅以及无人机搭载或塔载发射器等人工偏振源 [76；对仪器引起的偏振旋转进行详细光学建模 [81], ；使用天体物理校准源，其中最著名的是蟹状星云（Tau A），它是微波天空中最亮的偏振源 [82, 83], ；以及采用跨实验相关技术 [84]。此外，人们还提出了太空人工校准源，例如——

特别是 CalSat，这是一种立方体卫星概念，旨在为地基和亚轨道宇宙微波背景实验提供共同的偏振参考源 [74, 85]。这些方法各有实际局限。线栅和人工源校准可测定仪器内部的偏振响应，即已知的源端输入角如何映射为探测器坐标系读数；但仍须通过测量或其他独立方式确定光源相对于天空的方向，进而确定仪器视轴的方向；单靠线栅无法验证这一几何关系是否准确。目前 Tau A 的绝对角度仅已知到$\sim 0.3^\circ$ [82]。另一种方法是通过要求宇宙微波背景TB 和 EB 功率谱为零来进行偏振角自校准。然而，这一过程也会消除各向同性宇宙双折射信号，而具有内禀非零 TB 或 EB 相关性的残余银河系前景可能会使推断出的校准角产生偏差 [74, 86]。

这些考量，以及校准任何单台仪器所面临的困难，促使我们采用本文所探讨的策略：通过各台仪器对同一天空所制作的宇宙微波背景辐射图，将每台仪器的校准测量结合起来，作为一致性检验，同时也使校准较不充分的仪器受益。

本文结构如下。在 第 2 节，我们概述各向同性宇宙双折射的理论框架及其与新物理的联系。 第 3 节 介绍我们的模拟流程，详细说明天体物理和宇宙学信号以及仪器效应的建模。在 第 4 节中，我们提出两种互补的分析方法，并描述它们对宇宙双折射的灵敏度。最后，在 第 5 节中，我们讨论研究结果的更广泛影响，以及未来改进宇宙双折射约束的方向。

2 理论

宇宙双折射源于赝标量场 ϕ 通过陈-西蒙斯项 [1, 2]与电磁学耦合。这种耦合会改变光子色散关系，使两种圆偏振态以略有不同的相速度传播；在几何光学（WKB）极限下处理光子的传播——由于光子波长远小于场变化的尺度，这一近似成立——可以发现，两种状态之间的双折射相位差会逐渐累积，最终导致线偏振平面发生净旋转。对于在 ΛCDM 背景下演化、具有二次势的场，光子色散关系的推导以及偏振的 WKB 传播均属标准结果 [87]；关键结论是，从共形时间 η 到今天累积的线偏振角净旋转为

$$\beta(\eta) = \frac{g\,\phi_{\rm in}}{2}\big[f(\eta_0) - f(\eta)\big], \tag{2.1}$$

其中， g 为耦合常数， $\phi_{\rm in}$ 为初始场值，而 $f(\eta) \equiv \phi(\eta)/\phi_{\rm in}$ 为满足以下条件的无量纲演化函数

$$f'' + 2\frac{a'}{a}\,f' + a^2 m_\phi^2 f = 0, \tag{2.2}$$

初始条件 $f(\eta_{\rm in}) = 1$和 $f'(\eta_{\rm in}) = 0$设定在辐射时代深处，此时 $H(\eta_{\rm in}) \gg m_\phi$。质量 m_ϕ 决定场何时开始滚动：对于 $m_\phi \lesssim 10^{-33}$电子伏特，该场在宇宙微波背景偏振的产生的整个历史中实际上处于冻结状态，而对于 $m_\phi \gtrsim 10^{-28}$电子伏特，它在复合时期之前或期间开始振荡 [19, 35]。这两种情形在宇宙微波背景 EB 功率谱中产生定性上不同的特征，如第2.1.1节 和 2.1.2节所述，并如图1所示。

2.1 随时间变化的场引起的双折射

我们描述含时的 $\beta(\eta)$如何进入宇宙微波背景偏振的玻尔兹曼方程，遵循参考文献 [35]。在存在随时间变化的旋转速率 $\beta'(\eta) = g\phi'(\eta)/2$的情况下求解视线积分，当前时刻偏振多极矩的形式解为

$$ {}_{\pm2}\Delta_{P,\ell}(\eta_0, q) = -\frac{3}{4}\sqrt{\frac{(\ell+2)!}{(\ell-2)!}} \int_0^{\eta_0} d\eta\, \tau'(\eta)\, e^{-\tau(\eta)}\, \Pi(\eta, q)\, \frac{j_\ell[q(\eta_0-\eta)]}{[q(\eta_0-\eta)]^2}\, e^{\pm 2i\beta(\eta)}, \tag{2.3} $$

其中， $\tau'(\eta)$ 是微分光学深度， $\Pi(\eta, q)$ 是偏振源项， j_ℓ 是 ℓ阶球贝塞尔函数；完整定义遵循参考文献 [35]中的约定。E模和 B模的传递函数由${}_{\pm2}\Delta_{P,\ell}$得到，而 EB 功率谱为

$$ C_\ell^{EB} = 4\pi \int d(\ln q)\, P_s(q)\, \Delta_\ell^E(q)\, \Delta_\ell^B(q), \tag{2.4} $$

其中， $P_s(q)$ 是原初标量曲率功率谱。方程（ $e^{\pm 2i\beta(\eta)}$ 中的因子（2.3）体现了场的动力学。宇宙微波背景偏振主要产生于复合时期（$z \simeq 1090$）和再电离时期（$z \simeq 7$）；如果 $\beta(\eta)$ 在这些可见度峰的宽度范围内显著变化，那么在不同时间发生最后散射的光子会积累不同的旋转相位，最终使 EB 功率谱呈现出特征性的多极依赖。

2.1.1 暗物质情形

如果赝标量场足够重，以至于在复合时期前就已开始振荡，那么它会表现为振荡的类暗物质场。对于 $m_\phi \gtrsim 10^{-28}$电子伏特的此类场，该场会在复合时期振荡，导致净旋转出现部分抵消，并在高多极矩下产生具有振荡结构的 EB 功率谱 [19, 35]。在过渡质量范围 10^{-32}电子伏特 $\lesssim m_\phi \lesssim 10^{-31}$电子伏特内，该场在复合时期之后、再电离之前开始演化，从而改变低多极矩处ℓ 再电离隆起在 C_ℓ^{EB} [35, 42]中的相对振幅。参考文献 [35]单独展示了这一过渡情形；而本文转而关注振荡的高多极情形，三个选定取值对应的理论 EB 功率谱以橙色、绿色和红色曲线展示于图1中。介于10^{-31} 与 10^{-28}电子伏特之间的质量对应本文讨论的两种情形之间的过渡；固定模板比较中不纳入这些质量。

2.1.2 暗能量极限

如果该场足够轻，能够在晚期宇宙之前一直受到哈勃摩擦的冻结作用，那么其近似恒定的能量密度就会表现为一种类暗能量成分，并且只有当 H（η）降至 m_ϕ以下时才开始滚动。对于这类极轻场，当 $m_\phi \lesssim 10^{-33}$ 电子伏特时， f（η）在两个可见度峰处的变化都非常缓慢，而因子 $e^{\pm 2i\beta(\eta)}$ 可以在视线积分下近似视为常数。由此产生的尺度无关旋转在图 1中以蓝色曲线表示。在这一极限下，宇宙双折射的效应可简化为偏振基绕单一有效角度 $\beta = g\phi_{\rm in}\Delta f/2$ 进行均匀旋转，即

$$ C_\ell^{EE,\,\rm obs} = \cos^2(2\beta)\, C_\ell^{EE} + \sin^2(2\beta)\, C_\ell^{BB}, \tag{2.5} $$

$$ C_\ell^{BB,\,\rm obs} = \cos^2(2\beta)\, C_\ell^{BB} + \sin^2(2\beta)\, C_\ell^{EE}, \tag{2.6} $$

$$ C_\ell^{EB,\,\rm obs} = \frac{1}{2}\sin(4\beta)\, \left(C_\ell^{EE} - C_\ell^{BB}\right), \tag{2.7} $$

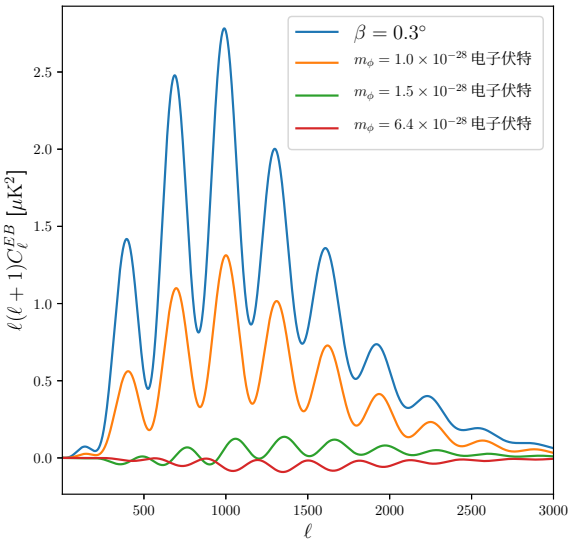

图 1：类轴子粒子由暗能量和暗物质场产生的各向同性宇宙双折射理论 EB 功率谱。蓝色曲线表示旋转角为 $\beta = 0.3°$ 的暗能量情景对应的功率谱。橙色、绿色和红色曲线分别对应质量为 $m_\phi = 10^{-28}$ 电子伏特、1.5×10^{-28} 电子伏特和 6.4×10^{-28} 电子伏特的暗物质场，均使用 $\beta(\eta_{\rm in}) = 0.3°$计算。

.

其中，右侧的功率谱对应于不存在双折射时的标准 ΛCDM 功率谱。由于对于宇宙微波背景 $C_\ell^{BB} \ll C_\ell^{EE}$，主要特征是 $C_\ell^{EB,\,\rm obs} \approx 2\beta C_\ell^{EE}$，这对应于振幅为 β的尺度无关旋转。在全文中，第3 节的地图级模拟均采用这一恒定旋转情景。暗物质功率谱不会通过模拟流程进行传播，而仅作为第 4.4节模型比较检验中的固定模板。

3 模拟流程

本节详细介绍我们分析中使用的模拟流程，包括其组成部分以及不同的复杂程度。我们在 `HEALPix`[1] [88, 89]分辨率下生成 `NSIDE` $= 2048$次[2] 实现。模拟包括下文所述的信号、噪声和仪器系统误差分量。所探讨的校准情景汇总于表 1。我们未对其他仪器效应进行建模，例如光束不对称性和椭圆率、增益失配、残余温度到偏振泄漏，以及单一全局校准误差之外依赖于探测器管或焦平面的角度偏移。地图级分析可以纳入时域效应和传递函数，但为简化计算，本研究的模拟中省略了这些因素。切割天空引起的 E-到-B 泄漏通过 `NaMaster` （第 4节）在功率谱估计中予以考虑。因此，结果应解读为

[1] http://healpix.sf.net/ [2] LAT分析中使用此分辨率，最高至 $\ell_{\rm max} = 3000$。虽然原则上可以将 SAT地图降至更粗的分辨率，但为简化计算，我们在所有地图中保留统一的 `NSIDE` $= 2048$ 。采用 `HEALPix` 像素化是出于便利考虑，并非预先考虑到 Simons Observatory 数据产品的 CAR投影。

在控制这些效应后可达到的灵敏度，其中校准不确定性被视为具有代表性的主导系统误差。

3.1 信号：宇宙微波背景和前景

宇宙微波背景：我们使用 lenspyx [90], ，基于未透镜化的宇宙微波背景以及由 CAMB [91] 计算得到的透镜势功率谱，生成透镜化宇宙微波背景偏振图；所采用的宇宙学模型为平坦 ΛCDM，参数为 H_0 =67.36 km s^{-1} Mpc^{-1}、$\Omega_b h^2 = 0.02237$、$\Omega_c h^2 = 0.12$、$\Omega_\nu h^2 = 6.4514 \times 10^{-4}$和 $\Omega_K = 0$。我们通过在透镜效应发生前，将宇宙微波背景的未透镜化 Q 和 U 偏振场旋转一个恒定角度 β，来纳入宇宙双折射。我们考虑两套模拟：信号情景，其中 $\beta = 0.3°$；以及零信号情景，其中 $\beta = 0.0°$（关于本研究所考虑的双折射情景的完整范围，包括第 4.4 节单独使用的暗物质模板，请参见第 2.1.2 节）。选择 $\beta = 0.3°$ 是为了代表当前的迹象 [45, 46] ，并用于检验估计量是否无偏；本文所报告的灵敏度则由零信号模拟套件得出。

前景：银河系前景使用PySM [3] 软件包 [92–94]进行模拟。作为我们的基准，我们采用d1s1组合：d1热尘埃模板，即由Planck Commander分析得到的、谱指数 β_d 和温度 T_d 随空间变化的单分量修正黑体，以及来自同一分析的s1同步辐射模板，即谱指数随空间变化的幂律模型。为评估对前景复杂性的稳健性，我们还考虑d10s5组合，其中d10是基于GNILC的尘埃模型 [95]，利用小尺度涨落将模板扩展到更高多极矩，而s5是由23 GHz的WMAP九年数据 [96] 导出的同步辐射模型，其随空间变化的谱指数与S-PASS观测 [97]一致。对于LAT Minami–Komatsu（MK）基于前景的分析，在检验模板失配时，我们进一步使用替代的d9s4模板集；d9是其简化尘埃分量（d10振幅，且 $\beta_d = 1.48$ 和 $T_d = 19.6$K固定）。s4分量是s5的简化版本，其同步辐射谱指数在整个天空上固定为 -3.1 。我们注意到，PySM的d1、d9和d10模型并非为再现尘埃 EB 信号的微观物理起源而构建，它们所携带的残余 EB 相关也缺乏物理动机。d1s1和d10s5均未刻画丝状形态、磁场失配、视线方向去相关，或随空间变化的偏振角和发射性质 [62–64, 98–101]；针对更复杂模型 [102–104] 的检验留待未来工作。这些局限性对MK分析尤为相关，该分析在关于银河系尘埃 EB 偏振的假设下，将宇宙双折射与仪器失校准区分开来。

波束与通带： LAT 和 SAT 的波束被建模为对称高斯波束，分别遵循 [66] 和 [67]，中报告的名义光学设计。对于 LAT，使用名义 Simons Observatory 通带执行带通积分。对于 SAT，为与此前的 SAT 预报 [67] 保持一致，采用 δ函数带通。

3.2 噪声

高斯噪声实现采用更新后的 SO 噪声模型生成，该模型包含白色仪器噪声和相关 $1/f$ 大气噪声的贡献，以及 LAT 各管之间的噪声相关性。对于 SAT，我们采用文献 [67], 中所述的扩展六望远镜SAT阵列噪声模型，该模型反映了探测器数量的增加

[3] https://github.com/galsci/pysm

以及 93 和 145 GHz 通道中探测器数量的增加，并将巡天时长延长至 2035 年。对于 LAT，我们采用文献 [66], 中所述的增强型 LAT 配置噪声模型，该模型纳入了升级后的 30,000 探测器焦平面及相应的灵敏度提升。我们考虑 SO 预测的两种灵敏度假设，分别记为基准和目标，其中目标情景对应较为乐观的仪器性能预测。所有情况下，$1/f$ 噪声分量均固定为悲观情景。除非另有说明，我们采用基准噪声配置。完整观测时间被分为两个相互独立的观测分组，分析中用到的所有功率谱均计算为这两个分组之间的交叉谱，而非自功率谱，以避免噪声偏差污染自谱估计量。对于避免噪声偏差而言，两个分组已足够，无需采用 LAT 预期的四个分组，但这会降低对时域系统误差的约束能力。在噪声主导极限下，使用两个而非四个分组会使交叉谱方差增加 $3/2$倍；其对完整似然的影响还取决于信号和相关噪声。噪声实现具有各向同性。在较小的 LAT–SAT 重叠区域内，噪声和银河系前景的空间变化及其相互作用可能会影响相对角度估计（第4.1.3节）；本研究未对其影响进行量化。

3.3 偏振角校准不确定性

绝对偏振角校准的不确定性是各向同性双折射分析中主要的仪器系统误差之一。在宇宙微波背景实验中，绝对角度通过天体物理源和人工偏振源进行校准。对于 Simons Observatory，SAT 和 LAT 的绝对角度校准途径各不相同，各有实际优势和局限。我们将仪器 $T \in \{\text{LAT}, \text{SAT}\}$ 的真实频段级偏振角偏移记为 α_T，其校准估计值记为 $\bar{\alpha}_T$，与该估计值相关的不确定性记为 $\sigma(\alpha_T)$。

SAT 得益于专用仪器技术，包括可连续旋转的半波片，有助于控制仪器偏振和低频噪声，避免它们影响偏振角测量；此外，SAT 还能在其远场部署人工校准源，而其远场距离仅数百米。需要强调的是，半波片本身并不能确定天空偏振参考系的绝对方向，仍需外部参考；编码器偏移和波片方向本身也属于绝对角度误差预算中的组成项。LAT 的远场位于数十千米之外，因此较难使用人工源进行校准；但其角分级分辨率使其能够观测紧致偏振天体物理校准源，并获取驱动统计约束的高多极矩 EB 信息。

第4.1 节中发展的传递技术在 LAT↔SAT 下是对称的：它们一般适用于两种独立校准的比较，且确定得更好的角度——无论属于哪台仪器——都可以传递给另一台。因此，我们探讨表1的校准情景，这些情景涵盖两种校准的三种可能排序。在 C1–C3 中，SAT 的校准优于 LAT，其校准被传递至 LAT；C4 假设可比校准，$\sigma(\alpha_{\text{LAT}}) = \sigma(\alpha_{\text{SAT}})$；而 C5 假设 LAT 的校准优于 SAT。这些数值所跨越的范围旨在揭示估计量的行为；应将其理解为对可能的校准不确定性的探索，而非对 SO 性能的预测。

我们将 SAT 绝对偏振角定义为 $0°$，因此分析中仅将 SAT校准不确定度 $\sigma(\alpha_{\text{SAT}})$ 作为外部先验。于是，LAT 参考角

情景	$\sigma(\alpha_{\rm LAT})$ [度]	$\sigma(\alpha_{\rm SAT})$ [度]
C1	0.20	0.10
C2	0.10	0.05
C3	0.05	0.01
C4	0.10	0.10
C5	0.05	0.10

