用于预测核反应堆堆芯性质的联邦图神经网络分析

Oliver Kožul
oliver.kozul@dmi.uns.ac.rs 理学院，诺维萨德大学 诺维萨德，塞尔维亚

Mihailo Ilić
milic@dmi.uns.ac.rs 理学院，诺维萨德大学 诺维萨德，塞尔维亚

Julia Bartos
julia.bartos@nrgpallas.com NRG PALLAS 佩滕，荷兰

Tuan Tran
tuan.tran@nrgpallas.com NRG PALLAS 佩滕，荷兰

Miloš Savić
svc@dmi.uns.ac.rs 理学院，诺维萨德大学 诺维萨德，塞尔维亚

Vladimir Kurbalija
kurba@dmi.uns.ac.rs 理学院，诺维萨德大学 诺维萨德，塞尔维亚

Edo Frederix
e
do.frederix@nrgpallas.com NRG PALLAS 佩滕，荷兰

Dusan Jakovetic
d
usan.jakovetic@dmi.uns.ac.rs 理学院，诺维萨德大学 诺维萨德，塞尔维亚

arXiv:2611.32509v1 [cs.DC] 24 Nov 2026

摘要

由于人们日益关注数据隐私和安全问题，联邦学习越来越受到重视。它使多方能够在不交换原始数据的情况下协作训练模型。核反应堆作为具有国家重要性的高度敏感基础设施的例子，可以从这一方法中受益：虽然汇集来自不同机构的多个大型数据集能够改进机器学习解决方案，但数据集的机密性至关重要。在本文中，我们展示了，在涉及核反应堆堆芯优化的应用场景中，图神经网络（GNN）在联邦环境下的性能优于卷积神经网络（CNN）基线模型。与CNN不同，GNN不需要对圆柱形堆芯进行填充，也不作平移不变性假设，因此其架构更适合核反应堆几何结构。本研究的关键发现是，输入表示比模型规模和复杂性更为重要。研究中采用了更复杂的联邦算法，但由此带来的改进幅度较小。通过对训练语料库规模进行实验，我们发现，更大的燃料库存方差比对现有案例进行排列更有益，这直接源于数据异质性。未来的重点仍将是改进输入和读出表示。

CCS 概念

• **计算方法** 分布式人工智能；**回归监督学习**；**神经网络**。

关键词

联邦学习、图神经网络、核反应堆堆芯

1 引言

联邦学习（FL）是一种分布式机器学习范式，多个客户端在保留本地数据的同时协作训练模型 [8, 13]。在每一轮训练中，中央服务器将当前全局模型传送给客户端，每个客户端使用其本地数据训练模型，随后服务器将客户端返回的更新聚合为新的全局模型，最常见的方式是采用FedAvg算法 [13]。

尽管采用分布式学习技术通常是出于效率考虑，但联邦学习主要由隐私需求驱动，例如在医学领域，医院可以联合训练诊断模型，而无需交换患者记录等私人信息 [18]。核工业领域也有类似需求，核电站使用相似但保密的数据集，包括各自的燃料库存。通过采用联邦学习算法，多个反应堆可以在保持数据去中心化的同时，利用汇集的知识创建全局模型，这种方法称为跨机构联邦学习 [8]。通过这种协作，全局模型能够接触到更多样的燃料组成和排列，以及反应堆几何结构和属性，从而为这一任务创建稳健的解决方案。

这种设置面临的主要挑战是数据的异质性。由于每个站点的燃料库存不同，客户端数据不一定相互独立且具有相同分布（非独立同分布）。由于缺乏数据统一性，每个客户端目标函数的最优值可能与全局目标函数不一致，而本地训练会逐渐拉大客户端权重之间的差异。这种现象称为客户端漂移，并且由于客户端输出因相互不一致而彼此抵消，可能会对全局模型的性能产生负面影响 [9, 21, 23]。

我们的研究用例聚焦于反应堆堆芯优化的第一步：基于燃料装载预测关键堆芯参数。反应堆堆芯包含燃料组件，在此用例中，燃料组件由裂变材料的类型和总重量表示。我们关注的输出是所谓的有效增殖因子（K_{eff}），这是描述反应堆堆芯中子平衡的全局参数。

