arXiv:2611.32331v1 [cond-mat.mes-hall] 24 Nov 2026

铁电体中轴向铁子的角动量霍尔效应

Xiyin Ye 和 Tao Yu*School of Physics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China（日期：2026年11月25日）

非铁电绝缘体中已知存在声子热霍尔效应和角动量（AM）霍尔效应，但位移型铁电体的太赫兹软模，即“铁子”，是否也具有这些效应，仍是一个未解问题。我们报道了在单轴铁电体中具有偏振-动量锁定的轴向铁子，并表明这两种效应均存在：纵向温度梯度可在无任何磁场的情况下驱动横向角动量流，而面外磁场则会开启热霍尔响应。角动量霍尔效应存在两种相互竞争的通道：自辐射磁场将两个分支杂化为圆偏振模，其动量锁定的贝里曲率会使方向相反的磁矩偶极子偏转至相反的边缘；与此同时，温度梯度诱导的模量子相干性会产生磁矩偶极子，从而导致方向相反的横向角动量流。面外磁场打破精确的偏振-动量锁定，并产生偏振霍尔流。数值计算表明，这些效应在 $LiNbO_3$ 和范德华铁电体中均十分显著。边缘磁化或极化积累能够切换相邻的磁体或铁电体，从而有望在未来利用热流实现低功耗磁电功能。

引言。—电中性声子的热霍尔效应和角动量（AM）霍尔效应 [1–19] 与电子的普通霍尔效应和自旋霍尔效应 [20–25], 有着密切的类比关系，但其物理起源却截然不同。声子的热霍尔效应是指在外磁场作用下，热流在温度梯度的横向产生驱动，这一现象已在绝缘体中被广泛报道 [1, 3, 7, 8, 10–12, 14, 19] ，并被归因于拉曼型自旋-声子相互作用 [2, 4], 、贝里曲率 [5, 6, 9], 或声子偏斜散射 [15–17]。声子 AM 霍尔效应传输横向角动量流，并不需要强磁场。此前已有研究预测，在非极性晶格中，声学声子可通过温度梯度诱导的模混合产生该效应 [13, 18]。在此，我们报告了作用于太赫兹（THz）频率下光学声子的其他主导机制。

横向光学（TO）声子软化，并在位移型铁电体中诱导电极化序参量$\mathbf{P}$ 。这类软声子因携带较大的静态电矩，最近被称为“铁子” [29–39], ；它们携带动态电极化，可产生强太赫兹电磁辐射 [26–28]。除这一电性质外，随时间变化的极化还可能通过环流位移电流$\mathbf{P} \times \partial_t \mathbf{P}$ [40] 诱导磁矩 [41, 42], , 这与手性声子 [43–54] 相似；手性声子可通过动态多铁性获得磁矩 [55]。这些进展自然引出了以下问题：铁电体中的软声子是否会产生类似的角动量/热霍尔效应，以及更关键的是，其主导机制究竟是什么。

在本篇快报中，我们通过预测铁电绝缘体中的轴向铁子及其角动量霍尔效应和热霍尔效应，回答这些问题。如图1所示，纵向温度梯度会驱动由铁电磁振子波包承载的横向角动量流。我们发现，铁电磁振子角动量霍尔效应存在两种相互竞争的机制。

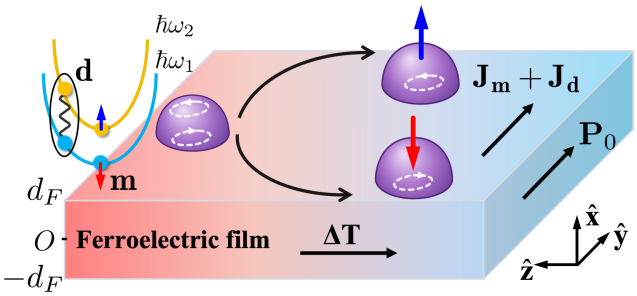


图 1. 铁电薄膜中轴向铁子波包（紫色）的角动量霍尔效应示意图。薄膜具有自发极化 $\mathbf{P}_0 \parallel \hat{\mathbf{y}}$，并受到温度梯度 $\nabla T \parallel \hat{\mathbf{z}}$ 驱动。两个铁子能带 $\hbar\omega_1$ 和 $\hbar\omega_2$ 携带反平行的静态磁矩$\mathbf{m}$，贝里曲率使其发生偏转并产生横向角动量流$\mathbf{J_m}$。与此同时，温度梯度诱导能带间相干性，使波包获得磁偶极矩$\mathbf{d}$，从而产生束缚角动量流$\mathbf{J_d}$。

首先，自辐射磁场会使简并热点附近的两个铁子分支发生杂化，从而在相反动量处产生方向相反的磁矩和贝里曲率；携带相反磁矩的波包因此偏转至相反方向。其次，温度梯度会在不同铁子模式之间诱导量子相干，从而产生磁矩偶极子；其变化率会导致方向相反、幅度较小的横向角动量流。此外，施加面外磁场时，贝里曲率机制会产生热霍尔流/极化霍尔流。所预测的单轴铁电体中的铁子霍尔效应，其机制不同于针对 $BaTiO_3$ [56] 所做的模拟；它也不同于模拟得到的铁子-极化激元霍尔响应，因为后者需要相干太赫兹激发并

与施加的磁场 [57] 不呈线性关系。由角动量/热

铁子的角动量霍尔效应可用于切换邻近磁体/铁电体的磁化/极化。

轴向铁子。——我们通过考察厚度为 $2d_F$、表面法线沿 $\hat{\mathbf{x}}$ 的铁电绝缘体薄膜来说明这一原理（图 1）。自发电极化 $\mathbf{P}_0 = P_0\hat{\mathbf{y}}$ 位于薄膜平面内。计入电极化涨落 $\delta\mathbf{p}(\mathbf{r}\ t)$ 后，总极化为 $\mathbf{P}(\mathbf{r}\ t) = \mathbf{P}_0 + \delta\mathbf{p}(\mathbf{r}\ t)$。频率为 ω 的涨落 $\delta\mathbf{p}(\mathbf{r}\ t)$ 不仅会辐射电场 $\mathbf{E}_d(\mathbf{r}\ t)$，还会辐射磁场 $\mathbf{H}_d(\mathbf{r}\ t)$ [；详见补充材料（SM） [58]]。这些场会反作用于电涨落，并对铁电体的总能量作出重要贡献 [33, 42, 59–62]

$$F = \int_{\mathbf{r}\in V_f} d\mathbf{r}\Big(\frac{m_p}{2}|\partial_t\mathbf{P}|^2 + f[\mathbf{P}] - \frac{1}{2}\mathbf{E}_d(\mathbf{r},t)\cdot\mathbf{P} - \frac{1}{2}\mu_0\mathbf{H}_d(\mathbf{r},t)\cdot\eta_p(\mathbf{P}\times\partial_t\mathbf{P})\Big), \tag{1}$$

该能量由动能和势能组成。这里，V_f为铁电体体积，$m_p = 1/(\varepsilon_0\Omega_p^2)$ 由离子等离子体频率 Ω_p 和真空介电常数 ε_0决定，是惯性质量；μ_0 为真空磁导率。单轴铁电体的朗道–金兹堡–德文希尔自由能密度为

$$f[\ ] = \alpha_1 P_y^2/2 + \alpha_2 P_y^4/4 + \mathbf{P}\ \alpha_3\ P_x^2 + P_z^2\ /2 \qquad \alpha_1 < 0 \qquad \{\alpha_2, \alpha_3\} > 0$$