表1：本文采用的偏振角校准情景。表中列出了 LAT 和 SAT 偏振角所假定的高斯校准不确定度 $\sigma(\alpha)$。情景 C2 和 C3 假设 SAT 校准得更好，C4 假设两者校准水平可比，C5 假设 LAT 校准得更好。情景 C1 仅用于表4中的探索性研究。关于通过 LAT–SAT 重叠传递校准，还是直接使用各仪器自身先验的相应选择，将在第4.1.5节讨论。

可以取任意值。其假定的中心值 $\alpha_{\rm LAT}$ 及其不确定度 σ（$\alpha_{\rm LAT}$）均进入模拟； σ（$\alpha_{\rm LAT}$）是否也作为先验进入似然，取决于估计量，如第4.1.4节所述。对于每个模拟实现和频段，我们从以表2中的基准值为中心的高斯分布抽取角度偏移，宽度为σ（α_T）。

3.4 分析掩模

我们采用由Simons Observatory任务规模模拟得到的三个巡天掩模，如图2所示。SAT掩模对应于名义SAT巡天覆盖范围，天空占比为 $f_{\rm sky}^{\rm SAT} = 0.1$ [67]。两个LAT掩模由名义LAT巡天覆盖范围导出，其基准天空占比为 $f_{\rm sky}^{\rm LAT} = 0.61$，定义如下：

- LAT-I</style)：LAT 覆盖区域外加 10% 的银河系切除，保留较大比例的 LAT 天空；
- **LAT-II**：LAT 覆盖区域外加 40% 的银河系切除，更有力地抑制银河系偏振辐射。

在 LAT 情形中，分析时会排除受到强 CO 辐射污染的区域。为简便起见，不对单个点源进行掩膜处理；点源孔洞会改变掩膜导致的 E–B 耦合，并可能影响估计量方差 [49]。掩膜按照 NaMaster 的 C2 约定[4] [105]，采用 2° 余弦渐消窗进行渐消窗处理。

LAT-I 掩膜被用作联合 LAT+SAT 似然分析（第 4.1 节）以及第 4.2 节 Minami–Komatsu（MK）分析的基准。在联合分析中，LAT 和 SAT 的谱分别在 LAT-I 和 SAT 覆盖范围内计算。LAT×SAT 交叉谱在两者的共同重叠区域内计算。在 MK 分析中，优先采用完整的 LAT-I 掩膜，因为它保留了对银河系前景辐射明亮区域的观测能力，有助于打破宇宙双折射与仪器校准误差之间的简并。LAT-II 掩模则用于评估联合

[4] https://github.com/LSSTDESC/NaMaster

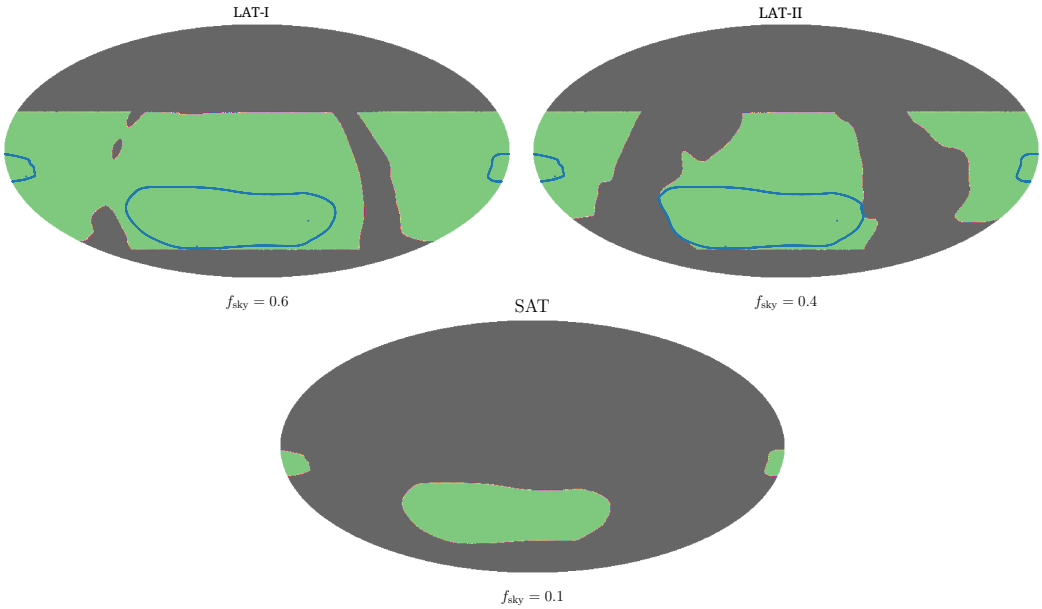

图 2：根据 Simons Observatory 任务规模模拟生成的巡天掩模。左上至右：LAT-I 和 LAT-II 掩模；下方：SAT 掩模。LAT-I 掩模对应于进行 10% 银河系切除的 LAT 覆盖区域（基准），LAT-II 则对应于进行 40% 银河系切除的同一覆盖区域（前景稳健性评估）。10%（40%）银河系切除采用普朗克银河系掩膜，在与 LAT 覆盖区域取交集前，先移除覆盖全天 10%（40%）的最亮银河区域。SAT 掩模覆盖名义 SAT 巡天区域。绿色表示保留的巡天区域，灰色表示掩蔽区域，蓝色表示 LAT–SAT 重叠轮廓。掩膜边界处的细窄过渡带反映了 2° 渐消窗处理。掩膜以赤道坐标下的莫尔威德投影显示。有关这些坐标中银河平面的位置，请参见文献 [65]第 3 图。LAT∩SAT 重叠区域的有效天空占比为 $f_{\rm sky} \simeq 0.1$，并决定了 LAT–SAT 相对偏振角的不确定度

.

LAT+SAT 分析中，更严格的银河系切除用于量化偏振前景对恢复出的 β的残余影响。

4 方法

本节介绍两种独立的分析流程，它们利用模拟 SO 数据探测各向同性宇宙双折射。第一种是联合 LAT+SAT 似然（处理流程1；第 4.1节），结合这两台仪器来约束其偏振角和宇宙双折射角。第二种是 MK估计量（处理流程2；第4.2节） [60, 106–108], 利用银河系偏振前景将双折射与仪器失校准区分开来。两种方法将在第4.3节进行比较。

我们刻意采用简单的功率谱实现，以研究每种方法对其输入的响应。这并非将应用于 SO 数据的流水线方案。其所依据的似然近似会在相应位置注明（第 4.1.4

和 4.2节），下文报告的相对趋势比绝对不确定度更为稳健。

所有功率谱均使用 NaMaster 计算，采用均匀的分箱宽度 $\Delta\ell$ =10；伪-C_ℓ 估计量会校正巡天掩模引起的模耦合，包括 E-到B 泄漏。基准配置采用 $\ell_{\rm min}^{\rm LAT} = 100$ 和 $\ell_{\rm max}^{\rm LAT} = 3000$；对于 $\ell_{\rm min}$，我们沿用参考文献 [66], 中的宇宙双折射预报参数；对于 $\ell_{\rm max}$，则采用较不保守的 3000 截断，而不是该文献使用的 $\ell_{\rm max} = 2000$，同时仍远低于参考文献 [65]中其他 LAT 科学研究案例所假设的 $\ell = 5000$ 偏振探测范围。我们参考 SAT 度尺度偏振设置，将 $\ell_{\rm max}^{\rm SAT} = 300$ 作为保守的基线分析截断值。这并非定标传递方法的物理极限；可用的高-ℓ范围取决于 SAT 波束、噪声和传递函数控制，我们通过改变该截断值来研究这些因素。

4.1 LAT+SAT联合似然

联合似然比较 LAT 和 SAT 对同一天空区域、相同角尺度上的宇宙微波背景偏振测量，以确定二者的相对角，从而将任一仪器的绝对校准传递给另一台仪器。当一台仪器的绝对角度校准更精确，且共同的 CMB 模能够准确确定相对角时，这种传递最为有用。我们先构建解析框架，再将其应用于 第 4.1.6 节中的 Simons Observatory 模拟。

4.1.1 偏振旋转与观测到的 E/B 谱

线偏振均匀旋转 θ 角后，斯托克斯参数的自旋-±2组合变为

$$[Q + iU]^{\rm obs}(\hat{n}) \;=\; e^{2i\theta}\,[Q + iU](\hat{n}), \tag{4.1}$$

这种旋转会混合宇宙微波背景信号的 E模和 B模球谐系数，具体关系为

$$E_{\ell m}^{\rm obs} = \;\; \cos(2\theta)\,E_{\ell m} \;-\; \sin(2\theta)\,B_{\ell m}, \tag{4.2}$$

$$B_{\ell m}^{\rm obs} = \;\; \sin(2\theta)\,E_{\ell m} \;+\; \cos(2\theta)\,B_{\ell m}. \tag{4.3}$$

我们通过相位定义正向旋转 $e^{2i\theta}$，见方程（4.1）；按照这一约定，正的仪器校准误差与双折射在 $\theta_i = \alpha_i + \beta$中相加，且 $\Delta\alpha = \alpha_L - \alpha_S$。模拟的 Q/U 图遵循 HEALPix/COSMO 偏振约定。对于给定的图i，总旋转角包含两个物理上不同的贡献：特定于单张图的仪器校准误差 α_i，需要通过校准加以修正，并假定在每个频段内沿天空保持恒定，其不确定度为 $\sigma(\alpha_i)$；以及各向同性双折射角 β，它对同一天空的所有图均相同。将二者合并后，得到特定于单张图的旋转角 θ_i:

$$\theta_i \;\equiv\; \alpha_i + \beta. \tag{4.4}$$

假设未旋转的宇宙微波背景具有宇称守恒性（$C_\ell^{EB} = 0$），并将其代入地图 i 与 j之间的交叉谱，其中 C_ℓ^{EE}和 C_ℓ^{BB}表示理论上的透镜化宇宙微波背景

辐射谱，可得

$$C_\ell^{E_iE_j,\mathrm{obs}} = C_\ell^{EE}\cos(2\alpha_i+2\beta)\cos(2\alpha_j+2\beta) + C_\ell^{BB}\sin(2\alpha_i+2\beta)\sin(2\alpha_j+2\beta), \quad (4.5)$$

$$C_\ell^{B_iB_j,\mathrm{obs}} = C_\ell^{EE}\sin(2\alpha_i+2\beta)\sin(2\alpha_j+2\beta) + C_\ell^{BB}\cos(2\alpha_i+2\beta)\cos(2\alpha_j+2\beta), \quad (4.6)$$

$$C_\ell^{E_iB_j,\mathrm{obs}} = C_\ell^{EE}\cos(2\alpha_i+2\beta)\sin(2\alpha_j+2\beta) - C_\ell^{BB}\sin(2\alpha_i+2\beta)\cos(2\alpha_j+2\beta). \quad (4.7)$$

这些表达式的两个结构性质对后续内容至关重要。首先，三个观测到的单个仪器功率谱都只通过对称组合$\theta_i+\theta_j=\alpha_i+\alpha_j+2\beta$依赖于 β。其次，存在一些交叉功率谱组合，它们只依赖于$\theta_i-\theta_j=\alpha_i-\alpha_j$，而与 β无关。

目前形式下，式（4.5）—（4.7）仅考虑了宇宙微波背景信号。因此，这些公式仅适用于银河系前景辐射贡献较次要的情景。 第 4.1.6 节 中的结果表明，对于 `d1s1`等常见模型，在本分析采用的角尺度截断和掩膜策略下，SO SAT 和 LAT 在 93 和 145 GHz 的观测满足这一条件。模拟测试纳入了银河系偏振前景，因此能够在所采用的 PySM 模型所能表征的范围内捕捉前景引起的影响。由于银河系辐射可能比模拟研究中采用的模型更为复杂，我们进一步评估前景污染的影响，并探讨扩展方法，以便在第 4.1.6 [109]中对其进行边缘化。

4.1.2 基于 EB 似然的总旋转不确定度

在 $i=j=L$ 方程（4.7）中代入可得 LAT 自功率EB 谱，

$$C_\ell^{E_LB_L,\mathrm{obs}} = \tfrac{1}{2}\sin\big(4[\alpha_L+\beta]\big)\big(C_\ell^{EE}-C_\ell^{BB}\big), \quad (4.8)$$

对于我们关注的小旋转，这可简化为

$$C_\ell^{E_LB_L,\mathrm{obs}} \simeq 2(\alpha_L+\beta)\big(C_\ell^{EE}-C_\ell^{BB}\big). \quad (4.9)$$

因此，LAT 自功率谱只能约束以下单一组合

$$\theta_L = \alpha_L+\beta, \quad (4.10)$$

而无法在内部区分 α_L 和 β各自的贡献。我们将这一组合的 LAT 内部不确定度记为 $\sigma(\theta_L)$；对应的 SAT 内部量 $\theta_S=\alpha_S+\beta$的不确定度为 $\sigma(\theta_S)$。在方程中，我们用 L 和 S 分别作为 LAT 和 SAT 的简写；$\widehat{\ }$ $\widehat{\ }$因此 $\alpha_L=\alpha_{\mathrm{LAT}}$、 $\alpha_S=\alpha_{\mathrm{SAT}}$和 $\beta_L=\beta_{\mathrm{LAT}}$，SAT 的记法类似。

4.1.3 基于重叠交叉功率谱的 LAT–SAT 相对角

对 LAT×SAT 交叉谱（$L\neq S$）根据公式（4.5）–（4.7）构造对称组合和反对称组合，得到

$$C_\ell^{E_LE_S,\mathrm{obs}} + C_\ell^{B_LB_S,\mathrm{obs}} = \big(C_\ell^{EE}+C_\ell^{BB}\big)\cos\big(2[\alpha_L-\alpha_S]\big), \quad (4.11)$$

$$C_\ell^{E_SB_L,\mathrm{obs}} - C_\ell^{E_LB_S,\mathrm{obs}} = \big(C_\ell^{EE}+C_\ell^{BB}\big)\sin\big(2[\alpha_L-\alpha_S]\big). \quad (4.12)$$

这些表达式有两个关键特征。首先，宇宙微波背景依赖项仅通过旋转不变量之和 $C_\ell^{EE}+C_\ell^{BB}$ 进入。其次， β 完全抵消，只剩下 LAT–SAT 相对校准误差角

$$\Delta\alpha \equiv \alpha_L-\alpha_S. \quad (4.13)$$

三元组 $\{\theta_L, \theta_S, \Delta\alpha\}$ 穷尽了 LAT–SAT 系统中仅凭宇宙微波背景偏振所能获取的信息： θ_L 和 θ_S 分别是从 LAT 和 SAT 自功率谱中唯一可提取的组合（第 4.1.2 节），而 $\Delta\alpha$ 是从它们的交叉谱中唯一可提取的组合（本节）：旋转后的 E/B 谐波的每个双线性组合都可化为 $\theta_i \pm \theta_j$ 的函数（第 4.1.1 节），因此不存在其他独立的旋转观测量。这三个观测量满足一致性关系 $\theta_L - \theta_S = \Delta\alpha$，因此仅张成三维参数空间（$\alpha_L, \alpha_S, \beta$）中的二维子空间：$\beta$ 在形式上仍与两个失准角同时发生相同偏移简并，因此需要外部绝对角度参考来打破这种简并。结合两台望远镜也无法消除这种简并：组合带来的是统计杠杆，LAT多极范围使 θ_L 的约束更严格，而重叠使 $\Delta\alpha$的约束更严格；因此，一旦至少对一台仪器施加绝对先验（第 4.1.4 节）， β 的约束可能会比单独使用任一望远镜时有所改善。

上述交叉谱组合代表了多种可能的$\Delta\alpha$估计量之一；地图级替代方法见附录 A，而基于TB的方法见附录 B；这些方法可用于交叉检验恢复出的相对角，不同的不确定度将在附录中讨论。本文始终采用交叉功率谱估计量作为基准。

4.1.4 LAT+SAT联合似然与 β 估计量

参数 $\boldsymbol{\Theta} \equiv (\theta_L,\ \theta_S,\ \Delta\alpha)$ 通过高斯带功率似然联合确定；该似然结合了三个观测块以及针对两台仪器的外部绝对角度校准先验，

$$-2\ln\mathcal{L}(\boldsymbol{\Theta}, \alpha_S, \alpha_L) \;=\; \chi^2_{\rm EB}(\theta_L, \theta_S) + \chi^2_{\rm sym}(\Delta\alpha) + \chi^2_{\rm anti}(\Delta\alpha) + \chi^2_{\rm prior}(\alpha_S, \alpha_L). \tag{4.14}$$

我们独立拟合 $\Delta\alpha$，而不依赖 θ_L 和 θ_S，也不强制施加 $\theta_L - \theta_S = \Delta\alpha$，因此它们之间的一致性仍可作为内部一致性检验。若施加这一关系，传递后的 LAT 侧 β 估计量在代数上将等同于直接的 SAT侧估计量。

第一个数据块使用望远镜内部的 EB 交叉谱，对所有同一望远镜的地图对求和（$i,\ j$），其中 $i \neq j$和多极分箱 $\ell \in \mathcal{L}_T$适用于每台望远镜 $T \in \{L, S\}$。这里， i 和 j 表示同一频率通道的独立数据划分，因此求和不包含含噪偏差的自功率谱；不纳入跨频率 EB 谱，例如 93×145，因此表 3 中各频率列分别拟合为单通道约束，其误差可能因共享同一宇宙微波背景天空而相关，

$$\chi^2_{\rm EB}(\theta_L, \theta_S) \;=\; \sum_{T\in\{L,S\}} \sum_{i\neq j} \sum_{\ell\in\mathcal{L}_T} \frac{\left[\widehat{C}_\ell^{E_iB_j} - C_\ell^{E_iB_j}(\theta_T, \theta_T)\right]^2}{\sigma^2\left[\widehat{C}_\ell^{E_iB_j}\right]}, \tag{4.15}$$

其中模型功率谱由公式（4.7）给出，并在透镜化的 ΛCDM 输入功率谱处进行评估。第二和第三个区块使用 LAT×SAT 在共同多极范围内的交叉谱 $\mathcal{L}_{LS}$，并限制为同频率对，实现公式（4.11）–（4.12）中的对称和反对称组合。我们将 LAT–SAT 比较限制为同频率对，以便共同天空前景信号在相对角组合中相互抵消；交叉频率对则需要对前景频率标度及其协方差建立显式模型。每台仪器有两个分割时，相对角似然在每个频率包含全部四个 LAT×SAT 分割对；附录 A中的地图级检验仅使用