尽管针对该用例测试了多种模型架构，但图神经网络（GNNs）取得了最佳结果。这主要是由于输入的堆芯结构和几何形状所致。一个装载模式将燃料组件分配到圆形截断方形晶格上的各个位置，每个位置都有邻域。表示此类关系的自然方式是使用图，其中相邻节点通过边相连。图神经网络仅沿其图中的边交换信息，这近似反映了组件之间的局部耦合 [2]。

本文报告的结果聚焦于联邦式图神经网络代理模型，这些模型用于预测中子学求解器计算的有效增殖因子K_{eff}。尽管该研究依赖于

成熟的联邦式方法和图方法，但其创新之处在于对联邦学习在异构反应堆数据上的局限性进行了实证分析：

（1）据我们所知，这是首项关于反应堆物理求解器联邦图神经网络代理模型的研究，采用包含 26,564 个参数的高效模型，并在十个联邦客户端上进行训练。（2）证据表明，与联邦模型的规模和复杂程度相比，输入表示的重要性高得多。（3）对联邦优化算法和输入表示增强进行了消融研究，其中近端正则化（FedProx）、服务器端自适应优化（FedAdam）和物理通道共同提升了 K_{eff} R^2 +0.4258 值。

（4）模型性能与训练数据之间存在明确的关系。此外，研究确定，将燃料组成的数量增加一倍所带来的 R^2 提升幅度，大约是将每种组成的排列数量增加一倍的八倍，这有助于提高未来数据生成的效率。

2 相关工作

2.1 图神经网络

大多数现代图神经网络遵循同一原则：节点与其邻居交换消息 [1, 5]。在网络的每一层中，每个节点根据自身特征计算消息，并将其传递给邻居；邻居再将该消息与自身状态相结合。这一过程使具有 L 层的网络能够在图中跨越 L 跳传播信息。图卷积网络（GCN） [10] 通过对邻居进行归一化求和来实现这一设计，其中每个邻居在求和中具有相同的权重。GraphConv [14] 在此思想基础上进一步发展，分别对节点及其邻居应用不同的权重矩阵，而多项式谱滤波器 [3] 则使单层能够触及 k跳邻域。

凭借这些特性，图神经网络正成为物理模拟器替代模型的常见选择，应用领域包括粒子动力学 [19] 和基于网格的求解器 [16]。

2.2 异质性条件下的联邦优化

FedAvg [13] 是默认的联邦算法选择，作为通用方法表现良好。当客户端分布 [23], 出现差异时（异质数据集的情况下便会如此），其准确率会下降。可以通过客户端侧或服务器侧的方法来应对这种客户端目标函数偏差。FedProx [12] 在本地客户端目标函数中加入近端项，以惩罚本地权重与全局权重之间的距离；而 SCAFFOLD [9] 则通过方差缩减来校正本地更新。自适应联邦优化 [17] 是一种服务器侧算法，它将客户端平均更新视为伪梯度，并对全局模型应用 Adam 等自适应优化器，在各轮之间引入动量以加快训练过程。

关于联邦学习中异质性的综述 [8, 11, 21] 区分了几种非独立同分布数据，其中两种出现在本

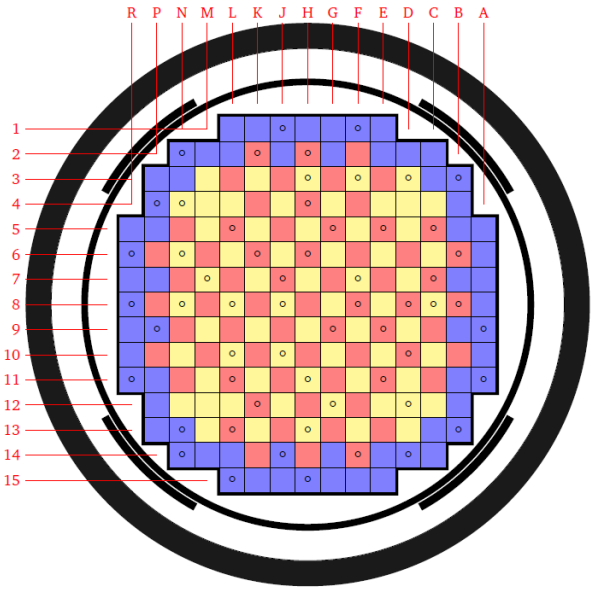


图1：BEAVRS基准的堆芯装载示意图，其中红色和黄色表示燃料组件，蓝色表示反射层组件。

文中。特征分布偏斜是客户端处理输入空间中不同区域所造成的，而当相同输入在不同客户端上对应不同输出时，就会出现概念漂移。本任务中这两种情况都存在，因为客户端处理的是不同的燃料库存集合，而且燃料质量并非影响堆芯反应性的唯一因素。