( )，其中 和 ；对其进行最小化得到 $P_0 = \sqrt{-\alpha_1/\alpha_2}$。与以往的工作 [31, 33, 36, 37], 不同，我们在式（1）中纳入了自辐射磁场 $\mathbf{H}_d(\mathbf{r}\ t)$ 与由极化电流 $\partial_t\mathbf{P}$ 产生的磁化 $\eta_p(\mathbf{P}\times\partial_t\mathbf{P})$ 之间的塞曼耦合，其中 $\eta_p = \gamma_p m_p$ 与离子旋磁比 γ_p [41, 42]相关。由于磁场 $\mathbf{H}_d$ 由极化波自身产生，因此不会破坏时间反演对称性。

将公式（1）展开到 $\delta\mathbf{p}$ 的二次阶，得到哈密顿量

$$\begin{aligned}\hat{H}_0 &= \int_{\mathbf{r}\in V_f} d\mathbf{r}\Big[(m_p/2)|\partial_t\delta\mathbf{p}|^2 + (1/(2\varepsilon_0))\,\mathcal{K}\delta\mathbf{p}^2 \\ &\quad - (1/2)\mathbf{E}_d(\delta\mathbf{p})\cdot\delta\mathbf{p} - (1/2)\mu_0\eta_p\mathbf{H}_d(\delta\mathbf{p})\cdot(\mathbf{P}_0\times\partial_t\delta\mathbf{p})\Big] \\ &= \hat{H}_a + \hat{H}_b + \hat{H}_c,\end{aligned} \tag{2}$$

其中，对于各向异性的 $K_\perp = \varepsilon_0\alpha_3 \qquad K_\parallel = \varepsilon_0\ \alpha_1 +$和 （），$3\alpha_2 P_0^2 \quad \mathcal{K} = \qquad K_\perp\ K_\parallel\ K_\perp$ diag(, ,)是一个“刚度”矩阵。在此，H_a 包含动能、谐势和部分电偶极能，描述了沿$\hat{\mathbf{x}}$、$\hat{\mathbf{y}}$和$\hat{\mathbf{z}}$方向的三个相互解耦的振荡。偶极电场和磁场将这些模式耦合起来，分别表示在H_b 和 H_c中。

玻色湮灭算符 $\hat{a}_{\mu,\mathbf{k}}$ 表示沿 $\mu = \{x, y, z\}$ 方向极化的极化算符 $\delta\hat{\mathbf{p}}_{\mu,\mathbf{k}} = \sqrt{\hbar/(2m_p\Omega_{\mu,\mathbf{k}})}(\hat{a}_{\mu,\mathbf{k}} + \hat{a}^\dagger_{\mu,-\mathbf{k}})$, 哈密顿量 $\hat{H}_a = \sum_\mu\sum_{\mathbf{k}}\hbar\Omega_{\mu,\mathbf{k}}(\hat{a}^\dagger_{\mu,\mathbf{k}}\hat{a}_{\mu,\mathbf{k}} + 1/2)$ 由以下部分构成：

具有角频率的三个谐振子

$$\Omega_{x,\mathbf{k}} = \Omega_p\sqrt{\frac{1-e^{-2d_F k}}{2d_F k} + K_\perp},$$
$$\Omega_{y,\mathbf{k}} = \Omega_p\sqrt{K_\parallel + B_k k_y^2},\quad \Omega_{z,\mathbf{k}} = \Omega_p\sqrt{K_\perp + B_k k_z^2}, \tag{3}$$

其中 $B_k = [2d_F k - (1-e^{-2d_F k})]/(2d_F k^3)$，且 $k = \sqrt{k_y^2 + k_z^2}$。分支Ω_x 是各向同性的，并且由于较大的退极化效应 $(1-e^{-2d_F k})/2d_F k \approx 1$，具有更高的频率$\Omega_x \gg \{\Omega_y、\Omega_z\}$ 。面内振荡分支Ω_y 和Ω_z 具有很强的各向异性；对于 $K_\parallel > K_\perp$，它们沿曲线 $K_\parallel + B_k k_y^2 = K_\perp + B_k k_z^2$简并。

偶极电磁场以不同方式耦合两个面内涨落：电偶极场产生实耦合常数 $g_{\mathbf{k}} = \hbar B_k k_y k_z/(2m_p\varepsilon_0\sqrt{\Omega_{y,\mathbf{k}}\Omega_{z,\mathbf{k}}})$，而作用于振荡磁矩$\mathbf{m}^a = \eta_p\mathbf{P}_0\times\partial_t\delta\mathbf{p}$ 的磁偶极场则产生虚耦合常数

$$i\chi_{\mathbf{k}} = (i\hbar/4)\gamma_p\mu_0 P_0 B_k k_z\sqrt{\Omega_{y,\mathbf{k}}\Omega_{z,\mathbf{k}}}, \tag{4}$$

使得

$$\hat{H}_b = \frac{1}{2}\sum_{\mathbf{k}} g_{\mathbf{k}}\left(\hat{a}^\dagger_{y,\mathbf{k}} + \hat{a}_{y,-\mathbf{k}}\right)\left(\hat{a}_{z,\mathbf{k}} + \hat{a}^\dagger_{z,-\mathbf{k}}\right) + \text{H.c.},$$
$$\hat{H}_c = -\frac{i}{2}\sum_{\mathbf{k}}\chi_{\mathbf{k}}\left(\hat{a}^\dagger_{y,\mathbf{k}} - \hat{a}_{y,-\mathbf{k}}\right)\left(\hat{a}_{z,\mathbf{k}} - \hat{a}^\dagger_{z,-\mathbf{k}}\right) + \text{H.c.}.$$

面外涨落 δp_x 不与其他模式混合。聚焦于沿 $\hat{\mathbf{y}}$- 和 $\hat{\mathbf{z}}$-方向的涨落，我们将其收集为四分量旋量 $\hat{\Psi}_{\mathbf{k}} = (\hat{a}_{y,\mathbf{k}}, \hat{a}_{z,\mathbf{k}}, \hat{a}^\dagger_{y,-\mathbf{k}}, \hat{a}^\dagger_{z,-\mathbf{k}})^T$，并用博戈留波夫-德热纳哈密顿矩阵写出哈密顿量 $\hat{H}_0 \to (1/2)\sum_{\mathbf{k}}\hat{\Psi}^\dagger_{\mathbf{k}}\mathcal{H}_0(\mathbf{k})\hat{\Psi}_{\mathbf{k}}$

$$\mathcal{H}_0(\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} \hbar\Omega_{y,\mathbf{k}} & \kappa_{\mathbf{k}} & 0 & \kappa^*_{\mathbf{k}} \\ \kappa^*_{\mathbf{k}} & \hbar\Omega_{z,\mathbf{k}} & \kappa_{\mathbf{k}} & 0 \\ 0 & \kappa^*_{\mathbf{k}} & \hbar\Omega_{y,-\mathbf{k}} & \kappa_{\mathbf{k}} \\ \kappa_{\mathbf{k}} & 0 & \kappa^*_{\mathbf{k}} & \hbar\Omega_{z,-\mathbf{k}} \end{pmatrix}, \tag{5}$$

