天文学与天体物理学稿件编号 aa60535-26
2026年11月25日
©ESO 2026

arXiv:2611.32298v1 [astro-ph.EP] 24 Nov 2026

K开普勒-404：一对近共振亚海王星

利用新型探测方法 RIVERS.radon 重新解读假阳性信号

Yannick E yholzer[1], Marylyn Rosenqvist[1] ,Adrien Leleu[1],Vitaliy Kinakh[2] 和 Slava Voloshynovskiy 2

[1] 日内瓦天文台，日内瓦大学，Chemin Pegasi 51，1290Versoix，瑞士[2] Battelle 校区，日内瓦大学，Route de Drize 7，1227 Carouge，瑞士

接收日期? / 接受日期?

摘要

根据当前对行星形成与演化的认识，（近）共振系统在自然界中应当普遍存在。然而，周期比接近整比关系的行星对却很少被观测到。在本文中，我们讨论由凌星时间变分（凌星时间变分）引起的观测偏差如何影响凌星巡天中低信噪比（信噪比）行星的探测，从而导致此类系统代表性不足。我们提出了一种替代探测方法 RIVERS.radon，它不依赖凌日信号的精确周期解，因此克服了凌星时间变分对行星可探测性的影响。该方法利用光变曲线的二维表示，并通过二维互相关，使用一组局部周期解近似凌星。我们展示了 RIVERS.radon 在近共振系统 Kepler-404 中的应用，证明假阳性候选体 KOI-2768.03 的信号属于行星 Kepler-404b，且该行星与其伴星 Kepler-404c 处于接近 5:4共振的状态，分别产生振幅为 117.64 分钟和 110.09 分钟的凌星时间变分。通过光动力学拟合，我们得到了一对大小相近的行星，其半径分别为 $1.68^{+0.09}_{-0.09}$ 和 $1.69^{+0.10}_{-0.10}$ $R_\oplus$，质量分别为 $1.91^{+0.41}_{-0.33}$ 和 $2.34^{+0.47}_{-0.40}$ $M_\oplus$。我们发现，这些行星表现出典型的（近）共振特征：其密度低于系外行星的主体群体，且轨道几乎共面。有趣的是，研究发现这些行星位于共振之外，但距离哈密顿量（$X_{\rm res}$, δ）平面的平衡点仍有显著距离；这与后盘不稳定性相一致，但与观测到的共面性存在一定矛盾。

关键词。行星与卫星：探测 – 行星与卫星：动力学演化和稳定性 – 行星与卫星：基本参数 – 方法：数据分析 – 技术：光度测量 – 恒星：个体：Kepler-404

1. 引言

迄今为止，凌日法已被证明是发现系外行星最成功的方法。通过持续监测恒星通量随时间的变化，可以探测到恒星亮度的周期性下降，这表明有行星沿着观测者的视线方向从恒星前方经过。当这些流量下降由行星造成时，便可估算行星相对于宿主恒星的大小。由于行星遵循开普勒轨道，连续两次凌日事件之间的时间间隔恒定，可以通过测量该间隔推断轨道周期。

当单次凌日信号相对于噪声过于微弱，即信噪比（S/N）过低时，可以利用信号的周期性显著提高信噪比。这种方法的一个著名例子是箱式最小二乘法（BLS）算法（Kovács 等（2002）），该算法通过在一组试探周期、历元和持续时间上折叠光变曲线，并有效叠加所有凌星来识别周期性信号，从而提高对低信噪比单次凌日事件的探测能力。

然而，在多行星系统中，行星之间的相互引力作用会引发摄动，因此严格遵循开普勒轨道的假设不再成立（Agol 等（2005））。这些摄动的大小取决于行星质量和系统构型；在（近）共振系统中，摄动效应会随时间累积，因而显著增强（Lithwick 等（2012）；Nesvorný 与 Vokrouhlický（2016）；Deck 与 Agol（2016））。这会导致轨道呈现准周期性，偏离开普勒周期性。从观测角度看，这些偏差表现为凌日时序变分（TTVs）。

依赖于在固定周期上折叠光变曲线的标准算法，在应用于表现出凌星时间变分的系统时存在根本性局限，并且往往会引入偏差。这可能导致凌日信号被涂抹（García-Melendo 与 López-Morales（2011）），从而无法准确确定行星参数；在其他情况下，还可能完全探测不到行星信号，或将该信号误判为假阳性（Leleu 等，2021、2022）。Kane等人（2019）在其研究中讨论了，开普勒数据集中小半径

且具有较大凌星时间变分的行星数量偏少，与一种观测偏差相一致。当凌星时间变分的非周期性与观测基线的时间尺度相当或更短，且其振幅与凌日持续时间相当或更大时，预计展宽效应最为显著。因此，在凌日巡天中，对于较小的（近）共振行星，这种效应尤其强烈，因为这些行星的凌星信号过于微弱，无法被单独探测，进而可能造成观测不完备性。

这尤其令人担忧，因为共振系统具有重要的科学研究价值。理论模型和模拟表明，在行星系统形成过程中，共振链捕获是一种常见现象（Lee & Peale 2002；Terquem & Papaloizou 2007）。从观测角度看，我们发现行星对在一阶平均运动共振（MMR）附近存在聚集现象，但恰好处于共振状态的系统较为少见（Fabryckyetal. 2014）。

链中的不稳定性可能打破系统的共振状态（Mills 等，2016；Izidoroetal. 2017），并可解释为何当前观测到的系外行星系统总体中，这些共振系统的代表性不足。然而，观测效应也可能发挥重要作用。

共振系统能够为行星系统的形成与演化历史提供独特见解，从而对当前模型施加更严格的约束。探测具有凌星时间变分的行星，可以识别这些系统并提高其代表性。此外，由于行星之间的引力相互作用被编码在凌星时间变分中，因此在某些情况下可以反演相互作用行星的质量。事实证明，这一方法极为强大，因为仅凭单一方法就能完整表征行星的质量和半径，进而得到其密度；而在通常情况下，要实现这一点则需要结合使用多种技术。此外，一颗相互作用行星对另一颗凌星行星产生的动力学特征，使我们能够推断前者的存在，即使其轨道几何形状导致它无法发生凌星。凌星时间变分确实是信息的另一丰富来源。

为应对这些挑战、充分利用当前的仪器和可用数据（开普勒、TESS），并为即将到来的机遇（例如 PLATO）做好准备，开发能够放宽周期性凌星这一严格假设的探测方法十分重要，以减轻将周期折叠应用于共振系统时产生的系统偏差。为此，已经开发出多种方法和算法（Carter & Agol 2013；Leleu 等，2021、2022）。这些方法单独使用或结合使用，能够提高对动力学活跃行星的探测灵敏度，实现对行星系统的精确表征，并通过对凌星时间变分的初始测量开展详细的动力学研究。

本文在第2节介绍河流图，并在第3节描述如何利用一种新颖的方法对其加以应用。随后，本文在第4节展示了将该方法应用于真实系统 Kepler-404 的案例。最后，本文对该系统进行了光动力学分析，并对其进行了介绍和讨论。

2. 河流图：表示形式的变化

如第1节所述，低信噪比凌日检测的标准方法依赖于凌星的假定周期性。这些方法通常通过拟合周期模型来实现，或者等价地，在选定的周期上折叠光变曲线，并拟合单个凌日模型。对于简单的箱形凌日而言，这种方法非常高效，因为模型被简化为4个参数，即凌日的周期、历元、持续时间和深度。对于更复杂的凌日模型，参数数量会增加，但对信号周期性的假设仍然存在。在假设凌日信号呈箱形、具有均匀散布和不相关噪声的条件下，单个凌日事件的信噪比可估计为

$$S/N_i = \sqrt{N_p}\frac{D}{\sigma} \tag{1}$$

其中，N_P 为凌星中的数据点数量，D 为凌星深度，σ 为光变曲线的标准差。以精确周期折叠光变曲线，可有效增加相空间中的凌星数据点数量，从而提高信噪比。若光变曲线中存在N_t 次凌日事件，新的信噪比可估算为

$$S/N_{\rm fold} = \sqrt{N_t N_p}\frac{D}{\sigma} = \sqrt{N_t}S/N_i \tag{2}$$

这在观测的采样间隔精度范围内的周期性凌星情形下成立，因为以正确周期折叠时，每次凌星都能与其他凌星完美对齐。

然而，在准周期情形下，公式 2 不再成立。实际上，不存在一个能够表示所有凌星之间时间间隔的单一周期，因此凌星无法完美对齐，如图1上半部分所示。因此，以任意周期折叠光变曲线都会在相位折叠光变曲线中产生涂抹效应，如图1下半部分所示。由此得到的“凌星”更浅且更宽（García-Melendo & López-Morales2011）。如果观测时间涵盖了摄动的完整周期，则此时降低后的信噪比可以近似表示为（Leleu 等，2021）：

$$S/N_{\rm TTV} = \frac{1}{1+T_{\rm dur}/\sigma_{\rm TTV}}S/N_{\rm fold} \tag{3}$$

其中$T_{\rm dur}$ 表示凌星的持续时间，$\sigma_{\rm TTV}$ 表示凌星时间变分的振幅。这表明，在存在凌星时间变分时，使用相位折叠光变曲线并不高效，因为由此产生的涂抹会导致对信号的错误表征，或使信号无法被探测到；此外，还会抹去行星相互作用的动力学特征，而这些特征本可以加以利用。

这种表示方式的改变利用了凌星时间变分相较于轨道周期较小这一事实：可以找到一个平均周期 $P_{\rm mean}$，并从凌星时刻中减去它，从而只保留扰动分量。如图1上部所示，将光变曲线表示为二维形式，并采用接近 $P_{\rm mean}$ 的折叠周期，凌星便会在垂直方向上对齐，如图2所示。右侧表示与左侧是同一幅图像，只是流量以像素强度表示。这种表示方式称为河流图（Carter等人，2012）。如果河流图采用接近 $P_{\rm mean}$ 的周期生成，每次凌星都会处于同一相位，且相邻行之间的距离足够近，因此会在图像中呈现为垂直特征。识别这些凌日轨迹，相当于提取各次凌星的时刻。