同索引对。似然项为

$$\chi^2_{\rm sym}(\Delta\alpha) = \sum_{\ell\in\mathcal{L}_{LS}} \frac{\left[\widehat{X}_\ell - X^{\rm th}_\ell \cos(2\Delta\alpha)\right]^2}{\sigma^2[\widehat{X}_\ell]}, \tag{4.16}$$

$$\chi^2_{\rm anti}(\Delta\alpha) = \sum_{\ell\in\mathcal{L}_{LS}} \frac{\left[\widehat{Y}_\ell - X^{\rm th}_\ell \sin(2\Delta\alpha)\right]^2}{\sigma^2[\widehat{Y}_\ell]}, \tag{4.17}$$

基于测得的带功率

$$\widehat{X}_\ell \equiv \widehat{C}_\ell^{E_L E_S} + \widehat{C}_\ell^{B_L B_S}, \qquad \widehat{Y}_\ell \equiv \widehat{C}_\ell^{E_S B_L} - \widehat{C}_\ell^{E_L B_S}, \qquad X^{\rm th}_\ell \equiv C_\ell^{EE} + C_\ell^{BB}. \tag{4.18}$$

所有带功率方差均根据第 3 节的蒙特卡洛模拟样本集估算。我们仅保留各带功率的方差，忽略多极分箱之间以及频率通道之间的协方差；似然也忽略了观测数据块之间的协方差。由于各频带共享宇宙微波背景样本方差，在未考虑交叉协方差的情况下得到的频率合并不确定度只是近似值，不应解读为独立测量带来的增益。我们将基于 100 次模拟得到的估计视为精确值。第四个数据块包含两台仪器的高斯偏振角校准先验，

$$\chi^2_{\rm prior}(\alpha_S, \alpha_L) \;=\; \frac{(\alpha_S - \bar{\alpha}_S)^2}{\sigma^2(\alpha_S)} \;+\; \frac{(\alpha_L - \bar{\alpha}_L)^2}{\sigma^2(\alpha_L)}, \tag{4.19}$$

其中心值为 $\bar{\alpha}_T$，宽度为 $\sigma(\alpha_T$，由宇宙微波背景分析之外的独立校准活动提供（见第 3.3 节）。无法进行有效绝对校准的仪器对应于极限 $\sigma(\alpha_T) \to \infty$，此时其对应项在式（4.19）中消失。

联合似然确定了三个独立组合

$$\theta_L = \alpha_L + \beta, \qquad \theta_S = \alpha_S + \beta, \qquad \Delta\alpha = \alpha_L - \alpha_S, \tag{4.20}$$

它们在三个未知量（α_L、α_S、β）中构成一个秩二系统；缺失的方向由校准先验确定。随后可以通过两种途径重建每台仪器的绝对角度：直接依据其自身的先验，或通过传递，利用另一台仪器的先验和相对角，$\alpha_L = \alpha_S + \Delta\alpha$ 或 $\alpha_S = \alpha_L - \Delta\alpha$。对于每台望远镜，从相应的总旋转中减去重建得到的角度，即可得到双折射角的直接估计量和传递估计量，

$$\widehat{\beta}^{\rm dir}_{\rm LAT} = \theta_L - \alpha_L, \qquad \widehat{\beta}^{\rm tr}_{\rm LAT} = \theta_L - \alpha_S - \Delta\alpha, \tag{4.21}$$

$$\widehat{\beta}^{\rm dir}_{\rm SAT} = \theta_S - \alpha_S, \qquad \widehat{\beta}^{\rm tr}_{\rm SAT} = \theta_S - \alpha_L + \Delta\alpha. \tag{4.22}$$

传递估计量利用 LAT–SAT 重叠，而直接估计量则不使用。两者都是第 4.1.5 节中引入的加权估计量的极限情形；该节还给出了 $\widehat{\ }$将 LAT 侧和 SAT 侧的估计值合并为单个估计量的 β。

4.1.5 方差预算与极限情形

我们首先以最一般的形式写出方差预算，然后针对两种校准的三种可能顺序分别加以具体化。设 $T \in \{L, S\}$ 表示我们打算借助望远镜 T提高其绝对角校准精度的望远镜。 T的绝对角度可估计为第 4.1.4节中直接路径和传递路径的加权组合：

$$\widehat{\alpha}_T(w_T) \;=\; w_T\,\alpha_T \;+\; (1 - w_T)\,\big(\alpha_{\bar{T}} + s_T\,\Delta\alpha\big), \qquad s_L = +1,\;\; s_S = -1, \tag{4.23}$$

^其中 $0 \le w_T \le 1$，得到估计量 $\beta_T(w_T) = \theta_T - \hat{\alpha}_T(w_T)$。式（4.21）–（4.22）中的直接估计量和传递估计量分别对应于 $w_T = 1$ 和 $w_T = 0$。各项 θ_T、$\Delta\alpha$、α_L 和 α_S 来自望远镜内部 EB 区块、重叠区块和两个外部先验，并且在最低阶近似下相互独立。因此，线性误差传播给出

$$\sigma^2\big(\widehat{\beta}_T\big) \;=\; \sigma^2(\theta_T) \;+\; w_T^2\,\sigma^2(\alpha_T) \;+\; (1-w_T)^2\big[\sigma^2(\alpha_{\bar{T}}) + \sigma^2(\Delta\alpha)\big]. \tag{4.24}$$

最优权重$w_T^\star$，它使式（4.24）最小，为$w_T^\star = \big[\sigma^2\,(\alpha_{\bar{T}})\;+\sigma^2\,(\Delta\alpha)\;\big]/\big[\sigma^2\,(\alpha_T)\;+\sigma^2\,(\alpha_{\bar{T}})\;+\sigma^2\,(\Delta\alpha)\;\big]$。在此权重下，最小方差为

$$\sigma^2_{\rm opt}\big(\widehat{\beta}_T\big) = \sigma^2(\theta_T) + \left[\frac{1}{\sigma^2(\alpha_T)} + \frac{1}{\sigma^2(\alpha_{\bar{T}}) + \sigma^2(\Delta\alpha)}\right]^{-1}. \tag{4.25}$$

两个锚点以调和方式组合：较精确的锚点占主导，加入第二个锚点所带来的增益有限；当两条路径的精度相同时，增益达到上限$\sqrt{2}$ 。只要满足以下条件，转移路径就优于直接路径：

$$\sigma^2(\alpha_{\bar{T}}) + \sigma^2(\Delta\alpha) \;<\; \sigma^2(\alpha_T), \tag{4.26}$$

也就是说，只有当参考仪器的校准不确定度与重叠所提供的相对角度不确定度 $\sigma\,(\Delta\alpha)$ 合并后，仍小于待转移校准的仪器的不确定度时，转移校准才有益。

对于 SO LAT，在 EB 似然最敏感的多极矩处，所有此处考虑的情形的模态数均给出 $\sigma\,(\theta_L) \;\ll \sigma\,(\alpha_T)\;\;\sigma\,(\Delta\alpha)$，因此下文所有情形中的 $\sigma\,(\theta_L)$ 贡献都可忽略。需要强调的是，$\sigma\,(\theta_L) \;\simeq 0.003^\circ$ 与 MK 似然的 0.036°–0.041°或参考文献 [66]中的 0.04° 不可相提并论：θ_L 是在宇宙学和前景模型固定时拟合的单一旋转参数，而后两者则是对 β 进行边缘化后得到的误差；打破简并的是失准角和前景振幅。

校准传递完成后，LAT 侧和 SAT 侧对 β的估计最终合并为 $\widehat{\beta} = \lambda\,\widehat{\beta}_L + (1-\lambda)\;\widehat{\beta}_S$。给定 $\sigma_T^2 \equiv \sigma^2(\,\widehat{\beta}_T)$ 和 $C \equiv \mathrm{Cov}(\widehat{\beta}_L,\;\widehat{\beta}_S)$，最优权重为

$$\sigma^2\big(\widehat{\beta}\big) \;=\; \frac{\sigma_L^2\,\sigma_S^2 - C^2}{\sigma_L^2 + \sigma_S^2 - 2C}, \tag{4.27}$$

with

$$C \;=\; w_L(1-w_S)\,\sigma^2(\alpha_L) + (1-w_L)\,w_S\,\sigma^2(\alpha_S) - (1-w_L)(1-w_S)\,\sigma^2(\Delta\alpha), \tag{4.28}$$

协方差的产生是因为两侧可能共享同一个先验或相对角度信息。对于两个直接估计量（$w_L = w_S = 1$），协方差为零，式（4.27）简化为逆方差合并。当LAT侧估计改为从SAT转移而来时（$w_L = 0,\, w_S = 1$），两侧共享SAT先验，$C = \sigma^2(\alpha_S)$，式（4.27）变为 $\sigma^2(\,\widehat{\beta})$ $\approx \sigma^2(\widehat{\beta}_L) \;= \sigma^2(\alpha_S) \;+ \big[1/(\sigma^2(\theta_L) \;+ \sigma^2(\Delta\alpha)) \;+ 1/\sigma^2(\theta_S)\big]^{-1}$：合并两侧无法降低它们共同拥有的绝对校准误差。现在，我们将式（4.24）–（4.27）具体应用于表1中的校准情景。

SAT 校准得更好， $\sigma(\alpha_S) < \sigma(\alpha_L)$ **(C2, C3)**。这是将SAT校准传递给LAT的配置。对于C2和C3中的转移拟合，在似然中不施加LAT先验，$\sigma(\alpha_L) \to \infty$ 在式（4.19）中，因此 $w_L^\star = 0$ 且式（4.24）简化为转移后的LAT侧误差预算

$$\sigma^2(\widehat{\beta}^{\rm tr}_{\rm LAT}) = \sigma^2(\theta_L) + \sigma^2(\alpha_S) + \sigma^2(\Delta\alpha), \tag{4.29}$$

从而使SAT绝对校准为可实现的双折射不确定度设定严格下限，

$$\sigma(\widehat{\beta}^{\rm tr}_{\rm LAT}) \geq \sigma(\alpha_S). \tag{4.30}$$

随后，该预算按 $\sigma(\alpha_S)$与$\sigma(\Delta\alpha)$的相对大小分为两种极限情形。当 $\sigma(\alpha_S) \gg \sigma(\Delta\alpha)$时，方差由绝对校准项$\sim\sigma(\beta_{\rm LAT}) \simeq \sigma(\alpha_S)$主导，唯一的改进途径是收紧SAT偏振角校准。在互补的重叠受限区间 $\sigma(\Delta\alpha) \gg \sigma(\alpha_S)$中，瓶颈转向相对角度测定，增益来自扩展重叠多极矩范围、提高LAT–SAT重叠天空比例，或减轻前景 EB污染。两种情形之间的过渡由

$$\sigma(\alpha_S) = \sigma(\Delta\alpha). \tag{4.31}$$

对于C2和C3，SAT先验的范围为 $\sigma(\alpha_S) \in [0.01^\circ, 0.05^\circ]$，而基准重叠配置给出 $\sigma(\Delta\alpha) \simeq 0.1^\circ$–$0.15^\circ$（93和145 GHz）。因此两种情景均处于重叠受限区间。方程（4.26）还表明，仅当LAT自身的校准（若加以使用）满足 $\sigma(\alpha_L) \gtrsim \sqrt{\sigma^2(\alpha_S) + \sigma^2(\Delta\alpha)} \simeq 0.11^\circ$–$0.15^\circ$（在基线截断处）时，该传递才有价值。

可比校准， $\sigma(\alpha_S) = \sigma(\alpha_L) \equiv \sigma_\alpha$ **(C4)**。代入方程（4.26）可得$\sigma_\alpha^2 + \sigma^2(\Delta\alpha) < \sigma_\alpha^2$，但该条件从不成立：对于可比校准，转移路径的精度始终低于直接路径，差值正是以平方和方式叠加的相对角度不确定度；无论朝哪个方向传递校准，都是次优的。方程（4.25）给出的最优组合为

$$\sigma^2_{\rm opt}\big(\widehat{\beta}_T\big) = \sigma^2(\theta_T) + \sigma_\alpha^2\,\frac{\sigma_\alpha^2 + \sigma^2(\Delta\alpha)}{2\sigma_\alpha^2 + \sigma^2(\Delta\alpha)}, \tag{4.32}$$

只有在 $\sigma(\Delta\alpha) \ll \sigma_\alpha$ 时，才会接近 $\sqrt{2}$ 的增益。在基线截断下，$\sigma(\Delta\alpha) \gtrsim \sigma_\alpha$，因此重叠带来的增益很小；每台仪器最好由各自的先验 $w_L = w_S = 1$ 锚定，$\sigma^2(\widehat{\beta}_T) = \sigma^2(\theta_T) + \sigma_\alpha^2$，且 LAT 侧和 SAT 侧的估计彼此不相关。

LAT 校准更好， $\sigma(\alpha_L) < \sigma(\alpha_S)$ **(C5)**。现在，两台仪器的角色互换了。方程（4.26）在 $T = L$ 条件下无法成立，因此 LAT 侧估计应直接使用 LAT 先验，$\sigma^2(\widehat{\beta}_{\rm dirLAT}) = \sigma^2(\theta_L) + \sigma^2(\alpha_L)$，它将 LAT 的统计能力与两个校准中较严格的一个结合起来。由于 $\Delta\alpha$ 是一个相对角，且方程（4.11）–（4.12）在 $L \leftrightarrow S$下具有对称性，传递也可以反向进行，即通过方程（$\widehat{\beta}^{\rm tr}_{\rm SAT}$ 4.22）的，以 LAT 作为 SAT 的绝对参考，其中

$$\sigma^2(\widehat{\beta}^{\rm tr}_{\rm SAT}) = \sigma^2(\theta_S) + \sigma^2(\alpha_L) + \sigma^2(\Delta\alpha), \tag{4.33}$$

式（4.29）的镜像。根据式（4.26），只有当 $\sigma^2(\alpha_L) + \sigma^2(\Delta\alpha) < \sigma^2(\alpha_S)$ 时，这种反向传递才比 SAT 自身的先验更优。对于采用基线截断的 C5，$\sqrt{0.05^2 + 0.11^2} \simeq 0.12^\circ > \sigma(\alpha_S) = 0.1^\circ$，因此并非如此；当重叠区域进一步收窄后，它便会带来益处（第 4.1.6 节）。

参数	流水线	输入值	先验
β	both	0.3° / 0°	派生（联合）/平坦（MK）
θ_L, θ_S, $\Delta\alpha$	联合	–	flat
$\alpha_{\rm SAT}$	联合	0°	$\mathcal{N}(0, \sigma^2(\alpha_{\rm SAT}))$
$\alpha_{\rm LAT}$	联合	0.2°	平坦 / $\mathcal{N}(\bar{\alpha}_{\rm LAT}, \sigma^2(\alpha_{\rm LAT}))$
α_i	MK	$-0.1^\circ/0.2^\circ/0.15^\circ$	flat
$A^{\rm fg}_{{\rm LAT},\nu}$	联合	PySM模板	在 $[0,2]$ 上均匀分布
$A_{\rm d}$	MK	PySM模板	free

表2：联合 LAT+SAT 和 MK 分析的主要参数，以及其输入值和先验。每种情景的宽度 $\sigma(\alpha_{\rm SAT})$ 和 $\sigma(\alpha_{\rm LAT})$ 列于表1。LAT先验在转移配置中为平坦分布，在直接配置中为高斯分布。MK 输入角度对应 LF/MF/HF频段。只有在联合处理流程的前景稳健性检验以及 MK处理流程中，前景振幅才是自由参数。

一致性检验。可以将 LAT 和 SAT 各自独立的绝对角校准结果，与根据其共同天空区域测得的相对角进行核验：$\theta_L - \theta_S = \Delta\alpha$。无论双折射似然中是否同时使用这两个校准先验，都可以进行这项核验；其灵敏度取决于二者的不确定度。当两台仪器都具有绝对先验时，系统便是超定的，一致性关系也就成为一项明确的零假设检验 [110]：以 SAT 为锚定的 LAT 角重建结果 $\bar{\alpha}_S + \Delta\alpha$，可以与 LAT 自身先验的中心值 $\bar{\alpha}_L$ 进行比较，并以 $\sigma(\alpha_L)$、$\sigma(\alpha_S)$ 和 $\sigma(\Delta\alpha)$ 的平方和开方进行归一化。此时，校准有误的仪器会表现为两个输入之间的张力，而不会被综合估计吸收。检验的灵敏度由该平方和开方中占主导地位的项决定；在采用基线截断时，$\sigma(\Delta\alpha)$ 占主导地位，因此检验受限于相对角的测定，而非先验本身。

4.1.6 SO模拟的应用

现在，我们将本节建立的形式体系应用于第 3 节所述的 SO图层级模拟。我们将分析限制在两个科学频率 93 和 145 GHz 上，因为这两个频率的偏振信噪比最大，且银河系偏振前景的贡献最小。通过为每个频段指定其自身的角度参数并计入其前景贡献，还可以纳入其他频段；但它们不属于本文所介绍的联合分析范围。我们使用 4.14 式的联合似然，并通过 `emcee` 马尔可夫链蒙特卡罗采样器 [111]进行采样。我们考虑表 1 中列出并在第 4.1.5 节讨论的校准情景 C2–C5。对于每个情景 C2–C5，我们分别评估转移配置和直接配置。在转移配置中，仅施加 SAT先验，并通过重叠对 LAT 进行校准。在直接配置中，施加式（4.19）中的两个先验，并由各仪器自身的先验进行锚定。参与拟合的主要参数及其输入值和先验汇总于表 2。

基线参数恢复。表3 总结了 1σ 拟合参数的不确定度 θ_S，θ_L，$\Delta\alpha$，以及派生的双折射估计量 $\beta_{\rm SAT}$ 和 $\beta_{\rm LAT}$在两种频率和所有校准情景下的不确定度，并列出合并频率后的数值。有几个特点值得注意。

表3：在表1的校准情景 C2–C5 下，对于输入宇宙双折射为 $\beta = 0^\circ$ 的模拟，联合 LAT+SAT 似然（式 4.14）恢复的偏振角参数的不确定度（单位：度）。 θ_S 和 θ_L 是拟合得到的总旋转角； $\Delta\alpha$ 是根据重叠区块（式 4.16–4.17）得到的 LAT–SAT 相对校准误差角； $\beta_{\rm SAT}$ 和 $\beta_{\rm LAT}$ 分别是根据式（4.21）–（4.22）的 SAT 侧和 LAT 侧估计量导出的宇宙双折射估计值。Tr.：通过从 SAT 传递校准来校准 LAT，不施加 LAT 先验；Dir.：施加两个先验，且每台仪器均由其自身先验锚定，因此 $\Delta\alpha$ 不会进入估计量。最后三列给出了 93+145 GHz 下 SAT 侧和 LAT 侧估计量的组合，以及它们的逆方差组合 β，计算时忽略了式（4.27）中的协方差。所有条目均采用基准多极矩截断 $\ell_{\rm min}^{\rm LAT} = 100$、 $\ell_{\rm max}^{\rm SAT} = 300$。

