多种 TDI组合下空间引力波探测器对超轻标量场暗物质的解析响应函数

Wenqiu Tang, [1] Pan-Pan Wang, [2] Yuezhe Chen, [1] Rui Luo, [1] 以及 Cheng-Gang Shao[3,1]
[1] *National Gravitation Laboratory, MOE Key Laboratory of Fundamental Physical Quantities Measurement, School of Physics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, People's Republic of China*
[2] *College of Physics, Chongqing University, Chongqing 401331, China*
[3] *School of Physics and Optoelectronic, Yangtze University, Jingzhou 434023, China*

超轻标量场是暗物质的重要候选者。作为相干振荡场，它们通过与测试质量块的耦合，在空间引力波探测器中留下特征性信号。本文推导了多种时间延迟干涉测量（TDI）组合下，空间引力波探测器对超轻标量场暗物质的响应函数解析表达式。从标量场与测试质量块之间的耦合作用量出发，我们得到了测试质量块的附加位移和单链路多普勒响应。随后，我们给出了任意 TDI 组合的响应函数的一般解析形式，并比较了最优组合 A、E 和 T 的解析结果与蒙特卡罗数值结果。最后，我们分析了多种 TDI 组合的响应，根据其低频行为将其分为普通类型和 ζ 类型，并给出了各个组合的低频响应表达式。这些结果可用于评估 LISA、Taiji 和 TianQin 等空间引力波任务对超轻标量场暗物质的质量和耦合参数的灵敏度。

arXiv:2611.32563v1 [gr-qc] 24 Nov 2026

I. 引言

暗物质（DM）是当代物理学和天文学中尚未解决的重大问题之一。星系旋转曲线为不可见物质成分提供了证据 [1], , 而宇宙学观测则支持宇宙中存在大量非重子物质 [2]。在基准 ΛCDM 模型中，暗物质约占宇宙总能量密度的 26% [2]。其微观本质仍然未知。

对粒子暗物质的互补搜寻包括核反冲测量 [3–5] ，以及搜寻湮灭或衰变产物 [6]。超轻标量场（ULSF）促使人们采用另一种研究方法：其极大的相空间占据数使得可以用经典振荡场来描述 [7–10]。与测试质量块静质量的线性耦合会产生振荡力，使精密干涉测量能够探测这种相互作用 [11–13]。

空间引力波探测器通过长基线激光干涉测量测试质量块的相对运动。LISA、Taiji 和 TianQin 等任务旨在开展低频引力波观测 [14–16]。它们的位移测量也对标量暗物质相关的非引力作用力敏感。这些作用产生的运动会在激光链路中引发多普勒频移 [17], , 从而补充干涉测量和精密测量搜寻 [18–25]。

在理想的等臂迈克耳孙干涉仪中，共同的激光频率涨落会在差分读出中相互抵消。天基探测器中的不等臂会在不同的延迟时间对这些涨落进行采样，从而在简单的臂差中留下残余激光噪声。时延干涉测量（TDI）将延迟的一向测量组合起来，以抑制这种噪声 [26–29]。抵消效果取决于延迟模型及其精度。还必须将残余次级噪声通过每一种组合进行传播。

先前的工作研究了标量场响应、速度效应以及基本 TDI 组合的灵敏度估计 [17]。几何时间延迟干涉测量提供了 12链路、14链路和 16链路组合及其延迟多项式分解的目录 [30]。在这些结果的基础上，我们推导了标量响应的解析角平均，并利用独立的数值计算对其进行验证。随后，我们在统一的静态等臂模型和噪声规定下，对 45 种几何组合进行比较。该比较区分了响应等价性与灵敏度等价性，并确定了低频渐近式适用的范围。

本文结构如下。第二节建立空间引力波探测器中超轻标量场暗物质的信号模型，并推导单链路响应。第三节给出解析时间延迟干涉测量响应表达式及其数值验证。第四节比较不同 TDI组合的响应和灵敏度，并讨论其在耦合估计中的应用。第五节总结全文。

我们采用自然单位制，其中 $c = \hbar = 1$，并在长度和频率以 SI 单位表示时恢复 c。

II. 空间引力波探测器探测暗物质的原理

为将标量场相互作用与可测量的信号联系起来，我们首先使用有效拉格朗日量明确其与物质的耦合。随后，我们推导振荡场在测试质量中诱导的运动，并利用由此产生的位移计算单条激光链路的多普勒响应。

A. 暗物质的作用量

我们将超轻标量场视为暗物质候选者，并采用一种描述，其中 ϕ与标准模型场呈线性耦合。低能极限下的有效拉格朗日量为 [7–10, 31]:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_\phi + \mathcal{L}_{SM} + \mathcal{L}_{\phi-SM}\,. \tag{2.1}$$

这里 $\mathcal{L}_{SM}$ 是标准模型拉格朗日量， $\mathcal{L}_\phi$ 描述质量为 m_ϕ 的标量场， $\mathcal{L}_{\phi-SM}$ 描述其与物质的相互作用。后两项由下式给出

$$\mathcal{L}_\phi = -\frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}m_\phi^2\phi^2\,, \tag{2.2}$$

and

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\phi-SM} = \kappa\phi\Bigg[&\frac{d_e}{4e^2}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{d_g\beta_3}{2g_3}G^A_{\mu\nu}G^{A\mu\nu}\\ &- \sum_{i=e,u,d}(d_{m_i}+\gamma_{m_i}d_g)m_i\bar{\psi}_i\psi_i\Bigg]\,,\end{aligned} \tag{2.3}$$

其中 $\kappa \equiv \sqrt{4\pi G} = \sqrt{4\pi/}M_P$、 G 是牛顿常数，$M_P = G^{-1/2}$ 是普朗克质量。张量 $F_{\mu\nu}$ 和 $G^A_{\mu\nu}$ 分别描述电磁场和胶子场， A 为胶子颜色指标。这里 e 和 g_3是电磁规范耦合和强规范耦合， β_3 是量子色动力学（QCD）的β函数， γ_{m_i} 是费米子质量反常维数。无量纲系数 d_e、d_g和 d_{m_i} 参数化对这些场及费米子质量项的标量耦合。场 ψ_i的质量为 m_i，表示电子以及 u 和 d 夸克， ψ_i 是它们的狄拉克伴随量。夸克耦合也可表示为

$$\begin{aligned}d_{\hat{m}} &= \frac{d_{m_d}m_d + d_{m_u}m_u}{m_d+m_u},\\ d_{\delta m} &= \frac{d_{m_d}m_d - d_{m_u}m_u}{m_d-m_u}\,.\end{aligned} \tag{2.4}$$

$d_{\hat{m}}$ 表示与平均夸克质量的耦合，$d_{\delta m}$ 表示与夸克质量差相关的耦合。对于宏观测试质量，标量耦合通过其质量 $m(\phi)$ 对标量场的依赖性体现出来。 $m(\phi)$ 的这种场依赖性决定了测试质量在标量场中的运动。