3. RIVERS.radon

RIVERS.radon 是一种受通用 Radon变换启发的方法（Radon 1986）。原始 Radon变换通过沿着贯穿整幅图像的直线对图像强度进行积分来运作，并以角度 θ 和偏移量 ρ为参数，将图像映射到 (ρ,θ) 特征空间。该变换能够提取图像中的直线特征，尤其适用于对含噪图像进行特征提取（例如 Nir等人 2018）。Copeland等人（1994）讨论了如何使用该方法检测显著短于图像尺寸的特征，或虽横跨整幅图像但具有一定曲率的特征，这些特征可能难以检测。此外，全局投影会抹去局部信息，例如投影线上的特征边缘。最后，高噪声水平的图像会加剧这些问题。因此，他们对 Radon变换进行了改进，使其能够检测图像中的局部特征：通过限制投影长度，并在变换中加入一个新参数，以保留特征在图像中的位置信息。

本研究介绍了一种局部化 Radon 变换的实现方法，用于处理河流图，以识别凌日轨迹并提取各次凌星时刻。凌星

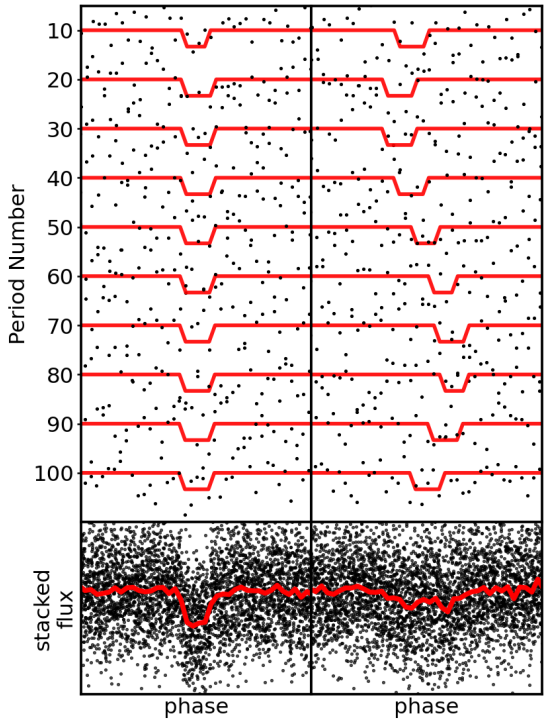

图 1. 左侧为周期情形、右侧为准周期情形的叠加凌日图。底部图中显示了对应的相位折叠光变曲线，红色部分为分箱数据。准周期情形清楚地显示出展宽效应。

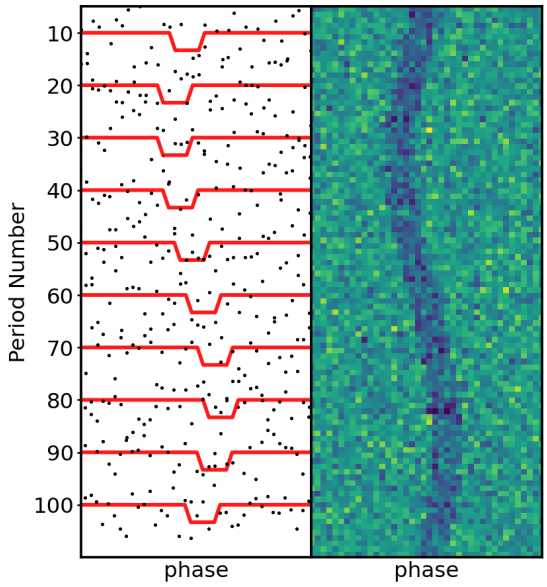

图 2. 光变曲线的叠加相位及对应的河流图。河流图示例中的信噪比经过提高，以突出凌星轨迹。

轨迹会沿垂直轴贯穿整个河流图，前提是图像是在接近行星周期的周期下生成的。然而，凌星时间变分会使凌星轨迹产生曲率，因此需要采用局部化方法，因为这些特征实际上并非直线，但仍可在局部用一组较短的线段很好地近似。换句话说，我们假设可以用周期解对连续的凌星时刻进行建模。RIVERS.radon 方法依赖一组长度和宽度固定的短定向线核 {开尔文$^{\ell}$}。局部投影通过将核与河流图进行互相关，测量图像强度沿给定方向的线段上的变化。较高的相关响应表明，河流图中特定位置上沿特定方向的线与某个特征相匹配，该特征可能是凌日轨迹。该方法的简要概述见算法 1，更详细的说明见以下各小节。

该算法已公开提供[1]。

算法 1 对 RIVERS.radon 河流图 $I \in \mathbb{R}^{H\times W}$，由折叠周期 P_{mean} 下去趋势、归一化后的光变曲线生成；核长度和宽度；方向数量 L 和角度范围$\pm\theta_{\max}$；膨胀窗口 d；腐蚀窗口 e（其中 d $<$ e）；目标信噪比 S/N_{target}。 1：构建定向二值线核 $\{K^{(\ell)}\}_{\ell=1}^{L}$。 2：使用螺旋（相位环绕）边界条件填充 I（式 6）。 3：对于每个方向 l $= 1, \ldots\ldots, L$，执行： 4：计算局部相关性 $C^{(\ell)} = \tilde{I} \star K^{(\ell)}$，并求平均值 $A^{(\ell)} = C^{(\ell)}/n_{\ell}$。 5：估计局部深度 $T^{(\ell)} = 1 - A^{(\ell)}$。 6：根据 S/N_{target}（式 14），使用 τ_{ℓ} 进行阈值处理，生成二值图 $B^{(\ell)}$ 。 7：进行形态学清理：先膨胀（d），再腐蚀（e）$\rightarrow E^{(\ell)}$，对每个输入使用螺旋填充。 8：结束循环。 9：重建置信度图 $R = \sum_{\ell=1}^{L}(\tilde{E}^{(\ell)} \star K^{(\ell)})$。 10：将 R 转换为置信度时间序列，并提取凌星时间序列 $\{t_i\}_{i=1}^{M}$ （附录）。

3.1. 问题表述

设由去趋势化并归一化的光变曲线生成的河流图表示为二维图像 $I \in \mathbb{R}^{H\times W}$，其中$H$ 为周期数（行数），而W 为相位箱数（列数）。每个像素$I(p,q)$对应于周期索引p和相位箱索引q处的观测通量。

在这种表示中，当河流图的折叠周期与行星的周期足够接近时，行星的连续凌星会形成一条近似相干的轨迹，即跨越各行、由强度低于平均值的一系列像素构成的轨迹。在存在凌星时间变分（TTVs）的情况下，这条轨迹通常并非完全笔直，但在局部仍可由较短的线段很好地近似。

因此，该方法的目标是检测图像中的凌星轨迹，并将其转换为一系列估计的单次凌星时刻。

为此，我们引入一族有向二值核：

$$K^{(\ell)} \in \{0,1\}^{M\times N}, \quad \ell = 1, \ldots, L, \tag{4}$$

其中每个核都对应一条具有固定长度和宽度、且方向给定的线段，如图 3 所示。较长的线段核能够更有效地从环境噪声中提取信号。然而，它们对凌星轨迹因凌星时间变分而产生的局部变化不够敏感。另一方面，非常短的线段能够精确捕捉特征的变化，但也更容易受到假阳性的影响

[1] https://github.com/yannholzer/RIVERS.radon.git

这些假阳性是由河流图中的局部变化造成的。核宽度应根据生成河流图时使用的分箱与预期凌日持续时间之比进行调整。如果预计凌日轨迹会跨越河流图中的多个像素，可以增大核宽度，以增强互相关响应。否则，核宽度应保持最小，以免将凌星像素与噪声混合，从而降低响应。方向数量应足以均匀覆盖所选角度范围。最后，角度范围应根据凌星轨迹预期的最大方向进行调整；这首先取决于河流图折叠周期相对于行星实际周期的精度，也取决于凌星轨迹预期的凌日时刻变化振幅。

Let

$$n_\ell = \sum_{u=0}^{M-1}\sum_{v=0}^{N-1} K^{(\ell)}(u,v) \tag{5}$$

设核 $K^{(\ell)}$ 中活跃元素的数量。构造一组核，使其包含一系列相对于垂直轴呈选定角度正负倾斜的线。核的构造具有垂直对称性。线宽可以改变，但也要求在水平方向上对称。

因此，核的尺寸始终为奇数。这是一个重要条件，因为此方法使用的多个运算不会保持图像尺寸不变。例如，互相关运算的输出尺寸为：

$$H' = \left\lceil \frac{H + 2P_H - M}{S} \right\rceil + 1$$
$$W' = \left\lceil \frac{W + 2P_W - N}{S} \right\rceil + 1$$

其中，P 是图像各维度的填充，S 是互相关核的步幅，而(M,N)是核的尺寸。对于$S = 1$，我们可以看到，$H' = H$ 且$W' = W$，如果

$$P_H = \lfloor M/2 \rfloor$$
$$P_W = \lfloor N/2 \rfloor$$

其中，$\lfloor .. \rfloor$ 表示向下取整运算。上面的等式仅在M、N 为奇数时成立。我们将填充函数定义为 Pad:$\mathbb{R}^{H\times W} \to \mathbb{R}^{(H+2\lfloor h/2 \rfloor)\times(W+2\lfloor w/2 \rfloor)}$，使得：

$$\mathrm{Pad}(I,\, h,\, w,\, c)(p,q) = \begin{cases} I(p', q' \bmod W) & \text{if } p' \in [0, H) \\ c & \text{otherwise} \end{cases} \tag{6}$$

其中

$$p' = p - \lfloor h/2 \rfloor + \lfloor q'/W \rfloor, \quad q' = q - \lfloor w/2 \rfloor$$

这种构造形成了螺旋拓扑，确保凌星轨迹跨越相位边界时保持连续。事实上，信号若从河流图右侧越界，就会从下一行重新开始。反过来，从左侧开始的信号则来自上一行。因此，螺旋填充确保这一逻辑得以遵循，并使图像边缘上的特征仍能产生较强的交叉相关响应。相比之下，常数填充确保图像范围之外的响应保持最小。实际应用中，使用连续值 $c = 1$ 进行填充，会使估计深度（公式 10）在这些区域趋于零。填充函数会保留图像尺寸。

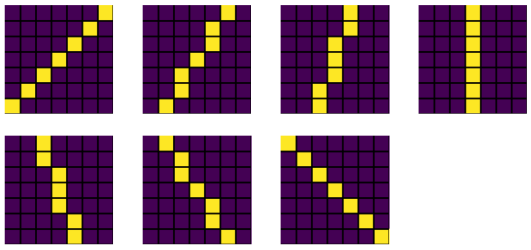

图 3. RIVERS.radon 使用的一组核示例。

3.2. 局部拉东变换

对于每个核 开尔文$^{(\ell)}$，我们在填充后的河流图上计算局部相关响应。我们将离散相关运算定义为：

$$(f \star g)(p,q) = \sum_{u=0}^{M-1}\sum_{v=0}^{N-1} f(p+u, q+v) g(u,v) \tag{7}$$