其中有 $\kappa_{\mathbf{k}} = g_{\mathbf{k}} - i\chi_{\mathbf{k}}$。至关重要的是，实部 $g_{\mathbf{k}}$ 混合了 δp_y 和 δp_z 的振幅并导致能级排斥，而虚部 $i\chi_{\mathbf{k}}$ 混合了它们的相位，是圆偏振的来源。

方程（ $K_\parallel + B_k k_y^2 = K_\perp + B_k k_z^2$ 的简并条件3）有许多解。然而，由于 $g_{\mathbf{k}} \propto k_y k_z$，所有满足 $k_y \neq 0$ 的简并都会被解除。当 $k_y = 0$时，$g_{\mathbf{k}} = 0$而 $\chi_{\mathbf{k}} \propto k_z$ 仍为有限值。因此，由 $k_z = \pm k_z^*$ $K_\parallel =$处由 $K_\perp + B_{k_z^*}k_z^{*2}$决定的避免交叉，完全由磁性反作用通过纯相位混合打开，其能隙$2|\chi_{\mathbf{k}}|$可直接测量磁电耦合。为获得相应的铁子模式，我们通过博戈留波夫变换 $\Psi_{\mathbf{k}} = T_{\mathbf{k}}X_{\mathbf{k}}$对方程（5）进行对角化，

其中 $\hat{X}_{\mathbf{k}} = (\hat{b}_{1,\mathbf{k}}, \hat{b}_{2,\mathbf{k}}, \hat{b}_{1,-\mathbf{k}}^{\dagger}, \hat{b}_{2,-\mathbf{k}}^{\dagger})^T$ 由铁子算符 $b_{1,\mathbf{k}}$ 和 $b_{2,\mathbf{k}}$ 组成。 4×4 变换矩阵 $T_{\mathbf{k}}$ 是准幺正的，即 $T_{\mathbf{k}}\sigma_3 T^{\dagger}_{\mathbf{k}} = \sigma_3$，其中 $\sigma_3 = \mathrm{diag}(1, 1, -1, -1)$。由此得到 $\hat{H}_0 = (1/2)\sum_{\mathbf{k}} \hat{X}^{\dagger}_{\mathbf{k}} E_{\mathbf{k}} \hat{X}_{\mathbf{k}}$，其中 $E_{\mathbf{k}} = \mathrm{diag}(\hbar\omega_{1,\mathbf{k}}, \hbar\omega_{2,\mathbf{k}}, \hbar\omega_{1,-\mathbf{k}}, \hbar\omega_{2,-\mathbf{k}})$为铁子色散。图2(a)绘出了厚度为 $2d_F = 10$ nm 的 $LiNbO_3$ 薄膜的铁子频谱，相对于 $\omega_{\mathrm{ref}} \equiv \Omega_y(k_y = 0) = 47.4$ THz，显示出两条分支 $\hbar\omega_{1,\mathbf{k}}$ 与$\hbar\omega_{2,\mathbf{k}}$在 $k_y = 0$ 和 $k_z = \pm k_z^*$处发生避免交叉。对于 $LiNbO_3$，，离子等离子体频率 $\Omega_p = 250$ THz、$\{\alpha_1, \alpha_3\} = \{-2.012, 1.345\} \times 10^9$ N $\cdot$ m^2/C^2, 和 $\alpha_2 = 3.608 \times 10^9$ N $\cdot$ m^6/C^4, 给出无量纲刚度 $\{K_{\perp}, K_{\parallel}\} = \{0.012, 0.036\}$ 以及室温下的平衡极化 $P_0 = 0.746$ C/m^2 。范德瓦耳斯铁电体 $NbOI_2$也呈现类似特征，其 $\Omega_p = 78.4$ THz、$\{K_{\perp}, K_{\parallel}\} = \{0.06, 0.063\}$ 以及 $P_0 = 0.2$ C/m^2 [26, 63, 64]。全文中，我们取 $\gamma_p = 10^{-2}\gamma_e$，其中 γ_e 是电子的旋磁比。

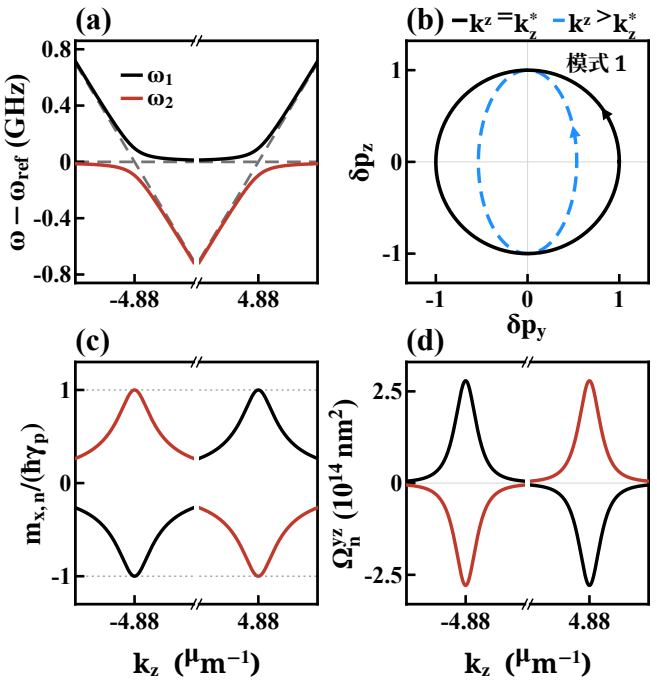


图 2。 (a) 绘出了沿 k_z 的两种铁子模式的色散，其测量值来自 $\omega_{\mathrm{ref}} = \Omega_y(k_y = 0) = 47.4$ THz。 (b) 展示了反交叉点附近模式 1 的面内极化涨落旋转。(c) 和 (d)：两个分支的静态磁矩和贝里曲率。所有面板均在 $k_y = 0$ 下进行计算。

这种避免交叉附近的杂化会导致圆偏振。为说明这一点，我们在方程 $(\hat{\alpha}^{\dagger}_{\mathbf{k}}\hat{a}_{\mathbf{k}})$ 中仅保留守恒粒子的 [58]项，因为涉及双粒子产生/湮灭的项只会对圆偏振产生很小的压缩（完整计算见补充材料 [58]）。 $\delta\mathbf{p}$的面内运动随后可化为一个有效的二能级问题。在 $k_y = 0$ 和$k_z = \pm k_z^*$处，振幅具有固定比值 $\delta p_{z,n}(t)/\delta p_{y,n}(t) = s_n\, e^{i\phi_{\mathbf{k}}}$，其中相位角 $\phi_{\mathbf{k}}$ 通过 $\kappa_{\mathbf{k}} = |\kappa_{\mathbf{k}}|e^{-i\phi_{\mathbf{k}}}$给出，且$s_{1,2} = \pm$对应于两个铁子模式 $n = \{1, 2\}$。由于 $\kappa_{\mathbf{k}} = -i\chi_{\mathbf{k}}$ 在$k_y = 0$处，因此有 $\phi_{\mathbf{k}} = \mathrm{sgn}(k_z)\pi/2$。对于 $k_z = k_z^* > 0$，该比值为 $\pm i$，当 $n = \{1, 2\}$时，即模式1（2）分别为右（左）圆偏振。远离 k_z^*时，$\Omega_{y,\mathbf{k}}$ 与$\Omega_{z,\mathbf{k}}$ 之间的有限劈裂使沿$\hat{}$y和$\hat{}$z方向的振荡振幅不相等，从而产生椭圆偏振，同时保持两个模式相反的手性。图2(b)展示了模式1的极化。反转传播方向会反转 $\phi_{\mathbf{k}}$，因此对于频率相同的模式，手性也会反转。这种偏振-动量锁定是铁子对应于有能隙狄拉克系统的谷依赖圆二色性 [65–70] 以及声子的谷锁定手性 [45] 的类比。施加面外磁场会破坏时间反演对称性以及偏振-动量锁定。严格来说，$\hat{}$这些圆周运动的偏振轴L沿表面法线$\hat{}$x方向，因此与铁子传播方向正交，所以这些模式是$\hat{}$“轴向非手性”的，其螺旋度为零$\mathbf{L} \cdot \mathbf{k} = 0$ [71]。

