arXiv:2611.32103v1 [cond-mat.mtrl-sci] 24 Nov 2026

扭转双层 $NiPS_3$ 中新兴的电场可调 p-波磁性

Jiaran Su,[1,2] Jin-Xin Hu,[2,*] Qi Sun,[1,2] Dante M. Kennes,[3,4,5] Yuhao Fu,[1,†] Lede Xian,[2,5,6,‡] 和 Lijun Zhang[7,§]

[1] *State Key Laboratory of High Pressure and Superhard Materials, Key Laboratory of Material Simulation Methods & Software of Ministry of Education, College of Physics, Jilin University*

[2] *Tsientang Institute for Advanced Study, Zhejiang 310024, China* [3] *Institut für Theorie der Statistischen Physik, RWTH Aachen University, Aachen, Germany* [4] *JARA – Fundamentals of Future Information Technology, Aachen, Germany* [5] *Max Planck Institute for the Structure and Dynamics of Matter,Center for Free-Electron Laser Science, Hamburg, Germany* [6] *Songshan Lake Materials Laboratory, 523808 Dongguan, Guangdong, China*

[7] *State Key Laboratory of Integrated Optoelectronics,Key Laboratory of Automobile Materials of MOE, College of Materials Science and Engineering, Jilin University, Changchun 130012, China*(日期：2026年11月25日)

垂直电场可以在不改变局域磁构型的情况下重新取向动量空间自旋纹理。在这篇研究快报中，我们研究了这一机制在具有锯齿序、且层间 Néel 矢量共面但不平行的 21°-扭转 $NiPS_3$双层中的表现。在理想的非相对论极限下，面内反幺正半平移使相反动量处形成反向自旋配对，而层交换二重操作则将主导的 p 波自旋劈裂固定在一个晶向上。垂直层间偏置会解除这一取向约束，同时保留反幺正对称性，从而允许劈裂矢量出现横向分量。第一性原理计算表明，栅压依赖的重新取向会使自旋分辨等能轮廓发生形变。基于 Wannier 函数的线性响应计算进一步揭示了电场激活的对角自旋电导，以及横向自旋流响应角度分布中依赖极性的倾斜。自旋纹理轴、色散轴和输运响应轴是由同一对称性降低机制支配的不同物理量。这些结果表明，层间偏置为调控奇宇称自旋纹理和自旋流各向异性提供了一种途径，前提是共面磁态保持稳定。

引言。——电学产生自旋流是自旋电子学的核心，但器件应用还要求能够控制这些电流的方向与极化 [1, 2]。晶体与磁对称性会限制这种方向响应，低对称性 WTe_2 [3] 中非常规的自旋轨道力矩便是一个例证。补偿磁体中的交换驱动自旋劈裂，即使在自旋轨道耦合较弱时，也提供了实现自旋依赖电子运动的另一条途径 [4, 5]。一个重要问题是：当局域磁构型保持不变时，静电栅极能否连续地重新定向动量空间各向异性及由此产生的自旋流响应?

补偿磁体为这一问题提供了若干对称性各异的情形。共线交错磁体呈现偶宇称、依赖动量的交换劈裂 [4, 6–19], , 而共面 p 波磁体则可能呈现奇宇称自旋极化，这与时间反演和平移的组合有关 [20–27]。奇宇称意味着相反动量处的自旋极化彼此相关，并与非相对论埃德尔斯坦响应 [28–30] 、超导近邻效应 [31–34] 等现象有关。其他空间对称性则决定纹理轴是否固定于晶格。这些不同的对称性要求表明，可以在保持奇宇称的同时，通过电学方式重新定向该纹理。

扭转范德华磁体提供了合适的平台，因为层间旋转会改变晶体和磁对称性，而垂直电场则能调控层间不平衡 [18, 35, 36]。已有研究提出，扭转可在反铁磁双层中产生非相对论自旋劈裂和横向自旋输运 [18, 37, 38]。电学调控也适用于奇宇称磁体。铁电极化与磁手性的耦合使 NiI_2 [39], 中的切换成为可能；此外，有研究提出利用反铁磁体/金属/反铁磁体异质结构，通过载流子填充调控 p 波相及其 Edelstein 响应 [40]。这些进展引出了一个问题：层势能否在不改变底层磁构型的情况下，调控已有的奇宇称磁织构?

受 $NiPS_3$ [41], 中磁矩主要取向于面内的启发，我们在具有锯齿序和非平行共面.....的 21°- 扭转双层中研究这一机制

层间 N´eel 矢量。我们的结果表明，尽管单层能带结构具有自旋简并性，扭转体系却呈现出 p 波自旋劈裂纹理。在非相对论对称性描述中，面内半平移与时间反演相结合，可在相反动量处保持反向自旋配对；而层交换二重操作则在零栅极电场下将纹理轴固定。垂直电场会破坏二重对称性，同时保留反幺正半平移。因此，主导的 p 波劈

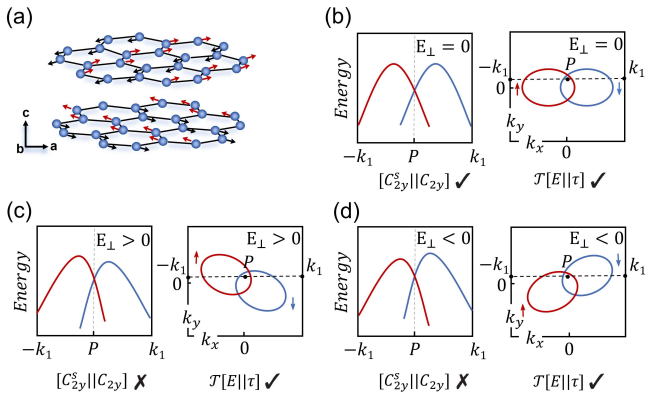

图 1. 共面 N´eel 序扭转反铁磁双层中自旋纹理的电场诱导重取向示意图。(a) 非平行的面内磁矩定义了有限的矢量手性，并在所考虑的所有电场下保持不变。(b) 在 $E_\perp = 0$ 下，$\mathcal{A} = \mathcal{T}\{E|\boldsymbol{\tau}\}$ 和 $\mathcal{B} = [C_{2y}^s||C_{2y}]$ 均得以保留，反自旋等值线沿 $\pm k_x$ 发生位移。左图显示偏移截线 $k_y = k_y^0 \neq 0$，右图中的水平虚线标出了该截线；$P = (0, k_y^0) \neq \Gamma$。(c)、(d) 正向和负向电场打破了 $\mathcal{B}$，使该截线上的等值线倾斜方向相反，并产生能带不对称性。剩余的 $\mathcal{A}$ 将 $\pm k_y^0$ 截线配对，并保护 Γ 处的简并，该位置位于所示截线之外。红色和蓝色表示相反的自旋极化。这些示意图展示的是对称关系，并不表示所示色散关系与等值线之间存在定量对应关系。

裂可以获得横向动量分量，使其轴发生旋转，同时保留奇宇称。第一性原理计算揭示了自旋分辨等值线相应的重新取向与变形，而基于 Wannier 函数的线性响应计算则预测了角向自旋电流响应中依赖极性的倾斜。这些结果表明，在共面磁态保持稳定的电场范围内，层间偏置可作为解除取向约束的一种手段。