根据此定义，响应图表示为

$$C^{(\ell)}(p,q) = (\widetilde{I} \star K^{(\ell)})(p,q) \tag{8}$$

其中 $\widetilde{I} = \mathrm{Pad}(I, M, N, 1)$。该量对河流图 I 中与方向为 l、中心位于 (p,q) 的核位置相匹配的像素求和，也就是对光变曲线的流量求和。为得到平均流量，我们将其除以核中激活元素的数量：

$$A^{(\ell)}(p,q) = \frac{C^{(\ell)}(p,q)}{n_\ell}. \tag{9}$$

由于凌星对应于流量的下降，凌星轨迹在图像中表现为低于平均水平的结构。因此，我们可以通过计算与平均值的差来估计局部深度

$$\mathcal{T}^{(\ell)}(p,q) = 1 - A^{(\ell)}(p,q), \tag{10}$$

假设河流图由归一化流量创建。汇集所有方向后可得到一个由估计深度组成的立方体。

$$\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{L\times H\times W}. \tag{11}$$

3.3. 阈值化

检测分数经过阈值化后得到二值检测结果：

$$B^{(\ell)}(p,q) = \begin{cases} 1, & \mathcal{T}^{(\ell)}(p,q) \geq \tau_\ell, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \tag{12}$$

其中，τ_ℓ 是目标深度。由于使用目标信噪比更直观，我们可以根据选定的信噪比target估计 τ_ℓ。回顾公式 2，我们可以分离出预期的凌星深度：

$$\mathrm{S/N_{target}} = \frac{\tau_\ell}{\sigma_I}\sqrt{n_\ell} \tag{13}$$

$$\Rightarrow \tau_\ell = \frac{\mathrm{S/N_{target}}\sigma_I}{\sqrt{n_\ell}} \tag{14}$$

其中 σ_I 是河流图 I 的标准差。目标信噪比是针对假定数量的凌星点计算的，该数量由特定方向的核中激活像素 n_ℓ 的数量给出。它可以理解为目标平均交叉相关响应阈值，并以输入图像的标准差进行归一化。因此，较小的核将具有更高的

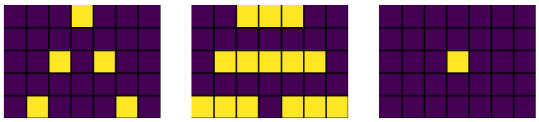

图 4。 清理操作示例。左： 初始状态。中： 执行膨胀操作后，其中 $d = 1$。右： 执行腐蚀操作后，其中 $e = 2$。

假阳性率，因为与噪声相比，图像中较少的像素更有可能产生通过阈值的平均交叉相关响应。相比之下，较大的核具有更低的假阳性率，但代价是对信号曲率的灵敏度降低。

3.4. 形态学清理

二值图 $\{B^{(\ell)}\}_{\ell=1}^{L}$ 中可能仍包含由局部波动或不完美对齐引起的孤立激活。为提高空间连贯性，我们在每个方向通道上分别应用一个简单的形态学清理步骤。

首先，我们定义填充二值图 $\{D^{(\ell)}\}_{\ell=1}^{L}$ 的膨胀图。对于选定的膨胀窗口d，每个二值图都通过 $\widetilde{B}^{(\ell)} = \mathrm{Pad}(B^{(\ell)}, 0{,}2d, 0)$ 进行填充，膨胀图的元素定义为以下操作

$$D^{(\ell)}(p,q) = \max_{s\in[-d,d]} \widetilde{B}^{(\ell)}(p, q+s) \tag{15}$$

当窗口中任意元素为非零时，该操作返回 1，从而有效地沿相位方向连接 $\{B^{(\ell)}\}_{\ell=1}^{L}$ 中彼此邻近的元素，并补偿较小的离散化误差或轨迹的局部中断。

其次，我们定义填充膨胀图 $\{\widetilde{D}^{(\ell)}\}_{\ell=1}^{L}$的腐蚀图。对于选定的腐蚀窗口 e，每个膨胀图都通过 $\widetilde{D}^{(\ell)} = \mathrm{Pad}(D^{(\ell)}, 0{,}2e, 0)$ 进行填充，腐蚀图的元素计算如下

$$E^{(\ell)}(p,q) = \min_{s\in[-e,e]} \widetilde{D}^{(\ell)}(p, q+s) \tag{16}$$

只有当水平窗口中的所有像素都被激活时才返回 1，从而有效保留二值图中完全激活的局部区域，并丢弃其他区域。形态学清理的一个简单示例见图4。当$d < e$时，清理效果良好。

3.5. 重建

清理后的填充二值探测结果 $\{\widetilde{E}^{(\ell)}\}_{\ell=1}^{L}$，其元素按 $\widetilde{E}^{(\ell)} = \mathrm{Pad}(E^{(\ell)}, M, N, 0)$ 的方式创建，然后被投影回图像空间。具体做法是，将每个二值图与其对应的核进行互相关，并对各个方向求和

$$R(p,q) = \sum_{\ell=1}^{L} (\widetilde{E}^{(\ell)} \star K^{(\ell)})(p,q). \tag{17}$$

重建图像$R \in \mathbb{R}^{H\times W}$ 可解读为置信度图：较大的数值表示这些像素反复得到了多个局部一致的线检测结果的支持。

3.6. 从掩码到凌星时刻

为从置信度图中提取凌星时刻，我们使用输入河流图对应的时间矩阵，并将置信度图转换为置信度时间序列。随后，我们提取一系列估计的凌星时刻。第一个凌星时刻取自置信度最高的像素对应的时间位置。接着，在相邻区间中，取置信度最高的时间作为前一个和下一个凌星时刻；这些区间由折叠周期和选定的容差窗口确定，以考虑凌星时间变分可能造成的偏移。如果找到新的凌星时刻，则据此计算下一个区间；否则，以最后找到的凌星时刻为基准，向前推进一个周期来计算区间。当时间序列的起点和终点均到达时，流程结束。详细说明见附录 A。

需要注意的是，这些时间是近似值，将作为后续光动力学拟合的初始条件。它们没有形式上的不确定度；不过，河流图中使用的分箱大小可以作为沿用的不确定度。

4. 将 RIVERS.radon 应用于 Kepler-404光变曲线

4.1. 系统概述

撰写本文时，Kepler-404 有两颗已确认的凌星行星：Kepler-404b 和 Kepler-404c（Rowe 等，2014）；此外还有一个假阳性 KOI-2768.03，被开普勒流水线标记为“非凌星型”。恒星属性见表 2。

候选体的状态和周期见表1。值得注意的是，Kepler-404b 的周期为 $P_{\rm b} = 11.829851$ 天，与假阳性体的周期 $P_{\rm fp} = 11.83271013$ 天极为接近。此外，考察 Kepler-404b 和 Kepler-404c 的周期比，

$$\frac{P_{\rm c}}{P_{\rm b}} = \frac{14.751166}{11.829851} = 1.2469 \approx \frac{5}{4} = 1.25 \tag{18}$$

可以发现这两颗行星接近 5:4一阶平均运动共振。这些特征表明，或许值得进一步研究这个假阳性体。

表1。Kepler-404系统中的行星候选体 .

Name	状态	周期 [天]
Kepler-404b	已确认	11.829851±0.000209
Kepler-404c	已确认	14.751166±0.000261
KOI-2768.03	假阳性	11.832710±0.000053

注释。状态和轨道周期数据来自 NASA系外行星档案，为撰写本文时检索所得。

4.2. 光变曲线的准备

使用 lightkurve 软件包下载长采样间隔的 PDCSAP 原始时间序列。分别为 Kepler-404b 和 Kepler-404c 创建光变曲线副本。对于每条光变曲线，我们通过推算历表、计算凌星时刻，并移除凌星时刻中心、窗口宽度为凌日持续时间 1.5 倍范围内的

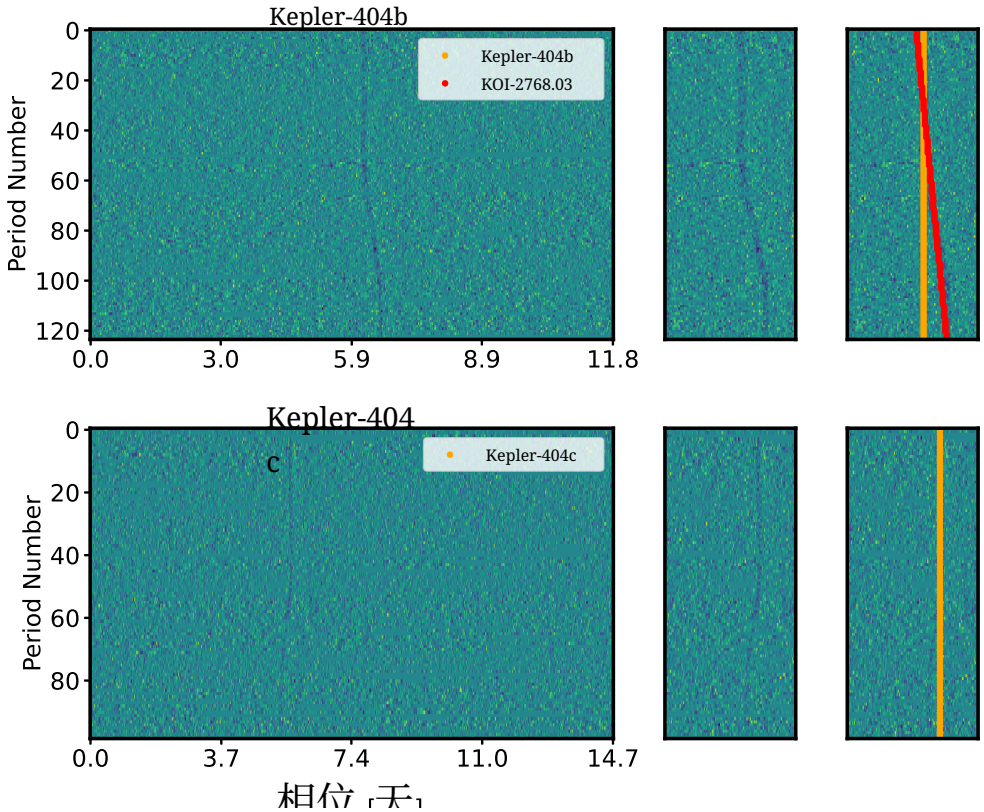

图 5. Kepler-404b 和 Kepler-404c 的河流图，分别按从上到下的顺序显示，采用线性色标。用于生成河流图的周期是档案中对应行星的周期（见表1），分箱大小为 30 分钟。左侧图像为完整的河流图，横轴表示以天为单位的相位，垂直轴表示周期编号。中间面板展示凌星轨迹的放大图，右侧面板则展示相同的放大图，其中橙色表示对应行星的周期解，红色表示假阳性 KOI-2768.03 的星历。