		$\sigma(\theta_S)$		$\sigma(\theta_L)$		$\sigma(\Delta\alpha)$		$\sigma(\beta_{\rm SAT})$		$\sigma(\beta_{\rm LAT})$		93+145 GHz		
校准	锚定	93	145	93	145	93	145	93	145	93	145	$\sigma(\beta_{\rm SAT})$	$\sigma(\beta_{\rm LAT})$	$\sigma(\beta)$
SAT 校准得更好														
C2	Tr.	0.02	0.03	0.003	0.003	0.11	0.15	0.05	0.06	0.12	0.16	0.04	0.10	0.04
C2	Dir.	0.02	0.03	0.003	0.003	–	–	0.05	0.06	0.10	0.10	0.04	0.07	0.04
C3	Tr.	0.02	0.03	0.003	0.004	0.11	0.15	0.02	0.03	0.11	0.15	0.02	0.09	0.02
C3	Dir.	0.02	0.03	0.003	0.004	–	–	0.02	0.03	0.05	0.05	0.02	0.04	0.02
可比校准														
C4	Tr.	0.02	0.03	0.004	0.005	0.11	0.15	0.10	0.11	0.15	0.18	0.07	0.11	0.06
C4	Dir.	0.02	0.03	0.004	0.005	–	–	0.10	0.11	0.10	0.10	0.07	0.07	0.05
*LAT*校准效果更好														
C5	Tr.	0.02	0.03	0.004	0.005	0.11	0.15	0.10	0.11	0.15	0.18	0.07	0.11	0.06
C5	Dir.	0.02	0.03	0.004	0.005	–	–	0.10	0.11	0.05	0.05	0.07	0.04	0.03

首先， $\sigma(\theta_L) \ll \sigma(\theta_S)$在两种频率下均相差一个数量级，这证实了LAT主导总旋转测定，与第4.1.5节中的预期一致。拟合的 θ_T在传递配置和直接配置之间基本保持不变：两者的区别仅在于绝对角度的锚定方式。

其次，SAT侧估计量 $\beta_{\rm SAT}$ 明确处于SAT先验受限区间： $\sigma(\beta_{\rm SAT})$ 在所有情景中均跟随 $\sigma(\alpha_S)$，且在共享 $\sigma(\alpha_S) = 0.1^\circ$ 的 C4 和 C5 中完全相同。

第三，也是最能说明问题的一点，传递后的LAT侧估计量表现出截然不同的定性特征： $\sigma(\beta_{\rm LAT})$ 在 C2 与 C3 之间仍由重叠主导，尽管 SAT 先验收紧了五倍；它跟随重叠区块中相应的 $\sigma(\Delta\alpha)$。这就是式（4.29）所述的重叠受限区间。将式（4.29）分解为分数贡献后， $\sigma^2(\theta_L)$ 在所有情景中均不到 $\sigma^2(\beta_{\rm LAT})$ 的 1%，而 $\sigma^2(\Delta\alpha)$ 在 C2 中约占 83%–90%，在 C3 中约占 $\gtrsim 98\%$。

组合估计量。表3中的频率组合列展示了第4.1.5节的两种极限情形。在小口径望远镜更优情形中，SAT侧估计量与小口径望远镜先验宽度成正比： $\sigma(\beta_{\rm SAT})$从 C2 中的 $\simeq 0.04^\circ$ 改善至 C3 中的 $\simeq 0.02^\circ$，传递组合不确定度则从 $\sigma(\beta) \simeq 0.04^\circ$ 降至 $\simeq 0.02^\circ$。传递的大口径望远镜侧估计量仍接近 $\sigma(\beta_{\rm LAT}) \sim 0.09^\circ$–$0.10^\circ$，反映了由 $\sigma(\Delta\alpha)$决定的重叠主导误差预算。其中心值仍依赖于 α_S，通过方程 (4.21)得到；因此它可作为交叉检验，与依赖前景模型的第4.2节MK方法不同。在基线截断下，直接大口径望远镜先验得到的大口径望远镜侧不确定度小于 SAT 到

C2 和 C3 中的 LAT 传递，尽管 SAT 先验更紧。传递仍可用于进行校准一致性比较。由于传递的大口径望远镜侧估计量和 SAT 侧估计量共享 α_S，这些配置的组合值是下界（方程 (4.27)）。

我们注意到，$\sigma(\beta_{\rm SAT})$ 可能低于表1中的名义单频 $\sigma(\alpha_S)$；这是因为结合了 93 和 145 GHz 通道，从而将统计不确定度收紧了约$\sqrt{2}$，而非因为 SAT侧估计量中引入了任何 LAT 信息。直接LAT侧估计量也同样如此，其频率组合不确定度为 $\simeq \sigma(\alpha_L)/\sqrt{2}$。这种缩放假设两个频段级不确定度相互独立；对于由噪声主导的统计分量，这一假设成立，但对于绝对角度误差预算中的系统项则不成立。偏振角校准源的知识、源与望远镜的几何参数、半波片编码器偏移以及探测器角度约定等贡献，在各频段间是共模的，不会因平均而减小。令$\sigma^2(\alpha_T)$ $= \sigma^2_{\rm corr} + \sigma^2_{\rm uncorr}$，双频组合得到 $\sigma^2_{\rm corr} + \sigma^2_{\rm uncorr}/2$，因此有效增益介于$\sqrt{2}$ 与 1 之间。因此，表1 中的情景应理解为规定了每个先验所采用的总组合角度不确定度，而不论其如何划分。

相当校准与LAT占优校准。表3的C4和C5行检验了公式（4.26）–（4.33）的预测。在转移配置中，两种情景给出相同结果，即93/145 GHz处的 $\sigma(\beta_{\rm LAT}) = 0.15°/0.18°$，因为传递估计量不使用LAT先验，且C4和C5共享相同的SAT先验。因此，无论LAT本身校准得多好，转移路径在每个频段给出$\sqrt{\sigma^2(\alpha_S) + \sigma^2(\Delta\alpha)} \simeq 0.15°$–$0.18°$。相反，将LAT锚定于其自身先验会使 $\sigma(\beta_{\rm LAT})$在C4中降至每频段 $0.10°$，在C5中降至 $0.05°$，即降至 $\sigma(\alpha_L)$，正如含 $w_L = 1$ 的公式（4.24）所要求的。在频率组合中，$\sigma(\beta_{\rm LAT})$在C4中从 $0.11°$ 改善至 $0.07°$，在C5中改善至 $0.04°$，组合后的 $\sigma(\beta)$则分别从 $0.06°$ 改善至 $0.05°$ 和 $0.03°$。当校准相当或LAT是校准更好的仪器时，将SAT校准传递至LAT因此并非最优，应使用直接估计量。在C5中，公式（4.33）的反向传递不会在基线截断处改善SAT一侧，正如第4.1.5节所预期的。

对多极矩截断的依赖性。图3展示了 $\sigma(\Delta\alpha)$如何响应定义 LAT–SAT 重叠的两个多极矩截断的变化。在固定 $\ell^{\rm SAT}_{\rm max} = 300$ 的情况下扫描 $\ell^{\rm LAT}_{\rm min} \in \{100, 150, 200, 250\}$，在整个范围内仅使 $\sigma(\Delta\alpha)$扩大 $\sim 25\%$，这表明 LAT 的低-ℓ 模态包含的相对角信息很少。这是一项重要的实际优势：提高 $\ell^{\rm LAT}_{\rm min}$以抑制大气或 $1/f$ 系统误差，几乎不会牺牲 $\sigma(\Delta\alpha)$。相比之下，在固定$\ell^{\rm LAT}_{\rm min} = 100$ 的情况下扫描 $\ell^{\rm SAT}_{\rm max} \in \{300, 400, 500, 600\}$，会使 93 GHz 下的 $\sigma(\Delta\alpha)$改善 ~ 2.7 倍，表明 SAT 的高-ℓ 范围是降低 $\sigma(\beta_{\rm LAT})$重叠范围限制的下限的主要手段。在 $\ell^{\rm LAT}_{\rm min} > \ell^{\rm SAT}_{\rm max}$的极限情况下，LAT 和 SAT 多极矩范围不再重叠，无法从交叉谱中确定$\Delta\alpha$，而对 $\hat{\beta}$所能达到的最佳约束将仅降至 $\beta_{\rm SAT}$，完全受 SAT 校准先验 $\sigma(\alpha_S)$的限制。我们将这一结果解释为利用了信号最高的多极矩范围：如图1所示，在 $\ell \sim 400 - 500$附近的各向同性旋转下存在 EB 信号峰值，而在 $\ell < 250$处信号很弱。

SAT 多极矩覆盖范围的探索性扩展。为量化上述 $\ell^{\rm SAT}_{\rm max}$ 杠杆所带来的收益，我们在保持其他设置不变的情况下，使用 $\ell^{\rm SAT}_{\rm max} = 600$重新进行联合推断

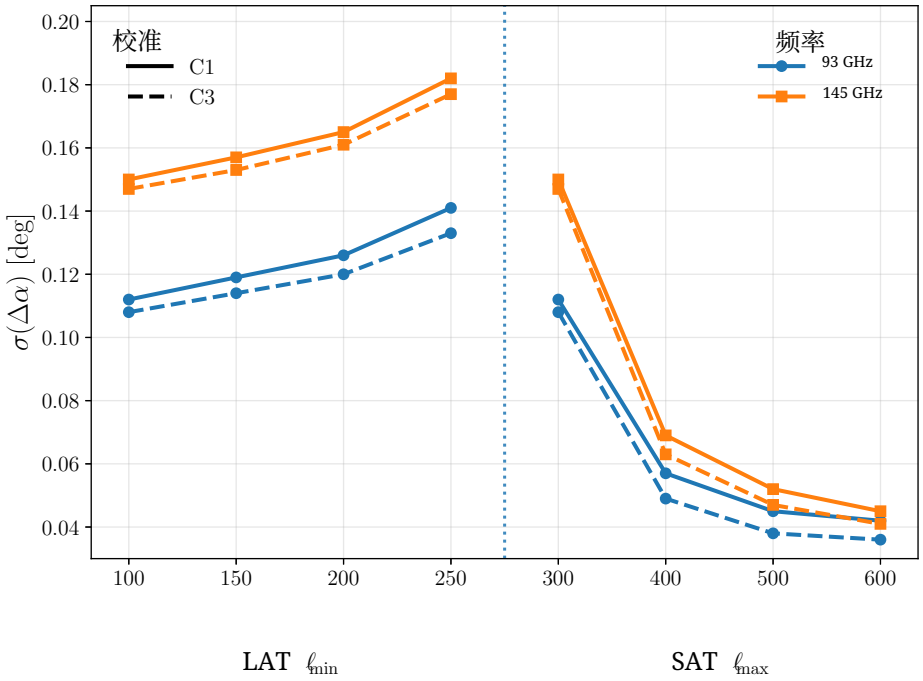

图3：联合重叠估计量得到的 LAT–SAT 相对角度不确定度 $\sigma(\Delta\alpha)$ 对分析多极矩截断的依赖关系。左半部分：在固定 $\ell^{\rm SAT}_{\rm max}$ =300 的情况下扫描 $\ell^{\rm LAT}_{\rm min}$。右半部分：在固定 $\ell^{\rm LAT}_{\rm min} = 100$ 的情况下扫描 $\ell^{\rm SAT}_{\rm max}$。垂直虚线分隔两次扫描。实线和虚线分别对应校准情景 C1 和 C3；颜色和标记用于区分 93 GHz 和 145 GHz。这些是包含$\beta = 0°$、SO基准噪声和 d1s1前景的零信号模拟。C1–C3 之间的微小差异反映了分别模拟和估计的带功率协方差，其中包括依赖情景的角度实现；相对角似然不直接依赖于绝对角先验宽度。

。如表4所示，$\sigma(\Delta\alpha)$在两个频率下均收紧了 ~ 3 倍。对 $\sigma(\beta_{\rm LAT})$的影响取决于校准情景，且与第4.1.5节中的两个区间直接对应。对于 C1，$\sigma(\alpha_S) \simeq 0.1°$ 现已超过减小后的 $\sigma(\Delta\alpha)$，成为主导因素；LAT侧估计量因此进入 SAT先验受限区间，而 $\sigma(\beta_{\rm LAT})$则饱和于 $\simeq 0.1°$，无论重叠进一步改善与否。对于 C3，$\sigma(\alpha_S) \simeq 0.01°$，系统趋近于式（4.31）所示的交叉点，从而得到$\sigma(\beta_{\rm LAT}) \simeq 0.038°/0.042°$ （93/145 GHz）。

更锐利的重叠也会改变C4和C5的结论。在 $\sigma(\Delta\alpha) \simeq 0.04°$下，式（4.32）预测，在C4中最优组合这两条路径会将每频段不确定度从 $\sigma_\alpha = 0.1°$ 降至 $\simeq 0.07°$，因此重叠成为有用的第二锚点，而非惩罚。在C5中，式（4.33）给出~~$\sqrt{\sigma^2(\alpha_L) + \sigma^2(\Delta\alpha)}$~~ $\simeq 0.065° < \sigma(\alpha_S)$ $= 0.1°$，因此将LAT校准反向传递至SAT随后会改善SAT侧估计。这些C4/C5最优组合与反向传递数值是解析预期，有别于表 4中传递后的LAT端处理流程结果。达到$\ell^{\rm SAT}_{\rm max} = 600$ 需要SAT波束与传递函数控制，而这并未由本文所用的地图级模拟加以处理。

表4：探索性传递联合 LAT+SAT 分析，使用 $\ell_{\rm max}^{\rm SAT} = 600$和 $\ell_{\rm min}^{\rm LAT} = 100$。$\sigma(\Delta\alpha)$ 和 $\sigma(\beta_{\rm LAT})$ 是 1σ 根据表3的定义，在 93 和 145 GHz 下的不确定度。C1–C5 情景基于零信号模拟进行评估，采用 $\beta = 0°$、SO 基线噪声和 `d1s1`前景。基线分析使用 $\ell_{\rm max}^{\rm SAT} = 300$；这些数值显示，将 SAT 分析扩展至更高多极矩可带来的收益，但这需要额外的系统误差控制，而本文未对此进行探讨。

	$\sigma(\Delta\alpha)$ [度]		$\sigma(\beta_{\rm LAT})$ [度]	
校准	93 GHz	145 GHz	93 GHz	145 GHz
C1	0.042	0.045	0.108	0.110
C2	0.0375	0.0426	0.0627	0.0659
C3	0.036	0.041	0.038	0.042
C4	0.0385	0.0432	0.1073	0.1091
C5	0.0379	0.0424	0.1070	0.1087

前景稳健性。我们通过在似然中加入逐频率前景振幅参数 $A^{\rm fg}{}_{{\rm LAT}\,\nu}$（$\nu \in \{93, 145\}$ GHz），检验LAT侧估计量对偏振银河辐射的稳健性；这些参数用于缩放仅含尘埃的 EB 模板，该模板依据与相应模拟相同的PySM前景模型在全天上计算得到。在每个频率上，该模型

$$C_{\ell,\nu}^{EB,\rm model} = C_{\ell,\nu}^{EB,\rm CMB}(\theta_L) + A_{{\rm LAT},\nu}^{\rm fg} C_{\ell,\nu}^{EB,\rm dust,template}. \tag{4.34}$$

模板为未掩模的纯尘埃 PySM 谱，分别在 93 和 145 GHz 下进行拟合。该项用于模拟望远镜内部 EB 谱中的本征尘埃 EB。我们未纳入前景 $EE - BB$ 谱中由旋转引起的尘埃 EB，而 LAT×SAT 相对角度参数块仍采用纯 CMB 模型。图 4 显示了三种配置下的联合后验：LAT-I 和 LAT-II 掩模下的 d10s5 模型，以及 LAT-I 下的基准 d1s1 模型。图中展示了 $A^{\rm fg}{}_{\rm LAT93}$、$A^{\rm fg}{}_{\rm LAT,\ 145}$和 $\beta_{\rm LAT}$。

对于 LAT-I 上的 d10s5，拟合得到的振幅 $A^{\rm fg}{}_{{\rm LAT}\,\nu} < 0.05$ 是相对于全天尘埃 EB 模板而言的。由于拟合使用的是掩模谱，这些系数不应被解释为观测天区上剩余尘埃辐射的比例。采用更严格的 LAT-II 掩模会进一步降低前景贡献，振幅与零相符，仅得到上限。对于 LAT-I 上的基准 d1s1 模型，振幅约束较弱，且下界为零，这与该模型中微弱的本征 EB 信号相符。解读前景振幅后验的表观宽度时，应考虑非负先验的影响：当拟合结果接近 $A^{\rm fg} = 0$ 时，截断会影响等高线形状，并可能使上限后验显得较窄。因此，我们不会将零附近较窄的等高线解读为前景测量更精确的证据。前景振幅采用$0 \le A^{\rm fg} \le 2$上的均匀先验；零处的后验边界由该先验设定。

在图 4 的传递 C3配置中，前景振幅会进入 LAT 总旋转拟合，其中 $\sigma(\theta_L) \simeq 0.003°$，而 $\sigma^2(\Delta\alpha)$ 占 $\gtrsim 98\%$ 的 $\beta_{\rm LAT}$方差。边缘化后的 $\beta_{\rm LAT}$ 后验随 $A^{\rm fg}$ 的微弱变化，因而在很大程度上可由方差预算预期到。恢复的 $\beta_{\rm LAT}$ 数值在模拟的

