Prepared for submission to JCAP

arXiv:2611.32120v1 [astro-ph.CO] 24 Nov 2026

存在各向异性宇宙双折射时宇宙微波背景引力透镜功率谱的稳健测量

Rui Zhou, [a] **Michael Doohan,** [a] **和 Christian L. Reichardt** [a]

[a]墨尔本大学物理学院，Parkville，VIC 3010，澳大利亚
电子邮箱：rui.zhou@student.unimelb.edu.au

摘要。 要充分发挥即将开展的高灵敏度宇宙微波背景（CMB）偏振巡天的科学潜力，需要采用能够抵御偏振场未建模畸变的稳健透镜分析方法。一种可能的畸变是各向异性宇宙双折射，即线偏振平面随方向变化的旋转；它可能源于类轴子场等宇称破坏物理。在边缘无偏得分展开（MUSE）框架下，我们量化了已建模和未建模的各向异性双折射对 CMB 透镜测量的影响。考虑当前和未来宇宙微波背景巡天预期的噪声水平，我们发现，忽略双折射会使透镜分带功率产生正偏差，且偏差在小角尺度上增大。对于尺度不变双折射功率谱 $L(L+1)C_L^{\alpha\alpha}/2\pi = 10^{-5}\mathrm{rad}^2$, , 正分数偏差在 $1375 < L < 2000$ 处可达到透镜功率的 (10.1 ± 1.1) %。在 MUSE 框架下联合估计引力透镜效应和双折射，可在所有测试配置中恢复输入的透镜分带功率和双折射振幅，且未检测到偏差。与联合二次估计量相比，联合 MUSE 估计量还将恢复的双折射振幅的散布降低了 1.6 ± 0.2 至 2.4 ± 0.3 倍；信噪比最高的配置获益最大。这些结果表明，采用 MUSE 进行联合场重建，能够无偏地估计透镜和双折射功率谱，同时相比二次估计量提高精度。

目录

1 引言 1

2 CMB 偏振畸变 2
2.1 宇宙微波背景引力透镜效应 32.2 各向异性宇宙双折射 32.3 联合前向模型 4

3 模拟 4

4 二次估计器重建 4

5 MUSE 推断 5

6 结果 6
6.1 无双折射情形 76.2 双折射诱发的引力透镜偏差 76.3 对引力透镜测量精度的影响 86.4 双折射测量性能 9

7 结论 10

1 引言

中间的大尺度结构产生的引力透镜效应会重新映射宇宙微波背景（CMB）的温度和偏振各向异性，生成由引力透镜效应诱发的B模偏振，以及 CMB 模 [1–3]之间具有特征性的非高斯相关。这些相关性使得重建引力透镜势成为可能，从而将 CMB 偏振转化为探测投影物质分布和宇宙结构增长的工具 [4–7]。包括 SPT-3G、BICEP3/Keck Array 和 Simons Observatory 在内的当前及即将开展的高灵敏度实验，正在测量或将测量偏振，其噪声水平将显著低于现有实验 [8–10]。引力透镜灵敏度的提升，使得控制重建模型未纳入的畸变变得尤为重要。

一种可能的畸变是人们假设的宇宙双折射：宇宙微波背景光子从最后散射面传播到我们这里时，线偏振方向会发生旋转。这种旋转源于宇称破坏物理，例如类轴子场通过陈–西蒙斯相互作用与电磁学耦合 [11, 12], ，或原初磁场引起的法拉第旋转 [13, 14]。类轴子场的空间变化会导致旋转角随空间变化，这种现象称为各向异性双折射 [15, 16]。与引力透镜效应类似，这种旋转会在观测到的 CMB 图中引发统计各向异性和模耦合，但其响应函数和宇称性质有所不同 [17, 18]。迄今为止，对旋转场的重建仅给出了各向异性双折射振幅的上限 [19–22]。然而，如果分析中忽略了旋转信号，即使该信号符合这些上限，也可能使重建的引力透镜功率谱产生偏差 [18]。

重建引力透镜效应及其他畸变场的标准方法是使用二次估计量（QEs）。这种方法计算效率高，并利用了引力透镜效应在不同 CMB 模之间诱发的模耦合

。 [6, 7, 17]在这一框架下，Cai 等人 [18] 证明，在领先阶上，引力透镜效应和双折射的响应彼此正交，因此双折射不会使重建的引力透镜场产生偏差。然而，引力透镜功率谱仍会受到连通四点项的偏差影响。使用 EB 估计量，Cai 等人 [18] 发现，这种偏差会随 L增大，并与双折射振幅呈线性关系。后续研究将这种偏差识别为类似 $N^{(1)}$的项，并为其提供了估计量 [23], ，但将缓解措施的详细分析留待未来工作。

本研究提出了这样一种缓解策略：在共同的前向模型中联合建模引力透镜效应场和双折射场。基于似然的重建通过最大化畸变场的后验分布 [24, 25]，为超越二次近似提供了一条途径。然而，该框架针对的是场本身，而不是引力透镜效应和双折射功率谱。若要推断这些功率谱，则需要将场从似然中积分消去。由于潜在场具有高维性，且其联合后验分布是非高斯的，对于大型数据集而言，这一积分的计算成本很高 [26–28]。为克服这一问题，边缘无偏得分展开（MUSE）通过在最大后验（MAP）潜在场解处计算参数得分，并利用从模型中抽取的模拟进行校准，来近似边缘得分，而不是执行完整的边缘化 [29]。自提出以来，MUSE 已被应用于宇宙微波背景与引力透镜效应功率谱的联合推断、斑块状再电离与引力透镜效应推断，以及对非高斯河外前景污染的检验 [29–31]。它还被应用于 SPT-3G 偏振数据，以测量引力透镜效应和去透镜 E-模功率谱 [32]。由于 MUSE 的层次化表述能够容纳额外的潜在畸变场，因此该方法可以扩展到各向异性宇宙双折射。这是 MUSE 首次扩展到联合推断尺度不变各向异性双折射谱的振幅和宇宙微波背景透镜分带功率。

最接近且包含双折射的先例是Dar- wish [33], 的联合最大后验框架，该框架同时重建引力透镜效应、双折射和斑块状屏蔽场。最近，Belkner和Carron [34] 在最大后验点联合重建了引力透镜效应场和双折射场，以约束双折射振幅。然而，这两项工作都没有研究双折射诱导偏差对恢复的引力透镜功率谱的影响程度。

利用平坦天空模拟，我们量化了当图中存在双折射、但分析时将其忽略的情况下，MUSE引力透镜功率谱中的偏差。我们表明，联合场MUSE框架能够有效减轻引力透镜功率谱中的双折射诱导偏差。我们还表明，与联合 QE 相比，联合 MUSE 框架能够对引力透镜功率谱和双折射功率谱进行更精确的测量。

本文其余部分的安排如下。第2 节回顾宇宙微波背景引力透镜效应和各向异性宇宙双折射，并介绍联合前向模型。第3节介绍用于比较三种估计量的模拟：联合 MUSE、仅透镜 MUSE 和联合 QE。第4节介绍基准联合 EB QE，包括其偏差扣除；第5 节介绍联合 MUSE 估计量。第6 节展示我们的结果，第7节总结我们的发现并展望未来工作。