图 1(a) 展示了由两层的 N´eel 矢量构成的共面非共线自旋构型。扭转会改变两个晶格及其磁各向异性轴的相对取向。各向异性与层间交换作用共同决定磁矩之间的夹角 [36, 37, 42]。矢量手性 $\boldsymbol{\chi} = \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2$ 表征这种非共线有序，并在共线极限下消失。在本文所考虑的双序参量机制中，垂直于自旋平面的非相对论自旋劈裂在共线极限下消失 [21, 22, 43]。当手性有限时，完整的自旋空间群会约束能带的自旋极化及其动量依赖性 [6, 44–47]。我们的分析从图中所示的一对 p-波分支出发。我们忽略自旋轨道耦合，并考虑能够保持共面构型的电场。

对称性分析。—共面磁序保留反幺正半平移 $\mathcal{A} = \mathcal{T}\{E|\boldsymbol{\tau}\}$，其中，$\mathcal{T}$ 反转全部三个自旋分量，E 表示空间恒等旋转，而 $\boldsymbol{\tau} = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$ 是一种交换两个磁性子晶格的面内半平移。因此，净磁化强度为零。时间反演将 k 映射为 −k，而平移会引入布洛赫相位 $e^{-i\mathbf{k}\cdot\boldsymbol{\tau}}$。因此，$\mathcal{A}$ 将 (k ↑) 映射为能量相同的态 (−k ↓)。这里，↑ 和 ↓ 表示沿 z方向（即自旋平面 [21, 45, 47]的法向）的自旋期望值的相反符号。将 $\mathcal{A}$ 与共面自旋专属的反幺正操作 $[C_{2z}^s\mathcal{T}||E]$ 结合，得到幺正操作 $\{C_{2z}^s||E|\boldsymbol{\tau}\}$。该操作在固定 k 下反转 S_x 和 S_y，因此它们在非简并布洛赫态中的期望值为零。因此，劈裂能带只能沿 z 方向携带自旋极化，这与参考文献 [25]中对共面非共线磁体的对称性分析一致。

在零场下，操作 $\mathcal{B} = [C_{2y}^s||C_{2y}]$ 也会交换两层。其空间部分将 (x, y, z) 映射为 $(-x, y, -z)$，并将 (k_x, k_y) 映射为 $(-k_x, k_y)$，而其自旋部分则反转 S_z。因此，它将对称相关动量 [21] 处具有相反自旋极化的态联系起来。这种关系可在共线反铁磁体中产生自旋–谷锁定 [8]。在本系统中，它将主要的奇宇称自旋劈裂钉扎在晶体学 k_x 方向上。图 1 中标记为 $\mathcal{T}\{E|\boldsymbol{\tau}\}$和 $[C_{2y}^s||C_{2y}]$ 的操作分别对应于 $\mathcal{A}$ 和 $\mathcal{B}$。

我们根据相反的自旋极化对两个分支进行标记，并跟踪每个分支连续穿过交叉点。我们写作 $\varepsilon_\pm = \varepsilon_0 \pm \Delta_p$，其中 $2\Delta_p$ 是带符号自旋劈裂。在零场下，$\mathcal{A}$ 和 $\mathcal{B}$ 操作满足

$$\Delta_p(-\mathbf{k}, 0) = -\Delta_p(\mathbf{k}, 0), \tag{1}$$
$$\Delta_p(-k_x, k_y, 0) = -\Delta_p(k_x, k_y, 0). \tag{2}$$

这些关系要求有符号劈裂关于 k_x 呈奇函数、关于 k_y 呈偶函数。因此，最低阶的 p波项与 k_x成正比，且各分支沿$k_x = 0$简并，包括在 Γ [图 1(b)]处。奇宇称源于 $\mathcal{A}$，而 $\mathcal{B}$ 则确定了零场取向。

垂直电场会打破层交换对称性 $\mathcal{B}$，但保留 $\mathcal{A}$，其空间部分是面内平移 [35, 48–50]。因此，在有限电场下关系式Δ_p(−k $E_\perp$) $= -\Delta_p$(k $E_\perp$)仍成立，并保护 Γ处的交叉点。操作 $\mathcal{B}$ 仍通过以下关系将相反磁场极性下的系统联系起来：

$$\Delta_p(k_x, k_y, E_\perp) = -\Delta_p(-k_x, k_y, -E_\perp). \tag{3}$$

因此，p波劈裂允许存在横向分量，并且该分量会随磁场反向而改变符号。当这一分量不为零时，在相反磁场极性下，节点线会分别朝相反方向偏离 $k_x = 0$ [图 1(c) 和 1(d)]。结合 $\mathcal{A}$ 和 $\mathcal{B}$ 可进一步得到

$$\varepsilon_s(k_x, k_y; E_\perp) = \varepsilon_s(k_x, -k_y; -E_\perp), \tag{4}$$

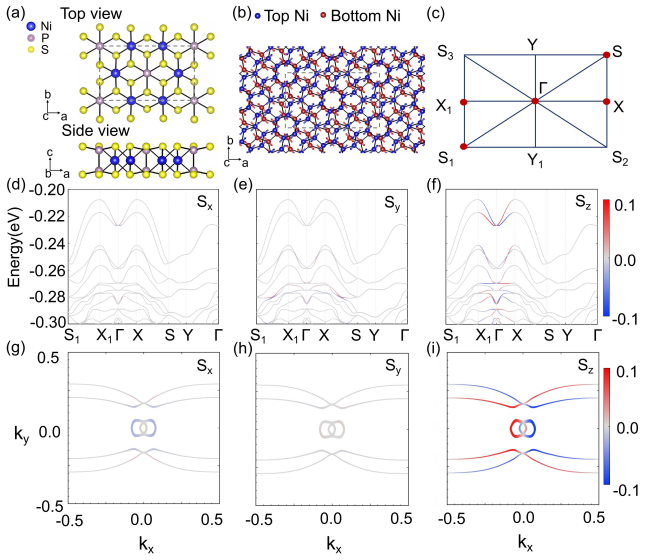

图2. 原子结构与 p 波磁性： 21° 扭转双层 $NiPS_3$。（a）单层 $NiPS_3$ 结构的俯视图和侧视图。（b） 21° 莫尔超晶格的俯视图；蓝色和红色分别表示顶层和底层。（c）莫尔布里渊区及高对称点。（d）–（f）沿高对称路径的能带，分别按 S_x、S_y 和 S_z 投影着色；劈裂能带主要呈面外极化。（g）–（i）按对应自旋投影着色的等能轮廓。（i）图显示了奇宇称 p 波纹理 $S_z(\mathbf{k}) = -S_z(-\mathbf{k})$，其中红色（自旋向上）和蓝色（自旋向下）叶瓣关于 Γ 反对称。

