arXiv:2611.32005v1 [physics.plasm-ph] 24 Nov 2026

测量单极性等离子体涡旋中两种非线性机制之间的拉锯战

Huiwon Chung[1], Gyungjin Choi[2], DonatoDiMatteo[3], TakumaYamada[4], Chweeho Heo[1], Peter Manz[5], Chanho Moon[6*], Yong-Su Na[1*]1首尔国立大学核工程系，大韩民国首尔特别市冠岳区冠岳路1号，邮编08826。2韩国科学技术院核与量子工程系，大韩民国大田广域市儒城区大学路291号，邮编34141。3九州大学跨学科工程科学研究生院，日本福冈县春日市春日公园6-1，邮编816-8580。4九州大学文理学部实验自然科学部，日本福冈县福冈市西区元冈744号，邮编819-0395。5格赖夫斯瓦尔德大学物理研究所，Felix-Hausdorff-Straße 6，格赖夫斯瓦尔德，梅克伦堡-前波美拉尼亚州，德国，邮编17489。6九州大学应用力学研究所，日本福冈县春日市春日公园6-1，邮编816-8580。

*通讯作者。电子邮箱：moon@riam.kyushu-u.ac.jp；ysna@snu.ac.kr；贡献作者：hw4450@snu.ac.kr；gyungjinc@kaist.ac.kr；dimatteo@riam.kyushu-u.ac.jp；takuma@artsci.kyushu-u.ac.jp；hcho201@snu.ac.kr；peter.manz@uni-greifswald.de；

摘要

从行星大气到磁化等离子体，单核涡旋组织流动并输运热量和物质。要理解其持久性，就必须确定维持单核的非线性相互作用。漂移波和罗斯贝波共同遵循的 Charney–Hasegawa–Mima方程，仅以偶极形式存在稳态传播的局域涡旋解。关于单极漂移涡旋的理论认为，额外的非线性来源于电子温度梯度或密度廓线曲率，但二者各自的作用在实验上仍未得到解决。在此，我们表明，维持单极漂移涡旋的耦合源于两个大得多的非线性贡献近乎抵消。我们利用在实验室等离子体整个方位角周围同步获取的探针信号，测量涡旋谐波之间的三波耦合，并将其与根据实测平衡条件推导出的扩展漂移波方程的预测进行比较。该方程无需可调参数，便再现了观测到的耦合的符号、大小和三元组依赖性，而两者均未贡献

仅靠线性作用无法解释测得的耦合模式。这种耦合将涨落功率从线性驱动基频传递至阻尼谐波，从而维持单核心波形。这些结果通过解析其中的非线性相互作用，建立了一种实验方法，可用于区分产生相似涡旋结构的机制。

Keyw词语： 等离子体湍流、漂移波、相干结构、单极涡旋、非线性波相互作用 s

从木星大红斑 [1] 和环绕其极区的气旋 [2] 到地球海洋中的涡旋 [3]，准二维湍流中最持久的涡旋通常都具有单核。这类单极涡旋自发地从湍流中涌现，一旦形成，便主宰湍流的长期演化 [4, 5]。单核携带着被其困住的流体净异常量，因此单极涡旋在运动时会输运热量和物质，就像海洋涡旋输运热量和盐分一样 [3, 6]。在磁化等离子体中，相干涡旋同样会介导粒子和热量的跨场输运 [7–9]。因此，理解单核涡旋由什么机制组织起来，对地球物理流体和磁化等离子体中的输运都至关重要。

磁化等离子体中的漂移波和旋转流体中的罗斯贝波具有 Charney–Hasegawa–Mima方程所描述的位涡结构 [10–12], , 其平流雅可比非线性只允许以偶极形式稳态传播的局域解 [13, 14] （图1a）。因此，长寿命的单极涡旋需要超越该方程的物理机制。在行星流体流动中，单极涡旋既被建模为由环境纬向切变稳定的涡旋 [15] ，也被建模为由 KdV 型标量非线性维持的罗斯贝孤子 [16, 17]。在漂移波描述中，单极子同样需要能够打破方程极性对称性的标量非线性，还需要具有处于线性波连续谱之外的传播速度，否则核心会向外部辐射 [18–20]。这种非线性必须由等离子体平衡态的不均匀性提供；能够容纳单极涡旋的约化漂移波方程，根据所采用的渐近排序，将其归因于电子温度梯度 [16, 21] 或密度剖面曲率 [22, 23], [20, 24–28]。由于这两种归因都允许存在单极解，观测到单极子并不能区分二者；然而，它们对涡旋谐波之间非线性相互作用的模式作出了不同预测。尽管如此，无论采用哪种排序，这些方程都尚未经过涡旋内部所测得的非线性相互作用的检验。

在行星大气中，如今已能追踪为长寿命涡旋提供能量的过程跨越不同尺度 [29], ，但这类观测无法分离控制方程所预测的各个非线性相互作用。实验室实验能够获取平衡态和涨落，已对磁化等离子体 [30–33] 和旋转流体 [34–36], 中的相干涡旋进行表征，包括其形态、持久性以及与周围涨落的耦合。在线性磁化等离子体中，双谱测量进一步表明，相干结构可以通过漂移波之间的非线性耦合形成 [37]。还可以直接从涨落数据推断耦合系数 [38–40]。在一个谐波沿整个方位角同时测得的相干涡旋中，这种推断使控制方程的非线性项成为可测量量，因而能够逐个三元组地与理论进行比较。

在此，我们首次将漂移波理论与非线性湍流分析等离子体装置（PANTA）这一线性等离子体装置 [41] 中单极漂移涡旋内测得的非线性耦合进行直接比较。我们推导出一个同时保留两种候选非线性机制的扩展漂移波方程，其系数根据测得的平衡剖面进行评估，并将方程的预测与涡旋谐波之间测得的三波耦合进行比较。该方程无需可调参数，便能重现测得耦合的符号、大小及其三元组依赖性。这一比较揭示，温度梯度贡献与密度曲率贡献的作用强度相当且几乎相互抵消，共同决定了涡旋内部的耦合。

PANTA中相干单极涡旋的识别

在用漂移波理论检验涡旋内部的耦合之前，我们首先确认所观测到的结构是一个相干单极子。其各个组分必须作为单一图样共同旋转，并且其势必须只有一个核心，而不是偶极子那样具有两个符号相反的叶瓣。实验在 PANTA 中进行，螺旋波源产生的氩等离子体柱由均匀轴向磁场约束（图 1b）。利用由64个探针组成的方位角朗缪尔探针阵列中的32个交替探针，测量浮动电位涨落 [41, 42]。我们首先关注 $B_{\mathrm{ax}} = 90$ 毫特斯拉，此时相干结构的分辨最为清晰。

方位角—时间演化揭示出一个单一的相干图样，该图样以近似恒定的角速度反复绕等离子体循环（图 1c）。在频率—方位角模数谱中，每个方位模数的主要相干分量 m 均位于频率 $f_m \simeq m f_{\mathrm{v}}$ （见图 2b，90毫特斯拉），其中 $f_{\mathrm{v}} = 1.22$ 千赫兹是图样的共同旋转频率，而 $\Omega_{\mathrm{v}} = 2\pi f_{\mathrm{v}}$是其角速度。这种共同速度关系，而非仅仅存在谐波，表明各个组分在同一个共转参考系中保持静止；图样在多次旋转中的重复出现则表明它们的相对相位保持稳定。将这些浮动电位信号转换到共转坐标（$\xi = \theta - \Omega_{\mathrm{v}} t$）中，并对连续旋转周期进行平均，可得到由单个负向偏移主导的非对称波形（图 1c，右图）。

接下来，我们考察这一相干波形具有单极还是偶极结构。仅凭单一半径处的波形，无法排除偶极涡旋的可能性；偶极涡旋的异号波瓣沿垂直于其传播方向的方向错开，也就是说，对于沿方位角传播的结构，波瓣沿径向错开（图 1a）。为此，我们在运行参数相同的另一放电中，使用径向探针阵列测量了 $2 \le r \le 6.5$ 厘米范围内的浮动电势涨落；方位角阵列测得相同的 Ω_{v} ，且波形以相同的负极性共转。在每个半径处重复这一变换，即可重构二维共转结构（图 1d）。该二维结构由单一核心构成，沿其方位角方向的任一半径处均无异号结构；穿过核心的径向剖面在测量范围内也未发生变号（图 1d，右）。其微弱的正值区域与图 1c 中波形的正向偏移一样，沿方位角方向而非径向偏离核心，因此并不构成径向错开的波瓣。