对于铁子而言，手性并不仅仅是一种极化性质。环流的电极化构成闭合电流，因而携带磁矩。此外， $\phi_{\mathbf{k}}$ 设定了底层铁子模式中 δp_y 与 δp_z 之间的波矢依赖相位。同时，贝里曲率恰好刻画了混合极化中的这种k依赖性。下面将对这两个量进行讨论。

磁矩与贝里曲率——环流产生的磁矩密度为 $\mathbf{m}_{\mathrm{tot}}(\mathbf{r}) = \eta_p \mathbf{P} \times \partial_t \mathbf{P} = \mathbf{m}^a(\mathbf{r}) + \mathbf{m}^b(\mathbf{r})$。其中可以区分出两种贡献。第一项 $\mathbf{m}^a(\mathbf{r}) = \eta_p \mathbf{P}_0 \times \partial_t \delta\mathbf{p}$ 以铁子频率振荡，因此不会产生静态磁矩。然而，它通过与 $\mathbf{H}_d$ 耦合产生 $\chi_{\mathbf{k}}$，从而使模式具有手性。静态磁矩完全来自第二项 $\mathbf{m}^b(\mathbf{r}) = \eta_p\, \delta\mathbf{p} \times \partial_t \delta\mathbf{p}$，该项仅存在于圆偏振或椭圆偏振的 $\delta\mathbf{p}$ 中。由于 $\delta\mathbf{p}$ 在 yz 面内旋转，$\mathbf{m}^b(\mathbf{r})$ 沿 $\hat{}$x 方向排列；该方向垂直于 $\mathbf{P}_0$ 和传播方向，因此这里的铁子可直接与面外外磁场耦合。总磁矩为 $\hat{} M_x = \int \hat{} m_x^b(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = (1/2)\sum_{\mathbf{k}} \hat{} X^{\dagger}_{\mathbf{k}} \tilde{\mathcal{M}}_{\mathbf{k}} \hat{} X_{\mathbf{k}}$，其中 $\tilde{\mathcal{M}}_{\mathbf{k}} = T^{\dagger}_{\mathbf{k}} \mathcal{M}_{\mathbf{k}} T_{\mathbf{k}}$。令 $\mu_{\pm,\mathbf{k}} = \hbar\gamma_p(\sqrt{\Omega_{z,\mathbf{k}}/\Omega_{y,\mathbf{k}}} \pm \sqrt{\Omega_{y,\mathbf{k}}/\Omega_{z,\mathbf{k}}})/2$，矩阵

$$\mathcal{M}_{\mathbf{k}} = \begin{pmatrix} 0 & -i\mu_{+,\mathbf{k}} & 0 & i\mu_{-,\mathbf{k}} \\ i\mu_{+,\mathbf{k}} & 0 & i\mu_{-,\mathbf{k}} & 0 \\ 0 & -i\mu_{-,\mathbf{k}} & 0 & i\mu_{+,\mathbf{k}} \\ -i\mu_{-,\mathbf{k}} & 0 & -i\mu_{+,\mathbf{k}} & 0 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

$\tilde{}$对角项 $\mathcal{M}_{\mathbf{k}}|_{nn} \equiv m_{x,n}(\mathbf{k})$ 表示第 n 个铁电磁振子模式所携带的静态磁矩，$\tilde{}$而非对角项 $\mathcal{M}_{\mathbf{k}}|_{n \neq n'}$ 则来自不同模式之间的量子相干性。

图2(c) 展示了沿着 k_y =0 时不同 k_z 下的 $m_{x,n}(k_z)$。在反交叉点 ($k_z \approx k_z^*$) 附近，两个模式携带方向相反的磁矩，即 $m_{x,1} \simeq +\hbar\gamma_p$ 和 $m_{x,2} \simeq -\hbar\gamma_p$。远离反交叉点时，$|m_{x,n}|$会减小，因为极化变为椭圆形。反转传播方向会反转旋转方向，进而改变 $m_{x,n}$ 的符号，这与对磁矩进行时间反演操作一致。因此，铁电磁振子的磁矩依赖于能带和动量，其符号与手性锁定。

k依赖的相对相位 $\phi_{\mathbf{k}}$ between δp_y andδp_z 是贝里联络，其旋度给出了 σ_3-度量下的贝里曲率。对于右本征矢$\sigma_3\mathcal{H}_0(\mathbf{k})|u_{n,\mathbf{k}}\rangle = \varepsilon_{n,\mathbf{k}}|u_{n,\mathbf{k}}\rangle$，其中 $\varepsilon_{n,\mathbf{k}} = (\sigma_3 E_{\mathbf{k}})_{nn}$，贝里曲率为

$$\Omega^{ij}_{n,\mathbf{k}} = -2\hbar^2 \sum_{m\neq n} (\sigma_3)_{nn}(\sigma_3)_{mm} \frac{\mathrm{Im}\left[(v_{\mathbf{k},i})_{nm}(v_{\mathbf{k},j})_{mn}\right]}{(\varepsilon_{n,\mathbf{k}} - \varepsilon_{m,\mathbf{k}})^2},$$

其中 $(v_{\mathbf{k},i})_{nm} = (1/\hbar)\langle u_{n,\mathbf{k}}|\partial_{k_i}\mathcal{H}_0(\mathbf{k})|u_{m,\mathbf{k}}\rangle$。当$\chi_{\mathbf{k}} \to 0$时，贝里曲率 $\Omega^{ij}_{n,\mathbf{k}}(-\chi_{\mathbf{k}}) = -\Omega^{ij}_{n,\mathbf{k}}(\chi_{\mathbf{k}})$为零。图2(d)显示了 $k_y = 0$处的 $\Omega^{yz}_{n,\mathbf{k}}(k_z)$。作为 k 的奇函数，即 $\Omega_n(-\mathbf{k}) = -\Omega_n(\mathbf{k})$，乘积$m_{x,n}(\mathbf{k})\Omega_{n,\mathbf{k}}$ 在 k 中为偶函数，从而产生铁电体中角动量霍尔响应的一种机制。

铁电磁振子角动量霍尔效应。—我们确定了导致铁电磁振子角动量霍尔效应的两种相互竞争的机制。铁子携带的磁矩并不守恒，因为 $[\hat{}M_x,\ \hat{}H_0] \neq 0$ [72, 73]。力矩 $\hat{}\tau^{M_x}(\mathbf{r}) = (i/2\hbar)(\hat{}H_0\sigma_3\hat{}m^b_x(\mathbf{r}) - \hat{}m^b_x(\mathbf{r})\sigma_3\hat{}H_0)$ 不为零，而传统角动量流 $\hat{}j^{M_x}_\alpha(\mathbf{r}) = (1/4)(\hat{}\mathbf{v}\sigma_3\hat{}m^b_x(\mathbf{r}) + \hat{}m^b_x(\mathbf{r})\sigma_3\hat{}\mathbf{v})$ 单独并不能定义输运。基于$\langle\hat{}\tau^{M_x}\rangle = -\nabla\cdot\boldsymbol{\pi}^{M_x}$，我们定义守恒角动量流（其计算见补充材料 [58]）

$$J^{L_x}_\alpha = \frac{1}{\gamma_p V_f}\int d\mathbf{r}\left(\left\langle\hat{j}^{M_x}_\alpha\right\rangle + \pi^{M_x}_\alpha\right). \tag{7}$$