因此，在相同能量下比较时，给定自旋分支在相反磁场极性下的等能轮廓关于 k_x轴呈镜像关系。磁场还可以改变能带曲率，从而改变轮廓的方向和形状。因此，尽管底层的 N´eel 矢量及其手性保持不变，自旋劈裂轴和色散的主轴对磁场的响应仍可能不同 [8, 48, 51, 52]。

p波磁性存在于扭转 $NiPS_3$ 中。——范德华半导体 $NiPS_3$, 具有主要位于面内的锯齿形反铁磁序，为研究所提出的机制 [41, 53, 54]提供了材料平台。镍原子构成蜂窝晶格 [，如图2(a)], 所示；沿每条锯齿链的磁矩呈铁磁排列，而相邻链之间则呈反铁磁排列。我们的单层总能量计算表明，在所考察的铁磁、N´eel、条纹型和锯齿型构型中，锯齿序是能量最低的状态（补充材料 II）。对于单层和未扭转双层，考虑和不考虑自旋轨道耦合（SOC）计算得到的能带色散几乎完全相同（补充材料 II）。为分离磁序的非相对论贡献，我们在扭转双层计算中不考虑 SOC。 21° 扭转产生了图2(b)所示的莫尔´超胞。在自洽非共线计算中，

镍磁矩方向可以不受约束地弛豫。在此处考察的收敛态中，各层的 N´eel 矢量彼此不平行，且位于同一平面内。

非相对论对称操作及其作用总结于补充材料的表 I；补充材料中的表 S4 给出了它们的完整矩阵。其中包括反幺正半平移 $\mathcal{A} = \mathcal{T}\{E|\boldsymbol{\tau}\}$，其分数坐标为 $\boldsymbol{\tau} = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$，以及层交换操作 $\mathcal{B} = [C_{2y}^s \| C_{2y}]$。在理想对称性极限下，$\mathcal{A}$ 实现磁补偿，并使 k 和 –k 处能量相等、自旋期望值相反的态配对。对于一般的 k，这些伙伴态出现在不同动量处，因此该对称性并不要求它们在同一动量处简并。相比之下，在 Γ 处， $\mathcal{A}^2 = -1$ 保护二重简并。空间部分为 C_{2y} 的四个操作（表 I 中的操作 5–8）会交换两层。特别是， $\mathcal{B}$ 在零场下将领先的 p 波劈裂限制在 k_x 方向，形成一种取向约束，有别于 $\mathcal{A}$ 所实现的反向动量配对。

沿图2(c)所示的高对称路径 S_1–X_1–Γ–X–S–Y–Γ，能带在 Γ 附近分裂为自旋投影 S_z 相反的分支。相反自旋分支的能量顺序在 Γ–X 与 Γ–X_1 方向之间互换，分别对应图2(f)中的 $+k_x$ 和 $-k_x$ []。自旋对比主要体现在 S_z 通道中[（图2(d)–2(i)）]。对于假定的磁对称性，幺正操作 $\mathcal{G} = \{C_{2z}^s \| E|\boldsymbol{\tau}\}$ （表I中的操作3）保持 k 不变，并反转 S_x 和 S_y。因此，在理想的非相对论对称性极限下，非简并本征态的总面内自旋期望值为零，而垂直于局域磁矩平面的自旋极化仍然允许存在 [21, 23]。这一固定的极化轴并不意味着物理自旋算符 S_z守恒，因为共面非共线交换场与其不对易 [21, 25, 30]。我们使用完整的自旋量子化沃尼尔哈密顿量，单独计算自旋流响应。

交叉点附近的等能轮廓 Γ 为该态提供了动量空间特征 [图 2(g)–2(i)]。 S_z 投影在 Γ两侧分别形成符号相反的两个叶瓣。对于对称相关态和连续追踪的分支，分别而言，

$$S_z(\mathbf{k}) = -S_z(-\mathbf{k}), \qquad \Delta_p(\mathbf{k}) = -\Delta_p(-\mathbf{k}), \tag{5}$$

其中， $2\Delta_p$ 是上述两个分支之间带符号的能量差。在零场下，节点线沿着 $k_x = 0$，双叶图样与 Γ附近占主导的 p波分量相一致。极化方向始终垂直于局域磁矩所在平面，并在相反动量处的对称相关态之间改变符号。这不同于拉什巴自旋纹理 [20, 21]的面内自旋绕转。对于此处讨论的共面非共线态，扭转双层 $NiPS_3$因此呈现出一种 p波自旋纹理，其奇宇称

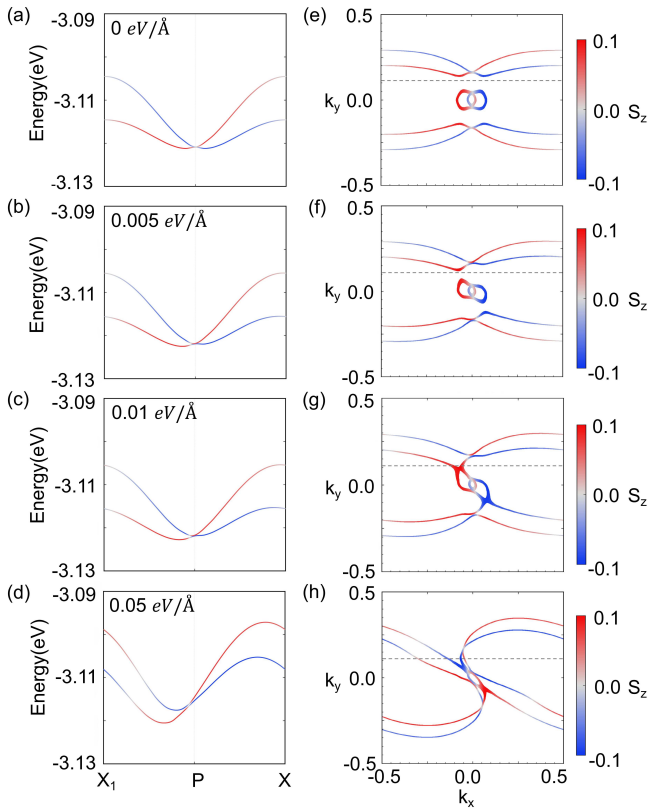

图3. 电场驱动的 p波自旋纹理在 21°扭转双层 $NiPS_3$中的重取向。(a)–(d) 沿 $k_y = 0.11$、平行于 X_1–Γ–X的自旋分辨能带，分别对应 $E_\perp = 0$、0.005 0.01 0.05 °、和 eV/Å。(e)–(h) 在 Γ附近交叉能量处相应的自旋分辨等能轮廓。水平灰色虚线表示(a)–(d)中使用的$k_y = 0.11$ 截线；中央刻度 P标记(k_x, k_y) = (0, 0.11)。