时间序列点，来移除另一颗行星的信号（移除 Kepler-404b 时，还包括 KOI-2768.03 的假阳性信号）。光变曲线的处理分数据块进行。在每个季度观测段中，我们识别出大于 2.5 小时的间隙，并在这些间隙处将季度观测段划分为数据块，从而确保间隙附近的边缘效应对去趋势的影响最小。每个数据块均采用样条方法进行去趋势处理，去趋势时间尺度设为根据相应行星的周期和恒星密度估算的凌日持续时间的 3 倍。这样，时间尺度长于 B样条时间尺度的趋势将被移除，同时保留凌星信号不受影响。去趋势采用迭代过程，将光变曲线中偏离其中位数超过 4 个标准差的潜在离群值进行屏蔽。随后将所有数据块拼接成一条光变曲线。最后，使用每颗行星对应的光变曲线及其在档案中的行星周期，为每颗行星创建河流图。河流图的分箱大小设为 30 分钟，略长于开普勒光变曲线 29.4 分钟的长采样间隔，以确保每个分箱中至少有一个点。河流图中的空像素（由间隙和缺失的季度观测段造成）用 1 填充，以确保较低的互相关响应。

图 5 分别展示了 Kepler-404b 和 Kepler-404c 的河流图。由于凌星的信噪比足够高，两颗行星的凌星轨迹都清晰可见。两个图中都能观察到凌星时间变分，因为凌星轨迹并非直线，而是弯曲的。检查这些图可以发现，假阳性探测实际上属于与 Kepler-404b 相同的行星信号。事实上，由于凌星时间变分，信号的一部分被拟合为属于 Kepler-404b 的周期解，而另一个略有不同的周期则找到了信号的另一部分。最后，凌星轨迹的变化呈反相，这符合处于一阶共振的行星对的预期（Lithwick 等（2012））。

4.3. 应用 *RIVERS.radon*

按照第3节所述流程，我们将图 5 中的河流图输入 RIVERS.radon 方法。为评估凌星时间变分的存在及其形态，我们选取了一组最精简的 RIVERS.radon 参数：线段长度等于河流图高度，宽度为 1 像素，不进行形态学清理（$d = e = 0$），且信噪比$_{\text{target}} = 3$，设置 101 个方向，覆盖 $\pm\frac{\pi}{3}$。该方法的输出已显示出两颗行星的凌星时间变分。随后，将核线宽增加至 3 像素，并加入形态学清理，设置 $d = 1$ 和 $e = 2$ 以减少假阳性；方向范围设为 $\pm\frac{\pi}{4}$，因为凌日时序变化轨迹曲率未超过该值。逐步缩短线段长度并调整信噪比$_{\text{target}}$，以便在视觉上尽可能紧密地约束凌星轨迹，同时避免信号中充斥假阳性。两幅河流图最终采用的参数为：线段长度 25 像素，线宽 3 像素，信噪比$_{\text{target}} = 2$，设置 101 个方向，覆盖 $\pm\frac{\pi}{4}$，膨胀 $d = 1$，腐蚀 $e = 2$。采用最终参数集得到的方法输出见图6。

与档案解的偏差见图 7。

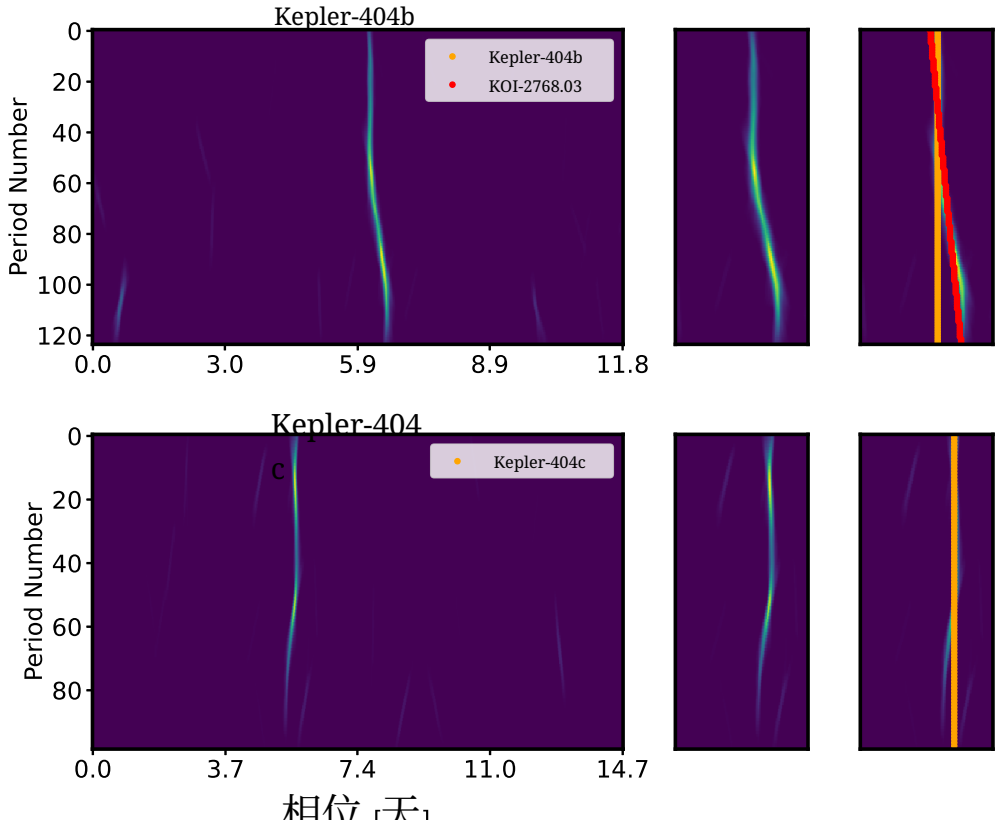

图 6。 使用图 5 中所示的 Kepler-404b 和 Kepler-404c 的河流图，通过 RIVERS.radon 方法得到的输出结果。

表 2。Kepler-404 的恒星属性。

Kepler-404（KIC 9008737）		
参数	数值	Ref
m_{Kep} [mag]	15.228	1
m_V [mag]	15.479 ± 0.126	1
m_J [mag]	13.908 ± 0.027	1
m_H [mag]	13.527 ± 0.032	1
T_{eff} [开尔文]	5326 ± 60	2
[Fe/H] [十进对数单位]	-0.032 ± 0.040	2
$L_\star$ [$L_\odot$]	$0.476^{+0.038}_{-0.036}$	3
$M_\star$ [$M_\odot$]	0.870 ± 0.020	2
$R_\star$ [$R_\odot$]	0.813 ± 0.031	2
$t_\star$ [十亿年]	4 ± 4	2
表面重力加速度 [cm s^{-2}]	$4.554^{+0.022}_{-0.035}$	3
$\rho_\star$ [$\rho_\odot$]	1.617 ± 0.188	2

参考文献。 (1)NASA系外行星档案 (https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu); (2) Eggenberger 等（2008）；(3) Berger 等（2020）。

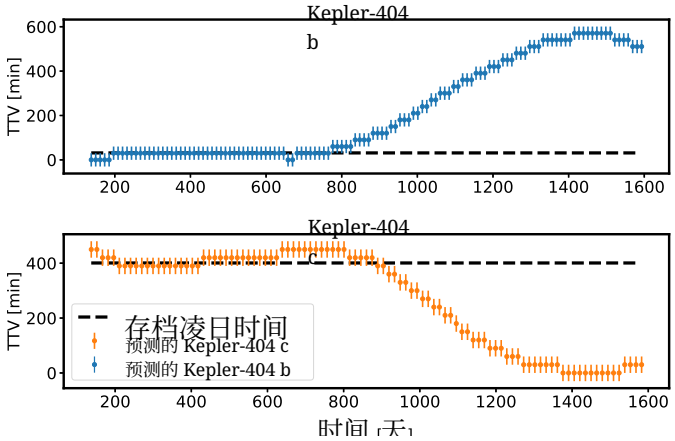

图 7。 Kepler-404b 和 Kepler-404c 的预测凌星时刻与档案中的历表所生成时刻之间的偏差。

5. 行星特性表征

5.1. 拟合过程

行星特性表征分为两个步骤，遵循 Leleu 等（2023）第 2.5 节所述的流程。首先，我们拟合由 RIVERS.radon 方法提取的代理凌星时刻，以获取两颗行星的轨道构型和质量，作为近似初始条件，用于后续的光动力学拟合。两个过程均使用 samsam 算法（参见 Delisle等人，2018 年）[2] 来计算后验分布，并使用 TTVFast（Deck 等人，2014 年）生成给定轨道的凌星时刻

[2] https://gitlab.unige.ch/delisle/samsam

构型。对于光动力学拟合，使用每个采样得到的轨道构型（包括质量）生成光变曲线模型，并将其拟合到 Kepler-404 的原始光变曲线。根据采样构型生成的凌星时刻用于确定模型光变曲线中的凌星中点时刻，并使用 batman 软件包（Kreidberg 2015）在这些位置注入各行星的凌星。在可用时使用短节奏数据；对于长节奏数据，采用 29.42 min 的超采样参数设置。为避免去趋势引入的特征影响拟合，通过对线性参数进行边缘化，使光变曲线模型与原始光变曲线一同进行去趋势（详情见 Leleu 等（2023））[3]。