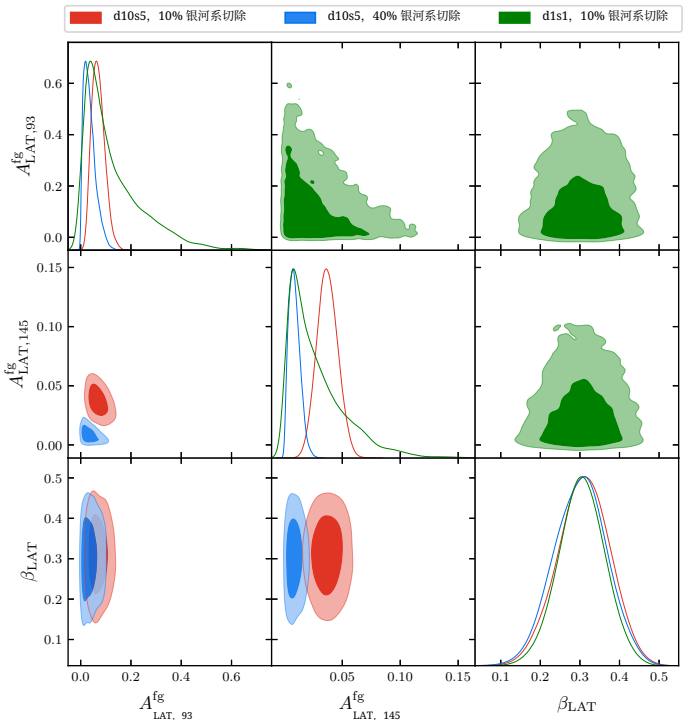

图4：情景C3下，93 和 145 GHz 处联合 LAT+SAT 估计量的前景振幅在 EB 频谱$A^{\rm fg}_{\rm LAT93}$, $A^{\rm fg}_{\rm LAT,145}$ 上的联合后验分布，以及 LAT 侧的双折射角 $\beta_{\rm LAT}$。这些配置分别使用 LAT-I（10% 银河系切除）掩膜上的 d10s5、LAT-II（40% 银河系切除）掩膜上的 d10s5，以及 LAT-I 掩膜上的 d1s1。所有配置均使用 SO Goal 噪声。轮廓线圈定了 68% 和 95% 的后验概率质量；基准值为 $\beta = 0.3°$。

前景模型和掩膜选择；这些测试并不能证明在这些模型之外的前景稳健性。

噪声配置的影响。 图 5 比较了 SO 基准和目标噪声配置下的边缘化后验分布$\beta_{\rm LAT}$，基准值为 $\beta = 0.3°$。从基准噪声切换到目标噪声后，$\sigma(\beta_{\rm LAT})$ 从 $0.09°$ 降至 $0.06°$，这主要得益于两个频率下 $\sigma(\Delta\alpha)$ 提升了 25–30%。这种 $\sim 1.4\times$ 收紧是重叠受限标度关系的直接结果 $\sigma(\beta_{\rm LAT}) \simeq \sigma(\Delta\alpha)$：地图噪声降低会传递至决定 $\sigma(\Delta\alpha)$ 的交叉频谱信噪比，而两种噪声配置下假定的 SAT 角度校准先验保持不变。

4.2 利用前景进行 LAT 角度校准

现在讨论 MK估计量。该估计量在没有外部仪器偏振角先验、但以假定的银河系尘埃 EB 模型为条件的情况下，同时约束 β 和跨越 LAT频段的各频率焦平面偏振角 α_i。该估计量应用于全部六个 LAT频率通道，每个通道包含两个独立的噪声分割，并使用 LAT-I分析掩模；该掩模保留了前景辅助 MK估计量所需的更大天空占比。

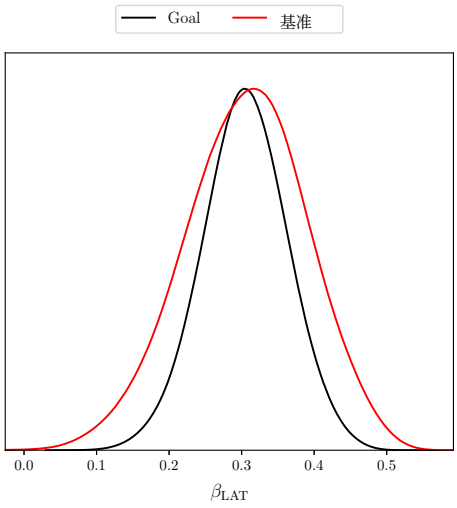

图5：情景C3中，使用93和145 GHz及d1s1前景时，联合LAT+SAT LAT侧估计量得到的 $\beta_{\rm LAT}$ 边缘化后验分布。两条曲线分别比较Simons Observatory基准和目标噪声。基准值为 $\beta = 0.3°$。

在本小节中，i 和 j 标记频带；联合似然中使用的分割索引不会出现在这些表达式中。遵循 [46, 60]，观测到的 EB 一对频带（i，j）之间的交叉谱在存在宇宙双折射和校准误差时可表示为

$$
\begin{aligned}
C_\ell^{E_iB_j,\,\rm obs} = & \frac{\sin(4\alpha_j)}{\cos(4\alpha_i)+\cos(4\alpha_j)}\, C_\ell^{E_iE_j,\,\rm obs} - \frac{\sin(4\alpha_i)}{\cos(4\alpha_i)+\cos(4\alpha_j)}\, C_\ell^{B_iB_j,\,\rm obs} \\
& + \frac{2\cos(2\alpha_i)\cos(2\alpha_j)}{\cos(4\alpha_i)+\cos(4\alpha_j)}\, C_\ell^{E_iB_j,\,\rm dust} + \frac{2\sin(2\alpha_i)\sin(2\alpha_j)}{\cos(4\alpha_i)+\cos(4\alpha_j)}\, C_\ell^{B_iE_j,\,\rm dust} \\
& + \frac{\sin(4\beta)}{2\cos(2\alpha_i+2\alpha_j)}\, b_\ell^i b_\ell^j \omega_\ell^i \omega_\ell^j \left(C_\ell^{EE} - C_\ell^{BB}\right),
\end{aligned}
\tag{4.35}
$$

其中 C_ℓ^{EE}和 C_ℓ^{BB}是标准的 ΛCDM 预测值，经过各频段对应的波束（b_ℓ）和像素窗口函数（ω_ℓ）卷积；而 $C_\ell^{EB,\,\rm dust}$ 表示偏振银河系尘埃辐射 [62, 112]产生的本征 EB 相关性。方程（4.35）突显了对偏振尘埃辐射 [46]进行建模的必要性。在此，我们采用 [60, 72],的方法，基于 PySM 中的银河系辐射模板对尘埃 EB功率谱进行建模，因此以 $C_\ell^{EB,\,\rm dust} \to A_{\rm d} C_\ell^{EB,\,\rm 尘埃模板}$替代，其中 $C_\ell^{EB,\,\rm 尘埃模板}$是根据 PySM 地图计算得到的固定尘埃 EB 模板功率谱，而 $A_{\rm d}$ 是对其进行缩放的自由振幅。尘埃模板功率谱采用与观测功率谱相同的渐消LAT-I掩膜计算。由于该模板带有自由振幅，PySM模拟中非零的尘埃EB 会被 $A_{\rm d}$ 吸收，而不会使MK估计值产生偏差。原则上，偏振同步辐射也可能对方程（4.35）有所贡献。然而，迄今尚未提出银河系同步辐射的宇称破坏辐射机制，也没有报告过显著的全局同步辐射 EB 相关性 [113, 114]；因此我们忽略同步辐射的贡献，并假设本征同步辐射 EB 信号为零。在本节中，我们首先令 $C_\ell^{EB,\,\rm dust\ temp.}$ 与模拟中使用的基准尘埃模型一致，

但最后我们会讨论，将模板调整为另一种前景模型并不会显著改变结果。另一种 d9s4模板集包含同步辐射，但似然不会拟合单独的本征同步辐射 EB项。

随后构造高斯似然，

$$-2\ln\mathcal{L} = \sum_{\ell=\ell_{\min}}^{\ell_{\max}} \left(\mathbf{A}\,\vec{C}_\ell^{\,\mathrm{obs}} - \mathbf{B}\,\vec{C}_\ell^{\,\mathrm{CMB}} - \mathbf{F}\vec{C}_\ell^{\,\mathrm{dust}}\right)^{\mathsf{T}} \mathbf{M}_\ell^{-1} \left(\mathbf{A}\,\vec{C}_\ell^{\,\mathrm{obs}} - \mathbf{B}\,\vec{C}_\ell^{\,\mathrm{CMB}} - \mathbf{F}\vec{C}_\ell^{\,\mathrm{dust}}\right), \tag{4.36}$$

由一维数组构成

$$\vec{C}_\ell^{\,\mathrm{obs}} = \left(C_\ell^{E_iE_j}, C_\ell^{B_iB_j}, C_\ell^{E_iB_j}\right)^{\mathsf{T}}, \tag{4.37}$$

$$\vec{C}_\ell^{\,\mathrm{CMB}} = \left(b_\ell^i b_\ell^j \omega_\ell^i \omega_\ell^j C_\ell^{EE}, b_\ell^i b_\ell^j \omega_\ell^i \omega_\ell^j C_\ell^{BB}\right)^{\mathsf{T}}, \tag{4.38}$$

$$\vec{C}_\ell^{\,\mathrm{dust}} = \left(C_\ell^{E_iB_j,\,\mathrm{dust\,temp.}}, C_\ell^{B_iE_j,\,\mathrm{dust\,temp.}}\right)^{\mathsf{T}} \tag{4.39}$$

其中包含观测信号的功率谱、 ΛCDM 宇宙微波背景预测，以及尘埃辐射模板。对于天空的每次实现，协方差矩阵$\mathbf{M}_\ell$ 根据观测信号构建，具体方法详见 [72]。**A**、**B** 和**F** 为分块对角矩阵，其定义如下

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}(\boldsymbol{\alpha}) &= \mathrm{diag}\left(-\frac{\sin(4\alpha_j)}{\cos(4\alpha_i)+\cos(4\alpha_j)},\ \frac{\sin(4\alpha_i)}{\cos(4\alpha_i)+\cos(4\alpha_j)},\ 1\right), \\
\mathbf{B}(\beta,\boldsymbol{\alpha}) &= \mathrm{diag}\left(\frac{\sin(4\beta)}{2\cos(2\alpha_i+2\alpha_j)},\ -\frac{\sin(4\beta)}{2\cos(2\alpha_i+2\alpha_j)}\right), \\
\mathbf{F}(A_{\mathrm{d}},\boldsymbol{\alpha}) &= 2A_{\mathrm{d}}\ \mathrm{diag}\left(\frac{\cos(2\alpha_i)\cos(2\alpha_j)}{\cos(4\alpha_i)+\cos(4\alpha_j)},\ \frac{\sin(2\alpha_i)\sin(2\alpha_j)}{\cos(4\alpha_i)+\cos(4\alpha_j)}\right).
\end{aligned} \tag{4.40}$$

为便于计算，我们采用 [60, 115] 中所述的迭代半解析形式，在小角近似下（$|\alpha_i| \ll 1$ 和 $|\beta| \ll 1$ ）计算方程（4.36）的最大似然解。我们将输入功率谱划分为宽度为 $\Delta\ell = 10$ 的均匀分箱，并忽略非对角 $\ell \times \ell'$ 相关；鉴于掩膜渐消尺度相对于分箱宽度较小，预计这些相关的影响处于次要地位。 2°

本节使用的模拟采用基准双折射角 $\beta = 0.3^\circ$ ，并在 27 和 39 GHz 下采用各频段误校准角 $\alpha_i = -0.1^\circ$， $\alpha_i = 0.2^\circ$ 在 93 和 145 GHz 下采用 $\alpha_i = 0.15^\circ$ ，在 225 和 280 GHz 下采用。MK处理流程应用于使用 LAT-I分析掩模生成的 100 个 LAT模拟，覆盖基准 LAT多极矩范围 $100 < \ell < 3000$，结果如图6所示。比较了两种配置：包含同管谱，即包含所有 LAT交叉谱；以及不包含同管谱，即排除共用同一光学筒的地图之间的交叉谱。

排除所有同管交叉谱会增加单次实现散度，但能消除纳入这些谱时观察到的显著平均偏移。此比较无法确定哪些同管配对导致了偏移；未来工作将测试范围更窄的配对选择。包含同管谱的配置给出的集合均值为 $\beta = 0.280^\circ \pm 0.004^\circ$，而不包含同管谱的配置给出的集合均值为 $\beta = 0.298^\circ \pm 0.004^\circ$；这些不确定度是基于 100 次实现计算的均值标准误差。相应的单次实现散度分别为 0.036° 和 0.041°。包含同管谱时拟合得到的尘埃振幅均值为 $\langle A_{\mathrm{d}}\rangle = 1.019$ ，不包含同管谱时为 1.021，接近匹配尘埃模板的单位归一化。包含同管谱时的 0.020° 偏移

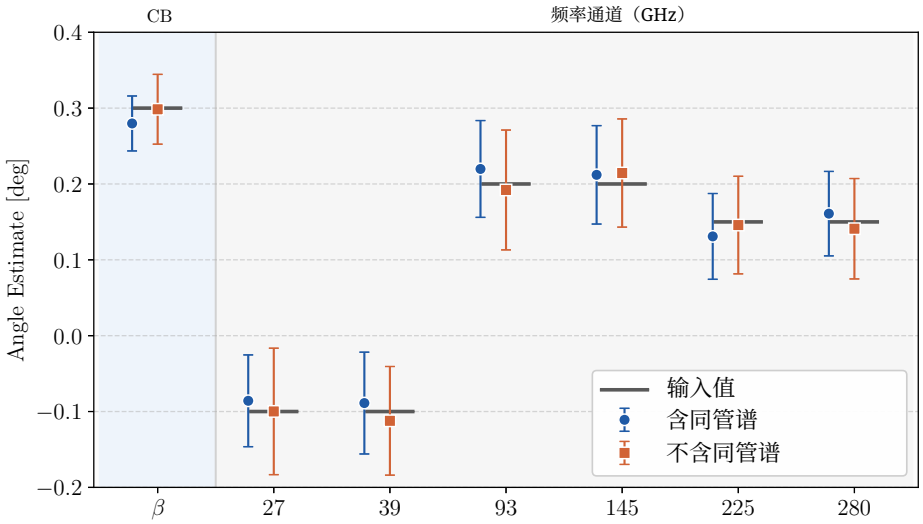

图 6：将 MK 估计量应用于 100 次 LAT 模拟所得的 LAT 结果。模拟采用 LAT-I 分析掩模、d1s1前景、SO基线噪声和 $\ell_{\rm max} = 3000$。图中展示了恢复得到的各向同性双折射角 β（左侧浅蓝色面板），以及在 $i = 27$ 处的各频段误校准角 α_i、39、93、145、225、280 GHz（右侧面板）。灰色水平条表示模拟中使用的基准值，包括 $\beta = 0.3°$。图中比较了两种 MK 配置：蓝色圆点（含同管谱）纳入所有 LAT 交叉谱，而橙色方块（不含同管谱）则排除了共享同一光学筒的地图之间的谱。

相对于基准值的均值偏移约为 5。6 个标准误差，这一结果来自此模拟配置。[5]移除同管谱后，中心值更接近基准值 $\beta = 0.3°$ 但代价是 $\sim$ 14单次实现不确定度增加 %。因此，不包含同管谱的配置被采用为保守的 MK基线，以便与联合 LAT+SAT 结果进行比较。

我们还评估了 MK处理流程对前景和带通建模假设的稳健性。输入模拟包含带通积分，并采用 d10s5前景模型；而 MK 似然中使用的尘埃和同步辐射模板则取自 d9s4模型。我们分别在对前景模板进行带通积分和不进行带通积分的情况下运行估计量，两种情况下恢复的 β 均与上述结果在统计上相符，这证实该处理流程对于这种程度的前景和带通失配具有稳健性。

4.3 方法比较

这两种处理流程通过根本不同的机制打破(α, β)简并：联合似然引入外部校准先验，并在有利时通过LAT×SAT交叉谱加以传递，而MK估计量则打破该简并-

[5]请注意，这与我们此前在文献 [66]第 3.3 节发表的各向同性宇宙双折射预报一致。在这一类似的配置中，我们得到了 $\sigma(\beta) = 0.04°$，并排除了来自同一光学筒内各频段的功率谱。此前的预报采用了 $\ell_{\rm max} = 2000$ 和目标灵敏度，而本研究则采用 $\ell_{\rm max} = 3000$ 和基准灵敏度。总体而言，可用于约束宇宙双折射的偏振模数量差异，可通过这些选择予以弥补，从而得到相近的约束。

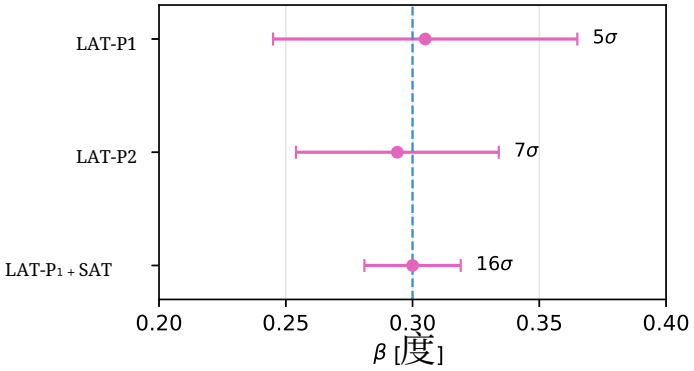

图7：两个处理流程恢复的宇宙双折射角 β 的比较，基准值为 $\beta = 0.3^\circ$ （蓝色虚线）。LAT-P1 和 LAT-P1 + SAT 数据点采用 C3校准情景、SO Goal噪声和 d10s5前景模型，并在 93 和 145 GHz 下进行逐频率振幅边缘化。LAT-P2 数据点采用保守的六频段 MK配置，使用 SO 基线噪声，且不采用外部仪器角度先验。$\widehat{\ }$ 从上到下：“LAT-P1” 是采用基准多极矩截断的处理流程1的 LAT侧估计量 $\beta_{\rm LAT}$；“LAT-P2”是处理流程2的 MK估计量；“LAT-P1 + SAT”是 SAT侧和 LAT侧估计量的逆方差加权组合。每个误差棒右侧的数字给出基准 $\beta_{\rm fid} = 0.3^\circ$下的 $\beta_{\rm fid}/\sigma(\beta)$。$\beta$ 对应的示例性不确定度从上到下约为 0.06°、0.04°和 0.02°。

并在内部利用多频LAT波段以及偏振尘埃辐射的独特性。

这种区别导致两种方法的系统误差预算存在显著差异。对于本文考虑的校准情景，联合处理流程对 β 得出的统计不确定度较小，且该不确定度随假定的校准精度变化；但其结果取决于作为绝对参考所用仪器的校准模型是否准确。MK处理流程对外部校准先验中的误差具有内部稳健性，但代价是 β 的统计不确定度较大，并且依赖于假定的尘埃 EB 模板族，因为该方法的简并打破能力直接源于所假定的前景模型。因此，两种处理流程探查了校准与前景系统误差预算中互为补充的部分，结合使用可为未来的双折射探测提供交叉检验。