而零场下的取向锁定则源于不同的对称性，这为电场控制提供了起点。

栅极可调的 p波磁性。——垂直电场使两层变得不等价。以 eV/°A 为单位给出的电场值表示电子势能斜率 $eE_\perp$，其中 $e > 0$。我们通过将层势能相对于其平均值分别平移 $+U_E$ 和 $-U_E$来表示这一效应，从而得到层间势能差 $2U_E$。在所考察的电场范围内，收敛后的 Ni 磁矩方向基本保持不变。对于保留面内反铁磁平移的磁构型，均匀的垂直电场保留表 I 中的操作 1–4。它们的空间部分由恒等旋转和平面内平移组成。固定的非零电场会破坏操作 5–8，包括 $\mathcal{B}$，因为它们的空间部分 C_{2y} 会反转 z。在 $k_y = 0.11$ 截线上，恒等旋转和 $\mathcal{G} = \{C^s_{2z}\|E|\boldsymbol{\tau}\}$ 使 k 保持不变，而$\mathcal{A} = \mathcal{T}\{E|\boldsymbol{\tau}\}$ 和 $\mathcal{C} = [C^s_{2z}\|E]\mathcal{T}$将该截线映射到 $k_y = -0.11$。因此，其余对称性允许 $+k_x$ 与 $-k_x$ 沿该截线表现出不对称性。我们将点（k_x, k_y）= (0, 0.11) 记为 P。计算得到的能带关于 P变得不对称，其交叉点沿 k_x [偏离 P，如图 3(b)–3(d)]所示。等高线图中的虚线标出了该截线，它避开了 Γ处的对称性保护的交叉。

计算得到的等能轮廓从双叶图样演变为倾斜、畸变的 S 形轮廓 [图 3(e)–3(h)]。在为 0.05 eV/°A 选定的轮廓能量处， Γ 附近的两个口袋与外部轮廓合并。因此，电场改变了轮廓的取向、形状和连通性。在整个演变过程中，对于持续跟踪的分支 $s = \pm$， $\mathcal{A}$ 始终在相反动量处保持反向自旋配对， S_z(k) $= -S_z$(–k)，并且ε_s(k $E_\perp$) $= \varepsilon_{-s}$(–k $E_\perp$)。因此，奇宇称关系在重新连接后仍然成立。完整二维能谱的互易性将 $+k_y$ 和 $-k_y$ 截线联系起来，但允许每条截线内部存在左右不对称。

在 Γ 附近，我们将主导劈裂写为 $v_x(E_\perp)q_x + v_y(E_\perp)q_y$。有限的横向系数 v_y 会使劈裂矢量偏离 q_x 轴，倾斜角为 φ =atan2(v_y, v_x)，并以零场为起点连续追踪。在线性动量近似下，节点线垂直于该矢量。其相对于 q_x 测得的方向为 $\varphi + \pi/2$，模 π；因此，它相对于零场 q_y 轴的倾角为 φ。独立的曲率项 $\sim q_x q_y$ 也会改变等值线几何形状，因此无法用单一旋转角描述等值线的完整演化。二次展开描述的是 Γ 附近的局域色散，而重新连接则取决于该区域之外的色散。对于相反的磁场极性，式（4）预测，在 $k_y \to -k_y$ 下，同一分支的等值线互为镜像，前提是这些等值线是相对于共同参考基准在相同能量处评估的。要定量比较不同磁场下的等值线形状和角度，必须采用共同的相对能量判据，或匹配载流子密度。在此处考察的磁相中，垂直磁场因此能够引起重新定向和形变，同时保持奇宇称自旋配对。更多详情见补充材料第三节。

各向异性自旋流响应——我们使用完整的旋量 Wannier 模型，评估选定能量 ε =–3.12265eV 下的带间 z偏振自旋流响应。对于面内驱动场 E∥ $=E(\cos\phi,$ $\sin\phi)$，其中 ϕ从 $+x$测量，线性响应为

$$\begin{pmatrix} J^z_x \\ J^z_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma^z_{xx} & \sigma^z_{xy} \\ \sigma^z_{yx} & \sigma^z_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E\cos\phi \\ E\sin\phi \end{pmatrix}, \tag{6}$$

其中， σ^z_{ij} 表示自旋电导张量， J^z_i表示沿 i 流动且携带 z 分量的电流

自旋。具体而言，

$$J_x^z(\phi) = E(\sigma_{xx}^z \cos\phi + \sigma_{xy}^z \sin\phi),$$
$$J_y^z(\phi) = E(\sigma_{yx}^z \cos\phi + \sigma_{yy}^z \sin\phi). \quad (7)$$

这些表达式确定了图4(a)–4(c)所示的矢量。补充材料图S7和S8比较了Wannier能带和自旋纹理与第一性原理结果；四个张量分量见图S9。

在垂直磁场为零时，理想的 $\mathcal{B}$ 对称性要求 $\sigma_{xx}^z = \sigma_{yy}^z = 0$。沿$x$ 或 y方向的驱动场产生横向电流，而当 $\sigma_{xy}^z + \sigma_{yx}^z \neq 0$时，斜向驱动场仍可能产生纵向分量。有限的 $E_\perp$ 会打破 $\mathcal{B}$，并允许出现非零的对角分量。在所考察的正磁场范围内，相对于非对角响应，对角分量变得不可忽略。这改变了图 4 中的电流矢量。

为表征横向响应，我们将电流投影到 $\hat{\mathbf{e}}_\perp = (-\sin\phi, \cos\phi)$ 上，并定义 $\sigma^z_{\mathrm{SH,\ eff}}(\phi) = \hat{\mathbf{e}}_\perp \cdot \mathbf{J}_s^z/E$，其角度依赖性为

$$\sigma^z_{\mathrm{SH,eff}} = \sigma_{yx}^z \cos^2\phi - \sigma_{xy}^z \sin^2\phi + \frac{\sigma_{yy}^z - \sigma_{xx}^z}{2} \sin 2\phi. \quad (8)$$

在零场下，$\sigma_{yx}^z > |\sigma_{xy}^z|$ 和 $\sigma_{xy}^z < 0$ 产生正向的二重响应，最大值接近 0°–180°[图 4(d)]。在有限电场下，与 $\sigma_{yy}^z - \sigma_{xx}^z$ 成正比的附加项会使这一角度分布发生倾斜 [图 4(e)–4(f)]。我们将使有符号横向响应达到最大值的驱动电场方向定义为 ϕ_0。在 0.05 eV/Å 时，该张量给出 $\phi_0 = -36.3°$。对于沿$+x$方向的固定驱动，电流则沿 $\theta_J = 58.1°$方向流动，相较于数值计算得到的零场方向，偏转了$-32.0°$。

由于 $\mathcal{B}$ 反转垂直电场、交换层并反转 S_z，对角自旋电导分量关于 $E_\perp$呈奇对称，而非对角分量呈偶对称。因此，相反电场下的角度分布满足 $\phi \to -\phi$，对于从零场连续追踪的响应轴，其倾角方向相反。因此，层间偏置控制自旋流响应的角度各向异性和优选轴。该响应轴倾角与纹理重取向都伴随着 $\mathcal{B}$的消失，但二者的角度不一定重合。

结论与讨论。——总之，我们研究了 21°扭转 $NiPS_3$ 双层结构中奇宇称自旋纹理的电场控制，其中两层的 N´eel 矢量共面且不平行。第一性原理计算揭示了电场诱导的自旋分辨等能轮廓重取向与变形，而基于Wannier函数的计算则预测了可调谐的自旋流响应。附录 B 中介绍的最简四带模型阐明了层间量子干涉如何产生新兴的 p波磁性。不平行的 N´eel 矢量会在层间隧穿振幅中引入自旋依赖相位。不同