这些量根据分支 n 中的铁电磁振子波包 $|W_n\rangle$ 进行计算，该波包局域于$\mathbf{r}_c \equiv \langle W_n|\sigma_3\hat{}\mathbf{r}|W_n\rangle/\langle W_n|\sigma_3|W_n\rangle$ 和 $\mathbf{k}$ [72–75]处。温度梯度通过局域玻色–爱因斯坦分布 $f_B(T(\mathbf{r})\ \varepsilon)$ 进入，从而驱动铁子的横向角动量流 $J^{L_x}_\alpha = \kappa_{\alpha\beta}\nabla_\beta T$，其由电导张量 [58] 决定

$$\kappa_{\alpha\beta} = -\frac{k_B}{\hbar\gamma_p V_f}\sum_{n=1}^{2}\sum_{\mathbf{k}}\left[\Omega^{\alpha\beta}_{n,\mathbf{k}} m_{x,n} - \frac{\partial}{\partial k_\beta}\left(d^{M_x}_{n,\mathbf{k}}\right)_\alpha\right] \times c_1\left[f_B(\varepsilon_{n,\mathbf{k}})\right], \tag{8}$$

其中 $c_1[f] = (1+f)\ln(1+f) - f\ln f$和 $f_B(\varepsilon) = (e^{\beta\varepsilon}-1)^{-1}$ 与 $\beta = 1/(k_B T_0)$。此处，力矩诱导的磁矩偶极为

$$\left(d^{M_x}_{n,\mathbf{k}}\right)_\alpha = \mathrm{Re}\left\langle W_n\middle|(\hat{r}_\alpha - r_{c,\alpha})\hat{M}_x\middle|W_n\right\rangle/\langle W_n|\sigma_3|W_n\rangle = \hbar\sum_{n'(\neq n)=1}^{4}(\sigma_3)_{nn}(\sigma_3)_{n'n'}\frac{\mathrm{Im}\left[(v_{\mathbf{k},\alpha})_{nn'}\left(\tilde{\mathcal{M}}_{x,\mathbf{k}}\right)_{n'n}\right]}{\varepsilon_{\mathbf{k},n} - \varepsilon_{\mathbf{k},n'}}.$$

因此，磁矩输运不仅可由铁子模式携带的能带对角 $m_{x,n}$ 实现，它会被贝里曲率直接偏转，

˜还可由不同模式之间产生的带间量子相干 $(\mathcal{M}_{x,\mathbf{k}})_{n'n}$诱导。

公式（8）中的第二项对应于由铁电磁振子波包携带的磁矩偶极子$(d^{M_x}_{n,\mathbf{k}})_\alpha$产生的束缚角动量流，这类似于由电极化产生的束缚电流$\mathbf{J} = \partial_t\mathbf{P}$。实际上，不携带净角动量的局域波包仍可具有角动量偶极矩$D^{M_x}_\alpha = (1/V_f)\sum_{n=1}^{2}\sum_{\mathbf{k}}(d^{M_x}_{n,\mathbf{k}})_\alpha f_B(T(\mathbf{r})\varepsilon_{n,\mathbf{k}})$；其变化率会产生束缚角动量流

$$J^{L_x}_{D,\alpha} = \frac{1}{\gamma_p}\partial_t D_\alpha = \frac{1}{\gamma_p V_f}\sum_{n=1}^{2}\sum_{\mathbf{k}}\left(d^{M_x}_{n,\mathbf{k}}\right)_\alpha \partial_t f_B(\varepsilon_{n,\mathbf{k}}, T(\mathbf{r}))$$

$$\approx \frac{1}{\gamma_p V_f}\sum_{n=1}^{2}\sum_{\mathbf{k}}\left(d^{M_x}_{n,\mathbf{k}}\right)_\alpha (v_{\mathbf{k},\beta})_{nn}\left.\frac{\partial f_B(\varepsilon_{n,\mathbf{k}}, T(\mathbf{r}))}{\partial T}\right|_{T_0}\nabla_\beta T$$

$$= \frac{k_B}{\hbar\gamma_p V_f}\sum_{n=1}^{2}\sum_{\mathbf{k}}\left[\partial_{k_\beta}\left(d^{M_x}_{n,\mathbf{k}}\right)_\alpha\right] c_1\left[f_B(\varepsilon_{n,\mathbf{k}}, T_0)\right]\nabla_\beta T,$$

这正是式（8）中的第二项。因此，即使铁子模式不具有静态磁矩$m_{x,n}$（例如线偏振磁振子），能带间相干性 $(\mathcal{M}_{x,\mathbf{k}})_{n'\neq n}$ 仍可产生角动量霍尔响应。

在电导率中，$\kappa_a = (\kappa_{yz} - \kappa_{zy})/2$ 是由两项共同贡献的本征反对称霍尔响应。补充材料中的比较表明，贝里曲率效应占主导地位，而磁矩偶极子效应较弱。$\kappa_s = (\kappa_{yz} + \kappa_{zy})$则完全由磁矩偶极子贡献（见补充材料）。图3(a)比较了 κ_a 和κ_s 随温度的变化（$LiNbO_3$）。κ_{yz} 和κ_{zy} 虽不相同，但符号相同，因此在 300 K 时产生显著的本征霍尔响应 κ_a，并带来较大的 κ_s，其中 $|\kappa_a/\kappa_s| \approx 0.57$。图3(b)展示了 $NbOI_2$的相反情形：κ_s 几乎消失，而 κ_a 占主导地位，因此 $|\kappa_a/\kappa_s| \approx 22$ 在 300 K 时达到该值。所有分量在 30 K 以下均呈指数衰减，此时反交叉热点附近铁子的热布居已耗尽。

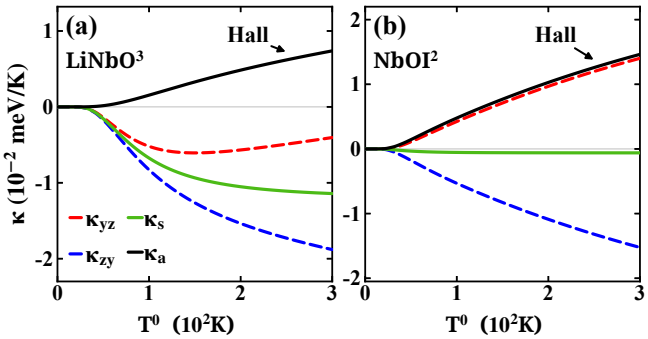


图 3. $LiNbO_3$ [(a)] 和 $NbOI_2$ [(b)]的角动量霍尔电导率随温度的变化。κ_s 和 κ_a 分别表示 κ_{yz} 和 κ_{zy}的对称组合和反对称组合。