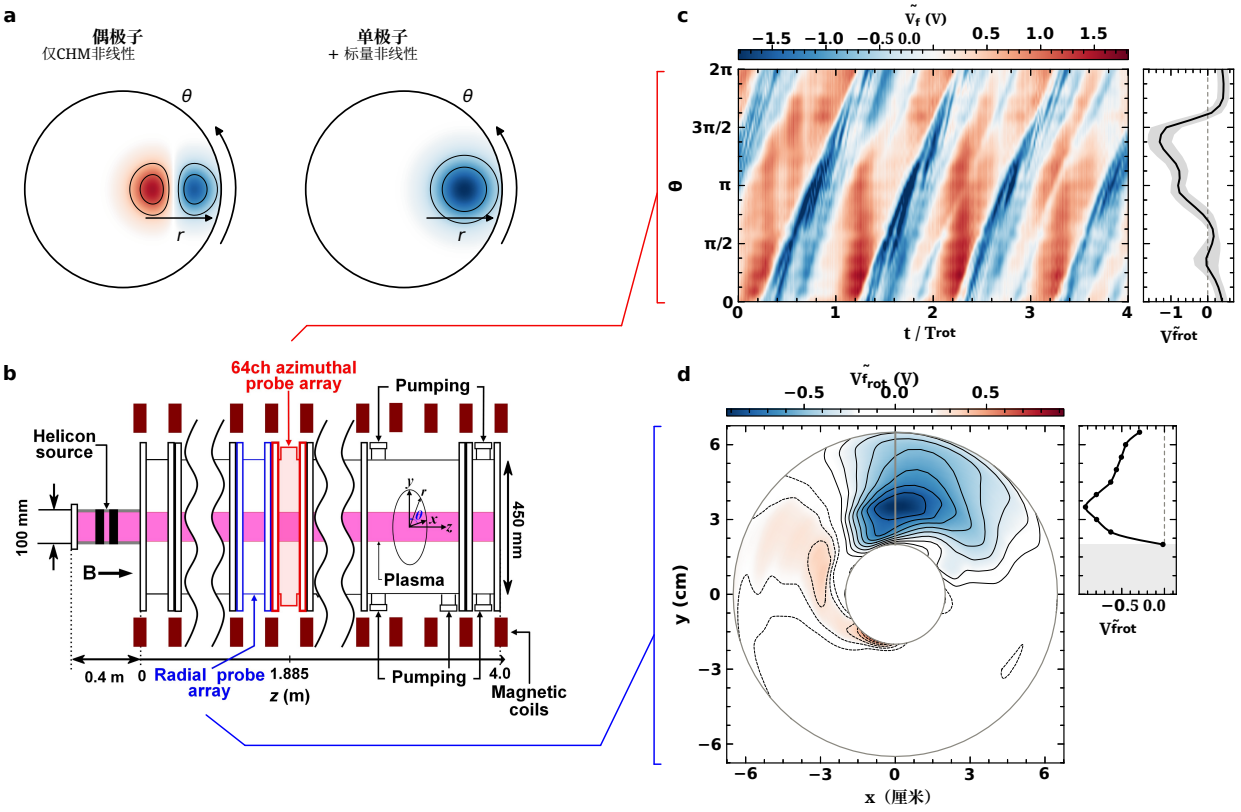


图 1 PANTA中的偶极涡旋与单极涡旋，以及一个单极子。**a**，Charney–Hasegawa–Mima（CHM）方程所允许的偶极涡旋（调制子）与需要额外标量非线性的单极涡旋的示意性势结构。对于方位角传播，偶极子的异号叶瓣沿径向分离，并垂直于传播方向。**b**，PANTA及诊断装置示意图。红线和蓝线分别将方位角和径向朗缪尔探针阵列与**c** 和**d**中的数据连接起来。**c**，在$\widetilde{V}_{\mathrm{f}}$处、 $r = 4$ 厘米和90毫特斯拉轴向磁场下，浮动电势涨落的方位角—时间演化（放电A）。时间以涡旋旋转周期 $T_{\mathrm{rot}} = 2\pi/\Omega_{\mathrm{v}}$归一化，其中$\Omega_{\mathrm{v}}$ 是涡旋的角速度。右侧为来自同一放电的共旋转波形 $\langle \widetilde{V}_{\mathrm{f}} \rangle_{\mathrm{rot}}$ ，其中 $\langle\cdot\rangle_{\mathrm{rot}}$ 表示在固定共旋转角 $\xi = \theta - \Omega_{\mathrm{v}} t$处对连续旋转周期取平均；波形以其在 ξ 上的中位数为基准，并相对于 θ 在 $t = 0$处绘制，灰色带表示各旋转周期之间的一个标准差。**d**，利用径向阵列在另一次具有相同运行参数的放电（放电B）中重构的$\sim\langle V_{\mathrm{f}} \rangle_{\mathrm{rot}}$ 二维结构；在每个半径处均以其在 ξ上的中位数为基准，其中 ξ 为从正 y 轴逆时针测量的极角。色标中 $|\langle \widetilde{V}_{\mathrm{f}} \rangle_{\mathrm{rot}}| < 0.2$ V对应白色；实线和虚线等值线分别表示负值和正值，间隔为0.1 V；中心 $r < 2$ 厘米区域未进行测量。右侧为沿 $\xi = 0$（竖直线）在径向阵列各通道处的径向剖面；灰色带标示未测量区域。其色标不同于**c**，后者显示的是瞬时涨落，而非旋转平均值。

共同的旋转速度、持续的相位关系以及单核极性结构共同支持这样的判断：在诊断分辨率范围内，90毫特斯拉状态是一个相干单极涡旋。为确定是什么耦合了它的谐波，接下来我们将用漂移波理论分析这一涡旋。

扩展漂移波方程

现有的单极性漂移涡旋约化方程通过引入一个标量非线性机制扩展了 Charney–Hasegawa–Mima方程；根据所采用的渐近排序，该非线性机制源自温度梯度或密度剖面曲率 [23–26, 28, 43]。这些方程还将密度尺度长度视为远大于离子声回旋半径 ρ_s。在 PANTA 中，密度尺度长度与 ρ_s 相当，且电子温度梯度和密度剖面曲率同时存在。因此，我们采用适用于这些条件的排序，重新推导漂移波方程。在所得方程中，两种非线性机制处于同一阶，其系数根据测得的平衡剖面进行计算。随后，我们利用相同的平衡剖面检验涡旋是否传播到线性漂移波连续谱之外，因为长寿命单极子需要满足这一条件。

假设离子为冷离子、电子服从玻尔兹曼分布且平行离子动力学可忽略，我们针对低频参数 $\omega/\omega_{\mathrm{ci}} \ll 1$迭代求解离子动量方程，而不对涨落幅度进行展开，并将所得速度与离子连续性方程 [11, 44]结合。在 $k_y \rho_s$ 以及涡旋核心外势的径向衰减率的一阶近似下（方法），所得位势涡度方程为

$$\left(1 - \nabla^2 - \kappa_n \partial_x\right) \partial_t \phi = \kappa_n \partial_y \phi - \kappa_T \phi \partial_y \phi + \kappa_n \left\{\phi, \partial_x \phi\right\} + \left\{\phi, \nabla^2 \phi\right\}. \tag{1}$$

这里， ϕ 表示归一化静电势涨落，而 x 和 y 分别表示局部径向坐标和方位角坐标。我们将归一化平衡梯度定义为 $\kappa_n = \partial_x \ln n_0$（密度）和 $\kappa_T = \partial_x \ln T_{e0}$（电子温度），并将二维泊松括号定义为 $\{f, g\} \equiv (\partial_x f)(\partial_y g) - (\partial_y f)(\partial_x g)$。我们测量了 $B_{\mathrm{ax}} = 70$、80 和 90毫特斯拉下的平衡剖面（图2a），并据此计算各磁场下的 κ_n和 κ_T。右端包含线性漂移波项、温度梯度标量非线性，以及抗磁和 Hasegawa–Mima 雅可比非线性项。

除标量非线性外，方程（1）的单极解还要求传播速度位于线性漂移波连续谱之外。在连续谱内部，涡旋会与相速度相同的线性漂移波发生共振，并通过辐射这些漂移波而损失能量，因此无法持续存在。对于具有等离子体参考系速度 u 的稳态平移解$\phi(x,\ y-ut)$，在非线性核心 [20, 44],之外，二次项可以忽略，因此外部区域满足线性化方程。此时，只有在满足以下条件时，其势才会随半径衰减，而不是发生振荡：

$$u < 0 \quad \text{or} \quad u > u_{\mathrm{loc}} \equiv -\frac{\kappa_n}{1 + k_y^2 + \kappa_n^2/4}. \tag{2}$$

这里， u_{loc} 表示线性漂移波相速度连续谱的边界。我们将方程（2）称为局域化条件，因为它将涡旋势限制在核心内，而不是使其向外辐射；对于局域涡旋而言，该条件是必要但不充分的（方法）。

下面两个场对应于不同的平衡态，为90毫特斯拉涡旋提供了参考状态。在90毫特斯拉下，主导谱峰形成共速度谐波支，与根据测得的剖面计算出的漂移波连续谱分离开来（图2b），且裕度（$u - u_{\mathrm{loc}}$）/$|u_{\mathrm{loc}}|$在所有测量半径处均为正，其中 $u = (r\Omega_{\mathrm{v}} - v_{E\times B})/c_s$（图2c）。在80毫特斯拉下，裕度仍为正，但数值较小，且该谐波支更接近连续谱边界；在70毫特斯拉下，低模峰与连续谱重叠，并且在测量半径 $r = 4$ 厘米处裕度为负。旋转结构的持续性也呈现相同的顺序：归一化方位角–时间相关性 $R(\Delta\theta,\ \tau)$的复现峰在70毫特斯拉下一个旋转周期内便衰减，在80毫特斯拉下衰减得更为缓慢，而在90毫特斯拉下则在测量时间区间内保持较高水平（图2d），且相关脊以测得的Ω_{v}传播（扩展数据图1）。在这一序列中，谐波之间的三波相互作用从90毫特斯拉到70毫特斯拉变得越来越不具备频率匹配性，且相位相干性逐渐降低（扩展数据图2），这与谐波不再锁定于单一旋转结构时的预期一致。因此，只有90毫特斯拉状态同时具备位于连续谱之外的速度、长寿命旋转和锁相谐波，我们用它来检验方程（1）所预测的耦合。

两种非线性机制之间的拉锯战

方程（1）预测涡旋谐波之间每个三波相互作用的强度，其中两个谐波 m_1 和 m_2 结合起来驱动第三个谐波，即 $m_3 = m_1 + m_2$（一个三元组）。每种候选非线性机制都以独立项的形式进入该预测，因此，将其与测得的耦合进行比较，既可检验该方程，也可解析各项的独立贡献。

同步探针测量使得浮动电势涨落能够直接分解为方位傅里叶分量 $X_m(t)$，无需借助频率–波数映射。对于每个目标模态 m_3，我们将其演化表示为线性响应与跨三元组的二次相互作用之和 $j \equiv (m_3; m_1,\ m_2)$，其中满足 $m_3 = m_1 + m_2$，并根据同步模态时间序列推断相应系数。将测得的双谱定义为 $B_j = \langle X^*_{m_3} X_{m_1} X_{m_2} \rangle$ [45, 46]，模态演化以及非线性贡献对模态涨落功率的影响为

$$\begin{aligned} \frac{\partial X_{m_3}}{\partial t} &= \Lambda^L_{m_3} X_{m_3} + \sum_{m_1+m_2=m_3} \Lambda^Q_j X_{m_1} X_{m_2}, \\ \left.\frac{\partial P_{m_3}}{\partial t}\right|_{\mathrm{NL}} &= \sum_{m_1+m_2=m_3} T_j, \qquad T_j \equiv 2\,\mathrm{Re}\left(\Lambda^Q_j B_j\right). \end{aligned} \tag{3}$$