2.3 图上的联邦学习

联邦图学习可以根据每个客户端所代表的对象进行分类：完整图、子图或共享图的节点 [4, 6] 。本文所述任务属于第一类。Xie等人 [20] 观察到，不同客户端持有的图在结构和特征方面往往存在差异，并提出根据梯度序列的相似性对客户端进行聚类。在本文提出的模型中，所有图共享相同的结构，异质性源于节点特征。

尽管现有文献确实涉及使用神经网络代理模型预测堆芯参数（例如K_{eff} [22]）这一主题，但据我们所知，尚未有关于反应堆物理求解器的联邦图神经网络代理模型的研究。

3 数据

本项目所使用的数据具有两级结构。一个案例表示给定的燃料组件类型清单，并以其裂变材料含量表示。每一行表示该清单在堆芯中的一种排列，也称为堆芯装载。每个案例包含1,000种不同的排列。

本研究选取 BEAVRS 压水堆基准作为研究案例，因为它提供了高保真的反应堆模型和完整的文档，同时仍然

表 1： K_{eff}**的方差分解。**

组成部分	方差	占比
跨案例（装载了哪种燃料库存）	1.142×10^{-3}	87.8%
案例内部（排列方式）	1.583×10^{-4}	12.2%
总计	1.300×10^{-3}	100%

足够简单，适合大规模数据集生成。堆芯几何结构源自 BEAVRS 基准 [7]，如图1所示。它包含193个燃料位置，周围环绕着48个反射层位置，共计241个感兴趣位置。该晶格为四连通结构，生成448条边。

该模型经过专门设计，在晶格的八种对称操作下严格保持不变。每个案例中的燃料排列都是随机打乱的，因此不具备对称性；而堆芯硬件的对称性则不能预先假定，必须经过检验。由于每个案例中的排列都是随机打乱的，因此每个案例的平均通量场必然继承固定堆芯硬件的对称性。与经验半分基线相比，在所有七种非恒等操作下，平均通量场的不对称性比率为 1.2 至 1.3，这相当于通量场空间变异的 $\approx$4%，表明堆芯硬件在近似意义上具有对称性。作为对照，对平均装载进行同样的检验，得到的比率为 1.41，与不相关场的预期值 $\sqrt{2}$ 相符，并证实这些排列是可交换的。

中子学求解器（即 OSCAR-5 代码系统 [15] 中的 MGRAC 多群节点扩散求解器）将装载布置映射为一组计算得到的堆芯参数，而这种映射的快速代理模型已成为反应堆物理中的成熟工具 [22]。该学习任务旨在针对给定布置，尽可能准确地近似所需的输出参数。输入是某一布置中 193 个燃料组件的质量，输出则是三个量，分别记为 K_{eff}、F_{rad} 和 F_{ax}。在本研究中，我们只关注 K_{eff}，这是此应用场景中最主要的关注指标；F_{rad} 和 F_{ax} 则留待未来研究考察。

数据包含 95 个案例，涵盖 14 个燃料级别（按裂变材料富集度定义），其中三个案例使用混合氧化物（MOX），其余案例仅以铀作为裂变材料。每个案例都属于一个案例族（具有相似属性的案例子集），每个案例族包含约 10 个连续案例（1 至 10、11 至 20、…）。移除包含不合理条目的行后，共有 94,988 行数据可用于模型训练。图2展示了 K_{eff} 随案例变化的情况，随后给出燃料分布明细；表1则展示了 95 个案例中 K_{eff} 的方差分解。

4 方法

4.1 图神经网络

针对该任务开发的模型是一个作用于 241 节点晶格的图卷积网络 [10]，包含三层宽度为 64 的层，每层分别对一个节点及其邻居应用不同的权重矩阵，并加入二阶多项式项，随后进行层归一化、整流器处理以及 0.05 的随机失活。

分析数据集中的每种装载模式都被转换为一个图，每个晶格位置对应一个节点：包括193个燃料组件和48个反射层组件。如果图中的两个节点在晶格中的位置共享一条边，则将它们连接起来，共计448条边。