5.2. 稳健性判据

使用光动力学拟合通过凌星时间变化法表征稳健的质量和偏心率，有时会受到质量—偏心率简并的阻碍，尤其是在接近一阶共振的情况下（Boué 等 2012；Lithwick 等 2012）。这类简并不容易直接察觉，不同的先验可能导致采样看似良好地收敛。这是一个已知问题，Hadden 和 Lithwick（2017）、Leleu 等（2024b）以及 Rosenqvist 等人（准备中）等都曾对此进行研究。可以采用判据来检验拟合的稳健性，即参数后验分布对先验的依赖程度。若采用不同先验得到的后验分布彼此接近，则表明简并可能已得到缓解。本研究拟比较三种不同的先验，即默认值、高偏心率和高质量先验，汇总于表3。高质量先验采用均匀分布来采样较高的质量，而高偏心率先验则对偏心率的先验分布采用同样的思路。默认采样结果将用于后续讨论，其偏心率 β分布由 Kipping（2013）提出。Hadden 和 Lithwick（2017）提出，若高质量先验得到的后验中位数落在采用默认先验得到的后验的 0.16–0.84 分位数范围内，则可认为质量估计稳健。Leleu 等（2023）随后提出了一项判据 $\Delta_M = \max(\Delta_{M_+}, \Delta_{M_-})$，定义如下：

$$\Delta_{M_+} = \frac{m_{\mathrm{high},0} - m_{\mathrm{default},0}}{m_{\mathrm{default},+\sigma} - m_{\mathrm{default},0}}$$

$$\Delta_{M_-} = \frac{m_{\mathrm{default},0} - m_{\mathrm{low},0}}{m_{\mathrm{default},0} - m_{\mathrm{default},-\sigma}}$$

其中，$m_{\mathrm{low},0}$ 和$m_{\mathrm{high},0}$ 分别是默认值后验分布与高质量（或高偏心率）后验分布的中位数之间的最小值和最大值，$m_{\mathrm{default},0}$ 是默认值后验分布的中位数，而$m_{\mathrm{default},\pm\sigma}$ 分别是默认值后验分布的 0.16 和 0.84 分位数。作者提出了一个任意设定的阈值 $\Delta_{M_{\mathrm{degen}}} = 1.3$，低于该阈值的质量被认为约束良好。

5.3. 共振态

在共振第二基本模型的形式体系中（Henrard & Lemaitre 1983年），对于近乎共面且偏心率较低的两个行星组成的系统，当其处于一阶共振时，可以将其哈密顿量化简为一个自由度的

[3] https://www.astro.unige.ch/~delisle/linmarg/doc/

表3。光动力学拟合所用的先验。

先验	Mass	偏心率
默认值	对数均匀分布	β-分布
高偏心率	对数均匀分布	均匀分布
高质量	均匀分布	对数均匀分布

注释。 行星质量和偏心率的先验分布。β分布遵循 Kipping（2013）。

模型。根据 Leleu 等人（2026年）的推导，哈密顿量可写为：

$$H = 2X - \frac{1}{4}\left(X^2 + Y^2 - 3(\delta + 1)\right)^2 \tag{19}$$

对于 $\delta < 0$，系统只有一个平衡点，没有分离曲线。在 $\delta = 0$ 处存在一个分岔，对于 $\delta > 0$，会出现两个彼此分离的平衡点，其中一个位于分离曲线内。在这一形式体系中，当 $\delta > 0$ 且系统位于分离曲线内时，相空间处于共振状态。缓慢演化通常会使系统在形成过程中进入共振，这是由于迁移引发的行星—盘相互作用所致；系统会沿着现有的共振固定点进入分离曲线内，如图9中的黑线所示（Goldberg与Batygin 2023）。Ataiee与Kley（2021）指出，迁移阶段可能发生过稳定性，将系统抛出共振，但这些事件的时间尺度远短于盘寿命，因此经历此类过程的系统很可能最终会重新进入共振。相反，对于 $\delta < 0$，缓慢的耗散机制可能使系统沿着分离曲线上的共振固定点脱离共振。内行星中的潮汐耗散可使系统脱离严格共振（Lithwick与Wu 2012；Batygin与Morbidelli 2012；Delisle等人 2012；Delisle与Laskar 2014）。远离平衡点的系统通常源于形成历史中更强烈的扰动事件。这类事件可能涉及动力学不稳定性和碰撞（Izidoro等人 2017；Goldberg与Batygin 2022），或微行星散射（Chatterjee与Ford 2015）。因此，系统的共振态确实是推断其形成历史信息的便利工具（Leleu等人 2026）。

5.4. *Kepler-404b* 和 *Kepler-404c*

按照第5.1节所述的拟合过程，我们通过光动力学拟合重新获取凌星时刻。图8中的彩色点显示了使用 RIVERS.radon 方法获取的代理计时，其不确定度为从河流图继承的30分钟。黑线表示光动力学计时的中位数，灰色阴影区域表示拟合的 1σ 偏差。图8底部的图显示了两颗行星叠加后的凌星时间变分（TTVs）。两颗行星的 TTVs 明显处于相反相位，振幅分别为 $\mathrm{TTV}_{\mathrm{A,b}} = 117.64$ 分钟和 $\mathrm{TTV}_{\mathrm{A,c}} = 110.09$ 分钟，周期分别为 $\mathrm{TTV}_{\mathrm{P,b}} = 1095.5$ 天和 $\mathrm{TTV}_{\mathrm{P,c}} = 1098.9$ 天，对应 Kepler-404b 和 Kepler-404c。拟合的锯齿形状显示出轻微的切削效应，这是由行星合相造成的。这种效应有助于更好地约束行星质量。然而，在本例中，尚不清楚这里的切削效应是由数据约束的，还是源于建模。

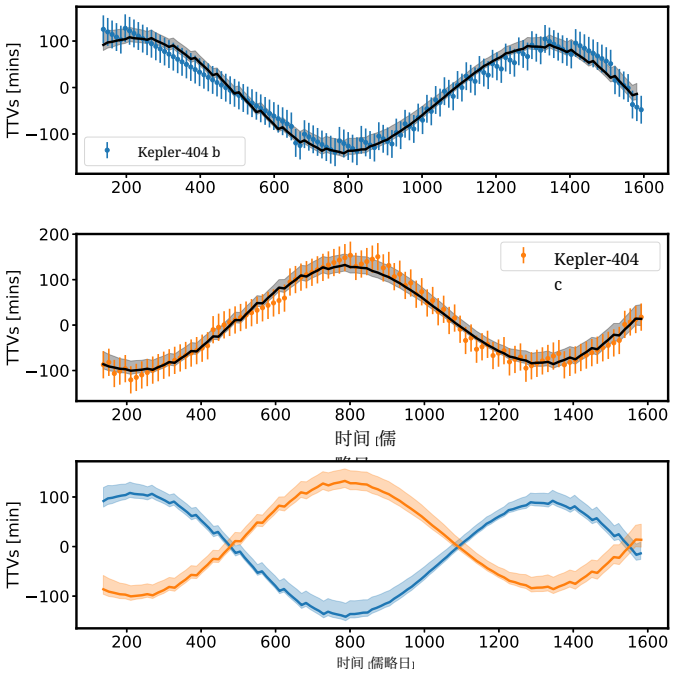

图 8。 RIVERS.radon 代理凌星时刻的 O-C图（彩色）以及相应的光动力学拟合时刻（黑色和灰色），分别展示开普勒-404b 和开普勒-404c 的结果。底部图中叠加显示了两组拟合结果，清晰展示了两颗行星凌星时间变分的相位相反。

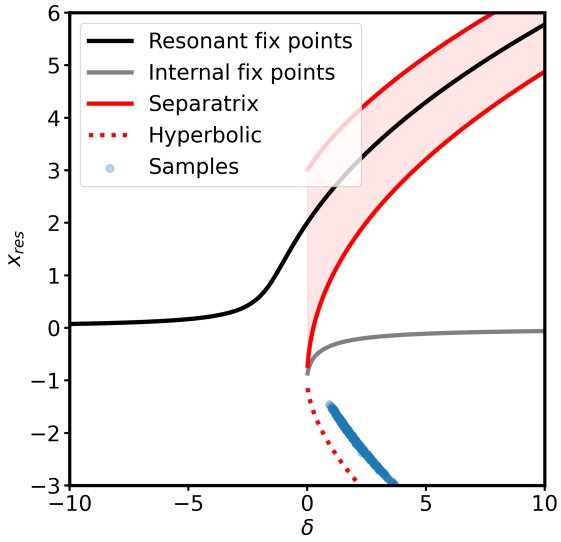

图 9。 哈密顿量（公式 19）的（X_{res}，δ）平面局部区域，其中显示了分离曲线、平衡点以及开普勒-404b 和开普勒-404c 行星对的后验分布位置。

表 B.1 显示了光动力学拟合样本的中位数和 1σ结果，每一列对应第5.2节所述的一种先验。图10显示了不同先验下各行星质量的后验分布。默认值先验和高偏心率先验彼此吻合，而高质量先验则如预期般给出更高的质量。根据第5.2节所述的稳健性判据，我们计算了两种先验下两颗行星的 Δ_M，得到

$\Delta_{M_b} = 0.08$ 和 $\Delta_{M_c} = 0.07$（高偏心率先验），以及$\Delta_{M_b} = 0.45$ 和 $\Delta_{M_c} = 0.56$（高质量先验）。由于两种先验下的所有数值均低于 $\Delta_M = 1.3$ 的阈值，我们得出结论：质量对于质量—偏心率简并是稳健的。

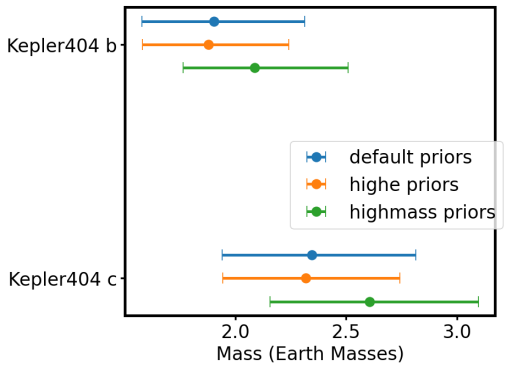

图 10。 不同先验下每颗行星质量后验分布的中位数和 1σ 分位数。

光动力学拟合分别对开普勒-404b和开普勒-404c收敛于一对可比行星，其质量相近，分别为 $1.91^{+0.41}_{-0.33}$ 和 $2.34^{+0.47}_{-0.40}$ $M_\oplus$，半径也非常相近，分别为 $1.68^{+0.09}_{-0.09}$ 和 $1.69^{+0.10}_{-0.10}$ $R_\oplus$。这些质量和半径上的相似性表明，该系统具有一种被称为“豌豆荚中的豌豆”的架构（Weiss et al. 2018），即同一系统内的行星在质量和半径上相似，并且通常在空间上较为紧凑。在近共振系统中，这种构型甚至更加显著（Goyal et al. 2023）。