2 宇宙微波背景偏振畸变

引力透镜效应和双折射都会扭曲末次散射产生的偏振图样，其中引力透镜效应会使图样发生局部平移，而双折射会使偏振方向发生局部旋转

方向。我们依次回顾这两种效应，然后介绍贯穿本文所使用的联合前向模型。

2.1 CMB引力透镜效应

引力透镜效应造成的偏折可表示为引力透镜势的梯度 ϕ，它是观测者与末次散射之间引力势沿视线方向的投影。引力透镜势描绘了宽广红移范围内积分得到的物质分布，而引力透镜势功率谱则探测宇宙学几何和大尺度结构的增长 [4, 5, 35–37]。在玻恩近似下，透镜效应下的温度场和偏振场与未受透镜效应影响的对应场之间的关系为 [1, 3, 38, 39]

$$\widetilde{X}(\hat{n}) = X\big(\hat{n} + \nabla\phi(\hat{n})\big), \qquad X \in \{T, Q, U\}, \tag{2.1}$$

其中， $\nabla\phi$ 是偏折场， T 是温度， Q 和 U 是线偏振的斯托克斯参数。偏振场可分解为类梯度的 E 模，它们由标量扰动产生；以及类旋度的 B 模，它们不会由末次散射时的标量扰动产生 [40, 41]。引力透镜效应导致的重新映射会将一部分 E 模转换为 B 模，并在CMB模之间产生非高斯相关 [2, 3, 38, 42, 43]。我们将 ϕ 建模为统计各向同性的高斯场，因此其功率谱 $C_L^{\phi\phi}$ 可以完整表征该场。因此，我们将 $C_L^{\phi\phi}$ 的频带功率作为本研究的主要引力透镜效应量进行推断。

2.2 各向异性宇宙双折射

在最简单的模型中，宇宙双折射源于赝标量场 a通过陈–西蒙斯相互作用与$\widetilde{}$电磁学耦合，$\mathcal{L}_{\rm CS} = (g_{a\gamma}/4)\, a\, F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$，其中$g_{a\gamma}\widetilde{}$是轴子–光子耦合， $F_{\mu\nu}$ 是电磁场强张量， $F^{\mu\nu}$ 是其对偶张量。随后，光子的线偏振会旋转一个角度 $\alpha(\hat{n}) = g_{a\gamma}\Delta a(\hat{n})/2$ [11,12, 44, 45], 其中 $\Delta a(\hat{n})$表示赝标量场沿视线方向的变化。在数学上，这种旋转作用于自旋2偏振组合 $P_\pm \equiv Q \pm iU$，形式如下

$$P'_\pm(\hat{n}) = e^{\pm 2i\alpha(\hat{n})} P_\pm(\hat{n}). \tag{2.2}$$

旋转可分解为各向同性分量和各向异性分量。在本研究中，我们将 a 的均匀演化所产生的各向同性旋转设为零。 a 的空间涨落会导致各向异性旋转，从而在CMB偏振模式 [15–17]之间产生非对角相关。如果 a在暴胀期间是轻的，其涨落在大尺度上近似为高斯且具有尺度不变性（$L \lesssim 100$），因此产生的旋转场 [15, 18, 46]也具有这些性质。受此启发，我们将 α 建模为具有严格尺度不变谱的高斯场，

$$\frac{L(L+1)}{2\pi} C_L^{\alpha\alpha} = A_{\rm CB}\ [\mathrm{rad}^2], \tag{2.3}$$

其中 $A_{\rm CB}$，以 rad^2，为单位，表示双折射功率谱的振幅。目前最严格的限制来自 SPT-3G（ $A_{\rm CB} < 2.7 \times 10^{-6}$ [47]）和 BICEP/Keck（ $A_{\rm CB} < 4.4 \times 10^{-6}$，95% 置信水平） [48]。

2.3 联合前向模型

引力透镜效应与各向异性双折射的先后顺序取决于旋转场的物理起源和时间演化，先前研究中两种顺序均有采用 [18,33]。为简单起见，我们考虑早期旋转场，并假设引力透镜效应作用于已旋转的偏振场 [33]。先应用式（2.2），再应用式（2.1），可得

$$\widetilde{P}_{\pm}(\hat{n}) = e^{\pm 2i\alpha(\hat{n}+\nabla\phi(\hat{n}))}\, P_{\pm}\big(\hat{n}+\nabla\phi(\hat{n})\big), \tag{2.4}$$

其中 α 在偏转位置 $\hat{}$ 处求值$n + \nabla\phi(\hat{}n)$。方程（2.4）定义了我们在模拟和似然评估中一致使用的前向模型。

3 模拟

为了量化模型忽略双折射所产生的引力透镜偏差，并比较各估计量的精度，我们在已知输入引力透镜场和双折射场的平坦天空模拟上对它们进行测试。我们将第 4 节和第5 节中描述的全部三种估计量（联合 MUSE、仅透镜 MUSE 和联合 QE）应用于相同的模拟天空，从而确保它们之间的差异不是由样本方差导致的。三种方法都只使用偏振图，与 MUSE 分析 SPT-3G 数据时一样 [32]。

基准未透镜化宇宙微波背景和引力透镜势功率谱通过CAMB [49] 计算，张量标量比为 $r = 10^{-3}$。我们对未透镜化宇宙微波背景天空、引力透镜势 ϕ和旋转角 α 在 256×256 平坦天空图上进行高斯实现，图中包含 $3'$ 个像素（$\simeq 164$度^2），且不使用掩膜。对于每个实现，我们先利用双折射场旋转偏振图，然后按照方程（2.4） [33], 对旋转后的图进行引力透镜处理，与推断模型一致。随后，我们使用 $1'$ 波束对图进行平滑，并将其带通滤波至 $20 < \ell < 5000$。最后，我们向偏振图中加入功率谱为

$$N_\ell = \Delta_P^2 \left[1 + \left(\frac{\ell_{\rm knee}}{\ell}\right)^{\gamma_{\rm knee}}\right], \tag{3.1}$$

由水平为 Δ_P 的白噪声和一个在低 ℓ 时增强的 $1/f$ 分量组成，并具有 $\ell_{\rm knee} = 100$ 和 $\gamma_{\rm knee} = 3$。我们考虑两种噪声水平： $\Delta_P = 1.4$ 和 $2.3\,\mu$K-角分，与参考文献 [33] 中相同。这些噪声水平分别代表类 CMB-S4 和类 SPT-3G 巡天；后者与 1500 deg^2 SPT-3G 主场的预期深度相当 [51]。对于每种噪声水平，我们模拟三种输入双折射振幅： $A^{\rm input}{}_{\rm CB} = 4.4\times10^{-6}$（接近当前限制）、 10^{-5}（略高于当前限制）以及 10^{-4} （高于当前限制）。两个较大的振幅使我们能够表征引力透镜偏差，并在强信号情形下检验联合分析；最小的[1]则与 BICEP/Keck 的上限相符 [48]。由此得到六种配置，每种配置包含 50 个相互独立的实现。我们还在相同的实现上模拟无双折射情形，并将输入旋转场设为零。