其中， $P_{m_3} = \langle |X_{m_3}|^2 \rangle$ 是模态涨落功率的均值， $\Lambda^L_{m_3}$ 和 Λ^Q_j 分别是线性系数和二次系数， T_j 是通过三元组 j传入目标模态 m_3 的带符号的非线性功率传输率。系数采用已建立的二次系统辨识方法 [38–40, 47]进行估计。方法部分介绍了我们的舒尔补实现，以及用于保留29个实验上可分辨三元组的分辨率判据。

实验推断出的耦合系数 Λ^Q_j 在符号和保留的三元组之间的变化方面，与方程（1）的预测一致（图 3a）。虚部的相关系数为 0.91，幅值也无需调整便与预测一致（方法）。通过这些耦合， $m_3 = 1$分量损失功率，而更高次谐波获得功率（图 3b）；测量结果和预测结果均如此。相同的识别结果表明，基频受到线性驱动，而谐波受到线性阻尼（方法）。因此，如果没有这种传递，谐波将会衰减，波形将趋于

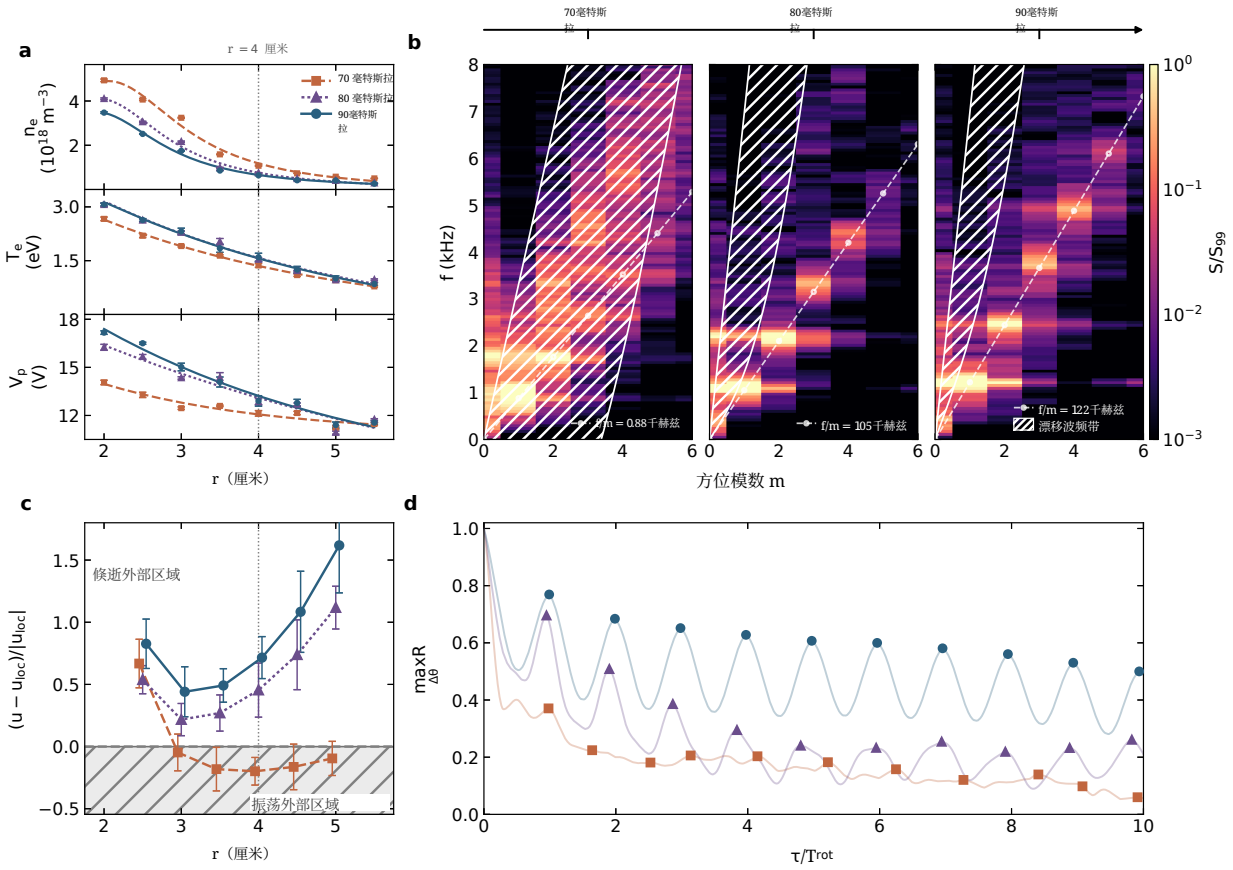


图 2 三个磁场设置下的平衡剖面和漂移波连续谱。**a**，70、80和90毫特斯拉下，通过扫描朗缪尔探针电流–电压特性获得的电子密度 n_e、电子温度 T_e 和等离子体电位 V_p 的径向剖面。符号表示带有一个标准误差误差线的测量值，曲线表示用于评估径向梯度的洛伦兹拟合（方法）。**a** 和**c** 中的垂直点线标记 $r = 4$ 厘米处，该位置用于评估**b** 中的漂移波连续谱。**b**，70、80和90毫特斯拉下的频率–方位模数谱（沿箭头方向递增），每个谱均以其第99百分位谱密度 S_{99}归一化。使用**a**中的平衡剖面，在 $r = 4$ 厘米处局部评估漂移波连续谱。测得的 $E \times B$ 多普勒频移被纳入计算所得的实验室参考系连续谱中。白色圆圈、虚线和阴影分别表示谱峰、共同速度关系 $f_m = m f_v$ 和计算所得的漂移波连续谱。**c**，归一化方位角–时间相关性 $R(\Delta\theta, \tau)$（方法）在 T_{rot}归一化的时间滞后下，对 $\Delta\theta$ 取最大值，得到径向局域化裕度（$u - u_{loc}$）$/|u_{loc}|$，针对 $m = 1$ 分量进行评估，其中 $u = (r\Omega_v - v_{E\times B})/c_s$ 是等离子体参考系中的涡旋速度。 u 和 u_{loc} 均使用相同的速度归一化进行评估，该归一化因子在所绘制的比值中相互抵消。误差线表示由测得的旋转速度和平衡剖面参数传播而来的一个标准差不确定度。阴影标示 $0 < u < u_{loc}$，其中外部区域呈振荡状态。**d**，归一化方位角–时间相关性 $R(\Delta\theta, \tau)$（方法）对 $\Delta\theta$ 取最大值，并将结果绘制为相对于 T_{rot}归一化的时间滞后函数。浅色曲线表示完整的相关性最大值，符号标示连续的复现峰。颜色和符号与**a**一致。

具有正负幅度相等的正弦 $m = 1$ 波。由此，非线性耦合通过将能量从基频传递到谐波，构建出单核心波形，而不仅仅是锁定由独立驱动的谐波的相位。

为了厘清这些非线性机制各自的作用，我们将预测系数分解为温度梯度贡献和雅可比贡献（图3d），后者是抗磁项与 Hasegawa–Mima 项之和（图3c）。对于满足具有共同传播速度的线性化行波方程的径向模函数，合并后的雅可比贡献可表示为

$$\kappa_n\{\phi, \partial_x\phi\} + \{\phi, \nabla^2\phi\} \simeq (\partial_x\kappa_n)\,(\partial_x\phi - \phi/u)\,\partial_y\phi. \tag{4}$$

这种约化适用于局域化的共同速度状态，图 2 仅在 90毫特斯拉时清晰地显示了这一状态。它还涉及模函数的径向结构，而温度梯度项不包含 ϕ的径向导数。Hasegawa–Mima 项和抗磁贡献分别都很大，并且在不同三元组之间变化显著（图 3c），但它们的和要小得多（图 3d），正如方程（4）所预示的那样。该总和与温度梯度贡献的三元组依赖性高度吻合，但符号相反（图 3d），这表明，与 $\partial_x\phi)(\partial_y\phi$相比，与 $\phi\partial_y\phi$ 成正比的标量分量占主导地位。因此，组合后的雅可比非线性可以视为由密度剖面曲率驱动的有效标量非线性；测量能够约束的正是这一组合，而不是两个雅可比项中的任何一个单独项。这就是早期对漂移波方程进行约化时所确定的密度曲率非线性 [22, 23]，它因此在此处与温度梯度项共同出现。