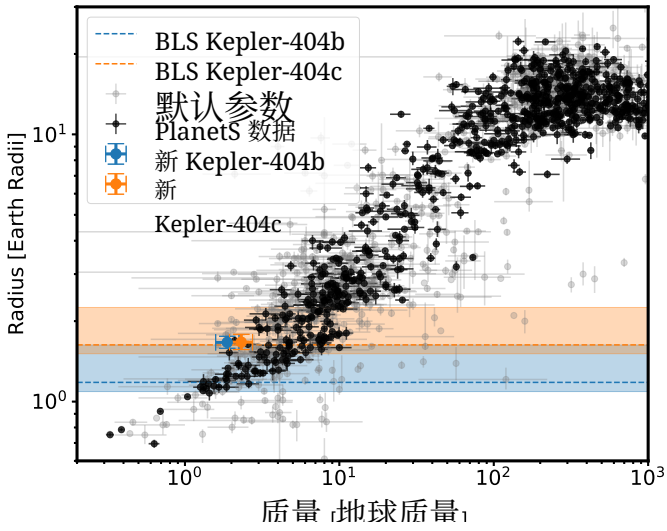

图 11。 撰写本文时已知系外行星的质量—半径图。灰色点来自NASA系外行星档案，黑色点来自PlanetS目录，彩色区域和点则展示了Kepler-404系统中这对行星的档案数据和最新表征结果。

图11展示了目前已知系外行星群体的质量-半径图。灰色数据点取自NASA系外行星档案，黑色数据点取自PlanetS目录（Parc等，2024）。档案解中的先前半径及其不确定性以彩色区域表示，而拟合得到的质量和半径则以彩色散点表示。Kepler-404b和Kepler-404c都位于主体群体的上缘，表明这些行星

的密度似乎低于同类行星。这与Leleu等人（2024a）的研究一致；该研究表明，由于形成途径和演化历史不同，共振系统的统计密度往往低于非共振系统。

瞬时周期分别为 P = 11 = 14 .$83707^{+0.00046}_{-0\,00058}$.天和 P .$74291^{+0.00069}_{-0\,00068}$.天。我们可以使用 TTVFast（Deck 等人，2014 年）将每个样本向前积分 20000 天，从给定的样本配置中获得预期的凌星时刻，再用线性星历拟合这些凌星时刻并测量斜率，以此估计每颗行星的平均周期。对于 Kepler-404b，我们得到 $P_{\rm mean}$ = $11.83243^{+0.000083}_{-0\,000093}$.天；对于 Kepler-404c，则得到 $P_{\rm mean}$ = $14.74791^{+0.00013}_{-0\,00012}$.天。平均周期之比为 $P_{\rm r}$ = $1.24639^{+0.000017}_{-0\,000016}$, .，略低于 1.25 的 5:4 共振比。周期比低于共振值的近共振系统，预计不会起源于缓慢耗散过程，例如潮汐作用。利用平均周期和共振i : j，我们可以计算超周期，并发现其接近凌星时间变分本身的周期性，这与近共振系统的预期一致。

$$P_{\rm TTV} = \frac{1}{\left|\frac{i}{P_{\rm out}} - \frac{j}{P_{\rm in}}\right|} = 1023.46^{+4.82}_{-4.39}\ \text{days} \tag{20}$$

两颗行星的倾角分别为 $I_{\rm b}$ = $88.75^{+0.23}_{-0\,18}$.和 $I_{\rm c}$ = $88.62^{+0.15}_{-0\,13}$.度，最小相互倾角为 ΔI = $0.15^{+0.19}_{-0\,11}$.度。较小的相互倾角（即近乎共面的轨道）是共振行星对的另一项预期特征（Agol等人，2021；Leleu 等，2024a）。

图9展示了计算出导向公式19的变换后，Kepler-404行星对的各个样本在（$X_{\rm res}, \delta$）平面上的位置。这些样本位于相空间中 $\delta > 0$的区域，紧邻双曲不动点，并靠近内部不动点。因此，该系统严格来说并未处于共振状态，因为没有任何一个样本位于分离曲线之内。

5.5. 展宽效应

档案解是通过将光变曲线折叠到线性星历上获得的，因此会受到凌星时间变分的涂抹影响。我们可以通过将档案数值与我们的光动力学拟合结果进行比较来量化这一影响，结果见表4。

对于 Kepler-404b，表4显示，半径比从档案中的 $R_{\rm P}/R_\star$ = $0.01261^{+0.00099}_{-0\,00087}$. 变为我们拟合得到的 $0.01906^{+0.00070}_{-0\,00083}$.，显著修订了 6.5σ。这很可能是因为在各个凌星时刻对凌星进行叠加时，校正了恢复出的凌星深度，从而消除了涂抹造成的稀释。对于 Kepler-404c，半径比从 $0.01740^{+0.00543}_{-0\,00411}$. 变为 $0.01908^{+0.0010}_{-0}$ .00093，两个数值在 0.3σ 范围内一致；涂抹对该行星凌星深度估算的影响相对较小。对于 Kepler-404b，档案中的冲击参数为 b = $0.266^{+0.201}_{-0\,266}$.，而我们拟合得到的为 b = $0.563^{+0.069}_{-0\,094}$.，变化了 1.5σ 。对于 Kepler-404c，该数值从 b = $0.876^{+0.004}_{-0\,584}$. 变为 b = $0.723^{+0.055}_{-0\,065}$.，相差 0.3σ。由于这些数值远离掠食凌星状态，因此不太可能影响半径比和行星半径的估算。最后，Kepler-404b 的行星半径从 $1.18^{+0.45}_{-0\,09}$. $R_\oplus$ 变为 $1.68^{+0.09}_{-0\,09}$. $R_\oplus$，变化了 1.1σ ；Kepler-404c 的行星半径则从 $1.63^{+0.62}_{-0\,12}$. $R_\oplus$ 变为 $1.69^{+0.10}_{-0\,10}$. $R_\oplus$，变化了 0.1σ 。这些微小偏差主要源于恒星半径较大的上限不确定度，该不确定度会传递到档案解中的行星半径。此外，本研究采用的恒星半径（$0.813R_\odot$）小于档案中的数值（$0.857R_\odot$），因此会使反演得到的行星半径按比例减小，部分抵消涂抹校正的影响。因此，正如半径比的修订所表明的那样，涂抹效应显然影响了对 Kepler-404b 的表征；而对于 Kepler-404c，档案解的约束过于宽松，无法作出类似判断。

展宽效应的校正也体现在叠加信噪比中，该数值可使用公式 2 计算，开普勒-404b 和开普勒-404c 的叠加信噪比分别为 = 20.99 和 = 14.88。在撰写本文时，此前得到的信噪比分别为：开普勒-404b 的已确认信号为 = 9.10，假阳性 KOI-2768.03 为 = 12.70，开普勒-404c 为 = 8.30。

最后，我们强调，基于线性星历对行星进行表征时，涂抹效应的影响难以预测。折叠后的凌星结果源于真实凌星形状分散在各次单次凌星的残余相位偏移上，而这些偏移取决于凌星时间变分的振幅和周期性，以及线性星历与凌星时间变分曲线的交点位置。随后，得到的畸变轮廓会通过凌日模型进行拟合，而该模型会受到深度、持续时间、冲击参数和恒星密度之间退化关系的影响，因此这种偏差并不会系统性地表现为更浅的凌星、更小的半径或更长的持续时间。撰写本文时开普勒-404系统的档案解很好地说明了这一行为：KOI-2768.03 估计的凌日持续时间为 6.15 h，几乎是开普勒-404b（3.34 h）的两倍，尽管两者的历表周期仅相差 4 min，且捕捉到的是属于同一颗行星的信号；而开普勒-404c 的凌日持续时间为 1.25 h，大约是我们的拟合结果（按约 2.7 h 计算）的一半。

6. 讨论与结论

本研究着重指出，在对低信噪比行星使用相位折叠算法时，凌星时间变分会造成探测偏差。我们介绍了称为河流图的二维表示方法，说明它如何能够呈现行星凌日信号。以 Kepler-404 为例，我们表明，Kepler-404b 和 Kepler-404c 的 BLS 解确实受到其近共振构型所导致的凌星时间变分影响。我们提出 RIVERS.radon 方法，这是一种利用河流图并通过二维互相关从图像中提取凌日轨迹的算法。将这一新方法应用于两颗行星的河流图后，我们成功提取了近似凌星时刻，并将行星的凌星时间变分纳入考量。我们利用新的单独代理计时结果获取系统轨道参数的初始条件，再通过光动力学拟合表征这两颗行星，校正凌星时间变分的展宽效应造成的行星半径偏差，并完成对系统的全面表征，包括行星质量。Kepler-404b 和 KOI-2768.03 的历表十分接近，两者的轨道周期仅相差 ~4分钟，这强烈暗示这两个信号彼此相关。目视检查图 5 中 Kepler-404b 的河流图后发现，两条历表在同一条凌日轨迹上相交，且各自对应不同的片段。BLS 解为一个准周期信号选取了两个局部近似值。光动力学拟合得出的凌星时刻在整个基线范围内都紧密跟随 RIVERS.radon 的代理计时结果，没有明显偏离，如图 8 所示。此外，在移除两颗行星的光动力学模型后，对残余光变曲线进行后续 BLS 搜索，在 KOI-2768.03 星历附近或其对应位置均未发现显著信号

表4。 档案数据和本研究得出的 Kepler-404b 与 Kepler-404c 的凌日参数。

	Kepler-404b			Kepler-404c		
参数	档案	本研究	偏差	档案	本研究	偏差
$R_p/R_\star$	$0.01261^{+0.00099}_{-0\ 00087}$	$0.01906^{+0.00070}_{-0\ 00083}$	$6.5\,\sigma$	$0.01740^{+0.00543}_{-0\ 00411}$	$0.01908^{+0.0010}_{-0\ 00093}$	$0.3\,\sigma$
b	$0.266^{+0.201}_{-0\ 266}$	$0.563^{+0.069}_{-0\ 094}$	$1.5\,\sigma$	$0.876^{+0.004}_{-0\ 584}$	$0.723^{+0.055}_{-0\ 065}$	$0.3\,\sigma$
R_p $[R_\oplus]$	$1.18^{+0.45}_{-0\ 09}$	$1.68^{+0.09}_{-0\ 09}$	$1.1\,\sigma$	$1.63^{+0.62}_{-0\ 12}$	$1.69^{+0.10}_{-0\ 10}$	$0.1\,\sigma$