4 二次估计器重建

作为 MUSE 的基准，我们使用 [6, 7]二次估计量（QEs）重建 ϕ 和 α 。这两种畸变都会在 E 和 B 模式之间诱导出相关性；在 ϕ和α的一阶近似下，这些相关性可写为

$$\langle E(\boldsymbol{\ell}_1) B(\boldsymbol{\ell}_2)\rangle = f^{\phi}(\boldsymbol{\ell}_1,\boldsymbol{\ell}_2)\,\phi(\boldsymbol{L}) + f^{\alpha}(\boldsymbol{\ell}_1,\boldsymbol{\ell}_2)\,\alpha(\boldsymbol{L}), \tag{4.1}$$

[1]我们的模拟采用的是 BICEP/Keck 的限制，而不是来自 SPT-3G 的 2.7×10^{-6} 限制，因为我们是在 SPT-3G 的测量结果发布之前进行模拟的。

与 $\boldsymbol{L}=\boldsymbol{\ell}_1+\boldsymbol{\ell}_2$，$f^{\phi}=(C_{\ell_1}^{EE}\boldsymbol{L}\cdot\boldsymbol{\ell}_1-C_{\ell_2}^{BB}\boldsymbol{L}\cdot\boldsymbol{\ell}_2)\sin 2\varphi_{12}$，以及 $f^{\alpha}=2(C_{\ell_1}^{EE}-C_{\ell_2}^{BB})\cos 2\varphi_{12}$，其中 φ_{12} 是 $\boldsymbol{\ell}_1$ 与 $\boldsymbol{\ell}_2$ 之间的夹角，且谱经过透镜效应修正 [6, 7, 15–17, 52]。

每个二次估计量都是观测模式的加权乘积，

$$\hat{x}(\boldsymbol{L})=A_L^x\int\frac{d^2\boldsymbol{\ell}}{(2\pi)^2}\frac{f^x(\boldsymbol{\ell},\boldsymbol{L}-\boldsymbol{\ell})}{C_{\mathrm{tot},\ell}^{EE}\,C_{\mathrm{tot},|\boldsymbol{L}-\boldsymbol{\ell}|}^{BB}}E(\boldsymbol{\ell})\,B(\boldsymbol{L}-\boldsymbol{\ell}),\qquad x\in\{\phi,\alpha\},\tag{4.2}$$

其中，C_{tot} 是透镜化功率谱加噪声，而A_L^x 将估计量归一化为单位响应 [6, 15]。由于 $f^{\phi}\propto\sin 2\varphi_{12}$和 $f^{\alpha}\propto\cos 2\varphi_{12}$，两个估计量在最低阶上不会响应对方的场 [17, 18], ，因此可以分别进行归一化。在计算功率谱之前，我们将每个重建场除以其残余响应，即其与输入场的交叉功率谱和输入功率之比。我们利用100次模拟估计该响应。

必须从原始二次估计量功率谱中减去若干偏差，才能得到无偏估计。所得的去偏功率谱为 [18]

$$\hat{C}_L^{xx}=C_L^{\hat{x}\hat{x}}-N_L^{(0),x}-N_L^{(1),x}-N_L^{\mathrm{MC},x},\qquad x\in\{\phi,\alpha\}.\tag{4.3}$$

高斯偏差 $N^{(0)}{}_{,\,L}{}^{x}$ 源于 CMB 四点函数的非连通部分，并采用依赖实现的方法 [53, 54], 进行估计；该方法将观测图与100对不含 ϕ 或 α的透镜化 CMB 高斯模拟相结合。连通偏差 $N^{(1)}{}_{,\,L}{}^{x}$ 同时由引力透镜效应和旋转产生，是除信号之外的首要连通贡献。与文献 [23], 一样，我们使用100组具有不同原初 CMB 和噪声实现的模拟对来估计它：使用相同引力透镜场但不同旋转场的模拟对，以及使用相同旋转场但不同引力透镜场的模拟对，再分别减去两个场都具有不同实现的模拟对。蒙特卡洛修正 $N^{\mathrm{MC}}{}_{,\,L}{}^{x}$

表示未由 $N_{(0)_L}{}^{x}$和 $N^{(1)}{}_{,L}{}^{x}$计入的剩余偏差，例如高阶重建噪声 [18]。我们通过 100 次模拟估计该项，具体取在扣除 $N_{(0)_L}{}^{x}$和 $N^{(1)}{}_{,L}{}^{x}$后得到的谱与输入功率之差的均值。用于响应项和偏差项的所有模拟均独立于 50 个测试实现。除用于 $N^{(0)}{}_{,L}{}^{x}$ 的高斯模拟外，这些模拟都包含 ϕ 和 α，其中 α 取自每种配置下的输入A_{CB}，因此我们将此估计量称为联合 QE。

最后，为了得到一个振幅 A_{CB}，以便与下文给出的 MUSE 估计值进行比较，我们对 $30\le L\le 1000$范围内的八个旋转分带功率谱拟合尺度不变谱。拟合通过最小化 χ^2完成，所用的分带功率谱协方差矩阵由 100 次独立模拟估计得到。

5 MUSE 推断

精确的边缘最大似然推断需要对高维潜在场上的似然进行边缘化，这对于大型数据集而言计算成本很高。定义边缘得分为 $s_i^{\mathrm{marginal}}(\theta,d)\equiv\mathrm{d}\,\mathrm{d}\theta_i\log\mathcal{P}(d\,|\,\theta)$ 后，边缘最大似然估计满足 $s_i^{\mathrm{marginal}}(\hat{\theta}^{\mathrm{MMLE}},d)=0$。MUSE 在潜在场的最大后验解处近似该得分，并使用从模型 [29] 中抽取的模拟进行校准。与精确边缘化相比，这种近似实现了一种成本低得多的方法，同时所得估计仍具有渐近无偏性，并且接近最优。

具体而言，对于固定的 θ，令 $z_J(\theta, d) \equiv \arg\max_z \log \mathcal{P}(d, z \mid \theta)$ 表示潜在场的最大后验解。在该解处计算的联合概率得分为 $s_i^{\mathrm{MAP}}(\theta, d) \equiv \mathrm{d}\,\mathrm{d}\theta_i \log \mathcal{P}(d, z_J(\theta, d) \mid \theta)$。MUSE 通过从具有相同 θ 的模型中抽取模拟，计算相应得分的平均值并将其减去，从而消除以最大后验评估替代边缘化所引入的偏差，

$$s_i^{\mathrm{MUSE}}(\theta, d) \equiv s_i^{\mathrm{MAP}}(\theta, d) - \left\langle s_i^{\mathrm{MAP}}(\theta, d') \right\rangle_{d' \sim \mathcal{P}(d' \mid \theta)} . \tag{5.1}$$

MUSE估计值 $\hat{\theta}$ 是方程 $s^{\mathrm{MUSE}}(\theta, d) = 0$的根，我们使用伪牛顿–拉夫森方法求解该方程，

$$\hat{\theta}_{n+1} = \hat{\theta}_n - \beta K^{-1} s^{\mathrm{MUSE}}(\hat{\theta}_n, d), \tag{5.2}$$

其中 β 是步长，而 K 是预条件矩阵。对于报告的 θ 不确定度，我们直接根据每种配置的50次模拟实现中的经验散布进行估计，并已验证，观测到的散布与通过正式的MUSE协方差 [29]得到的散布吻合良好。