B. 利用空间引力波探测器探测暗物质的原理

在自由场近似下，经典标量场可展开为平面波。为计算固定场速度下的响应，我们考虑一个单色模，

$$\phi\,(t,\vec{x}) = \phi_{\vec{k}}e^{i\left(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{x}+\theta_0\right)}\,, \tag{2.5}$$

其中， $\phi_{\vec{k}}$ 为振幅， ω 为角频率， k 为动量矢量，θ_0 为初始相位（其取值不影响讨论，可设为零）。当标量场构成银河系暗物质时，其速度弥散为 $v\sim10^{-3}$，对应于具有 $k\approx m_\phi\vec{v}$ 和 $\omega\approx m_\phi$ 的非-相对论性涨落。测试质量对该场的响应由以下作用量得出

$$S = -\int m\,(\phi)\,\sqrt{-\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu}\,. \tag{2.6}$$

我们忽略引力效应，并用依赖于场的质量 $m(\phi)$ 描述测试质量。闵可夫斯基度规 $\eta_{\mu\nu}$的符号为 (−， +， +，+)。希腊指标表示时空分量， i 表示空间分量。为推导运动方程，我们采用 $dx^\mu = (dt,\ d\vec{x})$，并暂时将测试质量的速度记为 $\vec{v} = d\vec{x}/dt$，其中 $v^2 = \vec{v}\cdot\vec{v}$。于是，固有时微元满足

$$-\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = dt^2(1-v^2)\,. \tag{2.7}$$

将作用量写为 $S = \int L\,dt$ 后，可得到点粒子拉格朗日量

$$L = -m(\phi)\sqrt{1-v^2}\,. \tag{2.8}$$

将拉格朗日量代入欧拉-拉格朗日方程，并取非相对论极限，得到

$$\frac{d^2x^i}{dt^2} \approx -\kappa\alpha\,(\phi)\left(\partial_i\phi + \dot{\phi}\frac{dx^i}{dt}\right)\,. \tag{2.9}$$

这里，$\alpha = \frac{1}{\kappa^2 m_{\ \ }(\phi)\ \partial[\kappa m_{\ }(\ \ \phi\ ]\ )}$ 刻画了标量场与测试质量 [32–34]的耦合。对于初始静止的测试质量，第二项相对于第一项在耦合常数中属于更高阶项，因此在线性阶近似下可以忽略。于是，标量场会产生加速度

$$a^i\,(t,\vec{x}) = i\phi_{\vec{k}}\alpha\kappa k^i e^{im_\phi\left(t-v\hat{k}\cdot\vec{x}\right)}\,. \tag{2.10}$$

将振荡加速度积分两次即可得到感生位移，

$$\delta x^i\,(t,\vec{x}) = -i\mathcal{M}_s\hat{k}^i e^{im_\phi\left(t-v\hat{k}\cdot\vec{x}\right)}\,, \tag{2.11}$$

其中， $\mathcal{M}_s = \alpha\kappa\phi_{\vec{k}}|\vec{k}|/m_\phi^2$ 决定了位移振幅。发送端和接收端测试质量块的感应位移会改变光传播时间，进而改变测得的激光频率。

C. 天基探测器对暗物质的响应形式

现在，我们考虑航天器之间的光传播时间，由测试质量位移推导出激光频率信号。我们采用图1所示的链路几何。航天器标记为 SC1、SC2 和 SC3。这里 α

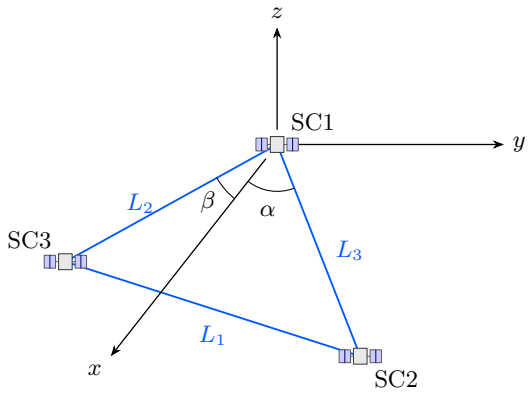

图1. 三角形天基探测器几何结构示意图。

和 β 分别是 x 轴与 SC1–SC2 臂、SC1–SC3 臂之间的几何角。与 SCi 相对的臂长为 L_i。三颗卫星的位置矢量为：

$$\begin{aligned}\vec{x}_1 &= (0,0,0),\\ \vec{x}_2 &= L_3(\cos(\alpha),\sin(\alpha),0),\\ \vec{x}_3 &= L_2(\cos(\beta),-\sin(\beta),0)\,.\end{aligned} \tag{2.12}$$

因此，将沿各臂的方向矢量定义为：

$$\begin{aligned}\vec{n}_{12} &= \frac{1}{L_3}\left(\vec{x}_2-\vec{x}_1\right) = \left(\cos\left(\alpha\right),\sin\left(\alpha\right),0\right),\\ \vec{n}_{23} &= \frac{1}{L_1}\left(\vec{x}_3-\vec{x}_2\right)\\ &= \left(\frac{L_2\cos\left(\beta\right)-L_3\cos\left(\alpha\right)}{L_1},\right.\\ &\qquad \left.\frac{-L_2\sin\left(\beta\right)-L_3\sin\left(\alpha\right)}{L_1},0\right),\\ \vec{n}_{31} &= \frac{1}{L_2}\left(\vec{x}_1-\vec{x}_3\right) = \left(-\cos\left(\beta\right),\sin\left(\beta\right),0\right)\,.\end{aligned} \tag{2.13}$$

角度 θ 和 ϕ 在球坐标中确定场传播方向。相应的单位矢量 $\hat{}\neg k$ 和波矢 k 为

$$\begin{aligned}\hat{k} &= \left(\sin\theta\cos\phi,\sin\theta\sin\phi,\cos\theta\right),\\ \vec{k} &= \frac{2\pi f}{c}v\left(\sin\theta\cos\phi,\sin\theta\sin\phi,\cos\theta\right)\,.\end{aligned} \tag{2.14}$$

在确定链路方向后，我们将诱导位移代入光传播时间扰动。对于在航天器 SCr 接收、由航天器 SCs发射的链路，传播时间 T_{rs} 为

$$T_{rs} = L_{rs} + \delta t_{rs}\,, \tag{2.15}$$

其中，L_{rs} 是以自然单位表示的未扰动光行时间，δt_{rs} 是其扰动。单位矢量 $\hat{}n_{rs}$ 从接收器指向发送器。在下文的等臂表达式中，公共延迟为 L，因此位移扰动为

$$\delta t_{rs} = -\hat{n}_{rs}\cdot\left[\delta\vec{x}\left(t,\vec{x}_r\right)-\delta\vec{x}\left(t-L,\vec{x}_s\right)\right]\,. \tag{2.16}$$

该扰动会按照下式改变接收到的激光相位：

$$\phi_r\left(t\right) = \phi_s\left(t-T_{rs}\right) = 2\pi\nu_0\left(t-L_{rs}-\delta t_{rs}\right)\,, \tag{2.17}$$