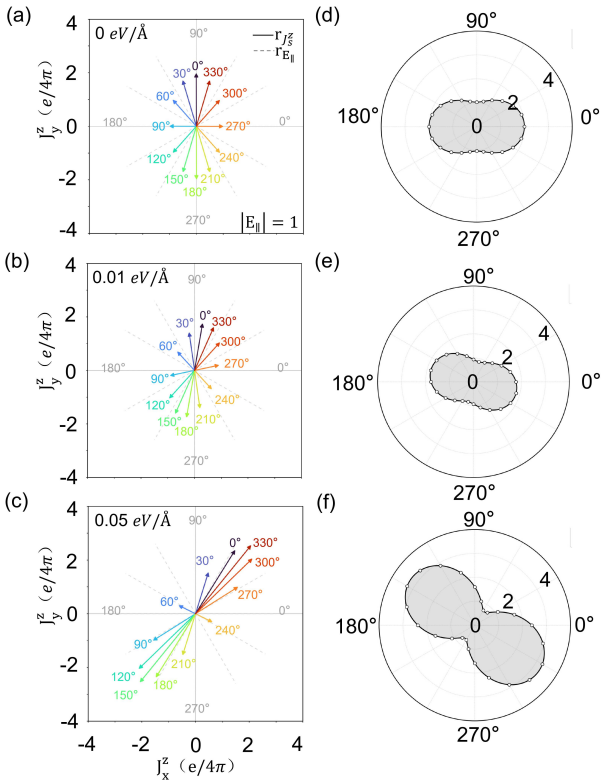

图 4. 21°°扭转双层 $NiPS_3$ 在垂直电场下的角分辨自旋流响应。(a)–(c) 在 $\varepsilon = -3.12265$ eV处由 $E_\parallel = E(\cos\phi, \sin\phi)$ 诱导的自旋流矢量，对应于 $E_\perp = 0$、0.01 和 0.05 eV/Å。彩色标签标示驱动角 ϕ，其从 $+x$起以 30° 为步长测量；箭头表示电流方向，灰色虚线射线表示驱动方向。单位驱动约定 $|E_\parallel| = 1$ 给出归一化矢量 J_s^z/E。(d)–(f) 由公式 (8) 得到的横向响应：极角为驱动方向，半径为$|\sigma^z_{\mathrm{SH,\ eff}}|$，且在所有显示的角度下，有符号响应均为正。

隧穿通道之间具有动量依赖相对相位的干涉，会产生由两个 N´eel 序的矢量手性 $(\mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2)_z$ 所支配的奇宇称自旋劈裂。

因此，层间偏置提供了一种对称性选择性途径，可用于调控奇宇称自旋纹理和各向异性自旋流响应。具体而言，电场会打破层交换对称性，同时保留导致奇宇称自旋劈裂的反幺正对称性，从而在不改变底层磁构型的情况下重新定向自旋纹理。预测的栅压依赖角度响应促使人们在器件中开展实验，独立调控载流子密度和位移场，并将其控制在所需磁态仍保持稳定的范围内。

致谢。——本研究得到国家重点研发计划（项目编号：2022YFB402500和2022YFA1403501）、国

家自然科学基金（项目编号：62474081、12474174和T2521005）以及吉林省长白山实验室科技创新项目（项目编号：CBS2026008）的资助。J.X.H.和L.X.感谢杭州钱塘教育基金会的支持。此外，本研究还得到马克斯·普朗克伙伴小组计划的资助。计算工作在吉林大学高性能计算中心完成。

* jxhu@tias.ac.cn †fuyuhaoy@gmail.com ‡ ldxian@tias.ac.cn§ lijun zhang@jlu.edu.cn