对于联合透镜–双折射推断，潜在状态、参数向量和透镜分带功率变为

$$z = (f, \phi, \alpha), \qquad \theta = \left(A_\phi^1, \ldots, A_\phi^{N_\phi}, A_{\mathrm{CB}}\right)^T, \qquad C_L^{\phi\phi}(\theta) = A_\phi^b C_L^{\phi\phi,\mathrm{fid}} \quad (L \in b), \tag{5.3}$$

其中，f 是未透镜化CMB偏振场，$A_\phi^b = 1$ 对应于分箱 b中的基准透镜功率，且 $N_\phi = 8$ 个分箱在 $\ln L$ 范围 $100 \le L \le 2000$内等宽。双折射振幅 A_{CB} 由满足 $30 \le L \le 1000$的旋转模推断得到。

我们使用 CMBLensing.jl[2] 的修改版本执行图级操作并求解最大后验问题。与仅透镜化MUSE分支 [29] 相比，唯一的区别是将 α 作为潜在场加入模型。在每次 MUSE 迭代中，我们根据当前参数值生成 64 次模拟，并分别为目标图和每个模拟图求解最大后验问题。二者最大后验得分之差即为式（5.1）中的去偏得分，我们使用该得分根据式（5.2）同时更新透镜分带功率和 A_{CB}。我们取 $K = -\mathrm{diag}(J)$，其中 J 是模拟中 MUSE 得分的协方差，并采用随迭代进行而减小的步长 $\beta = 1/[1 + 0.03(n-1)]$；随着解逐渐收敛，步长也随之减小。我们不断迭代直至收敛，最多进行 50 次迭代。为提高计算效率，对于观测数据和每个模拟数据集，我们分别以上一次 MUSE 迭代得到的解作为潜在场优化的热启动；同时，在各次迭代中重复使用相同的随机种子，使 MUSE 得分中的模拟噪声不会随迭代而变化。由于 θ 在各次迭代间变化很小，热启动显著减少了所需的优化步数。

6 结果

现在，我们考察透镜效应和旋转功率谱估计的偏差与精度。我们表明，对于不含双折射的模拟图，联合建模旋转场对透镜测量的影响极小。随后，我们量化了在测量 CMB 透镜效应时忽略双折射所产生的偏差。我们表明，联合 MUSE 方法能够有效缓解这一偏差，同时使透镜分带功率不确定度增加 $\lesssim 2\%$。最后，我们检验双折射估计的质量。

[2] https://github.com/rzhou-physics/CMBLensingBirefringence.jl，它是https://github.com/marius311/CMBLensing.jl的一个分支。

6.1 无双折射情形

我们首先测试不含双折射的情况，将其作为含双折射情形的基准。在这种情况下，联合 MUSE 能够无可检测偏差地恢复透镜分带功率，透镜 MUSE 也是如此；对旋转场进行建模后，每个分箱中的透镜分带功率单次实现散布变化均小于 1%。当不存在双折射时，在 MUSE 模型中对双折射进行边缘化不会影响 CMB 透镜化测量（除了一点较小的计算成本）。

ˆ 在 $\Delta_P = 1.4$ 和 $2.3\,\mu$K-角分的偏振噪声水平下，联合 QE 分别给出 $A_{\rm CB}$ =(0.06 ± 0.19) $\times 10^{-6}$和 (0.20 ± 0.24) $\times 10^{-6}$，二者均与零一致。由于联合 MUSE 更新对 $A_{\rm CB}$ 施加了正值条件（具体而言，其至少是最弱非零输入振幅的10^{-4} 倍），MUSE 估计值不会围绕零散布。对于两种噪声水平，后验分布均在 $A_{\rm CB}$ 先验的下边缘处达到峰值。对于这两种噪声水平，95% 上限分别为 $A_{\rm CB} < 5.6 \times 10^{-7}$ 和 1.1×10^{-6}，与 $A_{\rm CB}$上预期的 $1.6\,\sigma$ 不确定度一致。没有证据表明存在双折射功率的虚假探测。

正如在这些噪声水平下所预期的那样，MUSE 估计量的精度优于 QE。联合 QE 透镜分带功率的不确定度是联合 MUSE 透镜分带功率的 1.51 ± 0.12 至 4.91 ± 0.65 倍，且随着 L增大，这种改进更加明显。

6.2 双折射引起的引力透镜偏差

现在，我们考察双折射对恢复的透镜分带功率所造成的偏差。在图1 中，我们展示了仅透镜 MUSE（空心符号）和联合 MUSE（实心符号）的透镜化残差百分比。仅透镜情形显示出明显的正偏差，并且在较小角尺度（较高 L）处增大，而联合 MUSE 分析则没有这种现象。

我们发现，忽略双折射会使 MUSE 透镜分带功率产生偏差（图 1 中的空心符号）。在六种情形下，仅透镜情形的差异均超过 $2\,\sigma$，且在较高 L 处偏差最大，并且各向异性双折射功率越大，偏差越明显。在两种噪声水平下，偏差幅度相近，不过在较低噪声下，误差条自然会缩小。例外是 $A^{\rm input}{}_{\rm CB} = 10^{-4}$，在较低噪声水平下，其偏差更大。在 $\Delta_P = 1.4\,\mu$K-角分下，对于 $A^{\rm input}{}_{\rm CB} = 10^{-4}$、$10^{-5}$ 和 4.4×10^{-6}，峰值偏差分别为 (92.2 ± 1.9)%、(10.1 ± 1.1)% 和 (5.1 ± 1.1)%，不确定度由 50 次实现的均值标准误给出。正偏差的产生，是因为仅透镜模型将旋转加入的高斯 B 模式功率归因于引力透镜效应。我们发现的偏差与 Cai 等人 [18]，使用 QE 发现的负偏差符号相反，后者也随 $A_{\rm CB}$ 线性变化。MUSE 与 QE 偏差之间的差异源于 QE 中的$N^{(0)}$ 偏差扣除步骤；QE 中的残余偏差由连通项主导，而这些连通项在较高 L处为负。

尽管在小型模拟场中，相较于统计不确定度而言，偏差水平较小，但对于大面积宇宙微波背景巡天而言，这种偏差水平将变得十分重要。在 BICEP/Keck 上限 [48]，下，对于我们面积为 164 平方度的 [2] 区域，在 $\Delta_P = 1.4\,\mu$K-角分处的 $1375 < L < 2000$ bin 中，仅透镜效应的 MUSE 偏差约为单次实现散布的三分之二。预计偏差不会随天空面积增加而减小，而统计不确定度则会随天空面积的平方根倒数而减小。按照这一面积缩放关系，对于覆盖 70% 天空的类 CMB-S4 宽域巡天，引力透镜偏差将超过 $8\,\sigma$ [55]。忽略这一潜在偏差，可能会污染基于透镜测量的宇宙学推断。