读出层将所有节点上的均值、标准差和最大值进行拼接，并将结果映射为三个目标输出。节点级预测头仅在训练期间预测通量场——这一架构选择也改善了评估指标。本文所述的最终模型包含26,564个参数，因此兼具高效性和紧凑性。

基线模型是一个使用 3×3 个卷积核和组归一化的卷积神经网络（CNN），图神经网络模型正是为超越该模型而设计的。CNN比我们的核心模型更复杂，包含56,547个参数。采用这一架构所产生的问题之一，在观察堆芯几何结构时便显而易见。堆芯呈圆柱形，必须填充为 17×17矩形才能应用卷积，这会使网格中约六分之一的位置因不存在而被浪费。尽管如此，鉴于相邻输入之间的几何相互依赖关系，CNN仍是一个合乎逻辑的基线模型选择。

尽管需要填充是卷积神经网络的一个显著缺点，但反对这种架构的主要理由在于其对平移不变性的假设。在反应堆堆芯中，边界距离是一种不应被忽视的几何特征。卷积神经网络模型完全忽略了这一事实，并且由于其平移不变性假设，忽略了输入之间的物理相互作用。这一推理促使研究转向图网络，因为图网络能够更精细地控制输入连接性。

4.2 评估协议

用于报告前沿模型结果的评估协议将数据集划分为三个群组。在确定训练—评估划分的案例索引时，该方法采用了固定随机种子。三个折中的每一折使用63或64个案例进行训练，并在剩余的31或32个案例上进行评估，确保每个案例恰好被留出一次。在联邦配置中，训练案例通过轮询方式分配给十个客户端，每个客户端获得六或七个案例。

由于此评估过程会随机打乱案例索引，因此训练集可能不包含某个给定类别的任何案例。对于模型而言，这是一个具有挑战性的任务，因为它在评估过程中会遇到未知类型的示例。尽管如此，该模型仍能很好地泛化，与在训练期间接触过所有案例类别中一部分数据的模型相比，并不逊色。

5 结果

本节报告的所有结果均采用第4.2节介绍的分组三折协议，并按案例进行评分。本节通过改变输入表示和联邦算法来展示图神经网络渐进式改进的可视化结果，该结果以图3中的消融阶梯形式呈现。