铁磁子热霍尔效应。——面外外磁场$\mathbf{B} \parallel \hat{\mathbf{x}}$ 通过与磁矩的塞曼耦合（式（6））打破时间反演对称性，从而开启铁子的热霍尔响应，同时基本不改变 AM 霍尔效应。热霍尔电导率源于贝里曲率，其表达式为 [6, 76–78]

$$\sigma_{\alpha\beta} = -\frac{k_B^2 T_0}{\hbar V_f} \sum_{n=1}^{2} \sum_{\mathbf{k}} \Omega_{n,\mathbf{k}}^{\alpha\beta} c_2 \left[f_B(\varepsilon_{n,\mathbf{k}}) \right], \tag{9}$$

其中 $c_2(\rho) = (1+\rho)(\ln[(1+\rho)/\rho])^2 - (\ln \rho)^2 - 2\mathrm{Li}_2(-\rho)$, 其中 $\mathrm{Li}_2(z)$ 为多对数函数。另一方面，由弛豫时间 τ 决定的纵向热导率为

$$\sigma_{\alpha\alpha} = \frac{\tau}{k_B T_0^2 V_f} \sum_{n=1}^{2} \sum_{\mathbf{k}} (v_{\mathbf{k},\alpha})_{nn}^2 \varepsilon_{n,\mathbf{k}}^2 \frac{e^{\beta\varepsilon_{n,\mathbf{k}}}}{(e^{\beta\varepsilon_{n,\mathbf{k}}} - 1)^2}. \tag{10}$$

我们通过选取$B = 30$ T、 $T_0 = 300$K 和 $\tau = 1$ ps 来估算霍尔角 $\tan\theta \equiv \sigma_{yz}/\sigma_{zz}$。对于 $NbOI_2$,$\sigma_{yz}/(2d_F) \approx 0.13$ mW K^{-1}m^{-1} 和 $\sigma_{zz}/(2d_F) \approx$61.4 mW K^{-1} m^{-1}，可得 $\tan\theta \approx 2\times10^{-3}$，近期实验 [19]应能够探测到这一结果。

结论与讨论。—总之，我们表明，单轴铁电体中的太赫兹软模会在温度梯度下偏转自身的角动量。其手性是自发产生的：电极化会辐射出磁场，使两个模式发生混合，因此无需磁场即可破缺时间反演对称性。两个贡献，即贝里曲率偏转和磁矩偶极子的相干性诱导束缚电流，彼此竞争；它们的相对权重取决于材料，并且可通过实验测得。随后，面外磁场作为调控手段，而非必要条件，可将角动量流转化为极化霍尔流。这不同于非极性材料中的声子霍尔效应，后者借助声子-自旋耦合、偏斜散射或外加偏压引起的模态混合来获得手性；软声子则通过自身的辐射场提供手性。这一判据还可推广至许多具有动态电极化的极性模式，包括多轴铁电体、可调范德华层和铁电-磁性异质结构。

本研究获得中国国家自然科学基金（项目编号：12374109）和国家重点研发计划（项目编号：2023YFA1406600）的资助。

* taoyuphy@hust.edu.cn

[1] C. Strohm、G. L. J. A. Rikken 和 P. Wyder，《声子霍尔效应的现象学证据》，Phys. Rev. Lett. **95**，155901（2005）。

[2] L. Sheng、D. N. Sheng 和 C. S. Ting，《顺磁性介电体中的声子霍尔效应理论》，《物理评论快报》96，155901（2006）。[3] A. V. Inyushkin 和 A. N. Taldenkov，《关于顺磁性介电体中的声子霍尔效应》，《JETP快报》86，379（2007）。[4] Yu. Kagan 和 L. A. Maksimov，《顺磁性介电体中声子热导率的反常霍尔效应》，《物理评论快报》100，145902（2008）。[5] L. Zhang、J. Ren、J.-S. Wang 和 B. Li，《声子霍尔效应的拓扑本质》，《物理评论快报》105，225901（2010）。[6] T. Qin、J. Zhou 和 J. Shi，《贝里曲率与声子霍尔效应》，《物理评论 B 》 86，104305（2012）。[7] K. Sugii、M. Shimozawa、D. Watanabe、Y. Suzuki、M. Halim、M. Kimata、Y. Matsumoto、S. Nakatsuji 和 M. Yamashita，《声子玻璃 $Ba_3CuSb_2O_9$, 中的热霍尔效应》，《物理评论快报》118，145902（2017）。[8] G. Grissonnanche、A. Legros、S. Badoux、E. Lefran¸cois、V. Zatko、M. Lizaire、F. Laliberté、A. Gourgout、J.-S. Zhou、S. Pyon、 *et al.*，《铜酸盐超导体赝能隙相中的巨大热霍尔电导率》，《自然》571，376（2019）。[9] T. Saito、K. Misaki、H. Ishizuka 和 N. Nagaosa，《非磁性绝缘体中的声子的贝里相位与热霍尔效应》，《物理评论快报》123，255901（2019）。[10] M.-E. Boulanger、G. Grissonnanche、S. Badoux、A. Al- laire、 ´E. Lefran¸cois、A. Legros、A. Gourgout、M. Dion、C. H. Wang、X. H. Chen、 *et al.*，《铜酸盐莫特绝缘体 Nd_2CuO_4 和 $Sr_2CuO_2Cl_2$, 中的热霍尔电导率》，《自然通讯》11，5325（2020）。[11] G. Grissonnanche、S. Th´eriault、A. Gourgout、M.-E. Boulanger、E. Lefran¸cois、A. Ataei、F. Laliberté、M. Dion、J.-S. Zhou、S. Pyon、 *et al.*，《铜酸盐赝能隙相中的手性声子》，《自然·物理》16，1108（2020）。[12] X. Li、B. Fauqué、Z. Zhu 和 K. Behnia，《钛酸锶中的声子热霍尔效应》，《物理评论快报》124，105901（2020）。[13] S. Park 和 B.-J. Yang，《声子角动量霍尔效应》，《纳米快报》20，7694（2020）。[14] L. Chen、M.-E. Boulanger、Z.-C. Wang、F. Tafti 和 L. Taillefer，《反铁磁绝缘体 Cu_3TeO_6, 中巨大的声子热霍尔电导率》，《美国国家科学院院刊》119，e2208016119（2022）。[15] B. Flebus 和 A. H. MacDonald，《离子晶体中的带电缺陷与声子霍尔效应》，《物理评论B》105，L220301（2022）。[16] L. Mangeolle、L. Balents 和 L. Savary，《由集体涨落散射产生的声子热霍尔电导率》，《物理评论X》12，041031（2022）。[17] T. Oh 和 N. Nagaosa，《莫特绝缘体中由标量自旋手性偏斜散射导致的声子热霍尔效应》，《物理评论X》15，011036（2025）。[18] D. A. Bustamante Lopez、V. Brehm 和 D. M. Juraschek，《声子角动量霍尔效应的原子论理论》，arXiv:2604.01899（2026）。[19] Q. Meng、X. Li、J. Liu、L. Zhao、C. Dong、Z. Zhu、L. Li 和 K. Behnia，《蜂窝状反铁磁体中声子霍尔效应的热力学起源》，《科学》394，419（2026）。[20] R. Karplus 和 J. M. Luttinger，《铁磁体中的霍尔效应》，《物理评论》95，1154（1954）。[21] N. Nagaosa、J. Sinova、S. Onoda、A. H. MacDonald 和