其中，ν_0 为参考激光频率，ϕ_s、ϕ_r 分别表示发射和接收的激光相位。接收到的瞬时频率为

$$\nu_{rs}\left(t\right) = \frac{1}{2\pi}\frac{d\phi_r}{dt}\,. \tag{2.18}$$

写作 $\delta\nu_{rs} = \nu_{rs}-\nu_0$，相位导数给出相对频移

$$\frac{\delta\nu_{rs}}{\nu_0} = -\frac{d\delta t_{rs}}{dt}\,. \tag{2.19}$$

代入测试质量位移后，可得统一形式的单链路多普勒响应 [35]:

$$y_{rs}\left(t\right) = \frac{\delta\nu_{rs}}{\nu_0} = \mu_{rs}\left[h\left(t,\vec{x}_r\right)-h\left(t-L,\vec{x}_s\right)\right]\,, \tag{2.20}$$

其中，$h(t,\ \vec{x}) = m_\phi\mathcal{M}_s e^{im_\phi\ (t-\hat{v}\cdot k\cdot\vec{x})}$ 是用于归一化响应的标量信号$\hat{}$振幅，$\mu_{rs} = k\cdot\hat{}n_{rs}$是沿链路方向的投影。对于原点处的场，$h(t) \equiv h(t,\ \vec{0})$，我们采用如下时间傅里叶约定

$$h(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\widetilde{h}(\omega)e^{i\omega t}\,d\omega. \tag{2.21}$$

$\widetilde{}$持续时间为 T 的有限时长观测可表示为 $h_T(\omega) = \int_0^T h(t)e^{-i\omega t}\,dt$。代入式 (2.20) 得：

$$\begin{aligned}y_{rs}\left(t\right) = \mu_{rs}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}d\omega\widetilde{h}\left(\omega\right)e^{i\omega t}\\ \times\left[e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}_r}-e^{-i\left(\tau+\vec{k}\cdot\vec{x}_s\right)}\right]\,,\end{aligned} \tag{2.22}$$

其中 $\tau = 2\pi fL/c$。于是，单链路的响应表达式可写为

$$\widetilde{y}_{rs}\left(\omega\right) = \mu_{rs}\widetilde{h}\left(\omega\right)\left(e^{-i\left(\vec{k}\cdot\vec{x}_r\right)}-e^{-i\left(\tau+\vec{k}\cdot\vec{x}_s\right)}\right)\,, \tag{2.23}$$

$\hat{}$其中 $\mu_{rs} = k\cdot\hat{}n_{rs}$。这一单链路频域响应为利用延迟单向测量构造时间延迟干涉测量观测量提供了输入。

III. 多种 TDI 组合下暗物质的响应函数

从上述推导的单链路多普勒响应出发，我们通过组合具有时间延迟的测量来构造 TDI观测量。在本节中，我们用六个延迟系数表示方向平均功率响应，并通过数值角度积分验证 A、E 和 T 的解析结果。

A. 时延干涉测量组合

TDI观测量可抑制激光频率噪声 [26–29]。所选的延迟模型决定了激光噪声被抵消的阶数。因此，任意 TDI 组合都完全由一组延迟多项式表征，即各个单链路响应的系数及其对应的时间延迟。例如，图 2 展示了等臂米开尔逊 X 组合的两条合成光路。每个箭头都对应一次单向测量。单臂延迟为 $D = e^{-iu}$，其中 $u = 2\pi f L/c = \tau$。每增加一次单臂光行时延，就会引入另一个 D 因子，因此路径 b 减去路径 a 得到

$$X = (1 - D^2)\left(y_{13} + D y_{31} - y_{12} - D y_{21}\right). \tag{3.1}$$

通常使用的基本组合属于第一代TDI。米歇尔逊组合X、Y和Z分别以一艘航天器作为顶点，并比较沿其两条臂的往返行程。萨尼亚克组合α、 β和 γ 对应于围绕三艘航天器的闭合回路。其他基本组合包括信标组合P、Q和R，监测组合E、F和G，以及中继组合U、V和W [27, 29]。由X、Y和Z的正交线性组合可得到A、E和T组合。在对称噪声假设下，这些组合在噪声方面彼此正交；对于引力波，T 响应在长波极限下受到抑制，但它并不是一个完全无信号的通道 [30, 36]。在等臂近似下，一些名称不同的组合具有相同的响应。在本文中，我们将上述基本组合扩展为几何12链路、14链路和16链路TDI组合 [30] ，并推导其响应函数的解析表达式。为了在统一框架下处理这些组合，我们用它们的六个延迟多项式系数表示响应。

B. 响应函数的解析计算

在 y_{rs} 中， r， $s \in \{1,2,3\}$ 分别用 $r \neq s$ 标记接收航天器和发射航天器。我们采用六链路顺序（y_{12}， y_{23}， y_{31}， y_{13}， y_{21}， y_{32}），其系数为$\widetilde{\quad}$（P_1， P_2， P_3， $P_{1\prime}$， $P_{2\prime}$， $P_{3\prime}$）。我们将由这些系数指定的时间延迟干涉测量可观测量记为 TDI(ω)。其方向平均功率响应为 [17, 29, 30]

$$R_{\mathrm{TDI}}(\omega) = \frac{1}{4\pi}\int_{-1}^{1} d\cos\theta \int_{0}^{2\pi} d\phi \left|\frac{\widetilde{\mathrm{TDI}}(\omega)}{\tilde{h}(\omega)}\right|^2 . \tag{3.2}$$

我们将相应的量 $\sqrt{R}$ 称为传递函数。¯

代入六个单链路响应后，积分中的模平方为

$$\left|\begin{array}{l} P_1\mu_{12}\left(e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}_1} - e^{-i(\tau+\vec{k}\cdot\vec{x}_2)}\right) + P_2\mu_{23}\left(e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}_2} - e^{-i(\tau+\vec{k}\cdot\vec{x}_3)}\right) \\ + P_3\mu_{31}\left(e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}_3} - e^{-i(\tau+\vec{k}\cdot\vec{x}_1)}\right) + P_{1\prime}\mu_{13}\left(e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}_1} - e^{-i(\tau+\vec{k}\cdot\vec{x}_3)}\right) \\ + P_{2\prime}\mu_{21}\left(e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}_2} - e^{-i(\tau+\vec{k}\cdot\vec{x}_1)}\right) + P_{3\prime}\mu_{32}\left(e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}_3} - e^{-i(\tau+\vec{k}\cdot\vec{x}_2)}\right) \end{array}\right|^2 , \tag{3.3}$$

并重新整理为如下形式

$$R_{\mathrm{TDI}}(\omega) = \left\langle |A + B + C|^2 \right\rangle_{\Omega}, \qquad \langle\cdot\rangle_{\Omega} = \frac{1}{4\pi}\int d\Omega\,(\cdot). \tag{3.4}$$