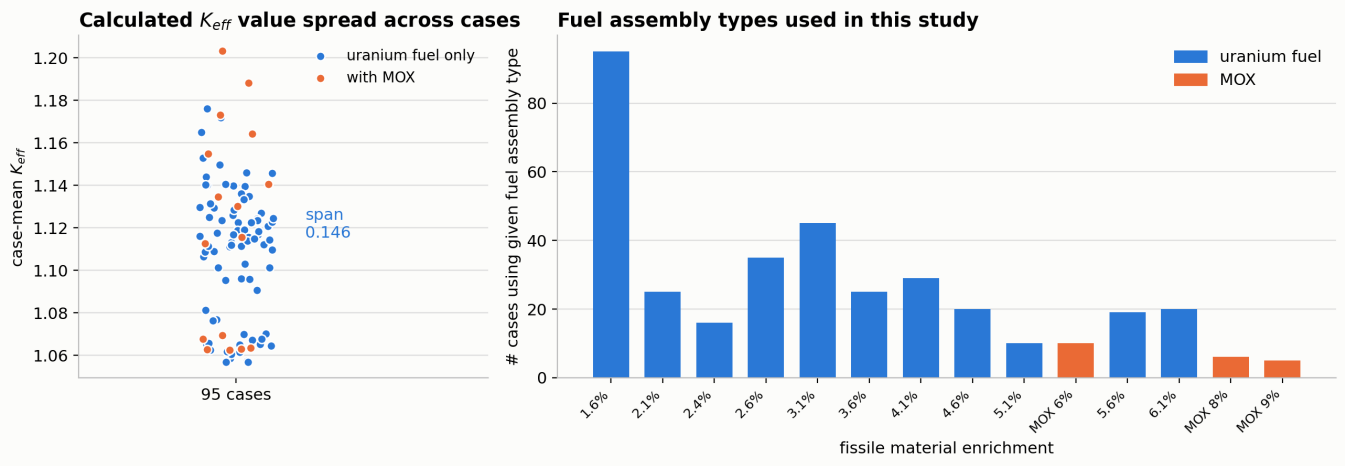


图2：计算值 K_{eff} 在各案例中的离散范围和燃料分布。

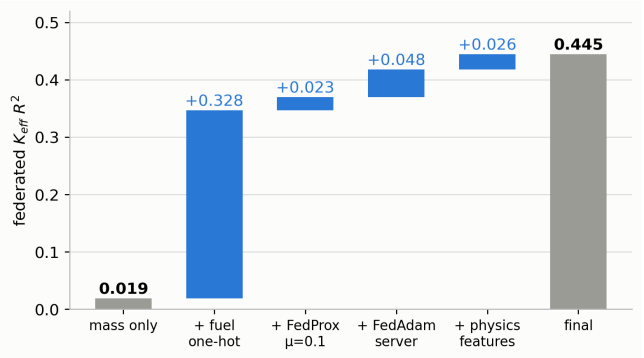


图3：消融阶梯，联邦式，95 个案例，按案例分组的三折交叉验证 R^2。独热通道随后被物理通道取代。

模型 R^2 的比较结果见表2。增加更复杂的联邦算法并改进数据表示，成功弥合了联邦式方法与集中式方法之间的差距，但并未提高集中式方法的上限。与类别通道方法不同，燃料的连续表示可以在客户端之间进行平均，因此更适合联邦式处理。

以物理单位计，最终联邦模型报告的平均绝对误差（MAE）为 708 pcm（1 pcm $= 10^{-5}$）。目前，替代模型还不能取代求解器，因为 MAE ≤ 100pcm 尚可接受，而 MAE ≤ 10 pcm 则是理想水平。

集中式模型中，相同特征相较于仅使用质量作为输入仅有 +0.028 的提升，而独热编码的表现实际上不如朴素方法。

5.1 联邦式设置下仅使用质量作为输入

该数据集包含排列中每个节点的燃料质量。我们所提出模型的基线结果仅使用标准化质量值。

仅使用质量作为输入时，集中式变体的 K_{eff} R^2 值达到 0.4202。第 60 至 66 个案例的得分介于 −0.06和 −0.33之间，尽管它们包含三种不同的燃料级别，但均不含混合氧化物。与燃料类型相关的新信息增加了仅使用质量的模型的预测难度，但无法解释这些案例为何失败。

上述分数对应的联邦式结果仅为 0.0187，三个折中有两个为负值（0.2634， −0.1131， −0.0979），且 95 个案例中有 13 个低于 0.15。0.40 的联邦–集中式差距相当显著。最初人们认为，两种方法之间的差异源于欠收敛，但这一理论很快被排除，因为超过 150 轮的轮数并未使模型受益。

在这一场景中，联邦式方法表现不佳，是由于新数据集 [21] 的异质性，加上不充分的输入表示。仅使用质量作为输入时，每个客户端都会学习一个从铀质量映射到反应性的函数，该函数对其所持有的燃料族有效。对于不同的燃料类型，相同的质量值可能产生截然不同的结果，从而导致各案例之间的结果不一致。对客户端相互矛盾的映射进行平均会破坏其中的信号，而集中式模型由于在训练时能够访问全部数据，因此避免了这一问题。

5.2 燃料类型通道

除原始质量级别外，还尝试了两种燃料身份编码，其中一种取得了更好的结果。这95个案例取自14个离散质量级别，每个案例总共使用其中的三至五个。

表2：按输入表示划分的联邦–集中式差距。

输入	集中式	联邦式	Gap
仅质量	0.4202	0.0187	0.40
+ 燃料类型独热编码	0.4165	0.4182	≈ 0.00（原始数据）
+ 物理通道	0.4481	0.4445	**0.004**