注：档案数值来自NASA系外行星档案解，该解通过线性历书折叠获得。本研究给出了默认值光动力学拟合的中位数和$\pm1\sigma$。

。这证实，由 Kepler-404b 和 KOI-2768.03 原始历表构成的信号可以由单颗行星成功解释。最后，按照光动力学计时结果叠加凌星后，信噪比达到 20.99，超过了两个原始信号的信噪比；Kepler-404b 和 KOI-2768.03 的信噪比分别为 9.10 和 12.70。这符合预期，因为校正凌星时间变分造成的凌星叠加展宽效应后，信号会增强。拟合结果收敛至一对相似行星，即 Kepler-404b 和 Kepler-404c，其半径分别为 $1.68^{+0.09}_{-0\ 09}$ 和 $1.69^{+0.10}_{-0\ 10}$ $R_\oplus$，质量分别为 $1.91^{+0.41}_{-0\ 33}$ 和 $2.34^{+0.47}_{-0\ 40}$ $M_\oplus$。根据第 5.2 节提出的稳健性判据，我们表明所得质量不受质量—偏心率简并的影响；同时，Kepler-404b 的半径因凌星时间变分造成的展宽效应而被低估。质量和半径上的相似性表明，该系统属于所谓的“豌豆荚中的豌豆”类型。利用新的单独凌星时刻，我们得到相位明显相反的凌星时间变分，其振幅和周期（TTV_A，TTV_P）对于 Kepler-404b 和 Kepler-404c 分别为（117.64 分钟，1095.5 天）和（110.09 分钟，1098.9 天）。正如近共振行星的预期，超周期 $P_{TTV} = 1023.46^{+4.82}_{-4\ 39}$ 天与行星凌星时间变分的周期较为接近。利用这些凌星时刻，我们计算出新的信噪比，分别为 20.99 和 14.88。这些信噪比足以让行星即使存在凌星时间变分也能被探测到，但凌星时间变分仍造成了假阳性探测。

该系统表现出与近共振系统一致的特征。行星的低密度与观测到的趋势一致，即共振系统的密度通常低于主体群体（Leleu 等，2024a）。行星的相互倾角较小，这也是近共振行星对中观测到的趋势（Agol等人，2021；Leleu 等，2024a）。尽管周期比 $P_r = 1.24639^{+0.000017}_{-0\ 000016}$，非常接近1.25这一5:4共振比，但该系统实际上并不处于共振状态。缓慢的物理过程通常会通过降低偏心率使系统脱离共振，例如潮汐作用（Lithwick与Wu，2012；Batygin与Morbidelli，2012；Delisle等人，2012；Delisle与Laskar，2014）。这一特征表明，该系统可能经历过后盘不稳定性。

图9显示，该系统在形式上并不处于共振状态，因为所有样本都位于分离曲线之外，其中有 $\delta > 0$。通常，系统要么处于共振状态，要么具有较低的偏心率；但该系统被观测到处于共振之外，并且距离不动点相对较远。在系统形成的迁移阶段，过稳定性能够打破共振链（Goldreich & Schlichting 2014；Delisle 等，2015）。然而，由于过稳定性发生在迁移阶段，系统通常会在比盘寿命更短的时间尺度内重新回到共振状态（Ataiee & Kley 2021；Deck & Batygin 2015）。因此，尽管这种情况并非不可能，但过稳定性恰好发生在盘消散之时的可能性并不高。盘后不稳定性或许可以解释该系统为何与不动点之间存在相对较大的距离。

然而，这一观点与观测到的系统共面性有些不一致，因为行星-行星散射往往会增大行星的相互倾角（Leleu 等，2024a）。

RIVERS.radon 方法与其他旨在实现相同目标的方法互为补充，即 Carter 和 Agol（2013）提出的 QATS 算法，以及 Leleu等人（2021）提出的 RIVERS.deep 方法。这两种 RIVERS 方法都用作光动力学拟合初始条件的初步估计，并且需要额外一步，将河流图空间中的解转换到时域。RIVERS.radon 方法的优势在于采用一组局部周期解来近似凌星时刻，使其能够找到具有显著凌星时间变分的行星信号，同时降低真实信号被误认为背景噪声的风险；但要找到最优解，需要微调数量相当可观的超参数。另一方面，RIVERS.deep 能够以较低的信噪比恢复单次凌星，但由于它是一种深度学习模型，可解释性较差。最后，QATS 的通用性更强：它能直接根据时间序列，在选定的参数范围内自动生成信噪比最优的叠加凌星序列；但由于该算法会在给定的容差范围内自由检索候选体，因此对背景噪声更为敏感。因此，这些方法互为补充，可根据任务单独或联合使用，任务范围涵盖盲搜行星探测到微调已知行星的单次凌星时刻。

最后，本研究展示了刻画（近）共振系统所涉及的复杂性。人们已投入大量努力，通过理论研究加深对这些系统形成与演化的理解。然而，可用于比较的、经过可靠刻画的（近）共振系统数量，可能会限制对理论模型的约束。Kepler-404 系统很好地说明了此类系统如何因凌星时间变分造成的观测偏差而被错误刻画，甚至完全遗漏。因此，有必要对这些系统进行系统性刻画。此外，还需要重新分析凌星巡天数据，尤其是来自开普勒和 TESS 连续观测区的数据，以减轻凌星时间变分带来的偏差，并为即将开展的 PLATO 任务做好准备。

致谢。本研究在瑞士国家研究能力中心 PlanetS 的框架内开展，并得到瑞士国家科学基金会的支持，同时受益于 PlanetS 技术平台的种子基金计划。作者感谢瑞士国家科学基金会（SNSF）的经费支持。Y.E.、M.R.、A.L. 感谢瑞士国家科学基金会通过编号为 TMSGI2_211697 的资助提供支持。

参考文献

Agol, E., Dorn, C., Grimm, S. L., 等. 2021, PSJ, 2, 1 Agol, E., Steffen, J., Sari, R., & Clarkson, W. 2005, MNRAS, 359, 567

Ataiee, S. & Kley, W. 2021, 《天文学与天体物理学》, 648, A69 Batygin, K. & Morbidelli, A. 2012, 《天文杂志》, 145, 1 Berger, T. A., Huber, D., van Saders, J. L., 等. 2020, 《天文杂志》, 159, 280 Boué, G., Oshagh, M., Montalto, M., & Santos, N. C. 2012, MNRAS, 422, L57 Carter, J. A. & Agol, E. 2013, 《天文学杂志》, 765, 132 Carter, J. A., Agol, E., Chaplin, W. J., 等. 2012, 《科学》, 337, 556 Chatterjee, S. & Ford, E. B. 2015, 《天文学杂志》, 803, 33 Copeland, A. C., Ravichandran, G., & Trivedi, M. M. 1994, 载于《1994年IEEE计算机视觉与模式识别会议论文集》, 664– 667 Deck, K. M. & Agol, E. 2016, 《天文学杂志》, 821, 96 Deck, K. M., Agol, E., Holman, M. J., & Nesvorny, D. 2014, 《天文学杂志》, 787, 132 Deck, K. M. & Batygin, K. 2015, 《天文学杂志》, 810, 119 Delisle, J.-B., Correia, A. C. M., & Laskar, J. 2015, 《天文学与天体物理学》, 579, A128 Delisle, J.-B. & Laskar, J. 2014, 《天文学与天体物理学》, 570, L7 Delisle, J.-B., Laskar, J., Correia, A. C. M., & Boué, G. 2012, 《天文学与天体物理学》, 546, A71 Delisle, J.-B., Ségransan, D., Dumusque, X., 等. 2018, 《天文学与天体物理学》, 614, A133 Eggenberger, P., Meynet, G., Maeder, A., 等. 2008, 《天体物理学与空间科学》, 316, 43 Fabrycky, D. C., Lissauer, J. J., Ragozzine, D., 等. 2014, 《天文学杂志》, 790, 146 García-Melendo, E. & López-Morales, M. 2011, MNRAS, 417, L16 Goldberg, M. & Batygin, K. 2022, 《天文杂志》, 163, 201 Goldberg, M. & Batygin, K. 2023, 《天文学杂志》, 948, 12 Goldreich, P. & Schlichting, H. E. 2014, 《天文杂志》, 147, 32 Goyal, A. V., Dai, F., & Wang, S. 2023, 《天文学杂志》, 955, 118 Hadden, S. & Lithwick, Y. 2017, 《天文杂志》, 154, 5 Henrard, J. & Lemaitre, A. 1983, 《天体力学》, 30, 197 Izidoro, A., Ogihara, M., Raymond, S. N., 等. 2017, MNRAS, 470, 1750 Kane, M., Ragozzine, D., Flowers, X., 等. 2019, 《天文杂志》, 157, 171 Kipping, D. M. 2013, MNRAS, 434, L51 Kovács, G., Zucker, S., & Mazeh, T. 2002, 《天文学与天体物理学》, 391, 369 Kreidberg, L. 2015, 《太平洋天文学会出版物》, 127, 1161 Lee, M. H. & Peale, S. J. 2002, 《天文学杂志》, 567, 596 Leleu, A., Chatel, G., Udry, S., 等. 2021, 《天文学与天体物理学》, 655, A66 Leleu, A., Delisle, J.-B., Burn, R., 等. 2024a, 《天文学与天体物理学》, 687, L1 Leleu, A., Delisle, J.-B., Delrez, L., 等. 2024b, 《天文学与天体物理学》, 688, A211 Leleu, A., Delisle, J.-B., Mardling, R., 等. 2022, 《天文学与天体物理学》, 661, A141 Leleu, A., Delisle, J.-B., Udry, S., 等. 2023, 《天文学与天体物理学》, 669, A117 Leleu, A., Eyholzer, Y., Marques, S., 等. 2026, 《天文学与天体物理学》, 已提交 Lithwick, Y. & Wu, Y. 2012, 《天文学杂志》, 756, L11 Lithwick, Y., Xie, J., & Wu, Y. 2012, 《天文学杂志》, 761, 122 Mills, S. M., Fabrycky, D. C., Migaszewski, C., 等. 2016, 《自然》, 533, 509 Nesvorný, D. & Vokrouhlický, D. 2016, 《天文学杂志》, 823, 72 Nir, G., Zackay, B., & Ofek, E. O. 2018, 《天文杂志》, 156, 229 Parc, L., Bouchy, F., Venturini, J., Dorn, C., & Helled, R. 2024, 《天文学与天体物理学》, 688, A59 Radon, J. 1986, 《IEEE医学成像汇刊》, 5, 170 Rowe, J. F., Bryson, S. T., Marcy, G. W., 等. 2014, 《天文学杂志》, 784, 45 Terquem, C. & Papaloizou, J. C. B. 2007, 《天文学杂志》, 654, 1110 Weiss, L. M., Marcy, G. W., Petigura, E. A., 等. 2018, 《天文杂志》, 155, 48