图 7展示了所选的联合 C3/目标/d10s5 和 MK 基准配置，以及基准值 $\beta = 0.3^\circ$。在这些假设下，三个点都在 1σ 以内恢复了基准值。不确定度的排序反映了式（4.24）中的方差预算：基准配置下，传递的大口径望远镜侧估计量受重叠限制；MK估计量通过用前景辅助的简并破除来换取外部先验信息，达到中等精度；组合点则由SAT侧估计及其严格的C3校准先验主导，而传递的大口径望远镜侧估计量可在LAT多极范围内提供检验。若以模拟信号的探测显著性表示，这一排序对应于提升 $\sim$ 3倍：LAT侧估计量为 5σ，MK处理流程为 7σ，组合估计量为 16σ。对于相同的输入，表 3 中的组合基线灵敏度不确定度对应的显著性从 C2 的 $\sim 8\sigma$ 升至 C3 的 $\sim 15\sigma$，而 C5 中直接估计量的显著性为 $\sim 9\sigma$。由于 $\beta = 0.3^\circ$

是当前迹象的代表性数值，而非已确立的信号，因此这些显著性仅应视为示意；本方法稳健的输出是灵敏度 $\sigma(\beta)$ 及其随校准输入的变化关系；这些结果仍以第 3 节和 4.1.4 节所述的简化假设为条件。

4.4 区分暗能量双折射与暗物质双折射

第 2 节所述的暗能量和暗物质双折射情景 在 C_ℓ^{EB}的尺度依赖性上有所不同，这为区分两者提供了直接的观测手段。鉴于 SO LAT 的多极矩范围达到 $\ell = 3000$，它非常适合开展这项研究。

为了展示在固定仪器角度假设下的形状比较，我们进行贝叶斯模板比较。我们不直接拟合底层粒子物理参数，而是通过单个自由振幅参数 A_{EB} 比较固定的理论 EB 模板，

$$\mathcal{D}_b^{ij}(A_{EB}) = \mathcal{D}_b^{ij,\alpha} + A_{EB}\, T_b^{EB}, \tag{4.41}$$

其中 $\mathcal{D}^{ij,\ \alpha}_{\ b}$ 表示固定仪器失准角的贡献，而T_b^{EB}是待检验的分箱理论模板。我们将 α_i 固定为输入模拟值，而不对其进行边缘化，因为尺度无关失准会产生与常数-β 暗能量模板形状相同的 EB信号，因此在该假设下已由自由振幅 A_{EB} 吸收，这一点已在本节末尾得到验证。

我们考虑一个与恒定双折射对应的、与尺度无关的暗能量模板，其参数为 $\beta = 0.3°$；以及一组使用 birefCLASS [19, 35, 116] 计算的、与尺度相关的轴子暗物质模板，其质量为 $m_\phi \in \{0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.2, 1.5, 6.4\} \times 10^{-28}$ 电子伏特。这些质量选自当前 普朗克 数据 [117]所允许的轴子参数空间区域。对于每个模板，我们针对完整的分箱 EB 数据向量构建高斯似然，仅改变 A_{EB}，并使用 dynesty[6] [118] 嵌套采样算法计算贝叶斯证据。两种情景之间的相对偏好通过对数贝叶斯因子量化

$$\ln B_{\mathrm{DE,DM}} \equiv \ln Z_{\mathrm{DE}} - \ln Z_{\mathrm{DM}}, \tag{4.42}$$

其中， Z_{DE} 和 Z_{DM} 分别是暗能量模板和暗物质模板的贝叶斯证据，均通过对上述相应的高斯似然关于 A_{EB} 边缘化得到；正值表示更偏好暗能量解释。该分析分别应用于 LAT 和 SAT 模拟，其输入校准不确定度为 $\sigma(\alpha_{\mathrm{LAT}}) = 0.2°$ 和 $\sigma(\alpha_{\mathrm{SAT}}) = 0.1°$，包含 d1s1前景和SO基准噪声；SAT 和 LAT 的多极矩范围分别为 $30 \le \ell \le 300$ 和 $100 \le \ell \le 3000$ 。模拟信号为参数为 $\beta = 0.3°$的暗能量模板。

图8展示了恢复的对数贝叶斯因子随轴子质量的变化。两种仪器在判别空间中的位置截然不同，这与各自的多极矩范围直接对应。对于 SAT，在 $m_\phi \le 1.0 \times 10^{-28}$ 电子伏特处，对暗能量解释的偏好尚无定论（$\ln B_{\mathrm{DE,\ DM}} < 1$）；此时暗物质模板的振荡特征主要位于 $\ell > 300$，超出 SAT 的范围。随着第一个振荡波纹进入 SAT 的范围，在 $m_\phi = 1.2 \times 10^{-28}$ 电子伏特处偏好增强至弱；在 $m_\phi \ge 1.5 \times 10^{-28}$ 电子伏特处则达到决定性水平，在 1。5 和 6.4×10^{-28} 电子伏特处，$\ln B_{\mathrm{DE,\ DM}} \simeq 20$ 且 $\simeq 49$ 。对于 LAT，情况在定性上截然不同：

[6] https://github.com/joshspeagle/dynesty

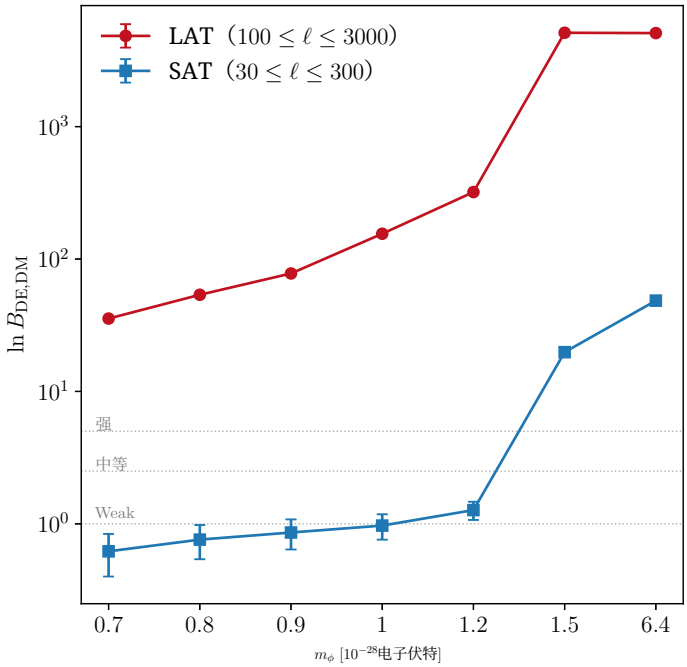

图 8：对数贝叶斯因子 $\ln B_{\mathrm{DE,DM}} = \ln \mathcal{Z}_{\mathrm{DE}} - \ln \mathcal{Z}_{\mathrm{DM}}$ 用于区分常数-β暗能量模板（$\beta = 0.3°$）与质量为 m_ϕ 的轴子暗物质模板，分别对应仅 SAT（$30 \leq \ell \leq 300$）和仅 LAT（$100 \leq \ell \leq 3000$）分析。正值表示偏向暗能量解释；误差棒为嵌套采样证据误差。两个坐标轴均为对数坐标。虚线标出杰弗里斯尺度上的弱、中等和强阈值。

凭借对 $\ell = 3000$的观测能力，它能够捕捉扫描范围内每个质量对应的完整振荡模式，并在整个 $m_\phi \in [0.7, 6.4] \times 10^{-28}$ 电子伏特范围内实现决定性区分；对数贝叶斯因子从最轻质量处的 $\ln B_{\mathrm{DE,\ DM}} \simeq 36$ 增至最重质量处的数千，对于较轻质量而言，比 SAT 高出多个数量级。与 1.5×10^{-28}电子伏特处相比， $m_\phi = 6.4 \times 10^{-28}$电子伏特处略有下降，这是因为在 $\Delta\ell = 10$ 带功率中，振荡最快的模板被部分平均化。原则上，可以通过采用可变分箱宽度来减轻这种平均效应：在高 ℓ处采用较窄的分箱（此处模板振荡最快），在低 ℓ处采用较宽的分箱，从而更好地分辨振荡结构，并恢复部分损失的判别能力，但代价是逐箱协方差的噪声更大。由于 LAT 在整个质量范围内已经能够实现决定性区分，我们在此不再进行这项优化；不过，对于旨在确定轴子质量、而不仅仅是确立暗物质解释的实际分析，这项优化可能很有价值。

这些贝叶斯因子以固定仪器角度和模板集为条件；用校准先验对角度进行边缘化可能会改变模型偏好，此处未包含该处理。它们还以不存在尺度依赖的残余系统误差为条件，且尚未针对此类系统误差进行压力测试。

关键在于，这种比较取决于 C_ℓ^{EB}的多极矩形状，而非其总体振幅：由于每个模板都对 A_{EB} 进行边缘化，因此偏好恒定-β 模型，是因为振荡型暗物质模板无法再现基准 EB 谱的多极矩结构。因此，贝叶斯因子

比较的是各模板的形状，但仅凭偏好恒定旋转模板并不能证明其具有宇宙学起源：未经校准的仪器角度偏移也能产生相同的形状。经校准和未经校准的 LAT地图得到的贝叶斯因子相近，说明存在这种简并；要将恒定分量归因于 β，必须进行绝对角度校准。

5 讨论与结论

我们使用 SOLAT 和 SAT 地图级模拟，研究各向同性双折射的推断如何依赖于绝对角度校准以及仪器共享的多极矩范围。我们的主要方法是联合 LAT+SAT 似然，通过它们共同的CMB模传递校准；此外，我们还将 Minami–Komatsu基于前景的估计量作为补充检验，但这取决于所假设的银河系尘埃 EB 模型。

本研究的一个核心结果是，在本文所建模的系统误差范围内，偏振角校准仍然是使用 SO LAT 测量各向同性双折射时的主要限制因素；同时，如何组合可用的校准与校准本身的精度同样重要。公式 (4.24)–(4.27) 的一般方差预算表明，只有当参考校准与相对角度不确定度 $\sigma(\Delta\alpha)$以平方和开方方式合并后的结果小于接收仪器自身的校准不确定度（公式 (4.26)）时，将校准从一个仪器传递到另一个仪器才是有利的。当 SAT 的校准更好时（C2、C3），SAT校准的逐步改进会带来显著的灵敏度提升：联合不确定度从 C2 中的 $\sigma(\beta) \simeq 0.04^\circ$ 改善为 C3 中的 $\simeq 0.02^\circ$ 。当 SAT 提供更强的绝对参考时，传递校准的主要作用是使经过角度校准的 LAT EB 能够覆盖更宽的多极矩范围；它并不会使 SAT 和 LAT 对绝对双折射角的估计成为独立测量。当两种校准的精度相当（C4），或 LAT 的校准更好（C5）时，将 SAT校准传递给 LAT 并非最优；分别以各自的先验锚定每个仪器，会使 $\sigma(\beta_{\rm LAT})$ 从 0.11° 提升至 0.07° 和 0.04°，并使 $\sigma(\beta)$ 从 0.06° 提升至 0.05° 和 0.03°。由于传递的大口径望远镜侧估计量与 SAT侧估计量共享绝对先验，联合结果无法进一步降低该先验的影响，因此，对于转移配置所引用的$\sigma(\beta)$联合值均为下界。

在基准多极矩截断下，传递的大口径望远镜侧估计量处于重叠受限区间，其瓶颈在于LAT–SAT相对角度测定，而非参考先验本身。因此，改进的主要杠杆是SAT的高ℓ 覆盖范围：当 $\ell_{\rm max}^{\rm SAT}$ 从300扩展到600时， $\sigma(\Delta\alpha)$改善了 ~ 3 倍。更大的重叠还会使相对角成为可比校准的有用第二锚点，并使将更好的LAT校准反向传递到SAT变得值得。比较SO基准与目标噪声配置可见， $\sigma(\beta_{\rm LAT})$从 0.09° 到 0.06°有适度但有意义的改善，这由 $\sigma(\Delta\alpha)$的相应降低所驱动，但远小于扩展SAT多极矩覆盖范围所带来的增益：对于传递的大口径望远镜侧估计量而言，SAT的高ℓ校准与传递函数控制比原始灵敏度更有价值。

在联合处理流程中，通过按频率进行振幅边缘化来处理银河系偏振前景；在此方法下，无论采用哪种前景模型和哪种银河系掩膜，关于 β 的边缘化后验分布均保持无偏。MK估计量提供了互补的交叉检验：其保守的不含同管谱配置在100次实现中给出集合均值 $\beta = 0.298^\circ \pm 0.004^\circ$ ，单次实现散度为 0.041°，在

统计上与联合LAT+SAT恢复结果及基准值一致，并且对前景模板失配和带通积分保持稳定。

这两种处理流程的系统误差预算互为补充（第4.3节），结合使用可对未来任何双折射探测进行交叉检验。对于一次模拟的$\beta = 0.3°$，将其视为当前迹象的代表值，而非已确立的信号，在所考察的各种配置中，探测显著性相差 ~ 3 倍，范围从 5σ（仅使用 LAT 侧估计量）到 16σ （在最乐观的 C3/Goal/`d10s5` 配置下使用组合估计量）。这些显著性仅用于说明；该方法的核心输出是 $\sigma(\beta)$ 随校准输入的变化关系，以及它与式（4.24）方差预算的可追溯性。

最后，我们的固定模板比较展示了，在所述仪器角度假设下，LAT 多极矩范围如何帮助区分恒定旋转与轴子暗物质解释的 C_ℓ^{EB}形状。在本文考察的 $m_\phi \in [0.7, 6.4] \times 10^{-28}$ 电子伏特质量范围内，LAT 固定模板的贝叶斯因子支持恒定旋转模板；而在较低质量下，SAT 对形状的区分能力较弱。仅凭这一偏好，并不能证实恒定旋转具有宇宙学起源。

未来扩展

通过若干方面扩展本研究，可进一步提升 SO 对各向同性宇宙双折射的灵敏度。除 TB 谱外，纳入 EB 预计也能收紧联合约束，并更好地区分宇宙学旋转与仪器旋转。基于LAT的内部去透镜可降低透镜效应导致的 B模方差，并在噪声限制区间内提升 $\sigma(\beta)$。在前景方面，应测试更复杂的尘埃模型，将丝状形态、视线方向去相关以及随频率变化的偏振角变化纳入考虑。未来的分析迭代还应纳入各向异性噪声、依赖频率和探测器的波束失配、相关的SAT–LAT校准不确定性、完整的功率谱带协方差（包括似然区块之间以及LAT端和SAT端估计量之间的相关性），并将更真实的时域系统误差通过模拟流程从地图层面传播。应通过完整流水线运行式（4.25）中的最优加权估计量和反向LAT到SAT传递，尤其是在扩展的 $\ell_{\rm max}^{\rm SAT}$ 中，预计这些方法将在此发挥作用。另一项扩展是量化第 4.1.5节所述一致性检验的判别能力：在模拟中注入一个刻意偏移的角度，并表征由此得到的检验统计量分布。对于给定的一对校准情景，这样便可确定该框架能够检测到的最小真实校准误差，并判断其是否会被吸收到联合估计中，而非表现为内部张力。随着 SO 开始获取最初几年的偏振数据，且校准计划逐步成熟并朝着本研究探讨的精度目标迈进，这些扩展将成为顺理成章的下一步。

基于地图的LAT–SAT交叉校准

基准估计器 $\Delta\alpha$ （第4.1.3节）作用于带功率谱压缩数据。这里我们描述一种互补的地图级估计量，它在任何谐波压缩之前，直接在像素空间中对LAT和SAT偏振图进行操作。这种方法保留了关于位置相关的校准误差的空间信息，而这些信息在旋转对称带功率谱中被平均掉，并且在存在各向异性噪声或空间变化的波束效应时可能具有优势。

地图级估计量

定义复偏振场 $P(\hat{n}) = Q(\hat{n}) + iU(\hat{n})$，观测到的LAT和SAT地图满足

$$P_L^{\rm obs}(\hat{n}) = e^{2i(\alpha_L+\beta)}P^{\rm true}(\hat{n}) + n_L(\hat{n}), \qquad P_S^{\rm obs}(\hat{n}) = e^{2i(\alpha_S+\beta)}P^{\rm true}(\hat{n}) + n_S(\hat{n}), \tag{A.1}$$

因此，宇宙双折射角在叉积中相互抵消，

$$P_L^{\rm obs}(\hat{n})\left[P_S^{\rm obs}(\hat{n})\right]^* = e^{2i\Delta\alpha}\left|P^{\rm true}(\hat{n})\right|^2 + \mathcal{N}(\hat{n}), \tag{A.2}$$

其中 $\mathcal{N} = e^{2i(\alpha_L+\beta)}P^{\rm true}n_S^* + e^{-2i(\alpha_S+\beta)}n_L P^{\rm true*} + n_L n_S^*$汇集了噪声项。由于 LAT 和 SAT 的噪声实现彼此独立，且与天空无关，$\langle\mathcal{N}\rangle = 0$ 并且噪声在一阶近似下不会使 $\Delta\alpha$ 产生偏差；它只会对其方差有所贡献，我们将在下文通过模拟直接量化这一贡献。因此，接下来的讨论中我们略去 $\mathcal{N}$。我们还注意到，式（A.4）中的权重 w_p 不必是对角的：若将输入图替换为其经逆方差（）滤波后的对应图，在存在各向异性噪声和掩膜时即可实现最优加权，但代价是需要进行矩阵求逆；这样还可以进一步减小噪声对方差的贡献。因此，加权像素和，$_pP^*_{S,\ p}$ 的相位可用作 LAT–SAT 相对失校准的估计量，

$$\widehat{\Delta\alpha} = \tfrac{1}{2}\arctan 2\,(B,\,A), \tag{A.3}$$

with

$$A = \sum_p w_p\big(Q_{L,p}Q_{S,p} + U_{L,p}U_{S,p}\big), \qquad B = \sum_p w_p\big(U_{L,p}Q_{S,p} - Q_{L,p}U_{S,p}\big). \tag{A.4}$$

在 SO 模拟上的验证

我们已在主分析所用的 SO图层级模拟上实现并验证了这一估计量，输入校准不确定度为 $\sigma(\alpha_{\rm LAT}) = 0.2^\circ$ 以及 $\sigma(\alpha_{\rm SAT}) = 0.1^\circ$，且未模拟宇宙双折射，并采用`d1s1` 天空模型来描述银河系偏振前景。在计算式（A.3）之前，先进行三个预处理步骤。