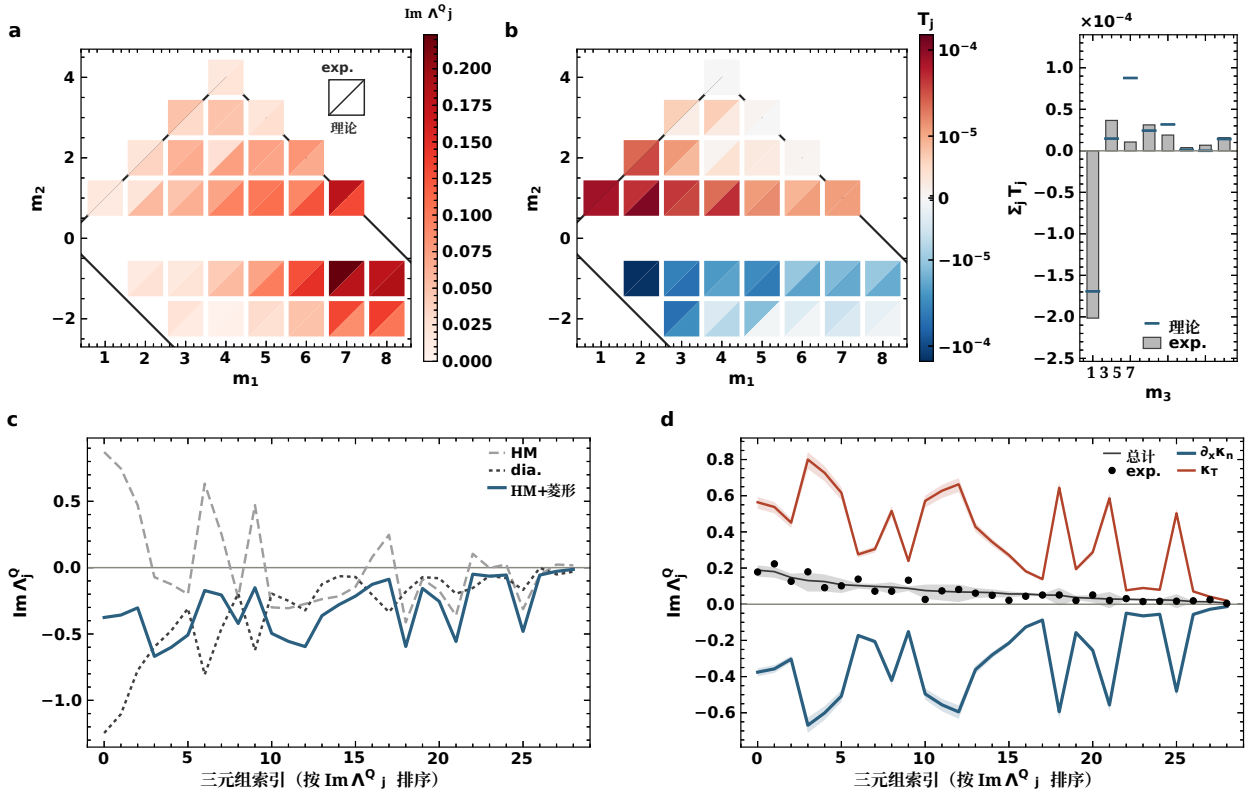


图3 实测三波耦合与扩展漂移波方程的比较。a，90毫特斯拉下的三元组分辨的二次耦合系数 Λ_j^Q，其中 $j \equiv (m_3; m_1, m_2)$。左上和右下三角分别显示实验推断系数和理论系数，二者采用相同的色标。理论系数经过方法部分所述的分辨率矩阵正向投影。b，90毫特斯拉下相应的带符号的非线性功率传输 T_j。分割图块的约定同a。旁边的图显示了每个目标模态 m_3对应的保留三元组上的传输总和；灰色柱和蓝色刻度分别表示实验值和理论值。c，90毫特斯拉下正向投影的理论 $\mathrm{Im}\,\Lambda_j^Q$ 中 Hasegawa–Mima极化（HM）和密度梯度抗磁（菱形）贡献及其总和（HM+菱形），按总理论 $\mathrm{Im}\,\Lambda_j^Q$ 对保留的三元组排序。d，温度梯度（κ_T）和密度曲率（$\partial_x \kappa_n$）贡献及其总和，以及对应三元组的实验推断系数（实心圆）；三元组及排序与c相同。阴影带表示对平衡剖面测量值进行重采样后，各条理论曲线的第16至第84百分位数（方法部分）。 $\partial_x \kappa_n$ 曲线是c中的HM+菱形总和，近似化简为方程（4）的密度曲率形式。

在所有保留的三元组中，温度梯度贡献与密度曲率贡献的量级相当、符号相反（图 3d）。如果单独考虑任一贡献，其大小都会达到实测耦合的数倍，或使其符号反转；因此，实测耦合是两者大幅抵消后留下的小残差。由于不同三元组之间的抵消程度从 63% 变化到 96%，这一残差呈现出单独任何一个贡献都无法重现、而两者之和可以重现的三元组模式（方法）。温度梯度决定了耦合的正号，而竞争性的曲率贡献则通过随三元组变化的抵消程度，塑造其在各谐波中的幅度。两种贡献都曾出现在早期理论中：这些理论要么在特殊的抵消条件下将它们共同保留 [19–21]，要么通过选择渐近排序 [23, 26, 28, 43]来选取其中之一。在测得的涡旋中，二者均不可忽略。

这些测量结果首次直接比较了漂移波理论与在单极漂移涡旋内测得的非线性耦合，表明扩展漂移波方程无需可调参数即可再现观测到的耦合。测得的非线性传输将涨落功率从线性驱动基频输送至阻尼谐波，从而维持单核心波形。在扩展方程中，电子温度梯度和密度剖面曲率对于这一过程都至关重要。二者相反的贡献使净耦合远小于任一单独贡献，因此维持该波形的传输对任一平衡态剖面的变化都十分敏感。这种敏感性促使人们研究剖面变化是否能够改变涡旋介导输运，尤其是在聚变等离子体边缘处，那里陡峭的温度梯度与弯曲的密度剖面并存。更广泛地说，将测得的相互作用与控制方程中的各个非线性项进行比较，为区分产生相似相干结构的机制提供了一种方法。将这一方法拓展至旋转流体实验和行星流体流动数值模拟，或可揭示相互竞争的非线性机制如何在不同物理系统中维持涡旋。

参考文献

[1] Marcus, P.S.：木星大红斑及其他涡旋。Annu. Rev. Astron. Astrophys. 31, 523–573 (1993) https://doi.org/10.1146/annurev.aa.31.090193.002515[2] Adriani, A. 等：环绕木星极区的气旋群。Nature 555, 216–219 (2018) https: //doi.org/10.1038/nature25491[3] Dong, C., McWilliams, J.C., Liu, Y., Chen, D.：涡旋运动导致的全球热输运和盐输运。Nat. Commun. 5, 3294 (2014) https://doi.org/10.1038/ncomms4294[4] McWilliams, J.C.：湍流中孤立相干涡旋的形成。J. Fluid Mech. 146, 21–43 (1984) https://doi.org/10.1017/S0022112084001750[5] Xia, H., Byrne, D., Falkovich, G., Shats, M.：厚湍流流体层中的向大尺度能量传输。Nat. Phys. 7, 321–324 (2011) https://doi.org/10.1038/nphys1910[6]Wang, H., Qiu, B., Liu, H., Zhang, Z.：中尺度涡旋的非对称性使海洋表面经向热输运加倍。Nat. Commun. 14, 5460 (2023) https://doi.org/10.1038/ s41467-023-41294-7[7] Huld, T., Nielsen,A.H.,P´ecseli, H.L., Juul Rasmussen, J.：等离子体涡旋及其与跨场扩散的关系：一项实验室研究。Phys. Rev. Lett. 64, 3023 (1990) https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.64. 3023[8] Nielsen, A.H., P´ecseli, H.L., Juul Rasmussen, J.：低温等离子体中的湍流输运。Phys. Plasmas 3, 1530–1544 (1996) https://doi.org/10.1063/1.872008β Kobayashi, T., Inagaki, S., Sasaki, M., Kosuga, Y., Arakawa, H., Yamada, T., Nagashima, Y., Miwa, Y., Kasuya, N., Fujisawa, A., Itoh, S.-I., Itoh, K.：线性磁化等离子体中湍流结构的方位角非均匀性及其对间歇性粒子输运的影响。Phys. Plasmas 22, 112301 (2015) https://doi.org/10.1063/1.4934537[10] Charney, J.G.：论大气运动的尺度。Geofys. Publ. 17(2), 1–17 (1948)[11] Hasegawa, A., Mima, K.：磁化非均匀等离子体中的伪三维湍流。Phys. Fluids 21, 87–92 (1978) https://doi.org/10.1063/1.862083[12] Hasegawa, A., Maclennan, C.G., Kodama, Y.：漂移波和罗斯贝波的非线性行为与湍流谱。Phys. Fluids 22, 2122–2129 (1979) https://doi.org/10.1063/1.862504[13] Larichev, V.D., Reznik, G.M.：二维孤立罗斯贝波。Dokl. Akad. Nauk SSSR 231(5), 1077–1079 (1976)[14] Makino, M., Kamimura, T., Taniuti, T.：低温等离子体中具有对流运动的二维孤立涡旋动力学。J. Phys. Soc. Jpn. 50, 980–989 (1981) https://doi.org/10.1143/JPSJ.50.980[15] Marcus, P.S.：木星大红斑的数值模拟。Nature 331, 693–696 (1988) https: //doi.org/10.1038/331693a0[16] Petviashvili, V.I.：木星红斑与等离子体中的漂移孤子。JETP Lett. 32, 619 (1980)[17] Antipov, S.V., Nezlin, M.V., Snezhkin, E.N., Trubnikov, A.S.：罗斯贝自孤子与木星大红斑的定常模型。Nature 323, 238–240 (1986) https://doi.org/10.1038/323238a0[18] Petviashvili, V.I.：特殊孤子方程。Fiz. Plazmy 2, 469–472 (1976)。 [Sov. J. Plasma Phys. 2, 257–258 (1976)[19] Nycander, J.：等离子体非线性漂移波方程与非线性罗斯贝波方程的定常涡旋解的存在性。Phys. Fluids B 1, 1788–1796 (1989) https://doi.org/10.1063/1. 858909[20] Su, X.N., Horton, W., Morrison, P.J.：非均匀等离子体中的漂移波涡旋。Phys. Fluids B 3, 921–930 (1991) https://doi.org/10.1063/1.859848