注。 生成独热编码和物理通道结果时使用了 FedProx 和 FedAdam。

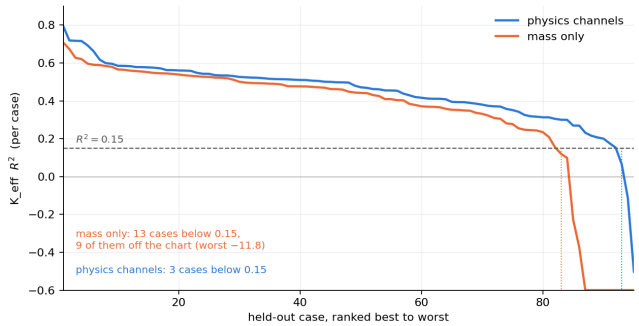


图 4：对全部 95 个留出案例进行排名，比较仅使用质量与使用物理通道的结果。低于 0.15 阈值的案例数量从 13 个降至 3 个。

第一种方法为每个组件使用一个14路指示器。在联邦环境中，这使 K_{eff} R^2 从0.019提升至0.347，成为该项目在 +0.328方面最大的单项改进。新特征将案例60至66从负值提升至 +0.27–0.35。该编码后来被物理通道取代。尽管这一方法有效，但仍未解决所有存在问题的载荷。例如，案例91包含一个代表性不足的燃料水平，导致训练数据不足，因而结果更差。当该案例被留出时，其中心值崩溃为 −3.22 。这一发现促使人们寻找更稳健的解决方案，以捕捉所有案例中的燃料级别。

优越的方法为每个组件使用两列：一个与质量水平呈线性关系的富集代理变量，以及一个二元混合氧化物指示器。总体而言，该策略的得分为 0.4481，高于独热编码的 0.4165，并且案例 91 从 −3.22 转变为 +0.156。结果改进的原因很简单。在之前的方法中，由于某些燃料级别缺乏数据，模型无法完成预测。新机制允许在不同级别之间进行插值，这尤其有助于预测代表性不足的燃料级别。虽然这一变化并未直接改善较容易案例的输出，但它提高了系统鲁棒性，而这对于处理异常案例至关重要。在联邦环境中，失败案例的数量减少了 10 个，如图 4 所示。

训练循环中加入了两种联邦算法，以期改善结果。与新增输入特征带来的 +0.354 相比，总体提升幅度较小，仅为 +0.071 。下文将讨论这两种算法。

5.3 近端正则化

FedProx [12] 是一种客户端算法，它会在每个客户端的目标函数中加入惩罚项 $\frac{\mu}{2}\|\boldsymbol{w} - \boldsymbol{w}_{\text{global}}\|^2$ ，以阻止客户端在一轮训练中偏离全局权重。研究人员进行了系数调优，以找到最优值，其中 $\mu = 0.1$ 带来了最大的改进。

该项的目的是防止模型过度依赖罕见特征并陷入局部最优，从而损害全局性能，这也称为客户端漂移。在 $\mu = 0.1$ 处，增益集中在异质性最高的折上。它使第三折的得分提高了 +0.074 ，而最简单的折

表3：学习曲线，按案例统计 R^2 ，每个数据点均基于相同的留出案例。

每个案例的行数	K_{eff} R^2
50	0.2668
100	0.3888
250	0.3828
500	0.4308
1000	**0.4445**

(a) 每个案例的排列，保留所有案例。

训练案例	K_{eff} R^2
8	−2.771
16	+0.026
32	+0.287
48	+0.390
63	**+0.445**

（b）训练案例，保留所有排列。

则下降了 0.009。FedProx 引入的惩罚也抑制了合理的客户端分歧，这解释了最简单的折上出现的小幅损失。

5.4 服务器端自适应优化

FedAdam [17] 是一种服务器端联邦算法，将聚合后的客户端更新视为伪梯度，并对全局模型应用 Adam。使用 0.01 的学习率和 $\tau = 10^{-3}$ 将 K_{eff} R^2 值从 0.370 提高到 0.4182，提升了 +0.048，且每一折均有所提升。此外，这一算法变更将得分低于 0.15 的案例数量从 12 个减少到 5 个。最容易的两折提升最大，这与更快的优化器相一致。更快的收敛还使训练不足的层级达到有用的值，从而让更多案例超过 0.15 的阈值。未对学习率进行遍历测试；0.01 的值被作为默认值，且在后续运行中未作调整。

5.5 学习曲线

尽管采用不同算法相比基线模型带来了改进，但特征表示被证明是最重要的因素。除了特征和模型复杂度之外，在评估模型时，确定扩展训练语料库的价值也至关重要。测量了两条学习曲线，仅在完成折划分后进行子采样，以确保留出集在每个点都保持一致。