其中， A、 B 和 C 分别为

$$\begin{aligned} A &= \mu_{12}\left(\left(P_1 + e^{-i\tau}P_{2\prime}\right)e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}_1} - \left(P_1 e^{-i\tau} + P_{2\prime}\right)e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}_2}\right), \\ B &= \mu_{23}\left(\left(P_2 + e^{-i\tau}P_{3\prime}\right)e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}_2} - \left(P_2 e^{-i\tau} + P_{3\prime}\right)e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}_3}\right), \\ C &= \mu_{31}\left(\left(P_3 + e^{-i\tau}P_{1\prime}\right)e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}_3} - \left(P_3 e^{-i\tau} + P_{1\prime}\right)e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}_1}\right). \end{aligned} \tag{3.5}$$

为方便起见，我们写出 μ的表达式

$$\begin{aligned} \mu_{12} &= \hat{k}\cdot\hat{n}_{12} = \sin\theta\cos\phi\cos\alpha + \sin\theta\sin\phi\sin\alpha = \sin\theta\cos(\phi-\alpha), \\ \mu_{23} &= \hat{k}\cdot\hat{n}_{23} = \sin\theta\cos(\phi+\delta), \\ \mu_{31} &= \hat{k}\cdot\hat{n}_{31} = -\sin\theta\cos\phi\cos\beta + \sin\theta\sin\phi\sin\beta = -\sin\theta\cos(\phi+\beta), \end{aligned} \tag{3.6}$$

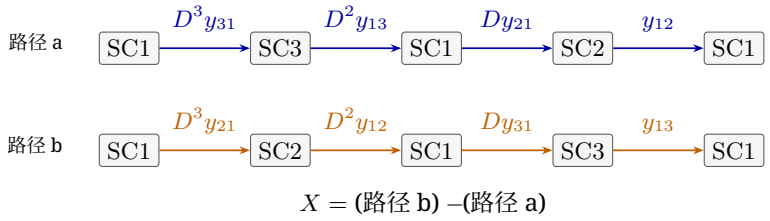

图 2. 等臂米歇尔逊 X 组合的两条合成光路。标签显示了每个单向测量及其相对于最终读出的延迟。SC1–SC3 表示三艘航天器。

此处 $u_i \equiv 2\pi f L_i/c$ 是臂 i的光学传播相位，其中 $u_i = u$ 处于等臂极限。角度 δ 满足 $\tan\,\delta = (u_2 \sin\,\beta + u_3 \sin\,\alpha)/(u_2 \cos\beta - u_3 \cos\,\alpha)$。角平均随后可分解为六项，

$$R_{\rm TDI}(\omega) = \left\langle |A|^2 + |B|^2 + |C|^2 + 2{\rm Re}[AB^*] + 2{\rm Re}[AC^*] + 2{\rm Re}[BC^*] \right\rangle_\Omega . \tag{3.7}$$

为表示这些角积分，我们定义函数

$$\begin{aligned} f(u_i) &= \frac{2u_i\cos(u_i) + (-2+u_i^2)\sin(u_i)}{u_i^3}, \\ g(u_i) &= \frac{u_i\cos(u_i) + (-1+u_i^2)\sin(u_i)}{u_i^3} . \end{aligned} \tag{3.8}$$

这些积分的空间相位宗量为 vu_i，而光学延迟相位为 u_i。这些函数具有可去极限 $f(0) = 1/3$ 和 $g(0) = 2/3$，在这些极限附近采用高精度计算。符号 Re 表示实部，星号表示复共轭。前面三项是各个臂对平方贡献的角平均。明确地，我们得到：

$$\begin{aligned} \langle |A|^2 \rangle_\Omega = \frac{1}{3}\Big[&\left(P_1 + e^{-i\tau}P_{2'}\right)\left(P_1^* + e^{i\tau}P_{2'}^*\right) + \left(P_1 e^{-i\tau} + P_{2'}\right)\left(P_1^* e^{i\tau} + P_{2'}^*\right)\Big] \\ &- 2f(vu_3){\rm Re}\left[\left(P_1 + e^{-i\tau}P_{2'}\right)\left(P_1^* e^{i\tau} + P_{2'}^*\right)\right] . \end{aligned} \tag{3.9}$$

$$\begin{aligned} \langle |B|^2 \rangle_\Omega = \frac{1}{3}\Big[&(P_2 + e^{-i\tau}P_{3'})(P_2^* + e^{i\tau}P_{3'}^*) + (P_2 e^{-i\tau} + P_{3'})(P_2^* e^{i\tau} + P_{3'}^*)\Big] \\ &- 2f(vu_1){\rm Re}\left[(P_2 + e^{-i\tau}P_{3'})(P_2^* e^{i\tau} + P_{3'}^*)\right] . \end{aligned} \tag{3.10}$$

$$\begin{aligned} \langle |C|^2 \rangle_\Omega = \frac{1}{3}\Big[&(P_3 + e^{-i\tau}P_{1'})(P_3^* + e^{i\tau}P_{1'}^*) + (P_3 e^{-i\tau} + P_{1'})(P_3^* e^{i\tau} + P_{1'}^*)\Big] \\ &- 2f(vu_2){\rm Re}\left[(P_3 + e^{-i\tau}P_{1'})(P_3^* e^{i\tau} + P_{1'}^*)\right] . \end{aligned} \tag{3.11}$$

这三个平方项在对臂及其链路系数进行循环重标记后具有相同的形式。每一项都包含两个端点贡献的幂，以及一个由 $f(vu_i)$ 加权、对应于臂 i 的干涉项。其余三项描述了不同臂对之间在方向平均后仍然存在的干涉。这些交叉项表示为

$$\begin{aligned} 2{\rm Re}\langle AB^* \rangle_\Omega = &-\frac{1}{3}\cos(\alpha+\delta)\Big[(P_1 e^{-i\tau} + P_{2'})(P_2^* + e^{i\tau}P_{3'}^*) \\ &+ (P_1^* e^{i\tau} + P_{2'}^*)(P_2 + e^{-i\tau}P_{3'})\Big] \\ &+ 2\cos(\alpha+\delta)f(vu_3){\rm Re}\Big[(P_1 + e^{-i\tau}P_{2'})(P_2^* + e^{i\tau}P_{3'}^*)\Big] \\ &+ \Big[-2\cos(\alpha+2\beta-\delta)f(vu_2) \\ &+ 2\sin(\alpha+\beta)\sin(\delta-\beta)g(vu_2)\Big]{\rm Re}\Big[(P_1 + e^{-i\tau}P_{2'})(P_2^* e^{i\tau} + P_{3'}^*)\Big] \\ &+ 2\cos(\alpha+\delta)f(vu_1){\rm Re}\Big[(P_1 e^{-i\tau} + P_{2'})(P_2^* e^{i\tau} + P_{3'}^*)\Big] . \end{aligned} \tag{3.12}$$