N. P. Ong, 《反常霍尔效应》, 《现代物理评论》82, 1539（2010）。[22] K. von Klitzing、T. Chakraborty、P. Kim、V. Madhavan、X. Dai、J. McIver、Y. Tokura、L. Savary、D. Smirnova、A. M. Rey、C. Felser、J. Gooth 和 X. Qi, 《量子霍尔效应问世40年》, 《自然·物理评论》2，397（2020）。[23] J. Sinova、S. O. Valenzuela、J. Wunderlich、C. H. Back 和 T. Jungwirth, 《自旋霍尔效应》, 《现代物理评论》87，1213（2015）。[24] B. A. Bernevig、T. L. Hughes 和 S.-C. Zhang, 《轨道电子学： p掺杂硅中的本征轨道电流》, 《物理评论快报》95，066601（2005）。[25] D. Go、D. Jo、C. Kim 和 H.-W. Lee, 《由轨道纹理产生的本征自旋与轨道霍尔效应》, 《物理评论快报》121，086602（2018）。[26] J. Choe、T. Handa、C.-Y. Huang、A. K. Liston、J. Cox、J. Stensberg、Y. Hong、D. G. Chica、D. Xu、F. Tay、 *et al.*, 《相干铁电子发射与传播的观测》, 《自然·材料》25，1755（2026）。[27] B. Zhang、R. Duan、S. S. Mishra、S. Jana、J. Kim、T. T. Caiwei、Y. J. Tan、W. Wang、P. T. C. Ietro、Z. Liu 和 R. Singh, 《相干铁电子振荡的电场调控》, 《自然·物理》22, 1624（2026）。[28] S. Subedi、W. Fang、F. Fei、Z. Zhai、J. P. Rollins、C. Fox、A. Drew、B. Lv、Y. Ping 和 J. Xiao, 《范德瓦耳斯铁电体中可电切换的铁电子上转换》, arXiv:2603.19394。[29] G. E. W. Bauer、R. Iguchi 和 K.-i. Uchida, 《铁电电容器中的输运理论》, 《物理评论快报》126, 187603（2021）。[30] G. E. W. Bauer、P. Tang、R. Iguchi 和 K.-i. Uchida, 《磁振子学与铁电子学》, 《磁学与磁性材料杂志》541，168468（2022）。[31] P. Tang、R. Iguchi、K.-i. Uchida 和 G. E. W. Bauer, 《铁电有序的激发》, 《物理评论B》106, L081105（2022）。[32] S. Zhuang 和 J.-M. Hu, 《极化-光子耦合在铁电体超快太赫兹激发中的作用》, 《物理评论B》106, L140302（2022）。[33] X.-H. Zhou、C. Cai、P. Tang、R. L. Rodrıguez-Su´arez、S. M. Rezende、G. E. W. Bauer 和 T. Yu, 《铁电体中的表面铁电子激发及其定向路由》, 《中国物理快报》40，087103（2023）。[34] B. L. Wooten、R. Iguchi、P. Tang、J. S. Kang、K.-i. Uchida、G. E. W. Bauer 和 J. P. Heremans, 《铁电体中依赖电场的声子谱与热传导》, 《科学进展》9, eadd7194（2023）。[35] G. E. W. Bauer、P. Tang、R. Iguchi、J. Xiao、K. Shen、Z. Zhong、T. Yu、S. M. Rezende、J. P. Heremans 和 K.-i. Uchida, 《铁电体中的极化输运》, 《物理评论应用》20，050501（2023）。[36] P. Tang 和 G. E. W. Bauer, 《有序-无序铁电体中磁振子的电学类比》, 《物理评论B》109, L060301（2024）。[37] R. L. Rodrıguez-Su´arez、X.-H. Zhou、C. Y. Cai、P. Tang、T. Yu、G. E. W. Bauer 和 S. M. Rezende, 《铁电薄膜中极化波的表面与体模式》, 《物理评论B》109，134307（2024）。[38] Y. Zhu、T. Chen、A. Ross、B. Wang、X. Guo、V. Gopalan、L.-Q. Chen 和 J.-M. Hu, 《铁电体非线性太赫兹磁化率理论》, 《物理评论B》110，054311（2024）。[39] A. N. Morozovska、E. A. Eliseev、O. V. Bereznikov、M. Ye. Yelisieiev

，G.-D. Zhao ，Y. Zhu ，V. Gopalan ，L.-Q. Chen、J.-M. Hu 和 Y. M. Vysochanskii，范德华铁电体中的挠电耦合诱导声子与铁子，《物理评论B》**112**，014110（2025年）。[40] I. Dzyaloshinskii 和 D. Mills，铁电体的本征顺磁性，Philos. Mag. **89**，2079（2009）。[41] M. Pols、C. P. Romao 和 D. M. Juraschek，具有有限极化和磁化的晶格激发，Phys. Rev. Lett. **136**，166801（2026年）。[42] P. Tang 和 G. E. W. Bauer，铁电体中的类多铁准粒子，Phys. Rev. Lett. **136**，176702（2026年）。[43] L. Zhang 和 Q. Niu，声子的角动量与爱因斯坦–德哈斯效应，Phys. Rev. Lett. **112**，085503 2014（）。[44] L. Zhang 和 Q. Niu，单层六方晶格高对称点处的手性声子，Phys. Rev. Lett. **115**，115502（2015）。[45] H. Zhu、J. Yi、M.-Y. Li、J. Xiao、L. Zhang、C.-W. Yang、R. A. Kaindl、L.-J. Li、Y. Wang 和 X. Zhang，手性声子的观测，Science **359**，579（2018）。[46] D. M. Juraschek 和 N. A. Spaldin，声子的轨道磁矩，Phys. Rev. Mater. **3**，064405（2019）。[47] B. Cheng、T. Schumann、Y. Wang、X. Zhang、D. Barbalas、S. Stemmer 和 N. P. Armitage，狄拉克半金属中巨大的有效声子磁矩，Nano Lett. **20**，5991（2020）。[48] R. M. Geilhufe、V. Juriˇci´c、S. Bonetti、J.-X. Zhu 和 A. V. Balatsky，KTaO 中的动态诱导磁性$_3$, Phys. Rev. Res. **3**，L022011（2021）。[49] A. Baydin、F. G. G. Hernandez、M. Rodriguez-Vega、A. K. Okazaki、F. Tay、G. T. Noe、I. Katayama、J. Takeda、H. Nojiri、P. H. O. Rappl、E. Abramof、G. A. Fiete 和 J. Kono，PbTe 中软手性声子的磁控，Phys. Rev. Lett. **128**，075901（2022）。[50] S. R. Tauchert、M. Volkov、D. Ehberger、D. Kazenwadel、M. Evers、H. Lange、A. Donges、A. Book、W. Kreuzpaintner、U. Nowak， *et al.*，偏振声子在超快退磁过程中携带角动量，Nature **602**，73（2022）。[51] F. G. G. Hernandez、A. Baydin、S. Chaudhary、F. Tay、I. Katayama、J. Takeda、H. Nojiri、A. K. Okazaki、P. H. O. Rappl、E. Abramof、M. Rodriguez-Vega、G. A. Fiete 和 J. Kono，声子手性与电子能带拓扑相互作用的观测，《科学进展》**9**，eadj4074（2023）。[52] K. Ishito、H. Mao、Y. Kousaka、Y. Togawa、S. Iwasaki、T. Zhang、S. Murakami、J.-i. Kishine 和 T. Satoh， α-HgS 中真正的手性声子，《自然·物理》**19**，35（2023）。[53] M. Basini、M. Pancaldi、B. Wehinger、M. Udina、V. Unikandanunni、T. Tadano、M. C. Hoffmann、A. V. Balatsky 和 S. Bonetti，太赫兹电场驱动的 SrTiO 中动态多铁性$_3$, Nature **628**，534（2024）。[54] H. Zhang、N. Peshcherenko、F. Yang、T. Z. Ward、P. Raghuvanshi、L. Lindsay、C. Felser、Y. Zhang、J.-Q. Yan 和 H. Miao，声子角动量的测量，《自然·物理》**21**，1387（2025年）。[55] D. M. Juraschek、M. Fechner、A. V. Balatsky 和 N. A. Spaldin，动态多铁性，Phys. Rev. Mater. **1**，014401 2017（）。[56] D. A. Bustamante Lopez、V. Brehm 和 D. M. Juraschek，铁子霍尔效应：温度梯度驱动铁电体中的极化横向积累