首先，对 LAT 和 SAT 地图进行高通滤波，以去除 $\ell < 100$ 的模态；该值是 LAT EB 带功率进入基准似然的多极矩范围下限。将地图级估计量限制在相同范围内，可确保 LAT 和 SAT 在两种分析共同覆盖的尺度带上进行比较。其次，将两幅地图卷积到共同的高斯波束 $\theta_{\rm c}$，从而使二者的角分辨率一致；这一操作使式（$_{\rm obs}{}_L \propto e^{2i\Delta\alpha}P_S^{\rm obs}$）中隐含的因子分解 P能够近似成立。第三，按照 NaMaster 约定，使用范围为 $\theta_{\rm apo} = 2^\circ$ 的 C2渐消窗对 LAT∩SAT 二值重叠掩模进行渐消处理，以抑制从掩模边界泄漏到自旋2平滑中的$E \to B$；像素权重取为渐消后的掩模，即 $w_p = M_{{\rm apo},\ p}$。

图9 展示了 $\Delta\alpha$ 在 $N_{\rm sim} = 100$次实现中，四组同频、同分割索引的 LAT×–SAT 配对在三种共同波束取值下的蒙特卡洛均值和标准差，$\theta_{\rm c} \in \{30', 40', 60'\}$。上方面板显示，在 $\Delta\alpha$ 处，四组配对恢复的 $\theta_{\rm c} = 30'$ 结果一致，并追踪了基准 LAT–SAT 校准误差。下方面板显示，单次实现散度 σ（$\Delta\alpha$）随$\theta_{\rm c}$近似线性增长，这与模态计数预期一致 $\sigma \propto \theta_{\rm FWHM}$，因为独立的

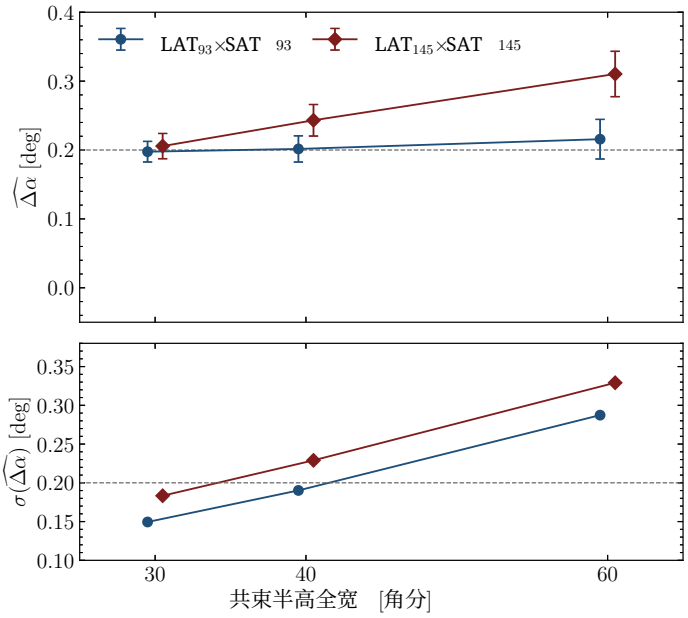

图 9：在 Simons Observatory 图层级模拟 $\widehat{\ }$（σ（$\alpha_{\rm LAT}$）$=0.2°$，σ（$\alpha_{\rm SAT}$）$=0.1°$，d1s1 前景）上验证图层级相对校准估计器。上图：对于 93 和 145 GHz 的同频 LAT×SAT 配对，蒙特卡洛均值 $\Delta\alpha$[式（A.3）] 随共束半高全宽 $\theta_{\rm c}$的变化；误差棒为使用 $N_{\rm sim}=100$ 计算的标准误差。下图：相同配对的单次实现散度 σ（$\Delta\alpha$）。灰色虚线表示输入校准误差的均值和 1σ 值。

参与求和的偏振模数量按 $\theta_{\rm c}^{-2}$ 缩放。在 $\theta_{\rm c}=30'$ 处，单组配对的散度为$\widehat{\ }\sigma$（$\Delta\alpha$）$\approx 0.15°$，与这些模拟中假设的 $0.1°$ SAT绝对校准先验相当，但并未优于它。

跨频 LAT×SAT 配对未纳入此次验证，因为在 `d1s1` 模型下，93 和 145 GHz 的偏振天空因底层天空不同而异（尘埃和同步辐射具有不同的谱能量分布），这违反了式（A.2）中的因子分解，并产生$\widehat{\ }$前景诱导偏差 $\Delta\alpha_{\rm o}$。与交叉功率谱估计量联合组合，以及对本文未建模的仪器效应的处理（第 3.3 节），留待未来工作。

B 对 TB 交叉谱的扩展

TB 交叉谱提供了一种独立的测量手段，可补充基于 EB 的估计量，用于测量 $\Delta\alpha$。可以证明，LAT×SAT TB交叉谱的反对称组合满足

$$C_\ell^{T_L B_S} - C_\ell^{T_S B_L} = -2\, C_\ell^{TE} \cos(\theta_L + \theta_S) \sin(\Delta\alpha), \tag{B.1}$$

其与 β 在小角近似的最低阶下无关，并以$\Delta\alpha$ 与式（4.12）互补的方式对其加以约束。与基于 EB的反对称组合不同，后者中 β 会完全抵消，而 TB 估计量在高阶仍保留对 β 的依赖；不过，对于我们关注的小旋转角，这一修正可以忽略。仅使用TB 对 $\Delta\alpha$ 的约束弱于仅使用 EB 的结果，在

两个频率下均如此，这反映出 TB 谱的信噪比较低。联合使用 TB和 EB ，使 σ（$\Delta\alpha$）相比仅使用 EB的结果提升了 $\sim$14%，在 93 GHz 和 145 GHz 下均有相近的增益。尽管提升幅度不大， TB 区块为由 EB推导出的 $\Delta\alpha$提供了真正独立的交叉检验，因为它依赖温度而非E模偏振，因此会受到不同的系统误差污染。我们将对所有校准情景下 TB 贡献的全面评估，以及其对 σ（β）的传递留待未来工作。

致谢

本研究由西蒙斯基金会资助， [MPS-Observatory-00457687,B.K.] 以及西蒙斯基金会国际部资助， [SFI-MPS-Observatory-00007127, B.K.]。Simons Observatory 在智利北部的阿塔卡马天文公园开展运行，′并由国家研究与发展局（ANID）监管。我们感谢智利共和国在阿塔卡马北部接纳 Simons Observatory，也感谢当地原住民利卡南泰社群；我们效法他们观察夜空、向夜空学习。本研究使用了国家能源研究科学计算中心（NERSC）的资源。该中心是能源部用户设施（HEP 项目 mp107，2023–2026 年）。本研究得到美国国家科学基金会资助（奖项编号：2153201）。用于生成本分析结果的部分软件可在西蒙斯天文台 GitHub 组织（https://github.com/simonsobs）公开获取。本研究用于生成模拟并开展分析的代码可在 GitHub 上公开获取，网址为 https://github.com/antolonappan/cobi。作者感谢 Fumihiro Naokawa 提供具有尺度依赖性的轴子暗物质理论宇宙微波背景辐射谱。

P.D.-P. 感谢德国科学基金会（DFG）通过德国卓越战略项目 EXC-2094/2（项目编号：390783311）提供支持。C.H.-C. 感谢 Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo（ANID）FONDECYT 常规项目 1262583 和 BASAL CATA（FB210003）提供支持。C.B. 感谢意大利航天局 LiteBIRD项目（ASI 项目资助编号：2020-9-HH.0 和 2016-24-H.1-2018）、意大利航天局欧几里得项目、国家核物理研究所的 InDark 和 LiteBIRD 计划、意大利航天局与大学及研究部资助的 SPACE-IT-UP 项目（合同编号：2024-5-E.0）、RadioForegroundsPlus 项目（HORIZON-CL4-2023-SPACE-01，资助协议编号：101135036），以及由欧盟地平线2020研究与创新人员交流计划玛丽·斯克 ′沃多夫斯卡-居里资助协议（编号：101007633）资助的 CMB-Inflate项目提供的部分支持。Y.C. 感谢日本学术振兴会科研费项目（编号：JP24K00667）提供支持。J.E. 和 A.L. 感谢·项目提供的资助（ SciPol （scipol.in2p3.fr），该项目由欧洲研究理事会（ERC）通过欧盟地平线2020研究与创新计划资助（资助协议编号：101044073，首席研究员：J. Errard）。T.N. 感谢日本学术振兴会科研费项目（编号：JP25K00996 和 JP26H00405）及日本 JST EXPERT-J（项目编号：JPMJEX2508）提供支持。卡夫利IPMU 获得日本文部科学省世界顶尖国际研究中心倡议（WPI 倡议）的支持。F.N. 感谢欧盟（ERC、POLOCALC，项目编号：101096035）提供资助。K.W. 获科学技术设施委员会（STFC）通过项目编号 ST/X006344/1 和 UKRI1164 提供支持，并感谢比克罗夫特信托的支持。

参考文献

[1] *S.M. Carroll*、*G.B. Field* 和 *R. Jackiw*，《洛伦兹与宇称破缺电动力学修正的限制》，《物理评论 *D*》*41*（*1990*）*1231*。[2] *S.M. Carroll*，《精质与世界其他部分》，《物理评论快报》*81*（*1998*）*3067*[*astro-ph*/9806099].[3] *S.M. Carroll* 和 *G.B. Field*，《爱因斯坦等效原理与射电星系的偏振》，《物理评论 *D*》*43*（*1991*）*3789*。[4] *D. Harari* 和 *P. Sikivie*，《南部-戈德斯通玻色子对射电星系及宇宙微波背景偏振的影响》，《物理快报*B*辑》*289*（*1992*）*67*。[5] *W.-T. Ni*，《通过精密偏振和自旋实验探测引力的微观起源》，《中国物理快报》*22*（*2005*） 33 [*gr-qc*/0407113].[6] *W.-T. Ni*，《从等效原理到宇宙学：宇宙偏振旋转、宇宙微波背景观测、中微子数不对称、洛伦兹不变性与*CPT*》，《理论物理进展增刊》*172*（*2008*） 49 [0712.4082].[7] *V.A. Kostelecky* 和 *M. Mewes*，《洛伦兹破缺电动力学与宇宙微波背景》，《物理评论快报》*99*（*2007*） 011601 [*astro-ph*/0702379].[8] *A.I. Lonappan*、*B. Keating* 和 *K. Arnold*，《宇宙微波背景*B*模偏振对各向异性宇宙双折射的限制》，《物理评论*D*辑》*112*（*2025*） 023555 [2504.13154].[9] *T. Fujita*、*Y. Minami*、*K. Murai* 和 *H. Nakatsuka*，《通过宇宙微波背景偏振探测类轴子粒子》，《物理评论*D*辑》*103*（*2021*） 063508 [2008.02473].[10] *S. Panda*、*Y. Sumitomo* 和 *S.P. Trivedi*，《弦理论中的轴子精质》，《物理评论 *D*》*83*（*2011*） 083506 [1011.5877].[11] *T. Fujita*、*K. Murai*、*H. Nakatsuka* 和 *S. Tsujikawa*，《各向同性宇宙双折射的探测及其对包括暗能量在内的类轴子粒子的意义》，《物理评论*D*辑》*103*（*2021*） 043509 [2011.11894].[12] *G. Choi*、*W. Lin*、*L. Visinelli* 和 *T.T. Yanagida*，《宇宙双折射与电弱轴子暗能量》，《物理评论 *D*》*104*（*2021*） *L*101302 [2106.12602].[13] *I. Obata*，《宇宙双折射测量对轴子暗物质搜索的启示》，*JCAP 09*（*2022*） 062 [2108.02150].[14] *S. Gasparotto* 和 *I. Obata*，《单值化轴子暗能量引起的宇宙双折射》，*JCAP 08*（*2022*） 025 [2203.09409].[15] *M. Galaverni*、*F. Finelli* 和 *D. Paoletti*，《宇宙微波背景各向异性中的宇宙双折射红移演化》，《物理评论 *D*》*107*（*2023*） 083529 [2301.07971].[16] *F. Finelli* 和 *M. Galaverni*，《宇宙学赝标量场引起的线偏振平面旋转与圆偏振》，《物理评论 *D*》*79*（*2009*） 063002 [0802.4210].[17] *G.-C. Liu* 和 *K.-W. Ng*，《轴子暗物质引起的宇宙微波背景*B*模》，《暗宇宙物理学》*16*（*2017*） 22 [1612.02104].[18] *M.A. Fedderke*、*P.W. Graham* 和 *S. Rajendran*，《利用宇宙微波背景偏振探测轴子暗物质》，《物理评论 *D*》*100*（*2019*） 015040 [1903.02666].[19] *K. Murai*、*F. Naokawa*、*T. Namikawa* 和 *E. Komatsu*，《早期暗能量引起的各向同性宇宙双折射》，《物理评论*D*辑》*107*（*2023*）*L*041302 [2209.07804].[20] *J.R. Eskilt*、*L. Herold*、*E. Komatsu*、*K. Murai*、*T. Namikawa* 和 *F. Naokawa*，《各向同性宇宙双折射对早期暗能量的限制》，《物理评论快报》*131*（*2023*）*121001*[2303.15369]。

[21] *F. Takahashi*与*W. Yin*，来自类轴子粒子畴壁的千字节宇宙双折射，*JCAP 04*（*2021*年）007 [2012。11576]。[22] *N. Kitajima*、*F. Kozai*、*F. Takahashi*与*W. Yin*，畴壁网络的功率谱及其对各向同性与各向异性宇宙双折射的影响，*JCAP 10*（*2022*年）*043*[2205。05083]。[23] *M. Jain*、*R. Hagimoto*、*A.J. Long*与*M.A. Amin*，通过弦-壁网络的*CMB*双折射搜寻类轴子粒子，*JCAP 10*（*2022*年）090 [2208。08391]。[24] *D. Gonzalez*、*N. Kitajima*、*F. Takahashi*与*W. Yin*，具有初始暴胀涨落的畴壁网络的稳定性及其对宇宙双折射的影响，《物理快报*B*辑》*843*（*2023*年）137990 [2211。06849]。[25] *R.C. Myers*与*M. Pospelov*，有效场论中色散关系的紫外修正，《物理评论快报》*90*（*2003*年）211601 [*hep-ph*/0301124]。[26] *K.R.S. Balaji*、*R.H. Brandenberger*与*D.A. Easson*，宇宙微波背景偏振与宇称的谱依赖，*JCAP 12*（*2003*年）008 [*hep-ph*/0310368]。[27] *A. Arvanitaki*、*S. Dimopoulos*、*S. Dubovsky*、*N. Kaloper*与*J. March-Russell*，弦轴子宇宙，《物理评论 *D*》*81*（*2010*年）123530 [0905。4720]。[28] *M. Kamionkowski*、*A. Kosowsky*与*A. Stebbins*，宇宙微波背景偏振的统计，《物理评论 *D*》*55*（*1997*年）7368 [*astro-ph*/9611125]。[29] *U. Seljak*与*M. Zaldarriaga*，微波背景偏振中的引力波特征，《物理评论快报》*78*（*1997*年）2054 [*astro-ph*/9609169]。[30] *A. Lue*、*L.-M. Wang*与*M. Kamionkowski*，新的宇称破缺相互作用的宇宙学特征，《物理评论快报》*83*（*1999*年）1506 [*astro-ph*/9812088]。[31] *B. Feng*、*H. Li*、*M.-z. Li*与*X.-m. Zhang*，引力轻子生成及其在宇宙微波背景中的特征，《物理快报*B*辑》*620*（*2005*年）27 [*hep-ph*/0406269]。[32] Planck合作组，普朗克中期结果。*XLIX*。来自偏振数据的宇称破缺约束，《天文学与天体物理学》*596*（*2016*年）*A*110 [1605。08633]。[33] *A. Idicherian Lonappan*，通过去透镜改进宇宙双折射约束，*JCAP 07*（*2025*年）009 [2503。04708]。[34] *G. Sigl*与*P. Trivedi*，来自*CMB*双折射的类轴子暗物质约束，*1811.07873*。[35] *H. Nakatsuka*、*T. Namikawa*与*E. Komatsu*，宇宙双折射源于暗能量还是暗物质？一种层析方法，《物理评论 *D*》*105*（*2022*年）123509 [2203。08560]。[36] *G.-C. Liu*、*S. Lee*与*K.-W. Ng*，精质与由电磁场及其对偶构成的赝标量耦合对宇宙微波背景偏振的影响，《物理评论快报》*97*（*2006*年）161303 [*astro-ph*/0606248]。[37] *S. Lee*、*G.-C. Liu*与*K.-W. Ng*，标量暗能量在宇宙微波背景偏振上的印记，《物理评论 *D*》*89*（*2014*年）063010 [1307。6298]。[38] *G. Gubitosi*、*M. Martinelli*与*L. Pagano*，将双折射纳入宇宙微波背景的时间演化：当前与未来约束，*JCAP 12*（*2014*年）020 [1410。1799]。[39] QUaD合作组，利用*QUaD*偏振计*2006*年与*2007*年观测得到的宇宙微波背景偏振功率谱对宇称破坏的约束，《物理评论快报》*102*（*2009*年）161302 [0811。0618]。[40] *E. Komatsu*、*K.M. Smith*、*J. Dunkley*、*C.L. Bennett*、*B. Gold*、*G. Hinshaw*等，威尔金森微波各向异性探测器（*WMAP*）七年观测：宇宙学解释，《天体物理学杂志增刊系列》*192*（*2011*年）18 [1001。4538]。