$$
\begin{aligned}
2\mathrm{Re}\langle BC^*\rangle_\Omega =& \frac{1}{3}\cos(\delta-\beta)\Big[(P_2e^{-i\tau}+P_{3'})(P_3^*+e^{i\tau}P_{1'}^*)\\
&+(P_2^*e^{i\tau}+P_{3'}^*)(P_3+e^{-i\tau}P_{1'})\Big]\\
&-2\cos(\delta-\beta)f(vu_1)\mathrm{Re}\Big[(P_2+e^{-i\tau}P_{3'})(P_3^*+e^{i\tau}P_{1'}^*)\Big]\\
&+\Big[2\cos(2\alpha+\beta+\delta)f(vu_3)\\
&+2\sin(\alpha+\delta)\sin(\alpha+\beta)g(vu_3)\Big]\mathrm{Re}\Big[(P_2+e^{-i\tau}P_{3'})(P_3^*e^{i\tau}+P_{1'}^*)\Big]\\
&-2\cos(\delta-\beta)f(vu_2)\mathrm{Re}\Big[(P_2e^{-i\tau}+P_{3'})(P_3^*e^{i\tau}+P_{1'}^*)\Big].
\end{aligned}
\tag{3.13}
$$

$$
\begin{aligned}
2\mathrm{Re}\langle AC^*\rangle_\Omega =& \frac{1}{3}\cos(\alpha+\beta)\Big[(P_1+e^{-i\tau}P_{2'})(P_3^*e^{i\tau}+P_{1'}^*)\\
&+(P_1^*+e^{i\tau}P_{2'}^*)(P_3e^{-i\tau}+P_{1'})\Big]\\
&-2\cos(\alpha+\beta)f(vu_2)\mathrm{Re}\Big[(P_1+e^{-i\tau}P_{2'})(P_3^*+e^{i\tau}P_{1'}^*)\Big]\\
&+\Big[2\cos(\alpha-\beta+2\delta)f(vu_1)\\
&-2\sin(\alpha+\delta)\sin(\beta-\delta)g(vu_1)\Big]\mathrm{Re}\Big[(P_1e^{-i\tau}+P_{2'})(P_3^*+e^{i\tau}P_{1'}^*)\Big]\\
&-2\cos(\alpha+\beta)f(vu_3)\mathrm{Re}\Big[(P_1e^{-i\tau}+P_{2'})(P_3^*e^{i\tau}+P_{1'}^*)\Big].
\end{aligned}
\tag{3.14}
$$

不同臂对之间的干涉项可能为正，也可能为负，具体取决于几何结构和相对相位。因此，形式相似的平方项可能产生不同的总响应。

对于固定的探测器几何结构和场参数，本文所考虑的所有组合均适用相同的角核。每种组合都有其自身的六个延迟系数，这些系数的贡献共同构成式（3.7）中的方向平均功率响应。由于全部六项均为这些系数的二次型，因此公共因子 $q(D)$ 会使功率响应缩放为 $|q(D)|^2$。第四节利用这一性质比较不同组合的灵敏度。

C. 数值验证

为验证上述推导的解析结果，我们将其与相应响应的数值角积分进行比较。作为具体示例，我们采用由等臂等边三角形探测器中的米歇尔逊组合 X、Y 和 Z 构成的最优组合 A、E 和 T [17, 29, 30, 36]。在时域中，这些组合定义如下：

$$
A(t)=\frac{1}{\sqrt{2}}\left[Z(t)-X(t)\right]. \tag{3.15}
$$

$$
E(t)=\frac{1}{\sqrt{6}}\left[X(t)-2Y(t)+Z(t)\right]. \tag{3.16}
$$

$$
T(t)=\frac{1}{\sqrt{3}}\left[X(t)+Y(t)+Z(t)\right]. \tag{3.17}
$$

对于 A、E 和 T，六链路系数由 X、Y 和 Z 的延迟多项式得到。它们的响应函数如下：

$$
R_A(\omega)=(1-\cos 2\tau)\left[Q_1^2+Q_2^2\right]. \tag{3.18}
$$

$$
R_E(\omega)=\frac{1}{3}(1-\cos 2\tau)\left[Q_3^2+Q_4^2\right]. \tag{3.19}
$$

$$
R_T(\omega)=\frac{64}{3}\sin^4(\frac{\tau}{2})\sin^2\tau\left[Q_5^2+Q_6^2\right]. \tag{3.20}
$$

函数 Q_1 和 Q_2 对应于组合 A：

$$
\begin{aligned}
Q_1 =& -(\mu_{32}+\mu_{12})[1+\cos(2\tau)]\\
&+2\mu_{32}\cos(\tau+\vec{k}\cdot\vec{x}_2+\vec{k}\cdot\vec{x}_3)\\
&+2\mu_{12}\cos(\tau+\vec{k}\cdot\vec{x}_1+\vec{k}\cdot\vec{x}_2).
\end{aligned}
\tag{3.21}
$$

$$
\begin{aligned}
Q_2 =& (\mu_{32}+\mu_{12})\sin(2\tau)\\
&-2\mu_{32}\sin(\tau+\vec{k}\cdot\vec{x}_2+\vec{k}\cdot\vec{x}_3)\\
&-2\mu_{12}\sin(\tau+\vec{k}\cdot\vec{x}_1+\vec{k}\cdot\vec{x}_2).
\end{aligned}
\tag{3.22}
$$

函数 Q_3 和 Q_4 对应于组合 E:

$$\begin{aligned} Q_3 = &-(2\mu_{13}+\mu_{23}-\mu_{21})[1+\cos(2\tau)] \\ &+4\mu_{13}\cos(\tau+\vec{k}\cdot\vec{x}_1+\vec{k}\cdot\vec{x}_3) \\ &+2\mu_{23}\cos(\tau+\vec{k}\cdot\vec{x}_2+\vec{k}\cdot\vec{x}_3) \\ &-2\mu_{21}\cos(\tau+\vec{k}\cdot\vec{x}_1+\vec{k}\cdot\vec{x}_2)\,. \end{aligned} \tag{3.23}$$

$$\begin{aligned} Q_4 = &(2\mu_{13}+\mu_{23}-\mu_{21})\sin(2\tau) \\ &-4\mu_{13}\sin(\tau+\vec{k}\cdot\vec{x}_1+\vec{k}\cdot\vec{x}_3) \\ &-2\mu_{23}\sin(\tau+\vec{k}\cdot\vec{x}_2+\vec{k}\cdot\vec{x}_3) \\ &+2\mu_{21}\sin(\tau+\vec{k}\cdot\vec{x}_1+\vec{k}\cdot\vec{x}_2)\,. \end{aligned} \tag{3.24}$$

函数 Q_5 和 Q_6 对应于组合 T:

$$\begin{aligned} Q_5 = &\mu_{13}[1+\cos(\vec{k}\cdot\vec{x}_3)] \\ &+\mu_{21}[\cos(\vec{k}\cdot\vec{x}_2)+1] \\ &-\mu_{23}[\cos(\vec{k}\cdot\vec{x}_2)+\cos(\vec{k}\cdot\vec{x}_3)]\,. \end{aligned} \tag{3.25}$$

$$\begin{aligned} Q_6 = &\mu_{13}\sin(\vec{k}\cdot\vec{x}_3) \\ &+\mu_{21}\sin(\vec{k}\cdot\vec{x}_2) \\ &-\mu_{23}[\sin(\vec{k}\cdot\vec{x}_2)+\sin(\vec{k}\cdot\vec{x}_3)]\,. \end{aligned} \tag{3.26}$$