如图 1 中实心符号所示，联合 MUSE 框架成功缓解了这种双折射诱导偏差。联合 MUSE 残差与

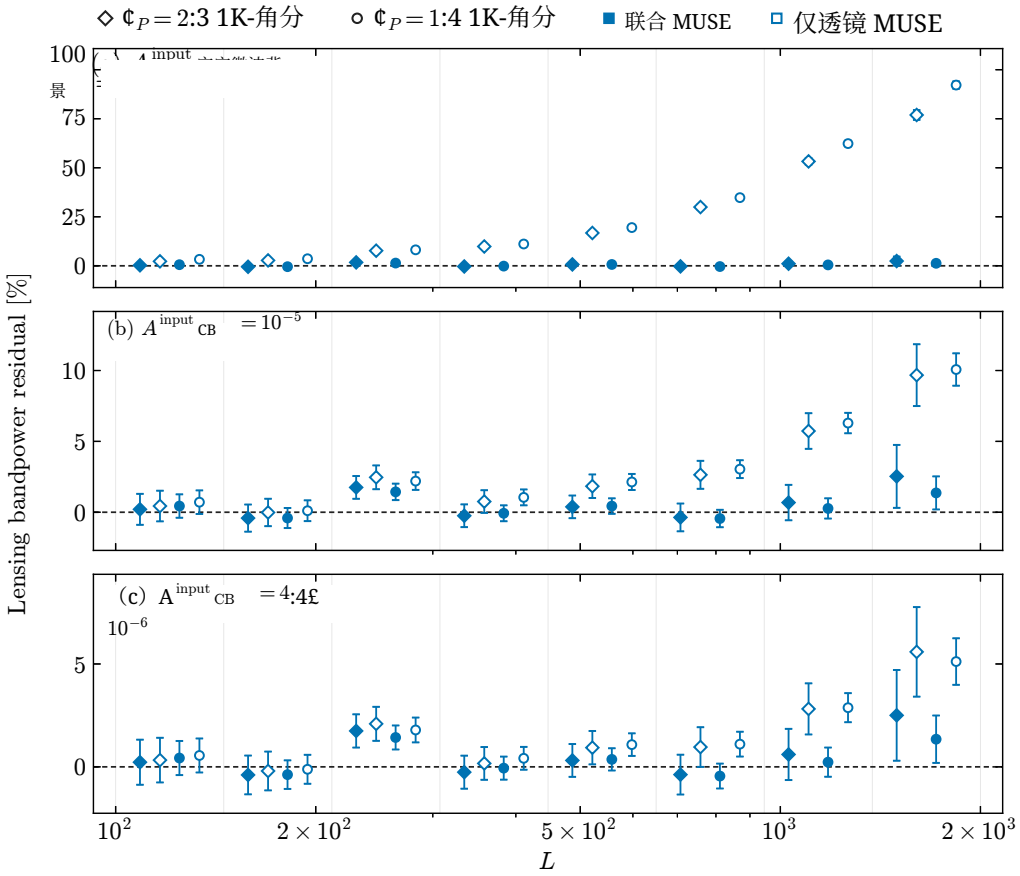

图 1。估计透镜分带功率时，仅透镜 MUSE（空心）会产生正偏差，且偏差随 $A^{\text{input}}{}_{\text{CB}}$ 和 L 增大；而联合 MUSE（实心）在每个频带中都接近零。面板 (a)–(c) 分别对应 $A^{\text{input}}{}_{\text{CB}} = 10^{-4}$、$10^{-5}$ 和 4.4×10^{-6}。图中展示了在 $\Delta_P = 1.4$ K-角分（圆点）和 2.3 μK-角分（菱形）条件下，联合 MUSE（实心）和仅透镜 MUSE（空心）的透镜分带功率相对于实际输入功率，在 50 次模拟中的平均残差及其标准误。

零值一致，即使双折射程度远高于当前测量所允许的水平（即在 $A_{\text{CB}} = 10^{-4}$）。这八个分箱在三种输入双折射功率水平下的 χ^2 的概率尾部概率范围为 0.10 至 0.30。 $211 < L < 308$ 分箱中最显著的残差似乎源于这组模拟中的样本方差；在不含双折射、使用相同宇宙微波背景和透镜图的仅引力透镜效应分析中，也能在该分箱中看到类似偏离。我们得出结论，联合 MUSE 框架有效缓解了恢复的引力透镜功率谱中的双折射诱导偏差。

6.3 对透镜精度的影响

我们发现，同时对双折射进行建模并不会显著降低引力透镜效应的精度，而联合 MUSE 估计量对透镜分带功率的测量精度远高于联合 QE（图 2）。在 $A_{\text{CB}} \leq 10^{-5}$ 处基本没有影响；在各多极矩分箱中，仅透镜 MUSE 与联合 MUSE 的单次实现散布之比介于 0.985 ± 0.018 至 1.026 ± 0.014 之间，且均与 1 一致。这是因为两个场分别耦合 E 和 B 具有不同角向依赖的模态。因此，二者的响应几乎正交，旋转与引力透镜效应之间的退化程度很小。作为重-

要结果，二者的响应几乎正交，旋转与引力透镜效应之间的退化程度很小。尽管图 2 未展示，我们确实观察到，在 $A^{\rm input}{}_{\rm CB} = 10^{-4}$ 的极端取值下，引力透镜效应不确定度会受到一定影响，但需要指出的是，当前观测已排除如此高水平的双折射。对于合理水平的双折射，我们可以在 MUSE 中同时拟合引力透镜效应和双折射，而不会降低透镜测量的精度。

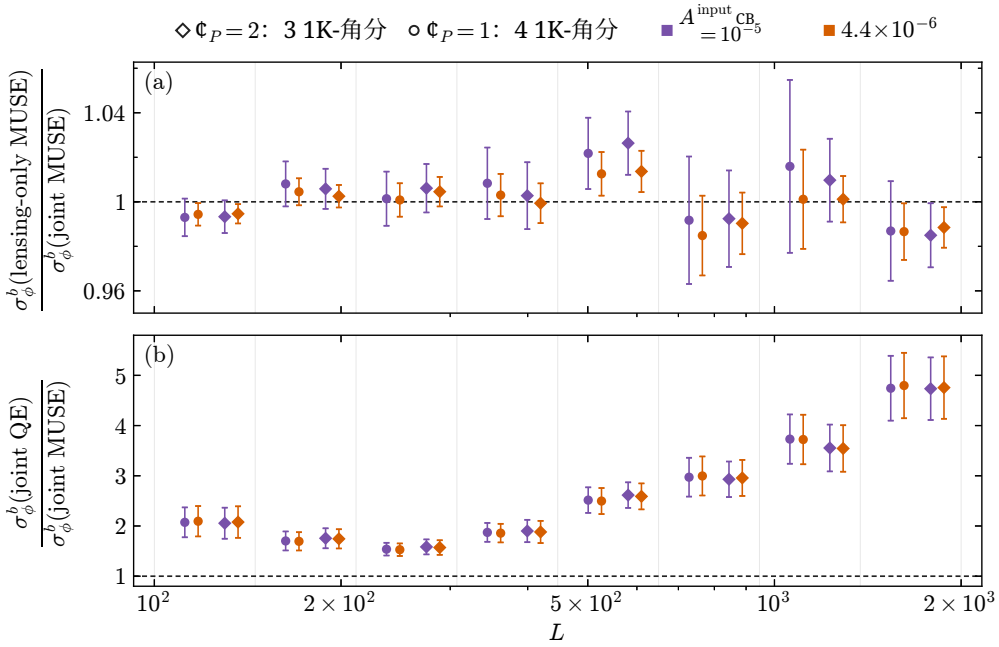

图2。在当前允许的双折射水平下，同时对各向异性双折射进行建模不会降低引力透镜测量精度（a）；联合 MUSE 在所有角尺度上均优于联合二次估计量，并且在高 L 处优势倍数不断增大（b）。上方面板（a）：仅引力透镜效应与联合 MUSE 的引力透镜不确定度之比与 1 一致。误差条为对 50 个实现进行 10,000 次配对重抽样得到的自助法标准误。下方面板（b）：联合二次估计量与联合 MUSE 的引力透镜不确定度之比始终大于 1，并在高 L处接近 5。在这两种情况下，相对性能基本不受所假设的噪声水平或双折射功率影响。请注意，在双折射功率非常大时（$A_{\rm CB} = 10^{-4}$），（a）中的这一结论会失效；该情况未在图中显示。黑色虚线表示 1。颜色表示不同的双折射功率水平 $A^{\rm input}{}_{\rm CB}$，圆形与菱形则表示两种噪声水平 $\Delta_P = 1.4$ 和 $2.3\,\mu$K-角分。