[21] Nycander, J.: 电子温度梯度对等离子体中非线性漂移波的影响。Phys. Scr. 39, 758 (1989) https://doi.org/10.1088/0031-8949/39/6/015[22] Lakhin, V.P., Mikhailovskii, A.B., Onishchenko, O.G.: 漂移孤子的理论修订。Phys. Lett. A 119, 348 (1987)[23] Lakhin, V.P., Mikhailovskii, A.B., Onishchenko, O.G.: 漂移孤子。《等离子体物理与受控聚变》30(4), 457 (1988) https://doi.org/10.1088/0741-3335/30/4/012[24] Laedke, E.W., Spatschek, K.H.: 二维漂移涡旋及其稳定性。Phys. Fluids 29, 133– 142 (1986) https://doi.org/10.1063/1.865990[25] Laedke, E.W., Spatschek, K.H.: 非均匀等离子体中的漂移涡旋：稳态与稳定性判据。Phys. Fluids 31, 1492–1498 (1988) https://doi.org/10.1063/1.866688[26] Spatschek, K.H., Laedke, E.W., Marquardt, C., Musher, S., Wenk, H.: 非线性漂移波中的偶极子和单极子涡旋。Phys. Rev. Lett. 64, 3027 (1990) https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.64.3027[27] Nycander, J.: 关于“非线性漂移波中的偶极子和单极子涡旋”的评论。Phys. Rev. Lett. 67, 1671 (1991) https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.67.1671[28] Salat, A.: 引发漂移孤子的是温度梯度还是密度梯度的导数？《等离子体物理与受控聚变》32(14), 1337 (1990) https://doi.org/10.1088/0741-3335/32/14/006[29] Siegelman, L., et al.: 湿对流驱动木星高纬度地区的向大尺度能量传输。Nat. Phys. 18, 357–361 (2022) https://doi.org/10.1038/s41567-021-01458-y[30] Huld, T., Nielsen, A.H., P´ecseli, H.L., Juul Rasmussen, J.: 二维等离子体湍流中的相干结构。Phys. Fluids B 3, 1609–1625 (1991) https://doi.org/10.1063/1.859680[31] Grulke, O., Klinger, T., Piel, A.: 弱发展静电湍流中条件平均结构动力学的实验研究。Phys. Plasmas 6, 788 (1999) https://doi.org/10.1063/1. 873318[32] Arakawa, H., Inagaki, S., Sasaki, M., Kosuga, Y., Kobayashi, T., Kasuya, N., Nagashima, Y., Yamada, T., Lesur, M., Fujisawa, A., Itoh, K., Itoh, S.-I.: 线性磁化等离子体中的涡旋、漂移波与纬向流动力学。Sci. Rep. 6, 33371 (2016) https://doi.org/10.1038/srep33371[33]Arakawa, H., Sasaki, M., Inagaki, S., Lesur, M., Kosuga, Y., Kobayashi, T., Kin, F., Yamada, T., Nagashima, Y., Fujisawa, A., Itoh, K.: 纬向流中孤立涡旋的形成过程——漂移波动力学。Plasma Fusion Res. 17, 1301106 (2022) https://doi.org/10.1585/pfr.17.1301106[34] Sommeria, J., Meyers, S.D., Swinney, H.L.: 木星大红斑的实验室模拟。Nature 331, 689–693 (1988) https://doi.org/10.1038/331689a0[35]Zhang, Y., Afanasyev, Y.D.: β平面上涡旋引发的罗斯贝波辐射：实验室测高实验。Phys. Fluids 27, 076604 (2015) https://doi.org/10.1063/1.4926979[36]Lemasquerier, D., Facchini, G., Favier, B., Le Bars, M.: 通过实验室实验远程确定木星涡旋的形状。Nat. Phys. 16, 695–700 (2020) https://doi.org/10.1038/s41567-020-0833-9[37] Yamada, T., Itoh, S.-I., Maruta, T., Kasuya, N., Nagashima, Y., Shinohara, S., Terasaka, K., Yagi, M., Inagaki, S., Kawai, Y., Fujisawa, A., Itoh, K.: 等离子体湍流结构。Nat. Phys. 4, 721–725 (2008) https://doi.org/10.1038/nphys1029[38] Ritz, C.P., Powers, E.J., Bengtson, R.D.: 三波耦合与能量级联的实验测量。Phys. Fluids B 1, 153–163 (1989) https://doi.org/10.1063/1.859082[39] Kim, J.S., Durst, R.D., Fonck, R.J., Fernandez, E., Ware, A., Terry, P.W.: 充分发展湍流中非线性能量传输的实验估算技术。Phys. Plasmas 3, 3998–4009 (1996) https://doi.org/10.1063/1.871572[40] Dudok de Wit, T., Krasnosel’skikh, V.V., Dunlop, M., L¨uhr, H.: 识别等离子体中的非线性波相互作用

利用两点测量：短大振幅磁结构（SLAMS）案例研究。《地球物理研究杂志：空间物理》104, 17079–17090 (1999) https://doi.org/10.1029/1999JA900134[41] Oldenb¨urger, S., Inagaki, S., Kobayashi, T., Arakawa, H., Ohyama, N., Kawashima, K., Tobimatsu, Y., Fujisawa, A., Itoh, K., Itoh, S.-I.: 圆柱形磁化等离子体中的粒子通量动力学。《等离子体物理与受控聚变》54(5), 055002 (2012) https://doi.org/10.1088/0741-3335/54/5/055002[42] Yamada, T., Nagashima, Y., Inagaki, S., Kawai, Y., Yagi, M., Itoh, S.-I., Maruta, T., Shinohara, S., Terasaka, K., Kawaguchi, M., Fukao, M., Fujisawa, A., Itoh, K.: 极向探针阵列的精确定位。《科学仪器评论》78(12), 123501 (2007) https://doi.org/10.1063/1.2818796[43] Salat, A.: 密度梯度和温度梯度在非线性相干漂移波理论中的作用。《等离子体物理与受控聚变》33(9), 1077 (1991) https://doi.org/10.1088/0741-3335/33/9/005[44] Nycander, J.: 大振幅稳态漂移涡旋。Phys. Fluids B 3, 931–937 (1991) https: //doi.org/10.1063/1.859849 [45] Kim, Y.C., Powers, E.J.: 数字双谱分析及其在非线性波相互作用中的应用。《IEEE等离子体科学汇刊》7(2), 120–131 (1979) https://doi.org/10.1109/TPS.1979.4317207[46] Yamada, T., Itoh, S.-I., Inagaki, S., Nagashima, Y., Shinohara, S., Kasuya, N., Terasaka, K., Kamataki, K., Arakawa, H., Yagi, M., Fujisawa, A., Itoh, K.: 圆柱形等离子体中漂移波湍流的二维双谱分析。Phys. Plasmas 17, 052313 (2010) https://doi.org/10.1063/1.3429674[47] Ritz, C.P., Powers, E.J.: 充分发展湍流中非线性传递函数的估算。Physica D 20, 320–334 (1986) https://doi.org/10.1016/0167-2789(86)90036-9[48] Elgar, S., Guza, R.T.: 双相干统计。《IEEE等离子体科学汇刊》36(10), 1667–1668 (1988) https://doi.org/10.1109/29.7555[49] Elgar, S., Sebert, G.: 双相干与双相位统计。《地球物理研究杂志》94, 10993–10998 (1989) https://doi.org/10.1029/JC094iC08p10993

方法

等离子体产生、诊断与平衡态

实验在 PANTA [41]中进行。螺旋波源以 7 MHz 的频率运行，输入功率为 3 kW。在无磁场条件下于中性气体中测得的氩气压力为 0.466 Pa，气体流量为 50 sccm。轴向坐标 z 从螺旋波源下游开始测量。实验在 $B_{\mathrm{ax}} = 70$、80 和 90 毫特斯拉的磁场下进行，其余放电参数保持不变。对于每种设定，各次实现均在稳态阶段（0.300–0.550 s）内的 250 ms 时间间隔中开始。

浮动电位涨落在 $r = 4$ 厘米处和 $z = 1.885$ m 处使用 64 探针方位角朗缪尔探针阵列中的 32 个交替探针进行测量 [41]。信号以 1 MHz 的频率同步记录。位于 $z = 1.635$ m 处的径向可移动朗缪尔探针阵列用于根据扫描电流—电压特性测量平衡剖面。本文分析的通道覆盖 $r = 2$–5.5 厘米，间距为 0.5 厘米。方位角探针阵列无法在相同轴向位置进行剖面测量，因此采用在上游 0.25 m、位于 $z = 1.635$ m 处测得的平衡剖面，作为涨落测量平面（$z = 1.885$ m 处）的代理。相同的径向阵列还用于测量图 1d 所示的径向涨落结构，详见下文。

在 $B_{\mathrm{ax}} = 90$ 毫特斯拉下，分析了两次运行参数完全相同的放电。放电A提供了图 1c 和图2及3的数据。在放电B中，10通道径向阵列以浮动电位模式运行，覆盖范围为 $r = 2$–6.5厘米，间距为0.5厘米，并以1 MHz的频率记录，因此图 1d中的径向涨落结构是在与平衡剖面相同的轴向位置测得的。同时运行的方位角探针阵列测得的旋转频率与放电A中的相同，为 $f_{\mathrm{v}} = 1.22$ 千赫兹。

对于每种磁场设置，施加于径向朗缪尔探针的偏置电压以50 Hz的频率从−50 扫描至50 V。电子温度由电子电流支路获得，等离子体电位通过 $\mathrm{d}^2I/\mathrm{d}V^2$ 的零点确定，电子密度则根据玻姆鞘层近似由离子饱和电流推断。径向电场和方位角 $\mathbf{E}\times\mathbf{B}$速度计算如下

$$E_r = -\frac{\partial V_{\mathrm{p}}}{\partial r}, \qquad v_{E\times B} = -\frac{E_r}{B_{\mathrm{ax}}}. \tag{5}$$

微分前，将测得的 $n_0(r)$、$T_{e0}(r)$ 和 $V_{\mathrm{p}}(r)$ 剖面（图 2a）均采用洛伦兹函数进行拟合。根据拟合剖面计算径向导数，并将其作为在 $z = 1.885$ m 处进行涨落分析的平衡态输入，用于计算 ρ_s、κ_n、κ_T 以及线性漂移波连续谱，而无需对涨落数据进行拟合。剖面不确定度以均值标准误报告。

模态分辨分析与涡旋表征

对于每次放电，从浮动电位信号中减去时间平均值，得到 $\widetilde{V}_{\mathrm{f}}(\theta_j, t)$，其中 θ_j 表示第 j个探针的位置。根据同时测得的 32 个信号计算方位模态幅度，所得结果为

$$X_m(t) = \frac{1}{N_\theta}\sum_{j=0}^{N_\theta-1} \widetilde{V}_{\mathrm{f}}(\theta_j, t)\exp(-im\theta_j), \qquad N_\theta = 32. \tag{6}$$