在相同的等臂假设下，我们使用从 10^{-5} 到 1 赫兹频率范围内的 10^5 个各向同性采样方向，对 Q_1–Q_6 给出的方向性功率响应进行数值积分。我们将这些积分结果与 III B 节中推导出的解析结果进行比较。为量化这种比较，我们报告相对幅度偏差 $\epsilon_{\sqrt{R}} = \sqrt{R_{\rm MC}/R_{\rm an}} - 1$ 和归一化功率偏差 $z = (R_{\rm MC}-R_{\rm an})/\sigma_{\rm MC}$。其中，$p_j$ 表示由第 j个独立各向同性样本处的辅助函数构造的未平均功率响应。蒙特卡罗估计及其标准误差为

$$\begin{aligned} R_{\rm MC} &= \frac{1}{M}\sum_{j=1}^{M} p_j, \\ \sigma_{\rm MC} &= \left[\frac{1}{M(M-1)}\sum_{j=1}^{M}(p_j-R_{\rm MC})^2\right]^{1/2}, \end{aligned} \tag{3.27}$$

其中 $M = 10^5$。因此，$\sigma_{\rm MC}$ 估计蒙特卡罗平均功率响应的标准误差。在误差面板中，σ 则表示在 $R_{\rm an}$处通过一阶传播评估得到的 $100\epsilon_{\sqrt{R}}$的标准误差:

$$\sigma = \frac{100\,\sigma_{\rm MC}}{2R_{\rm an}}. \tag{3.28}$$

此处的 σ 和 3σ 以百分点表示，与 $\sigma_{\rm MC}$不同。计算相对误差统计时不包括精确的响应零点。

组合	最大值 $\lvert\epsilon_{\sqrt{R}}\rvert$	最大值 $\lvert z\rvert$
A	0.2257%	1.4796
E	0.0564%	0.3993
T	0.2621%	1.3779

表 I. 使用蒙特卡罗角积分比较基于辅助函数表达式的解析响应。

在所考察的频段和采样配置下，A、E 和 T 的解析响应与蒙特卡罗角积分结果吻合良好。它们的相对振幅偏差低于约 0.3%，且每个有效频率均满足 $|z| \le 3$。这种吻合证实，在数值比较的精度范围内，A、E 和 T 的解析角平均是正确的。

图3–5比较了数值结果与解析结果。表 I 总结了这一比较，右侧面板以百分比显示相应的相对振幅偏差，其中逐点 $\pm3\sigma$ 范围定义见公式 (3.28)。

IV. 讨论

在对 A、E 和 T 进行数值验证后，我们在相同的静态等臂模型 [30]下比较 12链路、14链路和 16链路TDI组合的响应与灵敏度。我们利用它们的低频行为对响应进行分类，并说明灵敏度如何用于估算标量耦合。

在这项比较中，令 $N_O(f)$ 表示组合 O 的噪声功率谱密度（PSD）。其灵敏度曲线定义为

$$S(f) = \frac{N_O(f)}{R_O(f)}\,, \tag{4.1}$$

其中，$R_O(f)$ 是本文给出的功率响应。因此，S 是等效输入功率谱密度，而 $\sqrt{S}$ 是以赫兹$^{-1/2}$为单位的幅度灵敏度。通过时间延迟干涉测量抑制激光噪声后，还有两种次级噪声会限制探测器性能：在高频处占主导的光学计量系统噪声，以及在低频处占主导的测试质量块加速度噪声。我们采用类LISA次级噪声谱 [14, 17]。光学计量系统（OMS）噪声为:

$$S_{\rm oms}(f) = \left(s_{\rm oms}\frac{2\pi f}{c}\right)^2\left[1+\left(\frac{2\times10^{-3}{\rm Hz}}{f}\right)^4\right]\frac{1}{\rm Hz}\,. \tag{4.2}$$

测试质量加速度（ACC）噪声为:

$$\begin{aligned} S_{\rm acc}(f) = &\left(\frac{s_{\rm acc}}{2\pi f c}\right)^2\left[1+\left(\frac{0.4\times10^{-3}{\rm Hz}}{f}\right)^2\right] \\ &\times\left[1+\left(\frac{f}{8\times10^{-3}{\rm Hz}}\right)^4\right]\frac{1}{\rm Hz}\,. \end{aligned} \tag{4.3}$$