[1] J. Sinova、S. O. Valenzuela、J. Wunderlich、C. H. Back 和 T. Jungwirth，自旋霍尔效应，Rev. Mod. Phys. 87，1213（2015年）。[2] A. Manchon、J. ˇZelezn´y、I. M. Miron、T. Jungwirth、J. Sinova、A. Thiaville、K. Garello 和 P. Gambardella，铁磁系统和反铁磁系统中的电流诱导自旋轨道力矩，Rev. Mod. Phys. 91，035004（2019）。[3] D. MacNeill、G. M. Stiehl、M. H. D. Guimar˜aes、R. A. Buhrman、J. Park 和 D. C. Ralph，通过 WTe_2/铁磁双层中的晶体对称性调控自旋轨道力矩，Nat. Phys. 13，300（2017）。[4] R. Gonz´alez-Hern´andez 、 L. ˇSmejkal 、 K. V´yborn´y、Y. Ya- hagi、J. Sinova、T. Jungwirth 和 J. ˇZelezn´y，基于非相对论共线反铁磁性的高效电自旋分离器，Phys. Rev. Lett. 126，127701（2021年）。[5] R. Gonz´alez-Hern´andez、P. Ritzinger、K. V´yborn´y、J. ˇZelezn´y 和 A. Manchon，非共线磁体中的非相对论力矩和 Edelstein效应，Nature Communications 15，7663（2024年）。[6] L. ˇSmejkal、J. Sinova 和 T. Jungwirth，超越传统铁磁性和反铁磁性：具有非相对论自旋和晶体旋转对称性的相，Phys. Rev. X 12，031042（2022年）。[7] L. ˇSmejkal、J. Sinova 和 T. Jungwirth，交替磁性的兴起研究领域，Phys. Rev. X 12，040501（2022年）。[8] H.-Y. Ma、M. Hu、N. Li、J. Liu、W. Yao、J.-F. Jia 和 J. Liu，具有巨型压磁性和非共线自旋流的多功能反铁磁材料，Nature Communications 12，2846（2021年）。[9] L.-D. Yuan、Z. Wang、J.-W. Luo、E. I. Rashba 和 A. Zunger，中心对称低-z 反铁磁体中的巨大动量依赖的自旋劈裂，物理评论B 102，014422（2020年）。[10] S. Hayami、Y. Yanagi 和 H. Kusunose，无自旋轨道耦合反铁磁体中自旋劈裂及重塑电子能带结构的自下而上设计：基于增广多极矩的方案，物理评论B 102，144441（2020年）。[11] L. ˇSmejkal、R. Gonz´alez-Hern´andez、T. J ungwirth 和 J. Sinova，共线反铁磁体中的晶体时间反演对称性破缺与自发霍尔效应，Sci. Adv. 6，eaaz8809（2020年）。[12] L. ˇSmejkal、A. B. Hellenes、R. Gonz´alez-Hern´andez、J. Sinova 和 T. Jungwirth，具有非相对论自旋-动量耦合的非常规共线反铁磁体中的巨磁阻和隧穿磁阻，Phys. Rev. X 12，011028（2022年）。[13] J. Krempask´y、L. ˇSmejkal、S. W. D'Souza、M. Ha-jlaoui、G. Springholz、K. Uhl´ıˇrov´a、F. Alarab、P. C. Constantinou、V. Strocov、D. Usanov、W. R. Pudelko、R. Gonz´alez-Hern´andez、A. Birk Hellenes、Z. Jansa、H. Reichlov´a、Z. ˇSob´aˇn、R. D. Gonzalez Betancourt、P. Wadley、J. Sinova、D. Kriegner、J. Min´ar、J. H. Dil 和 T. Jungwirth，交错磁性导致的克рамers自旋简并解除，《自然》626，517（2024年）。[14] S. Reimers、L. Odenbreit、L. ˇSmejkal、V. N. Strocov、P. Constantinou、A. B. Hellenes、R. Jaeschke Ubiergo、W. H. Campos、V. K. Bharadwaj、A. Chakraborty、T. Denneulin、W. Shi、R. E. Dunin-Borkowski、S. Das、M. Kl¨aui、J. Sinova 和 M. Jourdan，CrSb薄膜中交错磁性带劈裂的直接观测，Nature Communications 15，2116（2024年）。[15] O. J. Amin、A. Dal Din、E. Golias、Y. Niu、A. Za-kharov、S. C. Fromage、C. J. B. Fields、S. L. Heywood、R. B. Cousins、F. Maccherozzi、J. Krempask´y、J. H. Dil、D. Kriegner、B. Kiraly、R. P. Campion、A. W. Rushforth、K. W. Edmonds、S. S. Dhesi、L. ˇSmejkal、T. Jungwirth 和 P. Wadley，MnTe中交错磁性的纳米尺度成像与调控，《自然》636，348（2024年）。[16] Z. Zhou、X. Cheng、M. Hu、R. Chu、H. Bai、L. Han、J. Liu、F. Pan 和 C. Song，通过晶体对称性操控CrSb中的交错磁序，《自然》638，645（2025年）。[17] C. Song、H. Bai、Z. Zhou、L. Han、H. Reichlov´a、J. H. Dil、J. Liu、X. Chen 和 F. Pan，交错磁体：一类新的功能材料，Nature Reviews Materials 10，473（2025年）。[18] Y. Liu、J. Yu 和 C.-C. Liu，扭转磁性范德华双层：交替磁性的理想平台，Physical Review Letters 133，206702（2024年）。[19] B. Pan、P. Zhou、P. Lyu、H. Xiao、X. Yang 和 L. Sun，双层系统中交替磁性的一般堆垛理论，Physical Review Letters 133，166701（2024年）。[20] B. Brekke、P. O. Sukhachov、H. G. Giil、A. Brataas 和 J. Linder，非常规 p **133**, -波磁体236703，2024的最简模型与输运性质，Physical Review Letters（）。[21] A. B. Hellenes、T. Jungwirth、R. Jaeschke-Ubiergo、A. Chakraborty、J. Sinova 和 L. ˇSmejkal， P-波磁体（2023年），arXiv:2309.01607。[22] Y. Yu、M. B. Lyngby、T. Shishidou、M. Roig、A. Kreisel、M. Weinert、B. M. Andersen 和 D. F. Agterberg，反铁磁交换作用驱动的奇宇称磁性，Physical Review Letters 135，046701（2025年）。[23] Z. Song、Z. Qi、C. Fang、Z. Fang 和 H. Weng，通过自旋空间群统一分类磁序：共面偶波相的预测，Physical Review X 16，031038（2026年）。[24] R. Yamada、M. T. Birch、P. R. Baral、S. Okumura、R. Nakano、S. Gao、M. Ezawa、T. Nomoto、J. Masell、Y. Ishihara、K. K. Kolincio、I. Belopolski、H. Sagayama、H. Nakao、K. Ohishi、T. Ohhara、R. Kiyanagi、T. Naka-jima、Y. Tokura、T.-h. Arima、Y. Motome、M. M. Hirschmann 和 M. Hirschberger，具有公度自旋螺旋的金属 p-波磁体，《自然》646，837（2025年）。

[25] H.-Y. Ma、Y. Li、H. Xu、S. Zhang 和 J.-F. Jia，超自旋交错磁体，Physical Review Letters 137，116704（2026年）。[26] G. Sim 和 S. Rachel，公度 p-波磁体的量子自旋模型，Physical Review Letters 137，026503（2026年）。[27] V. Leeb 和 J. Knolle，共线 p-波磁性与隐轨道亚铁磁性，Physical Review Letters 137，106701 2026（）。[28] M. Ezawa，面外Edelstein效应：p 波磁体中的电场诱导磁化，《物理评论B》111，L161301（2025年）。[29] M. Ezawa，基于线性与非线性电导率对 p-波磁体中的自旋劈裂矢量进行纯电学探测，物理评论B 112，125412（2025年）。[30] A. Chakraborty、A. B. Hellenes、R. Jaeschke-Ubiergo、T. Jungwirth、L. ˇSmejkal 和 J. Sinova，节点 p-波磁体中的高效非相对论Edelstein效应，Nature Communications 16，7270（2025年）。[31] Y. Fukaya、B. Lu、K. Yada、Y. Tanaka 和 J. Cayao，非常规磁体系统中的超导现象，《物理学杂志：凝聚态》37，313003（2025年）。[32] M. Khodas、L. ˇSmejkal 和 I. Mazin，p 波磁体中的非相对论伊辛超导，《物理评论B》114，L080505（2026年）。[33] P. Sukhachov、H. G. Giil、B. Brekke 和 J. Linder，p 波磁性与超导性的共存，《物理评论B》111，L220403（2025年）。[34] Z.-T. Sun、X. Feng、Y.-M. Xie、B. T. Zhou、J.-X. Hu 和 K. Law，p-波磁性诱导的赝伊辛超导，《物理评论B》112，214504（2025年）。[35] R.-W. Zhang、C. Cui、R. Li、J. Duan、L. Li、Z.-M. Yu 和 Y. Yao，具有自旋-层耦合的交错磁体中的可预测栅极电场自旋调控，Physical Review Letters 133，056401 2024（）。[36] T. Song、Q.-C. Sun、E. Anderson、C. Wang、J. Qian、T. Taniguchi、K. Watanabe、M. A. McGuire、R. St¨ohr、D. Xiao、T. Cao、J. Wrachtrup 和 X. Xu，扭转二维磁体中磁畴与莫尔磁性的直接可视化，《科学》374，1140（2021年）。[37] R. He、D. Wang、N. Luo、J. Zeng、K.-Q. Chen 和 L.-M. Tang，反铁磁扭转双层中的非相对论自旋-动量耦合，Physical Review Letters 130，046401 2023（）。[38] S. Sheoran 和 S. Bhattacharya，中心对称反铁磁体扭转双层中的非相对论自旋劈裂与交替磁性，《物理评论：材料》8，L051401（2024年）。[39] Q. Song、S. Stavri´c、P. Barone、A. Droghetti、D. S. An-tonenko、J. W. F. Venderbos、C. A. Occhialini、B. Ilyas、E. Erge¸cen、N. Gedik、S.-W. Cheong、R. M. Fernandes、S. Picozzi 和 R. Comin，p-波磁体的电学切换，《自然》642，64（2025年）。[40] H. Kim、C. B. Bark、S. Pak、G. Sim 和 M. J. Park，p-波磁性与范德华异质结构中的栅极可调Edelstein响应，物理评论B 114，074427 (2026年)。[41] A. R. Wildes、V. Simonet、E. Ressouche、G. J. McIn- tyre、M. Avdeev、E. Suard、S. A. J. Kimber、D. Lan¸con、G. Pepe、B. Moubaraki 和 T. J. Hicks，《准二维反铁磁体 $NiPS_3$，的磁结构》，物理评论B 92，224408（2015）。[42] J. W. Gonz´alez、T. Brumme、E. Su´arez Morell 和 A. M. Le´on，《通过层间位移和自旋序调控双层 $MnPS_3$，中的交替磁性》，npj 二维材料与应用 10，11（2026）。[43] S. Hayami、Y. Yanagi 和 H. Kusunose，《无自旋轨道耦合的非共线反铁磁体中的自发反对称自旋劈裂》，物理评论B 101，220403（2020）。[44] D. B. Litvin，《自旋点群》，晶体学报 A 辑 33，279（1977）。[45] Z. Xiao、J. Zhao、Y. Li、R. Shindou 和 Z.-D. Song，《自旋空间群：完整分类及应用》，Physical Review X 14，031037（2024年）。[46] X. Chen、J. Ren、Y. Zhu、Y. Yu、A. Zhang、P. Liu、J. Li、Y. Liu、C. Li 和 Q. Liu，《自旋空间群的枚举与表示理论》，Physical Review X 14，031038（2024年）。[47] Y. Jiang、Z. Song、T. Zhu、Z. Fang、H. Weng、Z.-X. Liu、J. Yang 和 C. Fang，《自旋空间群的枚举：迈向对磁序对称性的完整描述》，Physical Review X 14，031039（2024年）。[48] N. Sivadas、S. Okamoto 和 D. Xiao，《层状共线反铁磁体中的栅极可控磁光克尔效应》，Physical Review Letters 117，267203（2016）。[49] Y. Qi、J. Zhao 和 H. Zeng，《具有可调自旋与谷劈裂特性的二维交替磁双层中的自旋-层耦合》，物理评论B 110，014442（2024年）。[50] R. Peng、J. Yang、L. Hu、W. Ong、P. Ho、C. S. Lau、J. Liu 和 Y. S. Ang，《交替磁双层中的全电控层自旋电子学》，Mater. Horiz. 12，2197（2025年）。[51] B. Huang、G. Clark、D. R. Klein、D. MacNeill、E. Navarro-Moratalla、K. L. Seyler、N. Wilson、M. A. McGuire、D. H. Cobden、D. Xiao、W. Yao、P. Jarillo-Herrero 和 X. Xu，《双层 CrI_3，中二维磁性的电学调控》，Nat. Nanotechnol. 13，544（2018）。[52] S. Jiang、J. Shan 和 K. F. Mak，《二维范德华磁体的电场切换》，Nat. Mater. 17，406（2018）。[53] A. M. Le´on、B. C. Arnold、T. Heine 和 T. Brumme，《基于第一性原理研究堆叠双层 $FePS_3$ 和 $NiPS_3$ 中的层间磁耦合》，2D Mater. 12，025023（2025年）。[54] J. Chen、X. Xie、X. Oyang、J. Ding、F. Ouyang、Z. Liu、J.- T. Wang、J. He 和 Y. Liu，《扭转 $NiPS_3$ 同质结构中的自旋链取向与磁光耦合》，Appl. Phys. Lett. 125，113102（2024年）。[55] H. J. Zhao、X. Liu、Y. Wang、Y. Yang、L. Bellaiche 和 Y. Ma，《电场调控中心对称反铁磁半导体中的塞曼效应》，Physical Review Letters 129，187602（2022年）。