附录 A：凌星时刻的估计

置信度图 $R \in \mathbb{R}^{H\times W}$ 与输入河流图具有相同的尺寸。它直接表示每个像素处凌日位置的置信度。由于河流图既可以使用流量创建，也可以使用时间创建，因此置信度图中的每个元素也都对应一个明确的时间。令 $T^R \in \mathbb{R}^{H\times W}$ 为时间图，其中每个像素 $T^R(p, q)$ 都是河流图中对应匹配像素 (p,q) 的时间数值，因而也是置信度图 R中对应匹配像素的时间数值。我们将连续置信度函数 $\phi(t)$ 定义为：

$$\phi(t) = \sum_{p=0}^{H-1}\sum_{q=0}^{W-1} R(p,q)\,\delta(t - T^R(p,q)), \tag{A.1}$$

实际上，时间序列是离散的，由一系列时间$\{t_k\}$ 组成，其采样间隔小于河流图的分箱大小。因此，置信度函数可近似为：

$$\phi(t_k) = R(p^*, q^*) \quad \text{with} \quad (p^*, q^*) = \arg\min_{(p,q)} \left|T^R(p,q) - t_k\right|. \tag{A.2}$$

我们提取具有最高置信度的最佳候选凌星时间 t_0

$$\widehat{t_0} = \arg\max_{t_k} \phi(t_k). \tag{A.3}$$

从t_0 开始，我们在置信度时间序列中向前和向后查找，以便在给定容差内跨越连续周期扩展凌日时刻序列。对于给定的凌日时间t_i，其相邻区间为

$$\mathcal{I}_{i\pm1} = [t_i \pm P(1-\epsilon), t_i \pm P(1+\epsilon)] \tag{A.4}$$

其中， ϵ 是用于考虑凌星时间变分影响的容差。给定区间对应的最佳候选凌日时间t_i 可通过$\mathcal{I}_i$ 求得

$$\widehat{t_{i\pm1}} = \arg\max_{t_k\in\mathcal{I}_{i\pm1}} \phi(t_k) \tag{A.5}$$

如果未找到直接相邻的候选凌日时间，则将搜索范围扩展至前方的多个周期，直到找到新的候选凌日时间，或到达时间序列的起点或终点。最终，我们得到凌日时刻序列 $\{t_i\}_{i=1}^{M}$，其中M 为找到的凌星数量。

附录 B：光动力学拟合后验分布

表 B.1。Kepler-404 光动力学拟合的后验分布。

参数	默认值	高偏心率	高质量
Kepler-404b			
拟合参数			
λ [度]	$44.82^{+0.98}_{-0.99}$	$44.63^{+4.83}_{-9\ 29}$	$44.78^{+0.59}_{-0\ 63}$
P [天]	$11.83707^{+0.00046}_{-0.00058}$	$11.83695^{+0.00056}_{-0.00060}$	$11.83686^{+0.00048}_{-0.00057}$
偏心率cos $\bar{\omega}$ [-1,1]	$0.0046^{+0.0078}_{-0\ 0083}$	$0.006^{+0.089}_{-0.043}$	$0.0046^{+0.0043}_{-0.0048}$
偏心率sin $\bar{\omega}$ [-1,1]	$0.009^{+0.010}_{-0.011}$	$0.03^{+0.12}_{-0\ 03}$	$0.0071^{+0.0069}_{-0\ 0073}$
M_p [$10^{-6}M_\odot$]	$5.7^{+1.2}_{-0.98}$	$5.6^{+1.1}_{-0.89}$	$6.3^{+1.3}_{-0.97}$
R_p [$R_\star$]	$0.01906^{+0.00070}_{-0.00083}$	$0.01881^{+0.00083}_{-0\ 00077}$	$0.01909^{+0.00076}_{-0\ 00075}$
倾角 [度]	$88.75^{+0.23}_{-0\ 18}$	$88.87^{+0.61}_{-0\ 27}$	$88.76^{+0.20}_{-0\ 17}$
派生参数			
a [天文单位]	$0.0976^{+0.0050}_{-0.0046}$	$0.0975^{+0.0043}_{-0\ 0048}$	$0.0993^{+0.0049}_{-0.0048}$
e	$0.015^{+0.016}_{-0.011}$	$0.06^{+0.15}_{-0\ 05}$	$0.011^{+0.005}_{-0\ 010}$
$\bar{\omega}$ [度]	$55.4^{+42.6}_{-97.0}$	$60.9^{+56.8}_{-75.4}$	$54.2^{+22.4}_{-86.6}$
b	$0.563^{+0.069}_{-0.094}$	$0.51^{+0.10}_{-0\ 27}$	$0.563^{+0.061}_{-0\ 084}$
$a/R_\star$	$25.87^{+0.97}_{-0.97}$	$25.80^{+0.92}_{-0\ 94}$	$26.09^{+0.85}_{-0.97}$
M_p [$M_\oplus$]	$1.90^{+0.41}_{-0.33}$	$1.88^{+0.36}_{-0.30}$	$2.09^{+0.42}_{-0\ 32}$
R_p [$R_\oplus$]	$1.683^{+0.090}_{-0.091}$	$1.666^{+0.090}_{-0.083}$	$1.708^{+0.091}_{-0.097}$
ρ_p [$\rho_\oplus$]	$0.397^{+0.098}_{-0.069}$	$0.410^{+0.084}_{-0\ 080}$	$0.421^{+0.090}_{-0\ 067}$
T_0 [重心儒略日−2454833]	$137.6518^{+0.0078}_{-0\ 0075}$	$137.6528^{+0.0070}_{-0\ 0077}$	$137.6541^{+0.0068}_{-0\ 0075}$
S/N	20.99	...	...
		...	...
Kepler-404c			
参数	默认值	高偏心率	高质量
拟合参数			
λ [度]	$65.69^{+0.93}_{-0.79}$	$65.54^{+4.15}_{-8\ 47}$	$65.74^{+0.64}_{-0\ 46}$
P [天]	$14.74291^{+0.00069}_{-0.00068}$	$14.74295^{+0.00076}_{-0.00076}$	$14.74321^{+0.00071}_{-0.00073}$
偏心率余弦 $\bar{\omega}$ [-1,1]	$-0.0029^{+0.0070}_{-0.0075}$	$-0.001^{+0.078}_{-0.037}$	$-0.0030^{+0.0053}_{-0.0048}$
偏心率正弦 $\bar{\omega}$ [-1,1]	$-0.004^{+0.008}_{-0\ 011}$	$0.01^{+0.11}_{-0.02}$	$-0.0043^{+0.0044}_{-0\ 0079}$
M_p [$10^{-6}M_\odot$]	$7.0^{+1.4}_{-1.2}$	$7.0^{+1.3}_{-1.1}$	$7.8^{+1.5}_{-1.3}$
R_p [$R_\star$]	$0.01908^{+0.0010}_{-0.00093}$	$0.0189^{+0.0011}_{-0.0011}$	$0.01907^{+0.00086}_{-0.00094}$
I [度]	$88.62^{+0.15}_{-0\ 13}$	$88.63^{+0.18}_{-0\ 16}$	$88.65^{+0.14}_{-0\ 15}$
派生参数			
a [天文单位]	$0.1130^{+0.0058}_{-0.0053}$	$0.1129^{+0.0050}_{-0.0055}$	$0.1149^{+0.0057}_{-0.0056}$
e	$0.012^{+0.012}_{-0\ 010}$	$0.05^{+0.12}_{-0\ 04}$	$0.0080^{+0.0063}_{-0.0076}$
$\bar{\omega}$ [度]	-87^{+187}_{-44}	39^{+88}_{-157}	-115^{+180}_{-19}
b	$0.723^{+0.055}_{-0.065}$	$0.711^{+0.070}_{-0.078}$	$0.711^{+0.059}_{-0.066}$
$a/R_\star$	$29.95^{+1.12}_{-1\ 12}$	$29.87^{+1.05}_{-1\ 09}$	$30.20^{+0.98}_{-1.13}$
M_p [$M_\oplus$]	$2.34^{+0.47}_{-0.40}$	$2.32^{+0.42}_{-0.37}$	$2.60^{+0.49}_{-0\ 45}$
R_p [$R_\oplus$]	$1.69^{+0.10}_{-0.10}$	$1.67^{+0.12}_{-0.10}$	$1.71^{+0.10}_{-0.10}$
ρ_p [$\rho_\oplus$]	$0.48^{+0.12}_{-0.09}$	$0.49^{+0.13}_{-0.10}$	$0.52^{+0.13}_{-0.10}$
T_0 [重心儒略日−2454833]	$137.1912^{+0.0088}_{-0\ 0075}$	$137.1914^{+0.0081}_{-0\ 0081}$	$137.1890^{+0.0089}_{-0\ 0070}$
S/N	14.88	...	...
Kepler-404			
参数	默认值	高偏心率	高质量
拟合参数			
$\rho_\star$ [$\rho_\odot$]	$1.66^{+0.19}_{-0.18}$	$1.64^{+0.18}_{-0.17}$	$1.70^{+0.17}_{-0.18}$
$R_\star$ [$R_\odot$]	$0.813^{+0.028}_{-0.030}$	$0.811^{+0.030}_{-0.026}$	$0.820^{+0.031}_{-0.028}$
抖动 [10^{-4}]	$1.7^{+0.11}_{-0\ 11}$	$1.7^{+0.10}_{-0\ 11}$	$1.7^{+0.10}_{-0\ 10}$
边缘变暗 u_1	$0.429^{+0.027}_{-0\ 026}$	$0.432^{+0.024}_{-0\ 025}$	$0.432^{+0.026}_{-0\ 025}$
边缘昏暗 u_2	$0.253^{+0.030}_{-0\ 029}$	$0.251^{+0.028}_{-0\ 028}$	$0.250^{+0.030}_{-0\ 029}$

注释。 光动力学拟合样本中恒星参数和行星参数的中位数及 $\pm1\sigma$ 百分位数。轨道要素给出于参考历元 $t_{\rm ref}$ = 136.18281 BKJD（$\mathrm{BJD_{TDB}} - 2454833$）。派生参数由每个样本的拟合参数计算得出；$T_0$ 是$t_{\rm ref}$之后的第一次凌星。每一列对应拟合所采用的不同先验，第一列为默认值，全文均采用该先验。