在两个较弱振幅下，所有分箱中联合二次估计量的散布均为 1.53 ± 0.13 至4.80 ± 0.65 倍于联合 MUSE（图2b）。精度提升在 $211 < L < 308$时最小，并随着 L 增大而稳步上升，在。5 与 4。8 时达到 $L > 946$。这一提升几乎不受 $A_{\rm CB}$ 影响，与无双折射情形相符。

6.4 双折射性能

如图3上图所示，我们的模拟表明，联合 MUSE 和联合二次估计量可恢复 $A_{\rm CB}$，且未检测到偏差。六种配置中，MUSE 的最大残差为 $0.9\,\sigma$，完全符合无偏差的情况。联合二次估计量的最大残差较大，为 $1.6\,\sigma$，但仍不足以明确表明存在偏差。

我们在图3的下方面板中展示了二次估计量（QE）与 MUSE 之间双折射测量的相对精度。我们发现，与二次估计量相比，MUSE 将

$A_{\rm CB}$ 测量不确定性降低了 1.6 ± 0.2 至 2.4 ± 0.3倍。在每个输入双折射功率水平下，较低噪声水平时的增益略大。联合 MUSE 在全部六种配置中均优于联合 QE。

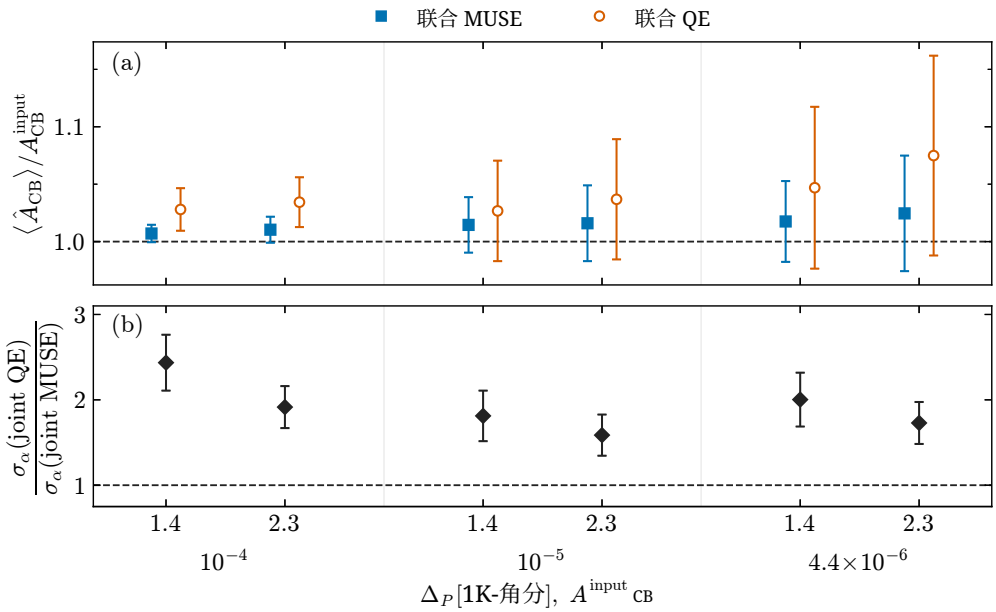

图3。两种联合估计量均能恢复 $A_{\rm CB}$，且不存在显著偏差（a）；在全部六种配置中，联合 MUSE 的不确定性均小于联合 QE（b）。上图（a）：对于六种配置中的每一种，联合 MUSE（方块）和联合 QE（圆圈）恢复的振幅相对于输入值的平均值及其标准误ˆ。下图（b）：联合 QE 的单次实现散布 σ_α 与联合 MUSE 的单次实现散布 $A_{\rm CB}$之比，并给出自助法标准误。虚线表示比值为 1。

7 结论

我们证明，尽管未建模的各向异性双折射会使宇宙微波背景透镜效应功率谱测量产生偏差，但采用 MUSE 进行联合场分析可以消除这一偏差，且不会显著损害透镜重建的保真度。为此，我们扩展 MUSE 框架，以联合推断 $100 \leq L \leq$2000 范围内的宇宙微波背景透镜分带功率，以及尺度不变各向异性双折射谱的振幅。我们还考察了联合二次估计量的性能。我们测试了这三种估计量在四种输入双折射功率水平下重建引力透镜功率谱和双折射功率谱的能力，输入水平范围为 $A_{\rm CB} = 0$ 至 10^{-4}；同时考察了 1.4 和 2.3 μK-角分两种偏振噪声水平。

我们表明，在仅透镜 MUSE 结果中忽略双折射会导致引力透镜功率谱出现正偏差，且分数偏差会随 L增加。偏差水平与输入的双折射功率近似呈线性关系，$A_{\rm CB}$。对于$A^{\rm input}_{\rm CB} = 4.4 \times 10^{-6}$（BICEP/Keck 的 95% 上限为 [48]）和 1。4 μK-角分噪声，仅透镜 MUSE 分析中的偏差达到（5.1 ± 1.1）%，在 $1375 < L < 2000$处。这将导致 $\gtrsim 8\sigma$ 引力透镜重建在这些角尺度上产生偏差，对于覆盖 70% 天空的 CMB-S4 类巡天而言。联合 MUSE 分析消除了这一偏差，仅留下与零一致的残差

即使在 $A^{\rm input}{}_{\rm CB} = 10^{-4}$ 时也与零一致，而该值是 37× 现有宇宙双折射限制来自 [47]。

重要的是，联合 MUSE 分析能够消除双折射诱导偏差，同时不会显著降低引力透镜测量精度。即使宇宙双折射功率比当前限制高出数倍，采用联合 MUSE 框架进行透镜重建的精度仍在仅考虑引力透镜效应情形的 3% 以内。我们发现，联合 MUSE 估计量的表现优于联合 QE，这也符合预期。

最后，在全部六种配置中，联合 MUSE 和联合 QE 都能无可检测偏差地恢复双折射振幅。与引力透镜效应的情况一样，使用 MUSE 可以提高双折射重建的精度。对于 $A^{\rm input}{}_{\rm CB} = 4.4\times10^{-6}$ 以及所假设的噪声水平，MUSE 估计量将 $A_{\rm CB}$ 的经验不确定度降至联合 QE 的 $\sim$1.8 倍。