通过对 $X_m(t)$ 进行时间傅里叶变换，得到频率–方位模态数谱 $S(f, m)$。将稳态时段中的一个 50 ms 子时段划分为五个经 Hann 窗加权的片段，每段包含 2^{14} 个样本（16.4 ms），相邻片段重叠 50%。由此得到的频率分箱间隔为 $\Delta = 61$ Hz，并对所得各片段的周期图取平均。根据谱峰值确定每个分辨模态的主频 f_m，并通过对 $f_m = m f_{\mathrm{v}}$进行最小二乘拟合得到共同旋转频率 f_{v}，拟合约束为通过原点。随后分别将角速度和旋转周期定义为 $\Omega_{\mathrm{v}} = 2\pi f_{\mathrm{v}}$ 和 $T_{\mathrm{rot}} = 1/f_{\mathrm{v}}$。为便于可视化，将每个谱按其第 99 百分位谱密度 S_{99}进行归一化。

为表征涡旋形态，将每次放电中由方位角阵列测得的浮动电势涨落重构到共转坐标 $\xi = \theta - \Omega_{\mathrm{v}} t$ 模 2π 下，具体做法是减去瞬时方位平均值 $X_0(t)$。将连续旋转中的样本归入32个等间距的相位分箱。每个分箱的平均值定义为共旋转波形，其包络表示旋转集合中的一个标准差。选择 ξ 的原点，使该波形的最小值位于 $\xi = 0$ 处。通过偏度来量化涨落的极性不对称性；偏度定义为标准化三阶中心矩，由每个探针减去$X_0(t)$ 后的完整时间序列计算，并对32个探针取平均。在90毫特斯拉下得到的偏度 -0.69 不涉及参考电平，因此独立于下文所述的参考，证实了核心的负极性。放电B中的径向阵列信号减去了时间平均值后，利用阵列的方位角位置 θ_{p} 和相同的Ω_{v}进行变换，并在每个半径处以相同方式分箱，从而使 $\xi = 0$

见图 1d 对应于放电B中同时记录的方位阵列波形的最小值。

在固定位置减去时间平均值，不仅会去除平衡态，还会去除涡旋自身的方位平均值，因此无法通过涨落测量确定共转结构的轴对称分量。在每个半径处令方位平均值为零是一种约定，它会迫使任何单符号核心在同一半径处伴随一个符号相反的背景。由于仅添加 r 的函数不会改变方位结构，我们将每个半径处的波形以其在 ξ上的中位数为基准；该中位数近似于远离核心处的环境水平，且不会引入可调参数。图 1d 中的二维结构，是通过使用分段三次埃尔米特插值在径向通道之间对以中位数为基准的波形进行插值获得的，并以 ξ 作为极角显示；沿 $\xi = 0$ 的径向剖面展示了未经插值的通道值。

旋转结构的持续性通过方差归一化时空自相关进行了量化

$$R(\Delta\theta, \tau_\ell) = \frac{\dfrac{1}{L-\ell}\displaystyle\sum_{j=0}^{N_\theta-1}\sum_{n=0}^{L-\ell-1} \widetilde{V}_j[n]\widetilde{V}_{(j+\Delta) \bmod N_\theta}[n+\ell]}{\dfrac{1}{L}\displaystyle\sum_{j=0}^{N_\theta-1}\sum_{n=0}^{L-1}\left[\widetilde{V}_j[n]\right]^2}, \tag{7}$$

其中

$$\tau_\ell = \frac{\ell}{f_s}, \qquad \Delta\theta = \frac{2\pi\Delta}{N_\theta}. \tag{8}$$

其中， j 表示 $N_\theta = 32$ 方位通道， L 表示所分析时间序列中的样本数， ℓ 和 Δ分别表示时间和方位整数滞后。通道索引按周期处理。相关性在 $0 \le \tau_\ell \le 10T_{\rm rot}$上进行计算。在每个时间滞后处，最大方位相关性定义为

$$R_{\max}(\tau_\ell) = \max_{\Delta\theta} R(\Delta\theta, \tau_\ell). \tag{9}$$

将 $R_{\max}$ 附近整数倍处的连续局部极大值 $T_{\rm rot}$ 确定为复现峰（图 2d）；完整的相关图见扩展数据图 1。

扩展漂移波方程的排序与推导

我们从均匀磁场 $\mathbf{B} = B\hat{\mathbf{z}}$中的冷离子流体方程推导出方程（1），假设准中性、可忽略平行离子运动以及玻尔兹曼电子， $n = n_0(x)\exp[e\phi/T_e(x)]$, 其温度沿磁场方向变化。离子动量方程，

$$\partial_t \mathbf{v} + \mathbf{v}\cdot\nabla\mathbf{v} = -\frac{e}{m_i}\nabla\phi + \omega_{\rm ci}\,\mathbf{v}\times\hat{\mathbf{z}}, \tag{10}$$

在小参数 $\epsilon_\omega \sim \omega^{-1}{}_{\rm ci}\ \partial_t \sim \omega^{-1}{}_{\rm ci}\,\mathbf{v}\cdot\nabla \ll 1$下迭代求解。在最低阶，离子速度为 $\mathbf{E}\times\mathbf{B}$ 漂移 $\mathbf{v}_0 = (e/m_i\omega_{\rm ci})\hat{\mathbf{z}}\times\nabla\phi$，其涡量为 $\Omega_0 = (e/m_i\omega_{\rm ci})\nabla^2\phi$，而次阶修正为

$$\mathbf{v}_1 = -\frac{e}{m_i\omega_{\rm ci}^2}\nabla\partial_t\phi + \frac{e^2}{m_i^2\omega_{\rm ci}^2}\,\hat{\mathbf{z}}\times\nabla\frac{|\nabla\phi|^2}{2} - \frac{\Omega_0}{\omega_{\rm ci}}\mathbf{v}_0, \tag{11}$$

由线性和非线性极化漂移以及涡量修正组成，其中 $\Omega_1 = \hat{\mathbf{z}}\cdot\nabla\times\mathbf{v}_1$。将动量方程的旋度与离子连续性方程结合，可得位涡守恒定律

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\ln\frac{\omega_{\rm ci}+\Omega}{n} = 0, \tag{12}$$

将$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1, \Omega = \Omega_0 + \Omega_1$ 和玻尔兹曼密度代入其中。时间、垂直长度、速度和势分别用 $\omega^{-1}{}_{\rm ci}$、$\rho_s = c_s/\omega_{\rm ci}$、$c_s$ 和 $T_{e,\rm ref}/e$ 归一化，其中 $c_s = (T_{e,\rm ref}/m_i)^{1/2}$。在局部参考半径 r_0 附近，我们定义 $x = (r - r_0)/\rho_s$、$y = r_0\theta/\rho_s$、$\kappa_n = \rho_s\partial_r \ln n_0$ 和 $\kappa_T = \rho_s\partial_r \ln T_{e0}$。

忽略 $\mathbf{v}_1\cdot\nabla\Omega_1$ 等高阶乘积后，该方程按两个小参数展开，其中 κ_n 和 u 为数量级为 1，剖面非线性 $\epsilon_{\rm p} \sim |\kappa_T| \sim \partial_x\kappa_n/u$ 的强度保持不变，且不对涨落幅度作任何假设。第一个参数是归一化方位波数 k_y。漂移展开要求该参数较小，因为离子参考系频率为 $\hat{\omega}/\omega_{\rm ci} = uk_y$。第二个参数是

$$D \equiv 1 + k_y^2 + \frac{\kappa_n}{u}, \tag{13}$$

它决定了核心外部势的向外衰减率， $\phi'/\phi = |\kappa_n|/2 - (D + \kappa_n^2/4)^{1/2}$ 当 $\kappa_n < 0$时。在 k_y的极限下， $D \to 0$ 在 ϵ_{p}固定时，温度梯度和密度曲率非线性是主要的非线性项，抗磁非线性与 Hasegawa–Mima 非线性结合为方程（4）的曲率形式，而极化漂移对密度涨落和涡量的平流则处于更高阶，因而被忽略。对于更高次谐波 k_y 和 D 为数量级为 1，因此对 29 个保留的三元组进行比较，实际上是在其形式渐近适用范围之外检验方程（1）。

在方程（1）中， $-\kappa_T \phi \partial_y \phi$ 项源于$\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ 平流作用于温度梯度上的玻尔兹曼响应 $e\phi/T_e(x)$，而 $\{\phi, \nabla^2\phi\}$ 则表示涡量的平流，即 Hasegawa–Mima 非线性。非线性极化漂移和涡量修正作用于密度梯度，产生$-\{|\nabla\phi|^2/2, -\ln n_0\} + \nabla^2\phi\,\{\phi, -\ln\ n_0\} = -\kappa_n\{\phi, \partial_x\phi\}$，即抗磁非线性。

在.....之外 非线性核心，对行波坐标 $\eta = y - ut$ 局部1中的方程（ lly 常系数 可得径向波数

$$k_x^{\pm} = \frac{i\kappa_n}{2} \pm i\left(1 + k_y^2 + \frac{\kappa_n^2}{4} + \frac{\kappa_n}{u}\right)^{1/2}. \tag{14}$$

对于 $\kappa_n < 0$，仅当 $u < 0$ 或 $u > u_{\mathrm{loc}}$ （方程（2））时，径向响应才是非振荡的；否则它属于线性漂移波连续谱。此条件可排除向连续谱辐射，但对于局域涡旋而言并不充分，因为它既不能证明非线性核心解存在，也不能证明外部区域在测得的径向范围内衰减。对于图2b、c， $k_y = m\rho_s/r$ 和 $u = (r\Omega_{\mathrm{v}} - v_{E\times B})/c_s$ 根据测得的剖面进行了计算；通过改变 $q_x = \mathrm{Re}\,k_x$ 并应用测得的$\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ 多普勒频移，得到了连续谱；对于 $m = 1$这一限制最严的谐波，计算了裕度，并将旋转速度和剖面参数的一倍标准差不确定性传播至结果中。