表 3 展示了与样本量相关的两条学习曲线。在单个案例中将排列数量加倍，可使 R^2 增加 0.017；而将训练案例总数加倍，则可达到约 0.14。这些数值表示斜率，而非行与行之间的差值。根据报告的数值进行外推，仅靠增加排列数量来达到 $R^2 = 0.60$ ，所需预算约为当前的 600 倍。预计将案例数量从 95 增至约 190 会产生类似效果。

这两种预测均未经检验，而且超出测量范围的外推并不可靠。斜率正在减小，因此+0.14 的数值偏乐观，而 +0.10 似乎是更保守、也更现实的选择。如果未来需要更多训练数据，应该增加新的燃料组成，而不是为现有案例增加更多排列。

6 结论与未来工作

联邦学习是一种功能强大的工具，应用范围广泛；与图神经网络相结合后，它能提供稳健的解决方案，同时保护所有参与机构的隐私。在本文中，我们探讨了

异构数据问题，并采用了先前研究中描述的技术 [8, 9, 11, 12, 17, 21]。将联邦学习应用于这一特定任务颇具挑战，但在处理此类数据时，该方法的分布式特性至关重要。

其中一项核心发现是，对于联邦模型影响最大的改动，为集中式变体带来了中性或略微积极的结果。这是意料之中的，因为数据集中对某些燃料级别的覆盖不足，从而导致了客户端漂移。前几节所述的所有改进都是实现两种技术平衡所必需的，因为额外的表达能力并未使集中式方法受益，但它成功提高了该用例所需的联邦式方法上限。

在未来的工作中，我们旨在进一步改进输入和读出表示。我们研究的所有结果都表明，表达能力比模型规模和复杂性更为重要。优先事项是构建更丰富的读出层，在现有的均值、最大值和标准差之外加入其他参数。观察不违反已确认对称性的其他堆芯几何形状模式，也是一个很有前景的研究方向。