鉴于我们的模拟展现出令人鼓舞的性能，下一步自然是将联合框架扩展到更现实的巡天条件，然后再将其应用于数据。特别是，需要处理巡天掩膜所引入的不完整天空覆盖及由此产生的模耦合，以及可能导致推断出的引力透镜效应和双折射信号产生偏差的残余偏振前景。随着覆盖大范围天空的超低噪声 CMB 图逐渐可用，这些发展将为该框架应用于来自 SPT-3G [32]，SPT-3G+ [56] 和 Simons Observatory [10] 的偏振数据做好准备。

致谢

RZ 感谢 ChatGPT 和 Claude 在代码开发和语言编辑方面提供的支持。所有输出均由作者审阅并核实。我们感谢澳大利亚研究委员会 Discovery Projects 计划（DP260100705）提供的支持。本研究得到了墨尔本大学研究计算服务中心和千万亿次校园计划的支持。

参考文献

[1] *U. Seljak*, 《宇宙微波背景各向异性的引力透镜效应：功率谱方法》，《天体物理学杂志》*463*（*1996*） 1 [*astro-ph/*9505109].[2] *M. Zaldarriaga* 和 *U. Seljak*, 《引力透镜对宇宙微波背景偏振的效应》，《物理评论*D*》*58*（*1998*） 023003 [*astro-ph/*9803150].[3] *A. Lewis* 和 *A. Challinor*, 《*CMB* 的弱引力透镜效应》，*Phys. Rept. 429*（*2006*）*1*[*astro-ph/*0601594].[4] *U. Seljak* 和 *M. Zaldarriaga*, 《利用宇宙微波背景测量暗物质功率谱》，物理评论快报*82*（*1999*） 2636 [*astro-ph/*9810092].[5] *W. Hu*, 《通过宇宙微波背景阻尼尾绘制暗物质》，《天体物理学杂志快报》*557*（*2001*）*L*79 [*astro-ph/*0105424].[6] *W. Hu* 和 *T. Okamoto*, 《利用宇宙微波背景偏振进行质量重建》，《天体物理学杂志》*574*（*2002*） 566 [*astro-ph/*0111606].[7] *T. Okamoto* 和 *W. Hu*, 《全天空宇宙微波背景透镜重建》，《物理评论*D*》*67*（*2003*） 083002 [*astro-ph/*0301031]。

[8] SPT-3G合作组，*SPT-3G*：南极望远镜上的下一代宇宙微波背景偏振实验，*Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.* **9153**（2014）91531P[1407。2973]。[9] BICEP3 合作组，*BICEP3* 性能概览及*Keck*阵列升级计划，*Proc*

SPIE Int. Soc. Opt. Eng. 9914 (2016) 99140S [1607.04668].[10] Simons Observatory合作组，《*Simons Observatory*：科学目标与预测》，《宇宙学与天体粒子物理学杂志》*02 (2019)* 056 [1808.07445].[11] *S. M. Carroll*、*G. B. Field* 和 *R. Jackiw*，《对违反洛伦兹对称性和宇称的电动力学修正的限制》，《物理评论*D*》*41 (1990) 1231*.[12] *S. M. Carroll* 和 *G. B. Field*，《爱因斯坦等效原理与射电星系的偏振》，《物理评论*D*》*43 (1991) 3789*.[13] *A. Kosowsky* 和 *A. Loeb*，《原初磁场引起的微波背景偏振法拉第旋转》，《天体物理学杂志》*469 (1996)* 1 [*astro-ph/*9601055].[14] *C. Sc´occola*、*D. Harari* 和 *S. Mollerach*，《法拉第旋转引起的宇宙微波背景*B*模偏振》，《物理评论*D*》*70 (2004)* 063003 [*astro-ph/*0405396].[15] *A. P. S. Yadav*、*R. Biswas*、*M. Su* 和 *M. Zaldarriaga*，《约束宇宙微波背景偏振的空间依赖旋转》，《物理评论*D*》*79 (2009) 123009*[0902.4466].[16] *V. Gluscevic*、*M. Kamionkowski* 和 *A. Cooray*，《宇宙微波背景偏振的去旋转：全天空形式主义》，《物理评论*D*》*80 (2009)* 023510 [0905.1687].[17] *M. Kamionkowski*，《如何对宇宙微波背景偏振进行去旋转》，物理评论快报 *102 (2009)* 111302 [0810.1286].[18] *H. Cai*、*Y. Guan*、*T. Namikawa* 和 *A. Kosowsky*，《各向异性双折射对宇宙微波背景引力透镜效应测量的影响》，《物理评论*D*》*107 (2023) 043513*[2209.08749].[19] *V. Gluscevic*、*D. Hanson*、*M. Kamionkowski* 和 *C. M. Hirata*，《利用*WMAP-7*首次对方向依赖的宇宙学双折射进行宇宙微波背景约束》，《物理评论*D*》*86 (2012) 10352*[1206.5546].[20] *T. Namikawa*、*Y. Guan*、*O. Darwish*、*B. D. Sherwin*、*S. Aiola*、*N. Battaglia* 等，《阿塔卡马宇宙学望远镜：宇宙双折射约束》，《物理评论*D*》*101 (2020) 083527*[2001.10465].[21] *F. Bianchini*、*W. L. K. Wu*、*P. A. R. Ade*、*A. J. Anderson*、*J. E. Austermann*、*J. S. Avva* 等。

利用*SPTpol*的偏振数据搜寻各向异性宇宙双折射，《物理评论*D*》*102*（*2020*） 083504 [2006。08061]。[22] *D. M. Kramer*、*A. van Engelen*、*F. J. Qu*、*C. Cain*、*I. Abril-Cabezas*、*J. R. Bond*等，《阿塔卡马宇宙学望远镜：利用*DR6*对各向异性屏蔽效应和双折射效应的约束》，*arXiv* 电子预印本（*2026*）*arXiv:2608.27458* [2608。27458]。[23] *H. Cai*、*Y. Guan*、*T. Namikawa*和*A. Kosowsky*，《对旋转诱导的重建宇宙微波背景透镜效应功率谱偏差进行高效估计》，《物理评论*D*》*110*（*2024*） 103507 [2408。13612]。[24] *C. M. Hirata*和*U. Seljak*，《从宇宙微波背景偏振中重建引力透镜效应》，《物理评论*D*》*68*（*2003*） 083002 [*astro-ph/*0306354]。[25] *J. Carron*和*A. Lewis*，《宇宙微波背景透镜效应重建的最大后验估计》，《物理评论*D*》*96*（*2017*） 063510 [1704。08230]。[26] *E. Anderes*、*B. D. Wandelt*和*G. Lavaux*，《宇宙微波背景引力透镜效应的贝叶斯推断》