附录

附录 A：对称操作及其物理作用。—表 I 列出了所假设的非相对论自旋空间群在模去磁性晶格平移后的八个代表元。定义 $\mathcal{C} = [C_{2z}^s \mathcal{T} \| E]$ 和 $\mathcal{G} = \{C_{2z}^s \| E | \boldsymbol{\tau}\}$，

除了正文中的 $\mathcal{A}$ 和 $\mathcal{B}$ 之外。表中的乘积按从右至左的顺序作用；平移是模去一个磁晶格矢量给出的。对于空间旋转 R，幺正操作将 k 变换为 Rk，而反幺正操作将其变换为 $-R$k。因此，仅自旋反幺正操作不一定保持动量不变。

表 I. 对称性代表元及其对面内动量、物理自旋期望值和垂直磁场的作用。编号与补充材料中的表 S4 相对应。如果磁构型保留这些对称性，第 1–4 行在固定垂直磁场下仍然有效；第 5–8 行则关联相反的磁场极性。

No.	操作	Type	平移	$(k_x, k_y) \mapsto$	$(S_x, S_y, S_z) \mapsto$	$E_\perp \mapsto$
1	1	幺正	0	(k_x, k_y)	(S_x, S_y, S_z)	$E_\perp$
2	$\mathcal{C}$	反幺正	0	$(-k_x, -k_y)$	$(S_x, S_y, -S_z)$	$E_\perp$
3	$\mathcal{G}$	幺正	$\boldsymbol{\tau}$	(k_x, k_y)	$(-S_x, -S_y, S_z)$	$E_\perp$
4	$\mathcal{A}$	反幺正	$\boldsymbol{\tau}$	$(-k_x, -k_y)$	$(-S_x, -S_y, -S_z)$	$E_\perp$
5	$\mathcal{BC}$	反幺正	0	$(k_x, -k_y)$	$(-S_x, S_y, S_z)$	$-E_\perp$
6	$\mathcal{B}$	幺正	0	$(-k_x, k_y)$	$(-S_x, S_y, -S_z)$	$-E_\perp$
7	$\mathcal{BA}$	反幺正	$\boldsymbol{\tau}$	$(k_x, -k_y)$	$(S_x, -S_y, S_z)$	$-E_\perp$
8	$\mathcal{BG}$	幺正	$\boldsymbol{\tau}$	$(-k_x, k_y)$	$(S_x, -S_y, -S_z)$	$-E_\perp$

三项中心约束各自发挥着不同作用： $\mathcal{A}$强制相反动量处的反向自旋配对， $\mathcal{G}$排除非简并态中的总面内自旋期望值，而 $\mathcal{B}$ 则将零场下的主导劈裂固定为 k_x 。对于自旋-1/2 电子， $\mathcal{A}^2 = -e^{-2i\mathbf{k}\cdot\boldsymbol{\tau}}$，从而在 Γ处产生克拉默简并。当 $\mathcal{B}$ 被破坏，而 $\mathcal{A}$ 和 $\mathcal{G}$仍然成立时，外场诱导的重新取向是允许的。

附录 B：涌现的p-波磁体的最简四带模型。—为描述 p-波磁性的涌现以及费米轮廓对外场的响应，我们在基底 $(1+, 1-, 2+, 2-)$ 中引入一个最简四带 $k\cdot p$ 哈密顿量。该模型抓住了核心物理，并对密度泛函理论结果提供了定性理解。尽管物理 S_z 并非守恒量， σ_z标记了守恒的自旋平移扇区；这些扇区的排列顺序使得 $s = \pm 1$ 扇区在 Γ附近分别对应正/负的物理S_z 。哈密顿量为

$$H_{\text{eff}} = \begin{pmatrix} (\epsilon_{\text{L}} + U_E + \lambda q_x q_y) I_2 & T_{12} \\ T_{12}^\dagger & (\epsilon_{\text{L}} - U_E - \lambda q_x q_y) I_2 \end{pmatrix}, \tag{9}$$