致谢

本研究得到 TURING 项目的支持，该项目由欧盟在“地平线欧洲”计划下资助，资助协议编号为 101215032。

参考文献

[1] Battaglia 等，2018。《关系归纳偏置、深度学习与图网络》。*arXiv* 预印本 *arXiv:1806.01261*（2018）。[2] Michael M. Bronstein、Joan Bruna、Taco Cohen 和 Petar Veličković。2021。《几何深度学习：网格、群、图、测地线与规范》。*arXiv* 预印本 *arXiv:2104.13478*（2021）。[3] Michaël Defferrard、Xavier Bresson 和 Pierre Vandergheynst。2016。《基于图的卷积神经网络与快速局部化谱滤波》。载于 *神经信息处理系统进展（NeurIPS）*，第 29 卷。[4] Xingbo Fu、Binchi Zhang、Yushun Dong、Chen Chen 和 Jundong Li。2022。《联邦图机器学习：概念、技术与应用综述》。*ACMSIGKDD ExplorationsNewsletter* 24，2（2022），32–47。doi:10.1145/3575637.3575644[5] Justin Gilmer、Samuel S. Schoenholz、Patrick F. Riley、Oriol Vinyals 和 George E. Dahl。2017。《用于量子化学的神经消息传递》。载于 *第 34 届国际机器学习会议（ICML）（机器学习研究论文集，第 70 卷）*。1263–1272。[6] Chaoyang He、Keshav Balasubramanian、Emir Ceyani、Carl Yang、Han Xie、Lichao Sun、Lifang He、Liangwei Yang、Philip S. Yu、Yu Rong、Peilin Zhao、Junzhou Huang、Murali Annavaram 和 Salman Avestimehr。2021。《FedGraphNN：面向图神经网络的联邦学习系统与基准》。*arXiv* 预印本 *arXiv:2104.07145*（2021）。[7] Nicholas Horelik、Bryan Herman、Benoit Forget 和 Kord Smith。2013。《反应堆仿真评估与验证基准（*BEAVRS*）》。技术报告。麻省理工学院，计算反应堆物理组。[8] Peter Kairouz、H. Brendan McMahan 等。2021。《联邦学习的进展与开放问题》。*Foundations and Trends in Machine Learning* 14，1–2（2021），1–210。doi:10.1561/2200000083[9] Sai Praneeth Karimireddy、Satyen Kale、Mehryar Mohri、Sashank Reddi、Sebastian Stich 和 Ananda Theertha Suresh。2020。《SCAFFOLD：用于联邦学习的随机受控平均》。载于 *第 37 届国际机器学习会议（ICML）（机器学习研究论文集，第 119 卷）*。5132–5143。[10] Thomas N. Kipf 和 Max Welling。2017。《基于图卷积网络的半监督分类》。载于 *国际学习表征会议（ICLR）*。[11] Tian Li、Anit Kumar Sahu、Ameet Talwalkar 和 Virginia Smith。2020。《联邦学习：挑战、方法与未来方向》。*IEEE 信号处理杂志* 37，3（2020），50–60。doi:10.1109/MSP.2020.2975749 [12] Tian Li、Anit Kumar Sahu、Manzil Zaheer、Maziar Sanjabi、Ameet Talwalkar 和 Virginia Smith。2020。《异构网络中的联邦优化》。载于 *机器学习与系统论文集（MLSys）*，第 2 卷。429–450。[13] Brendan McMahan、Eider Moore、Daniel Ramage、Seth Hampson 和 Blaise Agüera y Arcas。2017。《基于去中心化数据的通信高效深度网络学习》。载于 *第 20 届国际人工智能与统计学会议（AISTATS）（机器学习研究论文集，第 54 卷）*。1273–1282。[14] Christopher Morris、Martin Ritzert、Matthias Fey、William L. Hamilton、Jan Eric Lenssen、Gaurav Rattan 和 Martin Grohe。2019。《Weisfeiler–Leman 走向神经化：高阶图神经网络》。载于 *AAAI人工智能会议论文集，第 33 卷*。4602–4609。[15] E.Z. Muller、G. Ball、W.R. Joubert、H.C. Schutte、C.C. Stocker 和 F. Reitsma。1994。《研究堆堆芯跟踪计算系统的开发》。载于 *太平洋盆地核会议（第 9 届：1994 年：新南威尔士州悉尼）*。澳大利亚工程师学会，Barton，ACT，1047–1051。[16] Tobias Pfaff、Meire Fortunato、Alvaro Sanchez-Gonzalez 和 Peter W. Battaglia。2021。《利用图网络学习基于网格的仿真》。载于 *国际学习表征会议（ICLR）*。[17] Sashank J. Reddi、Zachary Charles、Manzil Zaheer、Zachary Garrett、Keith Rush、Jakub Konečný、Sanjiv Kumar 和 H. Brendan McMahan。2021。《自适应联邦优化》。载于 *国际学习表征会议（ICLR）*。[18] Nicola Rieke、Jonny Hancox、Wenqi Li、Fausto Milletarì、Holger R. Roth、Shadi Albarqouni、Spyridon Bakas、Mathieu N. Galtier、Bennett A. Landman、Klaus Maier-Hein、Sébastien Ourselin、Micah Sheller、Ronald M. Summers、Andrew Trask、Daguang Xu、Maximilian Baust 和 M. Jorge Cardoso。2020。《联邦学习驱动的数字健康未来》。*npj Digital Medicine* 3（2020），119。doi:10.1038/s41746-020-00323-1 [19] Alvaro Sanchez-Gonzalez、Jonathan Godwin、Tobias Pfaff、Rex Ying、Jure Leskovec 和 Peter Battaglia。2020。《利用图网络学习模拟复杂物理》。载于 *第 37 届国际机器学习会议（ICML）（机器学习研究论文集，第 119 卷）*。8459–8468。[20] Han Xie、Jing Ma、Li Xiong 和 Carl Yang。2021。《非独立同分布图上的联邦图分类》。载于 *神经信息处理系统进展（NeurIPS）*，第 34 卷。18839–18852。[21] Mang Ye、Xiuwen Fang、Bo Du、Pong Chi Yuen 和 Dacheng Tao。2023。《异构联邦学习：现状与研究挑战》。*Comput. Surveys* 56，3 2023 1 44 10 1145 3625558（），–。doi:。/ Ruizhi Zhang、[22] Shengfeng Zhu、Kan Wang、Ding She、Jean-Philippe Argaud、Bertrand Bouriquet、Qing Li 和 Helin Gong。2026。《反应堆物理中的人工智能：当前状态与未来展望》。核科学与技术 37（2026），100。doi:10.1007/s41365-026-01928-z [23] Yue Zhao、Meng Li、Liangzhen Lai、Naveen Suda、Damon Civin 和 Vikas Chandra。2018。《含非独立同分布数据的联邦学习》。*arXiv* 预印本 *arXiv:1806.00582*（2018）。