《天体物理学杂志》**808**(2015年) 152 [1412。4079]。

[27] *M. Millea*、*E. Anderes* 和 *B. D. Wandelt*，宇宙微波背景温度与偏振的贝叶斯去透镜化，《物理评论*D*》*100*（*2019*年） 023509 [1708。06753]。[28] *M. Millea*、*E. Anderes* 和 *B. D. Wandelt*，原初宇宙微波背景与引力透镜效应的基于采样的推断，《物理评论*D*》*102*（*2020*年） 123542 [2002。00965]。[29] *M. Millea* 和 *U. Seljak*，边缘无偏得分展开及其在宇宙微波背景透镜效应中的应用，《物理评论*D*》*105*（*2022*年） 103531 [2112。09354]。[30] *F. Bianchini* 和 *M. Millea*，利用未来宇宙微波背景数据推断引力透镜效应与斑块状再电离，《物理评论*D*》*107*（*2023*年） 043521 [2210。10893]。[31] *M. Doohan*、*M. Millea*、*S. Raghunathan*、*F. Ge*、*L. Knox*、*K. Prabhu* 等，量化非高斯前景对宇宙微波背景透镜效应和温度功率谱最优重建造成的偏差，《宇宙学与天体粒子物理学杂志》*09*（*2025*年） 048 [2502。20801]。[32] *F. Ge*、*M. Millea*、*E. Camphuis*、*C. Daley*、*N. Huang*、*Y. Omori* 等，利用*2019–2020*年*SPT-3G*偏振数据从宇宙微波背景透镜效应和去透镜化*EE*功率谱研究宇宙学，《物理评论*D*》*111*（*2025*年） 083534 [2411。06000]。[33] *O. Darwish*，从宇宙微波背景观测进行最优联合重建：宇宙双折射、斑块状再电离和宇宙微波背景透镜效应的应用，《物理评论*D*》*112*（*2025*年）*023514*[2503。03682]。[34] *S. Belkner* 和 *J. Carron*，利用联合重建对宇宙双折射进行去透镜化，*arXiv* 电子预印本（*2026*年）*arXiv:2611.*03761 [2611。03761]。[35] *S. Das*、*B. D. Sherwin*、*P. Aguirre*、*J. W. Appel*、*J. R. Bond*、*C. S. Carvalho* 等，阿塔卡马宇宙学望远镜对宇宙微波背景透镜功率谱的探测，《物理评论快报》*107*（*2011*年） 021301 [1103。2124]。[36] Planck 合作组，普朗克*2018*年结果。*VIII.* 引力透镜，《天文学与天体物理学》*641*（*2020*年）*A*8 [1807。06210]。[37] ACT合作组，阿塔卡马宇宙学望远镜：*DR6*引力透镜图与宇宙学参数，《天体物理学杂志》*962*（*2024*年） 113 [2304。05203]。[38] *W. Hu*，宇宙微波背景的弱引力透镜：调和分析方法，《物理评论*D*》*62*（*2000*年）*043007*[*astro-ph*/0001303]。[39] 。108 [1403*T. Namikawa*，来自宇宙微波背景弱引力透镜效应的宇宙学，物理学进展*2014*（*2014*年）*06B*108 [1403。3569]。[40] *M. Kamionkowski*、*A. Kosowsky* 和 *A. Stebbins*，宇宙微波背景偏振的统计，《物理评论*D*》*55*（*1997*年） 7368 [*astro-ph*/9611125]。[41] 。 1830 [*M. Zaldarriaga* 和 *U. Seljak*，微波背景偏振的全天分析，《物理评论*D*》*55*（*1997*年） 1830 [*astro-ph*/9609170]。[42] SPTpol。[1307合作组，利用南极望远镜数据探测宇宙微波背景中的*B*模偏振，《物理评论快报》*111*（*2013*年）*141301*[1307。5830]。[43] POLARBEAR合作组，利用*POLARBEAR*在亚度尺度上测量宇宙微波背景*B*模偏振功率谱，《天体物理学杂志》*794*（*2014*年） 171 [1403。2369]。[44] *D. Harari* 和 *P. Sikivie*，南部-戈德斯通玻色子对射电星系和宇宙微波背景偏振的影响，*Phys. Lett. B 289*（*1992*年）*67*。[45] *E. Komatsu*，来自宇宙微波背景偏振光的新物理，《自然·物理评论》*4*（*2022*年） 452 [2202。13919]。[46] *R. R. Caldwell*、*V. Gluscevic* 和 *M. Kamionkowski*，宇宙学双折射与宇宙微波背景温度的互相关，《物理评论*D*》*84*（*2011*年） 043504 [1104。1634]。

[47] *A. Coerver*、*M. Rahimi*、*D. Anbajagane*、*E. Anderes*、*A. J. Anderson*、*B. Ansarinejad* 等，《利用 *SPT-3G* 搜寻各向异性宇宙双折射》，*arXiv* 电子预印本（*2026*年）*arXiv:2611.18876* [2611.18876].[48] *P. A. R. Ade*、*Z. Ahmed*、*M. Amiri*、*D. Barkats*、*R. B. Thakur*、*C. A. Bischoff* 等，*BICEP/Keck. XVII.* 视线畸变分析：引力透镜效应、各向异性宇宙双折射、斑块状再电离及系统误差的估计，《天体物理学杂志》*949*（*2023*年） 43 [2210.08038].[49] *A. Lewis*、*A. Challinor* 和 *A. Lasenby*，《封闭弗里德曼-罗伯逊-沃克模型中宇宙微波背景各向异性的高效计算》，《天体物理学杂志》*538*（*2000*年） 473 [*astro-ph/*9911177].[50] CMB-S4 *collaboration*，《*CMB-S4* 科学手册》，第一版，*1610.02743*.[51] *K. Prabhu*、*S. Raghunathan*、*M. Millea*、*G. P. Lynch*、*P. A. R. Ade*、*E. Anderes* 等，《利用 *SPT-3G* 即将开展的宇宙微波背景观测检验 Λ*CDM* 宇宙学模型》，《天体物理学杂志》*973*（*2024*年） 4 [2403.17925].[52] *W. W. Yin*、*L. Dai* 和 *S. Ferraro*，《通过重建宇宙微波背景的偏振旋转探测宇宙弦》，《宇宙学与天体粒子物理学杂志》*06*（*2022*年） 033 [2111.12741].[53] *D. Hanson*、*A. Challinor*、*G. Efstathiou* 和 *P. Bielewicz*，《宇宙微波背景温度透镜功率重建》，《物理评论*D*》*83*（*2011*年） 043005 [1008.4403].[54] *T. Namikawa*、*D. Hanson* 和 *R. Takahashi*，《偏差硬化的宇宙微波背景透镜》，《皇家天文学会月刊》*431*（*2013*年） 609 [1209.0091].[55] *K. Abazajian*、*G. Addison*、*P. Adshead*、*Z. Ahmed*、*S. W. Allen*、*D. Alonso* 等，《*CMB-S4* 科学论证、参考设计与项目计划》，*arXiv* 电子预印本（*2019*年）*arXiv:1907.04473*[1907.04473].[56] *A. J. Anderson*、*P. Barry*、*A. N. Bender*、*B. A. Benson*、*L. E. Bleem*、*J. E. Carlstrom* 等，《*SPT-3G+*：利用动能电感探测器绘制高频宇宙微波背景》，载于《第十一届天文学毫米波、亚毫米波及远红外探测器与仪器》，*J. Zmuidzinas* 和 *J.-R. Gao* 编，第 *12190* 卷，国际光学工程学会（*SPIE*）会议系列，第 *1219003* 页，*2022*年*8*月，*DOI*[2208.08559]。