二次系统辨识与非线性传输

使用上述定义的方位角模态振幅 $X_m(t)$，根据同步探针测量估算二次耦合系数$\tilde{}$。在此分析中， eV_{f}/T_{e0} 被用作ϕ的实验代理量；本节末将考察其对电子温度涨落的敏感性。每段平稳记录都被划分为相互重叠 50%、持续时间为 $16T_{\mathrm{rot}}$的多个实现，这些实现从上述定义的 250 ms 时间区间内开始，因此，根据磁场设置的不同，分析记录的时间范围为 262–267 ms。在每个实现中，使用标准差为 $T_{\mathrm{rot}}/\sqrt{3}$的零相位高斯平滑器，从各通道中减去缓慢变化的背景；该标准差对应的等效矩形窗宽度为 $2T_{\mathrm{rot}}$。针对每种磁场设置分别确定平滑宽度和实现持续时间，因为T_{rot} 取决于 B_{ax}。相隔时间滞后 $\bar{\tau} = 10\ \mu$s 的模态振幅通过离散二次模型建立联系

$$Y = LX + \sum_{j\in\mathcal{J}_{m_3}} Q_j z_j + \varepsilon, \qquad X = X_{m_3}(t), \quad Y = X_{m_3}(t+\tau), \quad z_j = X_{m_1}(t)X_{m_2}(t), \tag{15}$$

其中， $\mathcal{J}_{m_3}$包含满足条件 $m_1 + m_2 = m_3$ 的三元组 $j \equiv (m_3; m_1,\ m_2)$，而 ε 表示延迟信号中未被线性和二次预测器 [38–40, 47] 表示的部分。父对按$m_1 \geq m_2$ 排序，以避免对同一二次乘积重复计数。

线性系数和二次系数由相应的正规方程求得。定义二次预测器向量 $\mathbf{z} = (z_1,\ \ldots,\ z_J)^{\mathsf{T}}$ 和

$$\begin{gathered} P = \langle |X|^2 \rangle, \qquad d = \langle X^* Y \rangle, \qquad \mathbf{u} = \langle \mathbf{z}^* X \rangle, \\ \mathbf{A} = \langle \mathbf{z}^* \mathbf{z}^{\mathsf{T}} \rangle, \qquad \mathbf{c} = \langle \mathbf{z}^* Y \rangle, \end{gathered} \tag{16}$$

其中$\mathbf{q}$ 括$(Q_1,\ \ldots,\ Q_J)^{\mathsf{T}}$ 号表示每个实现内的时间平均，二次系数向量 按照舒尔补计算，

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \mathbf{A} - \frac{\mathbf{u}\mathbf{u}^{\dagger}}{P}, \\ \mathbf{q} &= (\mathbf{S} + \lambda\mathbf{I})^{-1}\left(\mathbf{c} - \frac{\mathbf{u}d}{P}\right), \\ L &= \frac{d - \mathbf{u}^{\dagger}\mathbf{q}}{P}. \end{aligned} \tag{17}$$

对角正则化参数 λ 根据基于Bartlett核估计的有限记录采样误差差异准则，针对每个目标模态分别确定。当二次预测器高度相关时，这种正则化能够稳定求逆过程。

当 τ 远短于特征演化时间时，通过去除线性传播算子中包含的相位推进，将离散系数转换为一阶连续时间系数：

$$\Lambda^{L}_{m_3} = \frac{|L| - 1 + i\arg(L)}{\tau}, \qquad \Lambda^{Q}_{j} = \frac{|L|}{L}\frac{Q_j}{\tau}. \tag{18}$$

因子 $|L|/L = \exp[-i\arg(L)]$ 去除了有限时间滞后内累积的相位，同时不改变二次系数的幅值。针对目标模态 $1 \le m_3 \le 8$构建了候选三元组，其中 $m_1 \le 8$、 $m_2 \ne 0$ 和 $m_1 \ge m_2$。通过合成注入-恢复测试，在与理论比较之前确定可分辨三元组集合。对于满足 $m_2 \le -3$且注入系数幅值的恢复率低于 2% 的三元组，因其分辨率较差而予以排除。将分析范围限制为 $m_2 \ge -2$ 后，得到 29 个保留的三元组。注入-恢复分析确定了可分辨三元组集合，并验证了理论比较中使用的分辨率矩阵。

对于每个保留的三元组，均根据方程（15）的离散模型，在同一实现中计算双谱和非线性传输，参见文献 [39],

$$B_j = \left\langle X^{*}_{m_3} X_{m_1} X_{m_2} \right\rangle, \qquad T_j = \frac{1}{\tau}\,\mathrm{Re}\Big(2L^{*}Q_j B_j + Q_j \sum_{j' \in \mathcal{J}_{m_3}} Q^{*}_{j'} \left\langle z_j z^{*}_{j'} \right\rangle\Big). \tag{19}$$

当 $\tau \to 0$时，该有限时滞表达式可化简为 $T_j = 2\mathrm{Re}(\Lambda^{Q}_{j} B_j)$，即方程（3）中的形式。正、负 T_j分别表示流入和流出目标模态的非线性功率传输。通过对保留的父对求和，得到净非线性传输。模态功率的线性贡献采用相同的有限时滞形式进行计算，即 $\tau^{-1}\,(|L|^2 - 1)\,P_{m_3}$，当 $\tau \to 0$时可化简为 $2\,\mathrm{Re}(\Lambda^{L}_{m_3})P_{m_3}$。在 90毫特斯拉下，对于 $m_3 = 1$ 其为正，而对于 $2 \le m_3 \le 8$其为负，因此基频受到线性驱动，而谐波受到线性阻尼。对每个实现分别计算 Λ^{Q}_{j} 和 T_j，然后对所有实现取平均值，不排除任何实现。耦合系数和传输率均按 ω_{ci}进行归一化。

由于浮动电势也会响应电子温度涨落，e $\widetilde{V}_{\mathrm{f}}/T_{e0} = \tilde{\phi} - \alpha\,\widetilde{T_e}/T_{e0}$与 $\alpha = \ln[(m_i/2\pi m_e)^{1/2}] \approx 4.7$ 氩，并且 $\widetilde{T_e}$ 未进行测量，因此在90毫特斯拉下，使用交错排列在同一阵列中的32个离子饱和电流探针对该识别进行了重复。以其时间平均值归一化后，该 $\tilde{}$ $\widetilde{}$信号给出 $I_{\mathrm{sat}}/I_{\mathrm{sat0}} = \tilde{n}/n_0 + T_e/2T_{e0}$；对于方程（1）中假定的玻尔兹曼电子而言，这是一个 $\tilde{}$的替代指标，其温度敏感性低了 ϕ。在采用相同的分析设置，并分别为每个信号计算分辨率矩阵的情况下，从两个信号获得的系数与 $r = 0.75$ 在29个保留的三元组上进行了相关分析；二者都再现了“理论耦合与实验比较”（$r = 0.91$ 对于 V_{f} 和0。88对于 I_{sat}；扩展数据图 3）中所述前向投影理论的三元组依赖性。因此，与理论的一致性并非浮动势替代指标所特有，而 V_{f}基于的系数的三元组结构也并非主要由电子温度贡献决定。

理论耦合与实验比较

理论系数 $\Lambda^{Q}_{,\ j}{}^{\mathrm{th}}$ 是利用方位角傅里叶表示和数值确定的径向模函数，根据方程（1）计算得到的。方程（1）中的每个非线性项都包含一个方位角导数，因此预测系数为纯虚数；测得系数的实部代表三元组内的振幅增长或衰减，方程无法预测这些实部，因此不作比较。对于每个方位角模态，通过从 $x = 6$向内积分线性化行波方程 $\phi''_m + \kappa_n(x)\phi'_m - D_m(x)\phi_m = 0$，得到径向结构；其中，$\phi'_m/\phi_m$ 设为局部常系数方程的向外衰减根，撇号表示对归一化径向坐标求导。这里，$x = 0$ 对应于测量半径 $r = 4$ 厘米，$\kappa_n(x) = \kappa_{n0} + \kappa'_{n0}x$，且 $D_m(x) = 1 + k^2_{y,\ m} + \kappa_n(x)/u$。根据测得的平衡剖面拟合计算系数 κ_{n0} 和 κ'_{n0}，而 $k_{y,\ m}$ 和 u 则固定为测量半径处的取值。在 $x = 0$处对径向模函数进行归一化，并利用该处的导数，通过汇总满足 $m_1 + m_2 = m_3$的乘积来计算二次耦合系数。该计算保留了模结构中密度梯度的径向变化及其对雅可比非线性项的贡献。温度梯度、抗磁和 Hasegawa–Mima贡献分别计算后再求和。平衡剖面导致的理论系数不确定性，是通过对定义这些剖面所依据的五次径向扫描进行精确自助法评估的。对于按多项式概率加权的126个不同重采样样本，重新拟合剖面，重新评估 T_e、 κ_n、 κ_T、 u 和 $\partial_x\kappa_n$ 在$r = 4$ 厘米处的取值，并重新计算系数及其正向投影。将每个参数相对于基于全部五次扫描的拟合值的变化量加到其标称值上，因此，覆盖按概率加权的第16至第84百分位数的不确定性带以标称预测值为中心。

对于每个目标模态，根据相应的舒尔矩阵和正则化参数计算分辨率矩阵，计算式如下：

$$\mathbf{R}_{m_3} = (\mathbf{S_{m_3}} + \lambda_{m_3}\mathbf{I})^{-1}\mathbf{S}_{m_3}. \tag{20}$$

与实验比较之前，先对每个目标模态的理论系数向量进行前向投影，得到

$$\mathbf{\Lambda}^{Q,\mathrm{th,obs}}_{m_3} = \mathbf{R}_{m_3}\mathbf{\Lambda}^{Q,\mathrm{th}}_{m_3}. \tag{21}$$