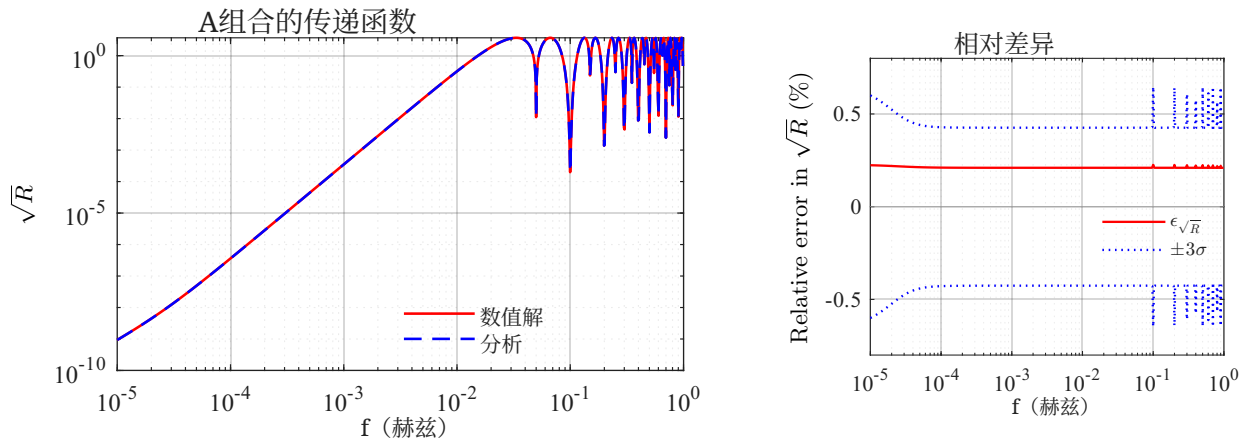

图3. 传递函数 $\sqrt{R}$ A组合的（左）以及数值结果与解析结果之间的相对幅度偏差$\epsilon_{\sqrt{R}}$ （右）。

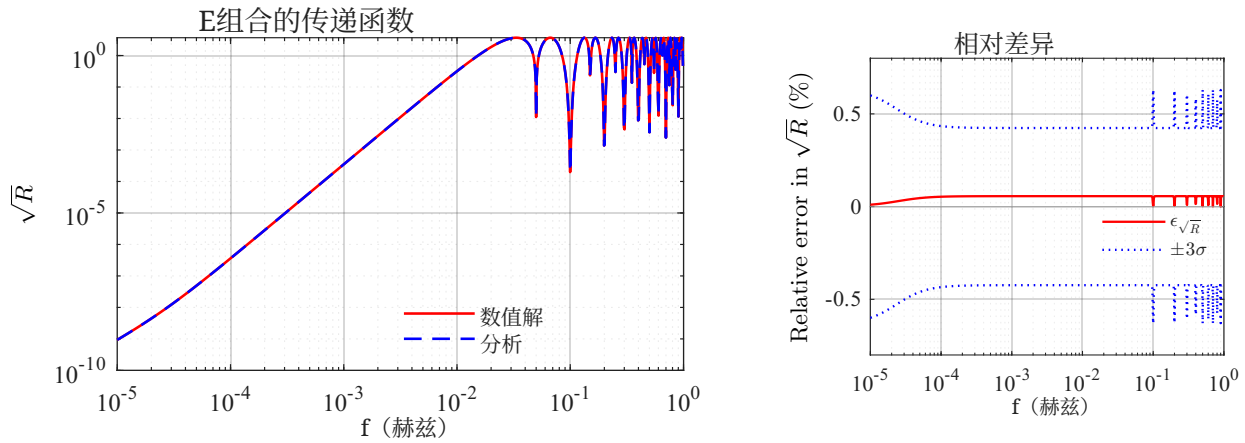

图4. E组合的传递函数 $\sqrt{R}$ （左）以及数值结果与解析结果之间的相对幅度偏差 $\epsilon_{\sqrt{R}}$ （右）。

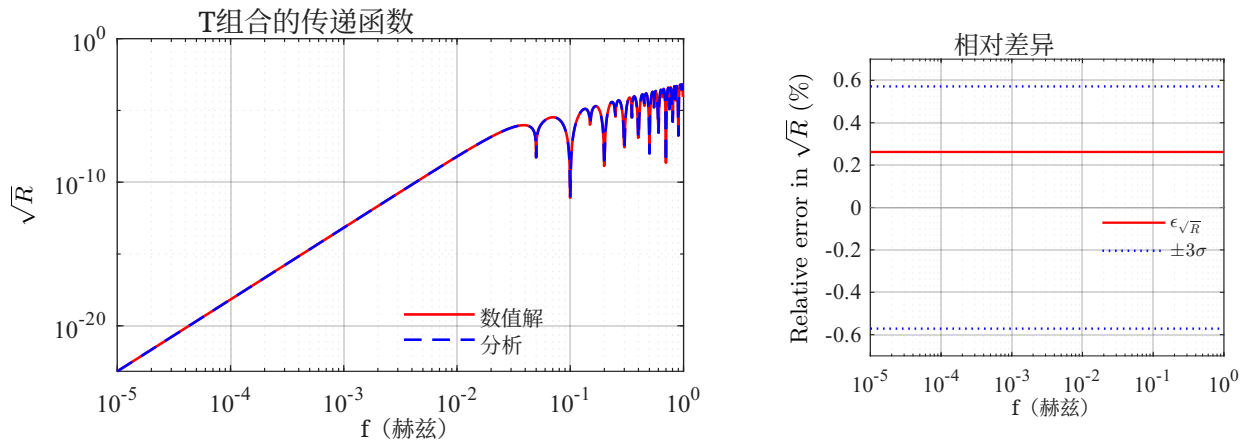

图5. T组合的传递函数 $\sqrt{R}$ （左）以及数值结果与解析结果之间的相对幅度偏差 $\epsilon_{\sqrt{R}}$ （右）。

假设所有链路和测试质量分别具有独立的光学测量系统噪声源和测试质量噪声源，且其噪声谱分别相同，则六链路系数给出的总噪声功率谱密度为 [30]

$$N_O(f) = [S_{\rm oms}(f) + 2S_{\rm acc}(f)] \sum_{i=1}^{3} \left(|P_i|^2 + |P_{i\prime}|^2\right) + 4S_{\rm acc}(f)\cos u\,{\rm Re}[P_1P_{2\prime}^* + P_2P_{3\prime}^* + P_3P_{1\prime}^*]\,. \tag{4.4}$$

这里的系数 P_i 和 $P_{i\prime}$ 使用第 III B 节定义的六链路顺序。系数 $s_{\rm oms}$ 和 $s_{\rm acc}$ 分别设定光学位移噪声和测试质量加速度噪声的幅度。该基准采用 $L = 3\times10^9\,\mathrm{m}$、$c = 3\times10^8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$、$v = 10^{-3}$ $s_{\rm oms} = 15\times10^{-12}\,\mathrm{m}$ 和 $s_{\rm acc} = 3\times10^{-15}\,\mathrm{m\,s^{-2}}$。

12链路、14链路和16链路组合的集合分别包含 3、4 和 38 个组合。12链路集合包含两个普通组合 $[\alpha]_1^{12}$ 和 $[\alpha]_2^{12}$，以及一个 ζ 组合 $[\alpha]_3^{12}$。14 链路普通组合为 $[U]_1^{14}$、$[U]_2^{14}$ 和 $[EP]_1^{14}$；在等臂极限下，它们的响应和噪声谱相同。剩余的组合 $[EP]_2^{14}$ 属于 ζ 类型。在 38 个16链路组合中，有 6 个属于 ζ 类型：$[T]_9^{16}$、$[T]_{12}^{16}$、$[T]_{14}^{16}$、$[T]_{15}^{16}$、$[T]_{18}^{16}$ 和 $[T]_{19}^{16}$。其余 32 个为普通组合。

为了解释这些组合之间的低频差异，我们将它们在 $u \ll 1$ 和$v \ll 1$处的响应展开。首项为

$$R_n = A_n\left(\frac{4}{15}v^2u^6 + \frac{1}{9}u^8\right) + O(v^2u^8) + O(u^{10}),$$
$$R_\zeta = \frac{k}{280}v^4u^8 + O(u^{10})\,. \tag{4.5}$$

这里，A_n 和 k 是依赖于组合的低频系数。因此，对于 $u \ll v$，普通组合具有 $R \propto v^2f^6$；对于 $v \ll u \ll 1$，则具有 $R \propto f^8$。它们的传递函数 $\sqrt{R}$ 分别按 f^3 和 f^4的阶次标度。ζ 响应缺少普通组合的两个首项，并在所示的低频展开中受到 v^4 的抑制。它不表现出相同的双项交越。例如，对于 $[\alpha]_2^{12}$为 $A_n = 3$，对于 $[U]_3^{16}$为 $A_n = 9$；而对于 $[\alpha]_3^{12}$为$k = 1$，对于 $[EP]_2^{14}$为 $k = 4$。

这些展开式描述了低频响应，而完整响应和噪声谱决定了整个频段内的灵敏度。领先阶系数相同并不意味着完整响应曲线相同。在全部45种组合中，当前的等臂响应和噪声模型给出了21条不同的功率响应曲线，以及11条不同的单通道振幅灵敏度曲线。后者并不是11个统计独立通道。如果两个系数向量满足 $\boldsymbol{P}_b = q(D)\boldsymbol{P}_a$，那么 $R_b = |q|^2R_a$和 $N_b = |q|^2N_a$，因此在比值有定义的任何位置都有 $S_b = S_a$。对于公共滤波器零点，必须采用极限表达式处理，而不能将 $0/0$ 解释为灵敏度的提升或损失。对于12 链路普通组合对，$q = 1+D+D^2$；$[\alpha]_1^{12}$ 在低频下较大的响应伴随着成比例增大的噪声。