[41] BICEP1合作组，*BICEP1*三年数据的自校准及对天体物理偏振旋转的约束，《物理评论 *D*》*89*（*2014*年） 062006 [1312。7877]。[42] *B.D. Sherwin*与*T. Namikawa*，利用宇宙微波背景中的再电离信号实现宇宙双折射断层成像与校准独立性，《皇家天文学会月报》*520*（*2023*年） 3298 [2108。09287]。[43] *M. Monelli*、*E. Komatsu*、*A.E. Adler*、*M. Billi*、*P. Campeti*、*N. Dachlythra*等，半波片系统误差对由宇宙微波背景偏振测量宇宙双折射的影响，*JCAP 03*（*2023*年） 034 [2211。05685]。[44] *R.M. Sullivan*、*A. Abghari*、*P. Diego-Palazuelos*、*L.T. Hergt*与*D. Scott*，普朗克第四次数据发布（*NPIPE*）地图空间宇宙双折射，《宇宙学与天体粒子物理学杂志》*2025*（*2025*年）*025*。[45] *Y. Minami*与*E. Komatsu*，从普朗克*2018*年偏振数据中对宇宙双折射的新提取，《物理评论快报》*125*（*2020*年） 221301 [2011。11254]。[46] *P. Diego-Palazuelos*等，来自普朗克第四次数据发布的宇宙双折射，《物理评论快报》*128*（*2022*年） 091302 [2201。07682]。[47] *J.R. Eskilt*，来自低频仪器与高频仪器普朗克第四次数据发布的宇宙双折射频率依赖约束，《天文学与天体物理学》*662*（*2022*年）*A*10 [2201。13347]。[48] *M. Remazeilles*，结合*E*模与*B*模通道的混合内部线性组合地图对宇宙双折射的场级约束，*JCAP 12*（*2025*年） 013 [2507。22109]。[49] Atacama Cosmology Telescope合作组，阿塔卡马宇宙学望远镜：第六次数据发布功率谱、似然函数与 Λ*CDM*参数，*JCAP 11*（*2025*年） 062 [2503。14452]。[50] *P. Diego-Palazuelos*与*E. Komatsu*，来自阿塔卡马宇宙学望远镜第六次数据发布的宇宙双折射，《物理评论 *D*》*113*（*2026*年）*L101302*。[51] Cosmoglobe 合作组，*COSMOGLOBE* 首次数据发布结果——*II.* 来自重新处理的 *WMAP* 数据与普朗克低频仪器数据的各向同性宇宙双折射约束，《天文学与天体物理学》*679*（*2023*年）*A*144 [2305。02268]。[52] *J.R. Eskilt*与*E. Komatsu*，来自*WMAP*与普朗克宇宙微波背景偏振数据的改进宇宙双折射约束，《物理评论 *D*》*106*（*2022*年） *063503*[2205。13962]。[53] *J.R. Eskilt*，来自阿塔卡马宇宙学望远镜与普朗克联合分析的宇宙双折射，《物理评论 *D*》*114*（*2026*年） 043553 [2608。06480]。[54] *G. Hinshaw*、*D. Larson*、*E. Komatsu*、*D.N. Spergel*、*C.L. Bennett*、*J. Dunkley*等，威尔金森微波各向异性探测器（*WMAP*）九年观测：宇宙学参数结果，《天体物理学杂志增刊系列》*208*（*2013*年） 19 [1212。5226]。[55] POLARBEAR 合作组，利用*POLARBEAR*对度角尺度宇宙微波背景 *B*模角功率谱的测量，《天体物理学杂志》*897*（*2020*年） 55 [1910。02608]。[56] SPT合作组，利用*SPTpol*偏振数据搜寻各向异性宇宙双折射，《物理评论 *D*》*102*（*2020*年） 083504 [2006。08061]。[57] SPT-3G Collaboration合作组，利用*2019–2020*年*SPT-3G*偏振数据，由宇宙微波背景引力透镜与去透镜 *ee* 功率谱得到的宇宙学，《物理评论 *D*》*111*（*2025*年）*083534*。[58] SPIDER 合作组，来自*SPIDER*气球载望远镜首次飞行的原初*B*模约束，《天体物理学杂志》*927*（*2022*年） 174 [2103。13334]。[59] *L. Yin*、*S. Xiong*、*J. Kochappan*、*B.-H. Lee*与*T. Ghosh*，来自*SPIDER*、普朗克与阿塔卡马宇宙学望远镜观测的宇宙双折射约束，*2510.25489*。[60] *P. Diego-Palazuelos*等，宇宙双折射测量对银河系前景辐射与仪器系统误差的稳健性，*JCAP 01*（*2023*年） 044 [2210。07655]。

[61] BICEP/Keck合作组，*BICEP/Keck XVIII*：*BICEP3* 偏振角的测量及其对约束宇宙双折射和暴胀的影响，《物理评论 *D*》**111(2025年)** 063505 [2410。12089]。[62] S.E. Clark、C.-G. Kim、J.C. Hill 和 B.S. Hensley，偏振尘埃辐射中宇称破坏的起源及其对宇宙双折射的影响，《天体物理学杂志》**919(2021年)** 53 [2105。00120]。[63] A.J. Cukierman、S.E. Clark 和 G. Halal，星际尘埃丝状结构的磁场失配，《天体物理学杂志》**946 (2023年)** 106 [2208。07382]。[64] C. Herv´ıas-Caimapo、A.J. Cukierman、P. Diego-Palazuelos、K.M. Huffenberger 和 S.E. Clark

，

利用丝状结构模拟银河系尘埃偏振中的宇称破缺谱及其在宇宙双折射搜寻中的应用，《物理评论 *D*》**111(2025年)** 083532 [2408。06214]

.

[65] Simons Observatory合作组，西蒙斯天文台：科学目标与预报，*JCAP 02 (2019年)* 056 [1808.07445].[66] Simons Observatory 合作组，西蒙斯天文台：增强型大口径望远镜的科学目标与预报，*JCAP 08 (2025年)* 034 [2503.00636].[67] Simons Observatory 合作组，西蒙斯天文台：利用扩充后的小口径望远镜阵列对原初引力波约束的预报，*2512.15833*.[68] *Y. Zhong*、*H. Cai*、*S.-Y. Li*、*Y. Liu*、*M. Li* 和 *W. Fang*，北半球宇宙微波背景实验对各向异性宇宙双折射约束的预报，*JCAP 04 (2025年)*077 [2409.01098].[69] *J. Dou*、*S. Ghosh*、*L. Santos* 和 *W. Zhao*，*AliCPT-1* 的宇宙微波背景 *TB* 和 *EB* 相关预报，*JCAP 10 (2024)* 046 [2403.19222].[70] *H. Zhai*、*S.-Y. Li*、*Y. Liu*、*Y. Zhong*、*H. Li*、*Y. Li* 等，测量宇宙微波背景偏振旋转角以研究动力学暗能量的本质，*2511.04459*.[71] LiteBIRD合作组，利用 *LiteBIRD* 宇宙微波背景偏振巡天探测宇宙暴胀，*PTEP 2023 (2023年) 042F*01 [2202.02773].[72] LiteBIRD合作组，*LiteBIRD* 科学目标与预报：约束各向同性宇宙

c

双折射，*JCAP* **07 (2025年)** 083 [2503。22322]。[73] CMB-HD 合作组，*Snowmass2021 CMB-HD* 白皮书，2203.05728。[74] J.P. Kaufman、B.G. Keating 和 B.R. Johnson，宇宙学距离上的宇称破坏精密检验，《皇家天文学会月报》**455(2016年)** 1981 [1409。8242]。[75] D. O'Dea、A.Challinor 和 B.R. Johnson，宇宙微波背景中的系统误差

d

偏振测量，《皇家天文学会月报》**376**(2007)1767。[76] F. Nati、M.J. Devlin、M.Gerbino、B.R. Johnson、B. Keating、L. Pagano 等，*POLOCALC*：一种测量宇宙微波背景绝对偏振方向的新方法，《天文仪器杂志》**06 (2017年)** 1740008 [1704。02704]。[77] G. Coppi、N. Dachlythra、F.Nati、R. D¨unner-Planella、A.E. Adler、J. Errard 等，*PROTOCALC*：一种用于宇宙微波背景望远镜的 *W* 波段偏振校准器

s:

西蒙斯天文台和 *CLASS* 的应用，《天体物理学杂志增刊系列》**279**（2025年）30[2502。14473]。[78] M. Murata, H. Nakata, K. Iijima, S. Adachi, Y. Seino, K. Kiuchi 等，西蒙斯天文台：用于宇宙微波背景望远镜的带稀疏线栅的全远程控制校准系统，《科学仪器评论》**94**（2023年）。

[79] *H. Nakata, S. Adachi, K. Yamada, M. Randall, Y. Kasai, K. Arnold* 等，西蒙斯天文台：利用稀疏线栅和小口径望远镜初始数据集进行探测器偏振角校准，*2512.19102*。[80] *R. D¨unner, J. Flux´a, S. Best* 和 *F. Carrero*，利用基于无人机的源进行毫米波偏振角校准，载于《天文学毫米波、亚毫米波和远红外探测器及仪器 *X*》，*J. Zmuidzinas* 和 *J.-R. Gao* 编，第 *11453* 卷《国际光学工程学会（*SPIE*）会议系列》，第 *114532P* 页，*2020*年*12*月，*DOI*。[81] *B. Koopman* 等，利用 *ACTPol* 和 *Advanced ACTPol* 对宇宙微波背景辐射测量进行光学建模和偏振校准，载于《天文学毫米波、亚毫米波和远红外探测器及仪器 *VIII*》，第 *9914* 卷《国际光学工程学会（*SPIE*）会议系列》，第 *99142T* 页，*2016*年，*DOI* [1607。01825]。[82] *J. Aumont, J.F. Mac´ıas-P´erez, A. Ritacco, N. Ponthieu* 和 *A. Mangilli*，从当前及未来的蟹状星云测量中校准未来宇宙微波背景 B *B* 模实验的偏振角，《天文学与天体物理学》*634*（*2020*年）*A*100 [1805。10475][83] *A. Ritacco, L. Bizzarri, S. Savorgnano, F. Boulanger, M. P´erault, J. Treuttel* 等，微波偏振实验的绝对参考。*COSMOCal* 项目及其概念验证，《*PASP*》*136*（*2024*年） 115001 [2405。12135][84] *C. Rigouzzo, E. Lim, S. Azzoni* 和 *Y. Liu*，利用跨实验相关性进行宇宙微波背景辐射偏振校准，*2606.11300*。[85] *B.R. Johnson, C.J. Vourch, T.D. Drysdale, A. Kalman, S. Fujikawa, B. Keating* 等，用于校准地基和亚轨道毫米波偏振仪的立方体卫星（*CalSat*），《天文学仪器杂志》*4*（*2015*年） 1550007 [1505。07033][86] *M.H. Abitbol, J.C. Hill* 和 *B.R. Johnson*，宇宙微波背景辐射偏振仪自校准中的前景诱导偏差，《皇家天文学会月报》*457*（*2016*年） 1796 [1512。06834] [87] *E. Komatsu*，宇宙微波背景的偏振光揭示的新物理，《自然评论：物理学》*4*（*2022*年） 452 [2202。13919][88] *K.M. G´orski, E. Hivon, A.J. Banday, B.D. Wandelt, F.K. Hansen, M. Reinecke* 等，*HEALPix*：用于高分辨率离散化以及快速分析球面上分布数据的框架，《天体物理学杂志》*622*（*2005*年） 759 [*arXiv:astro-ph/*0409513]。[89] *A. Zonca, L. Singer, D. Lenz, M. Reinecke, C. Rosset, E. Hivon* 等，*healpy*：用于 *Python* 中球面数据的等面积像素化和球谐变换，《开放源代码软件期刊》*4*（*2019*年）*1298*。[90] *M. Reinecke, S. Belkner* 和 *J. Carron*，利用通用球谐变换改进宇宙微波背景的（去）透镜化，《天文学与天体物理学》*678*（*2023*年）*A165*[2304。10431][91] *A. Lewis, A. Challinor* 和 *A. Lasenby*，在闭合 *FRW* 模型中高效计算宇宙微波背景各向异性，《天体物理学杂志》*538*（*2000*年） 473 [*astro-ph/*9911177]。[92] *B. Thorne, J. Dunkley, D. Alonso* 和 *S. Næss*，*Python* 天空模型：用于模拟银河系微波天空的软件，《皇家天文学会月报》*469*（*2017*年）*2821–2833*。[93] *A. Zonca, B. Thorne, N. Krachmalnicoff* 和 *J. Borrill*，*Python* 天空模型 *3* 软件，《开放源代码软件期刊》*6*（*2021*年）*3783*。[94] 泛实验银河系科学组、*J. Borrill*、*S.E. Clark*、*J. Delabrouille*、*A.V. Frolov*、*S. Ghosh* 等，适用于 *Python* 天空模型的亚角分尺度银河系微波辐射和偏振全天模型，《天体物理学杂志》*991*（*2025*年）*23*。

[95] 普朗克合作组，普朗克中期结果 *XLVIII*：分离银河系尘埃辐射与宇宙红外背景各向异性，《天文学与天体物理学》*596*（*2016*年）*A109*[1605.09387].[96] *C.L. Bennett*、*D. Larson*、*J.L. Weiland*、*N. Jarosik*、*G. Hinshaw*、*N. Odegard* 等，《威尔金森微波各向异性探测器（*WMAP*）九年观测：最终地图与结果》，《天体物理学杂志增刊系列》*208*（*2013*年）20 [1212.5225].[97] *N. Krachmalnicoff* 等，*S–PASS* 对 *2.3 GHz* 银河系偏振同步辐射的观测：其作为宇宙微波背景观测污染源的影响，《天文学与天体物理学》*618*（*2018*年）*A*166 [1802.01145].[98] *V. Pelgrims*、*S.E. Clark*、*B.S. Hensley*、*G.V. Panopoulou*、*V. Pavlidou*、*K. Tassis* 等，在 *Planck* 数据中发现偏振尘埃辐射存在视线频率去相关的证据，《天文学与天体物理学》*647*（*2021*年）*A*16 [2101.09291].[99] *A. Ritacco*、*F. Boulanger*、*V. Guillet*、*J.-M. Delouis*、*J.-L. Puget*、*J. Aumont* 等，普朗克高频仪数据揭示的尘埃偏振谱依赖——宇宙微波背景偏振前景建模的转折点，《天文学与天体物理学》*670*（*2023*年）*A163*[2206.07671].[100] *L. Vacher*、*J. Aumont*、*F. Boulanger*、*L. Montier*、*V. Guillet*、*A. Ritacco* 等，热尘埃 *E/B* 比与 *EB* 相关的频率依赖：自旋矩展开带来的启示，《天文学与天体物理学》*672*（*2023*年）*A*146 [2210.14768].[101] *L. Vacher*、*J. Chluba*、*J. Aumont*、*A. Rotti* 和 *L. Montier*，偏振信号的高精度建模：推广至自旋 *2* 场的矩展开方法，《天文学与天体物理学》*669*（*2023*年）*A*5 [2205.01049].[102] *F. Vansyngel*、*F. Boulanger*、*T. Ghosh*、*B.D. Wandelt*、*J. Aumont*、*A. Bracco* 等，宇宙微波背景偏振尘埃前景的统计模拟，《天文学与天体物理学》*603*（*2017*年）*A*62 [1611.02577].[103] *G. Mart´ınez-Solaeche*、*A. Karakci* 和 *J. Delabrouille*，银河系偏振尘埃辐射的三维模型，《皇家天文学会月报》*476*（*2018*年）1310 [1706.04162].[104] *L. Vacher*、*A. Carones*、*J. Aumont*、*J. Chluba*、*N. Krachmalnicoff*、*C. Ranucci* 等，情况可能有多糟？运用矩展开对偏振尘埃信号的三维复杂性进行建模，《天文学与天体物理学》*697*（*2025*年）*A*212 [2411.11649].
[105] LSST Dark Energy Science 合作组，统一的伪-C_ℓ 框架，《皇家天文学会月报》*484*（*2019*年）4127 [1809.09603].[106] *Y. Minami*、*H. Ochi*、*K. Ichiki*、*N. Katayama*、*E. Komatsu* 和 *T. Matsumura*，从宇宙微波背景实验中同时确定宇宙双折射和校准错误的偏振角，《理论与实验物理进展》*2019*（*2019*年）*083E02*。[107] *Y. Minami*，根据观测到的宇宙微波背景及前景 *EB* 功率谱确定校准错误的偏振角：在部分天空观测中的应用，《理论与实验物理进展》*2020*（*2020*年）*063E01*[2002.03572].[108] *Y. Minami* 和 *E. Komatsu*，同时确定宇宙双折射和校准错误的偏振角 *II*：纳入跨频谱，《理论与实验物理进展》*2020*（*2020*年）*103E02* [2006.15982].[109] *B. Jost*、*J. Errard* 和 *R. Stompor*，在银河系前景和仪器系统效应存在的情况下表征宇宙双折射，《物理评论 *D*》*108*（*2023*年）*082005*[2212.08007].[110] *A.I. Lonappan*、*B. Keating* 和 *K. Arnold*，差分偏振校准：宇宙双折射的一致性检验，《天体物理学杂志快报》*1009*（*2026*年）*L*12 [2609.09149]。

[111] *D. Foreman-Mackey*、*D.W. Hogg*、*D. Lang* 和 *J. Goodman*，*emcee*：*MCMC Hammer*，《太平洋天文学会出版物》*125*（*2013*年） 306 [1202.3665].[112] *K.M. Huffenberger*、*A. Rotti* 和 *D.C. Collins*，偏振尘埃丝状结构的功率谱，《天体物理学杂志》*899*（*2020*年） 31 [1906.10052].[113] *F.A. Martire*、*R.B. Barreiro* 和 *E. Mart´ınez-Gonz´alez*，利用普朗克和 *WMAP* 数据表征偏振同步辐射，《*JCAP*》*04*（*2022*年） 003 [2110.12803].[114] *J.A. Rubino-Martin* 等，*QUIJOTE* 科学结果 *IV*：利用多频仪器对北天进行 *10–20 GHz* 强度和偏振巡天，《皇家天文学会月报》*519*（*2023*年） 3383 [2301.05113].[115] *E. de la Hoz*、*P. Diego-Palazuelos*、*E. Mart´ınez-Gonz´alez*、*P. Vielva*、*R.B. Barreiro* 和 *J.D. Bilbao-Ahedo*，宇宙微波背景实验中的偏振角确定及其在宇宙微波背景成分分离分析中的应用，《*JCAP*》*03*（*2022*年） 032 [2110.14328].[116] *F. Naokawa* 和 *T. Namikawa*，引力透镜对宇宙双折射的影响，《物理评论 *D*》*108*（*2023*年） 063525 [2305.13976].[117] *T. Namikawa*、*K. Murai* 和 *F. Naokawa*，普朗克对类轴子粒子的各向同性宇宙双折射约束，《物理评论*D*辑》*112*（*2025*年） 123513 [2506.20824].[118] *J.S. Speagle*，*DYNESTY*：用于估计贝叶斯后验分布和证据的动态嵌套抽样软件包，《皇家天文学会月报》*493*（*2020*年） 3132 [1904.02180]。