对每个非线性贡献也分别进行了相同的投影。理论系数是连续时间量，因此理论传递率直接根据这一极限形式，结合实验测得的双谱计算得出，

$$T_j^{\mathrm{th}} = 2\,\mathrm{Re}\left(\Lambda_j^{Q,\mathrm{th,obs}} B_j^{\mathrm{exp}}\right). \tag{22}$$

通过计算实验系数与理论系数的虚部在29个保留的三元组上的相关系数，量化二者的一致性。

该预测还无需调整便再现了测量幅值。将一个系数乘以前向投影预测，并用90毫特斯拉下测得的29个虚部进行拟合，得到 1.01 ± 0.05。测得的系数与各项之和的相关系数为 $r = 0.91$，而与温度梯度贡献和曲率贡献单独相比，相关系数仅为 $r = 0.51$ 和 -0.36。相关系数不依赖于尺度，因此无论如何选择单个贡献的强度，都无法再现测得的模式。这两项贡献本身的相关系数为 $r = -0.98$，因此，测得的模式由两者中未被抵消的微小部分决定。对于每个三元组，抵消程度量化为前向投影后两项贡献的虚部中较小幅值与较大幅值之比。在全部29个保留的三元组中，这两项贡献的符号均相反，该比值介于0.63和0.96之间。

为评估相互作用模态在多大程度上锁定于共同旋转结构，研究表征了三元组频率匹配和相位相干性，方法如下：

$$\delta_j = \frac{|\omega_{m_3} - \omega_{m_1} - \omega_{m_2}|}{\Gamma_j}, \qquad b_j^2 = \frac{|B_j|^2}{\langle|X_{m_3}|^2\rangle\langle|X_{m_1}X_{m_2}|^2\rangle}. \tag{23}$$

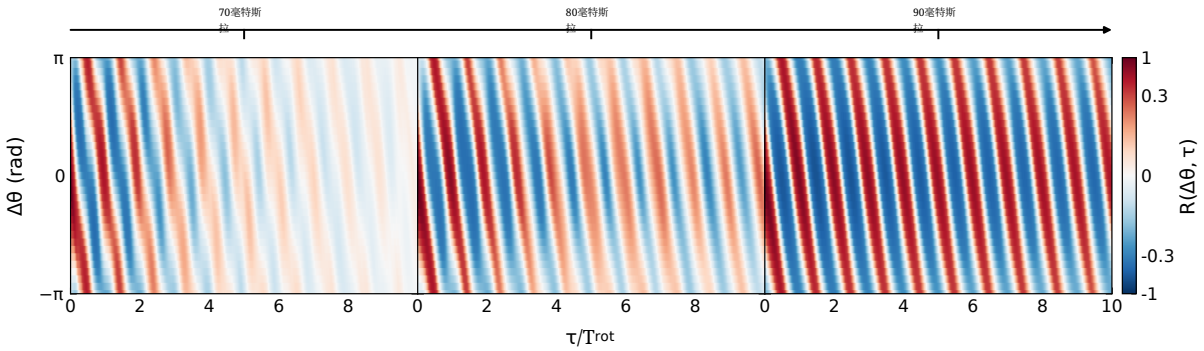
其中， Γ_j 表示三个参与谱峰的合并线宽， $\Gamma_j = (\Gamma_{m_3}^2 + \Gamma_{m_2}^2 + \Gamma_{m_1}^2)^{1/2}$。由于失配量 $\omega_{m_3} - \omega_{m_1} - \omega_{m_2}$ 由具有相互独立频率展宽的三条谱线组成，其展宽为各谱线展宽的平方和开方，因此线宽按平方和开方方式相加。对于纯粹由寿命展宽的谱线，采用线性求和更为合适，但这最多会使每个 δ_j 降低$\sqrt{3}$，且不会改变三种磁场设置的排序。对于每种磁场设置，按照参考文献，评估了仅由噪声产生的双相干水平的95%置信度；三种磁场设置下的这两个量均显示于扩展数据图2中。

数据可用性。图3和扩展数据图3 所依据的耦合系数、传输率和分辨率矩阵，已随代码通过 Zenodo 提供，网址为https://doi.org/10.5281/zenodo.23657406。原始探针数据以及支持本研究结论的其他数据，可在提出合理请求后向通讯作者获取。

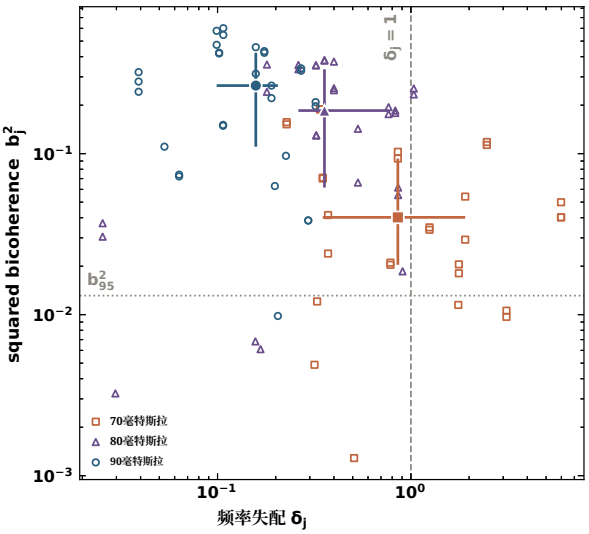
代码可用性。 用于二次系统辨识以及理论耦合系数计算和比较的代码可通过 Zenodo 获取，网址为 https://doi.org/10.5281/zenodo.23657406。

致谢。 作者感谢 I. Niiya 在实验期间提供宝贵的技术协助。H.C. 感谢首尔国立大学高级等离子体研究实验室（PLARE）团队提供的宝贵支持。我们使用大语言模型协助编辑稿件和分析代码。本研究得到 JSPS KAKENHI（项目编号：26K22312 和 24K06996）的资助，并部分得到九州大学应用力学研究所协作研究计划的支持。本研究通过韩国聚变能源研究院（KFE）实施的“DEMO聚变反应堆最佳基础设计，CN2602-2”研发计划获得支持，资金来自政府资金。

作者贡献。 H.C.构思并设计了本研究。H.C.、D.D.M.、T.Y.和C.M.开展了实验，D.D.M.、T.Y.和C.M.操作PANTA，并开发了探针阵列和数据采集系统。H.C.实施了系统辨识分析并编写了分析代码，H.C.、G.C.和C.H.分析了数据。H.C.和G.C.推导了扩展漂移波方程，H.C.完成了耦合系数的数值计算。H.C.、G.C.、C.H.、P.M.、C.M.和Y.-S.N.解读了研究结果。H.C.撰写了初稿，C.M.和Y.-S.N.对其进行了修订。C.M.负责实验监督，Y.-S.N.负责项目监督。C.M.和Y.-S.N.获得了经费支持。所有作者均讨论了研究结果并对稿件提出了意见。



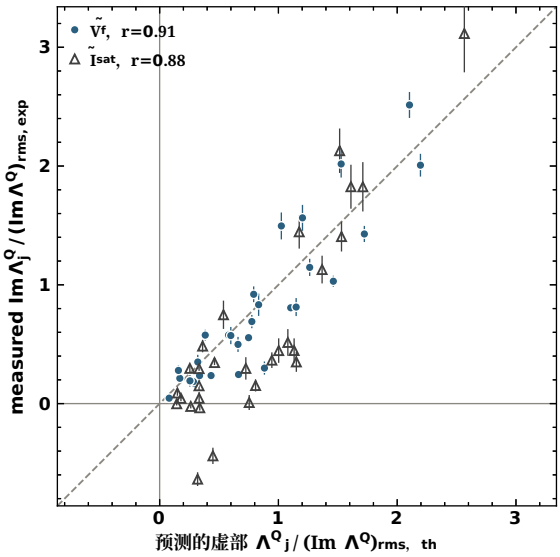
扩展数据图1 三种磁场设置下的方位角–时间相关性。使用位于 $r = 4$ 厘米处的方位角阵列，在70、80和90毫特斯拉下测得的归一化方位角–时间相关性 $R(\Delta\theta,\ \tau)$（沿箭头方向递增）。时间滞后按相应的旋转周期 T_{rot}进行归一化；色标采用对称对数刻度，并对 $|R| \le 0.3$采用线性刻度。



扩展数据图2 三种磁场设置下的三元组频率匹配和相位相干性。双相干性平方 b_j^2 与三元组频率失配 δ_j的关系；三元组频率失配按三个参与谱峰的合并线宽进行归一化（方法），涵盖70毫特斯拉（方形）、80毫特斯拉（三角形）和90毫特斯拉（圆形）下的29个保留的三元组。空心符号表示单个三元组。实心符号表示每种磁场设置下的中位数，误差条覆盖其三元组的中间一半。竖直虚线标记 $\delta_j = 1$，此处失配等于线宽；水平点线标记仅由噪声引起的预期双相干性水平 b_{95}^2，取三种磁场设置中的最大值（方法）。从90毫特斯拉到70毫特斯拉，三元组的频率匹配程度降低，相位相干性也减弱。

相互竞争的兴　　声明。作者声明不存在利益冲突　　趣。

通信作者。材料相关的通信和请求请联系 Chanho Moon 或 Yong-Su Na。



扩展数据图3 90毫特斯拉下根据浮动电势和离子饱和电流信号识别出的耦合系数。~ ~根据 eV_{f}/T_{e0} （实心圆）和 $I_{\mathrm{sat}}/I_{\mathrm{sat0}}$ （空心三角形）识别出的系数虚部，与29个保留三元组的前向投影理论系数的对比；分别对每种信号应用其分辨率矩阵。测量系数和预测系数分别按各自的均方根值归一化，因此该比较检验的是三元组依赖性，而不受总体尺度影响。虚线表示数值相等，r 表示相关系数。误差棒表示稳态区间内持续时间为 $16T_{\mathrm{rot}}$ 的39次实现的标准误差，并放大$\sqrt{2}$ 倍以校正其50%的重叠。