其中 $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}_\Gamma$， $2U_E$ 为层间势差，
$\epsilon_{\text{L}} = E_0 + A_x q_x^2 + A_y q_y^2$为平均层色散。层色散的反向旋转产生混合曲率项 $\pm\lambda q_x q_y$。

投影到低能能带后，可得到来自磁性子晶格偶、奇组合的隧穿贡献。它们的相干和参数化为

$$T_{12} = a(\mathbf{q}) I_2 + b(\mathbf{q}) e^{i\theta\sigma_z}, \tag{10}$$

其中 $a = g_a + i\delta_a q_x$、 $b = g_b + i\delta_b q_x$ 和实数 $g_a,\ _b$ 以及 $\delta_a,\ _b$。角度 θ 表示 N´eel 矢量偏离反平行参考态的程度，$\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2 = -\cos\theta$ 以及 $(\mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2)_z = \sin\theta$。投影及其假设见补充材料第 V 节。

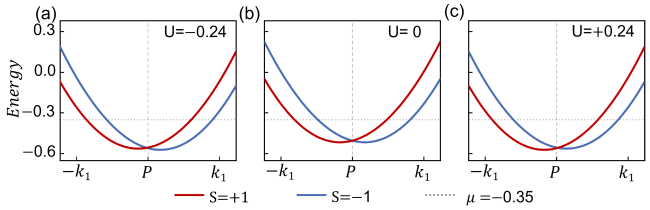

图 5。沿 $q_y = 0.11$ 的下杂化能带分支。对于 (a) $U = -0.24$、(b) $U = 0$ 和 (c) $U = +0.24$ 的色散关系 $E_{-,\ s}$。红色和蓝色分别表示 $s = +1$ 和 $s = -1$。中央刻度 P和竖直虚线标出了 $q_x = 0$，对应于 P =(0,0.11)。水平点线表示 $\mu = -0.35$。

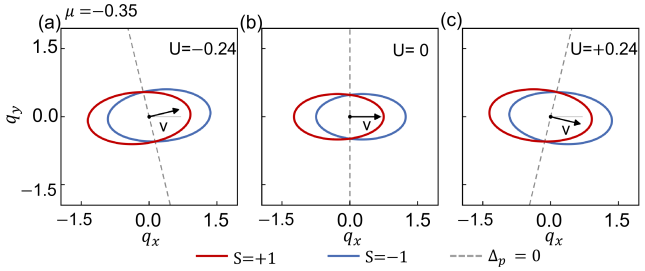

图 6。偏压依赖的费米轮廓。图中显示了 $\mu = -0.35$ 处下杂化带对的轮廓，所用偏压和扇区颜色与图 5 相同。灰色虚线标出了节点 $q_x + \xi U q_y = 0$。黑色箭头表示主导劈裂矢量 v，其与正 q_x 轴的夹角为 φ。

反幺正半平移 $\mathcal{A}$将 $(\mathbf{q}\ s, U_E)$ [21, 47], 与 $(-\mathbf{q}\ -s, U_E)$ 配对，而层交换二重操作 $\mathcal{B}$ 则将 (q_x, q_y, s, U_E) [35, 48, 55] 与 $(-q_x, q_y, -s, -U_E)$ 配对。这些操作使任一偏压极性下都会出现奇宇称劈裂，并在零偏压时于 $q_x = 0$ 处形成简并线。杂化能量为 $E_{\nu s} = \epsilon_{\text{L}} + \nu\sqrt{d^2 + |T_s|^2}$， 其中 $\nu = \pm 1$、$d = U_E + \lambda q_x q_y$和 $T_s = a + be^{i\theta s}$。有符号劈裂

$\Delta_\nu = (E_{\nu,+} - E_{\nu,-})/2$ 是

$$\Delta_\nu(\mathbf{q}, U_E) = -\frac{\nu \sin\theta}{D_U} L_x q_x + O(|\mathbf{q}|^3), \tag{11}$$

其中 $D_U = [U_E^2 + |g_a + g_b e^{i\theta}|^2]^{1/2} > 0$ 和 $L_x = g_a\delta_b - g_b\delta_a$。

方程（11）指出，两个层间隧穿通道之间的相干干涉是劈裂的起源：不平行的 N´eel 矢量提供扇区依赖的相位，而与动量相关的相对轨道相位则产生奇宇称。有限的矢量手性和 $L_x \neq 0$ 缺一不可。层间偏置与混合曲率耦合，使费米轮廓发生倾斜；所选的隧穿振幅则使节点保持在 $q_x = 0$。

为使自旋劈裂节点能够重新定向，我们将隧穿振幅扩展为

$$\begin{aligned} a(\mathbf{q}, U) &= g_a + i\delta_a(q_x + \xi U q_y), \\ b(\mathbf{q}, U) &= g_b + i\delta_b(q_x + \xi U q_y). \end{aligned} \tag{12}$$

此处，ξ 用于参数化一种对称性允许的隧穿偏置依赖性，其作用超出了标量层间势。

以下所有量均为无量纲量，其中 U de- 表示 U_E，正的 U 对应正向外加场。我们假设 N´eel 矢量随晶格旋转，从反平行参考态出发，因此有 $\theta = 21°$。我们使用 $E_0 = 0$, $A_{x,y} = 1/(2m_{x,y})$, $(m_x, m_y) = (2.4, 0.72)$, $(g_a, g_b) = (0.34, 0.18)$, $(\delta_a, \delta_b) = (-0.12, 0.32)$，以及 $\xi = -1$。示意性的曲率参数化形式为 $\lambda = (A_x - A_y)\sin 21° = -0.17420664$。对于 $U = -0.24$、0 和 $+0.24$，化学势固定为 $\mu = -0.35$。这些参数用于说明该机制，并非根据 $NiPS_3$ 拟合得到。通道干涉给出

$$|T_+|^2 - |T_-|^2 = -4L_x \sin\theta\,(q_x + \xi U q_y). \tag{13}$$

因此，节点位于 $q_x + \xi U q_y = 0$。对于较低的一对，当 $\Delta_p = (E_{-,+} - E_{-,-})/2$ 时，主导劈裂矢量平行于 $(1, \xi U)$，且对于所选参数，其 $v_x > 0$。该矢量与正 q_x 轴的夹角为 $\varphi = \arctan(\xi U)$，在三个偏置下分别为 $+13.50°$、$0°$ 和 $-13.50°$（图 6]）。口袋几何形状也会响应混合曲率，因此其主轴角不一定与 φ 重合。相反扇区轮廓仍通过 $\mathbf{q} \to -\mathbf{q}$ 相联系，而相反偏置下的相同扇区轮廓则通过 $q_y \to -q_y$ 相联系。

沿着截线 $q_y = 0.11$ [图 5], ，交叉发生在 $q_x = -\xi U(0.11)$，分别得到 -0.0264、0 和 $+0.0264$。此截线不经过 Γ，该处的简并在所有偏压下均持续存在。