，arXiv:2606.29765（2026年）。

[57] O. Yaniv 和 D. M. Juraschek，铁子极化激元霍尔效应：利用磁场偏转光学整流极化，arXiv:2611.05025（2026年）。[58] 参见补充材料 [.....]，其中详细推导了电极化涨落产生的辐射电场和磁场，计算了铁子的贝里曲率，并以波包形式主义表述了铁子的角动量热霍尔效应。[59] I. Tomeno 和 S. Matsumura，$LiTaO_3$, 的介电性质，《物理评论B》**38**，606（1988年）。[60] D. A. Scrymgeour、V. Gopalan、A. Itagi、A. Saxena 和 P. J. Swart，单轴三方铁电体中单畴壁的唯象理论：铌酸锂和钽酸锂，《物理评论B》**71**，184110（2005年）。[61] J. Hlinka 和 P. M´arton，$BaTiO_3$型铁电体中 90° 畴壁的唯象模型，《物理评论B》**74**，104104（2006年）。[62] P. Chandra 和 P. B. Littlewood，*A Landau Primer for Ferroelectrics in Physics of Ferroelectrics*，第69–116页（Springer，柏林，2007年）。[63] Y. Wu、I. Abdelwahab、K. C. Kwon、I. Verzhbitskiy、L. Wang、W. H. Liew、K. Yao、G. Eda、K. P. Loh、L. Shen 和 S. Y. Quek，数据驱动发现高性能层状范德华压电材料 $NbOI_2$, ，《自然·通讯》**13**，1884（2022年）。[64] S. Subedi、W. Liu、W. Fang、C. Fox、Z. Zhai、F. Fei、Y. Ping、B. Lv 和 J. Xiao，基于范德华铁电体 $NbOI_2$, 的巨大太赫兹发射与超快可调性，《先进光学材料》**13**，2403471（2025年）。[65] D. Xiao、G.-B. Liu、W. Feng、X. Xu 和 W. Yao，MoS_2 单层及其他VI族二硫属化物中的自旋与谷物理，《物理评论快报》**108**，196802（2012年）。[66] T. Cao、G. Wang、W. Han、H. Ye、C. Zhu、J. Shi、Q. Niu、P. Tan、E. Wang、B. Liu 和 J. Feng，单层二硫化钼的谷选择性圆二色性，《自然·通讯》**3**，887（2012年）。[67] K. F. Mak、K. He、J. Shan 和 T. F. Heinz，通过光学螺旋度调控单层 MoS_2 中的谷极化，《自然·纳米技术》**7**，494（2012年）。[68] H. Zeng、J. Dai、W. Yao、D. Xiao 和 X. Cui，通过光泵浦实现 MoS_2 单层材料中的谷极化，《自然·纳米技术》**7**，490（2012年）。[69] X. Xu、W. Yao、D. Xiao 和 T. F. Heinz，层状过渡金属二硫属化物中的自旋与赝自旋，《自然·物理》**10**，343（2014年）。[70] T. Yu 和 M. W. Wu，由谷间和谷内电子-空穴交换相互作用导致的谷退极化

单层 MoS_2，《物理评论B》**89**, 205303 (2014年). [71] D. M. Juraschek, R. M. Geilhufe, H. Zhu, M. Basini, P. Baum, A. Baydin, S. Chaudhary, M.Fechner, B. Flebus, G. Grissonnanche *et al.*，《手性声子》，《自然·物理》**21**, 1532 (2025年). [72] C. Xiao 和 Q. Niu，《非守恒量的守恒流》，《物理评论B》**104**, L241411 (2021年). [73] S. Koyama 和 J. Nasu，《自旋不守恒绝缘磁体中的自旋能斯特效应公式》，《物理评论B》**112**, 014447 (2025年). [74] G. Sundaram 和 Q. Niu，《缓慢扰动晶体中的波包动力学：梯度修正与贝里相位效应》，《物理评论B》**59**, 14915 (1999). [75] D. Xiao、M.-C. Chang 和 Q. Niu，《贝里相位效应对电子性质的影响》，《现代物理评论》**82**, 1959 (2010).[76] R. Matsumoto 和 S. Murakami，《磁振子的旋转运动与热霍尔效应》，《物理评论B》**84**, 184406 (2011年). [77] R. Matsumoto、R. Shindou 和 S. Murakami，《具有偶极相互作用的磁体中磁振子的热霍尔效应》，《物理评论B》**89**, 054420 (2014年). [78] L. E. Chern、E. Z. Zhang 和 Y. B. Kim，《面内磁场极化 Kitaev 磁体的热霍尔电导率符号结构与拓扑磁振子》，《物理评论快报》**126**, 147201 (2021年)。

补充材料

AM 霍尔效应中两种机制的比较。— 在此，我们详细比较贝里曲率和磁矩偶极子对 AM 霍尔效应的贡献（在不存在 $B\hat{}\mathbf{x}$的情况下）。图 4 通过比较不同温度下两种机制对 LiNbO 的铁振子 AM 霍尔电导率$_3$ 和 $NbOI_2$ 的贡献，区分了这两种机制。对于对称分量κ_s, 贝里曲率的贡献 κ_s^Ω 为零，因此该分量完全源于偶极子贡献 κ_s^d。这是因为贝里曲率 $\Omega_{yz} = -\Omega_{zy}$ 是反对称的。相比之下，对于反对称分量κ_a，磁矩偶极子的贡献κ_a^d 会部分抵消贝里曲率的贡献 κ_a^Ω，且这一点在两种材料中均成立。

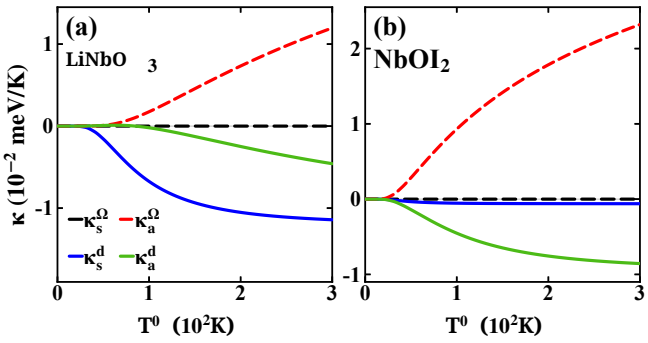


图 4. 贝里曲率与磁矩偶极子对 $LiNbO_3$ [(a)]和 $NbOI_2$ [(b)], 铁磁子角动量霍尔电导率的贡献，并将其分解为对称分量$\kappa_s^{\Omega/d}$ 和反对称分量 $\kappa_a^{\Omega/d}$ 。