程序索引	组合	组合系数
6	$[X]_1^{16}$	$A_n = 192$
2	$[U]_4^{16}$	$A_n = 147$
4	$[U]_5^{16}$	$A_n = 39$
20	$[T]_7^{16}$	$A_n = 75$
31	$[T]_9^{16}$	$k = 1$

表 II。所示的五个 16链路代表组合。各列给出程序索引、组合以及公式 (4.5) 中的低频系数。程序索引指计算文件中所采用的枚举编号。

为展示这些比较，我们选取了五种具有代表性的16链路组合，如图8所示并列于表 II。四种普通组合展示了信号与噪声之间频率依赖的平衡，另一种则代表受抑制的 ζ 响应。在从 10^{-4} 赫兹到 0.1 赫兹的经验证有限网格上，四种普通代表组合的振幅灵敏度包络线超出完整普通通道最优值的幅度最多约为 3.09%。

式 (4.5) 中普通响应的前两项也确定了低频率区间之间的过渡。令两者相等可得临界频率

$$f_c \simeq \sqrt{\frac{12}{5}}\frac{v_c}{2\pi L}. \tag{4.6}$$

这里 $v_c \sim 10^{-3}c \simeq 3\times10^5\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ 是场速度。对于该基准，临界频率为 2.47×10^{-5}赫兹，处于绘图范围内。所绘制的最低频率并不处于深低频率区间。上述幂律取决于可观测量及其延迟因子；单凭这些幂律，无法将标量暗物质与引力波信号明确区分开来。通道选择需要比较 N/R：更大的响应或更多的链路数量本身并不意味着更高的灵敏度。受抑制的标量响应或许有助于进行一致性检验，但并不能保证得到纯噪声通道或更小的噪声。

对于空间探测器，通过有效标量耦合 [17]，可以将等效输入灵敏度转换为标量耦合灵敏度

$$\alpha(\phi) \simeq d_g^* \simeq d_g + 0.093(d_{\hat{m}} - d_g). \tag{4.7}$$

我们假设该场构成局域暗物质密度$\rho_{\rm DM}$，且观测时间 T 短于场相干时间。在 $\phi_{\vec{k}} = \sqrt{2\rho_{\rm DM}}/m_\phi$的情况下，示例性的可探测振幅条件为

$$|\widetilde{h}(m_\phi)| = m_\phi\mathcal{M}_s\sqrt{T} = d_g^*\kappa\phi_{\vec{k}}\frac{|\vec{k}|}{m_\phi}\sqrt{T} = \sqrt{S_O}, \tag{4.8}$$

因此

$$d_g^* = \frac{m_\phi}{\kappa v_{\rm DM}}\sqrt{\frac{S_O}{2\rho_{\rm DM}T}}. \tag{4.9}$$

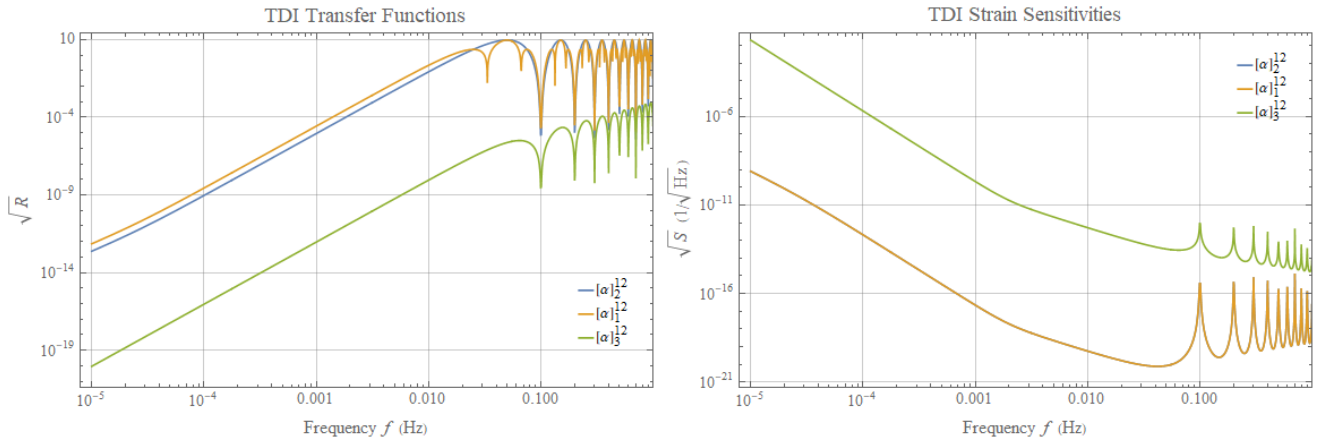

图6。12 链路组合的传递函数和灵敏度曲线。

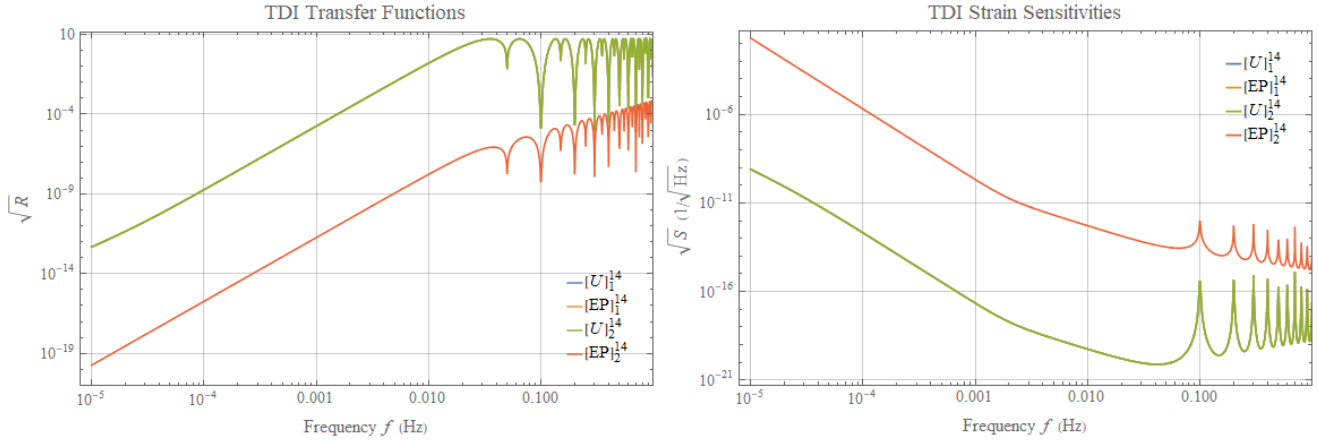

图7。14 链路组合的传递函数和灵敏度曲线。

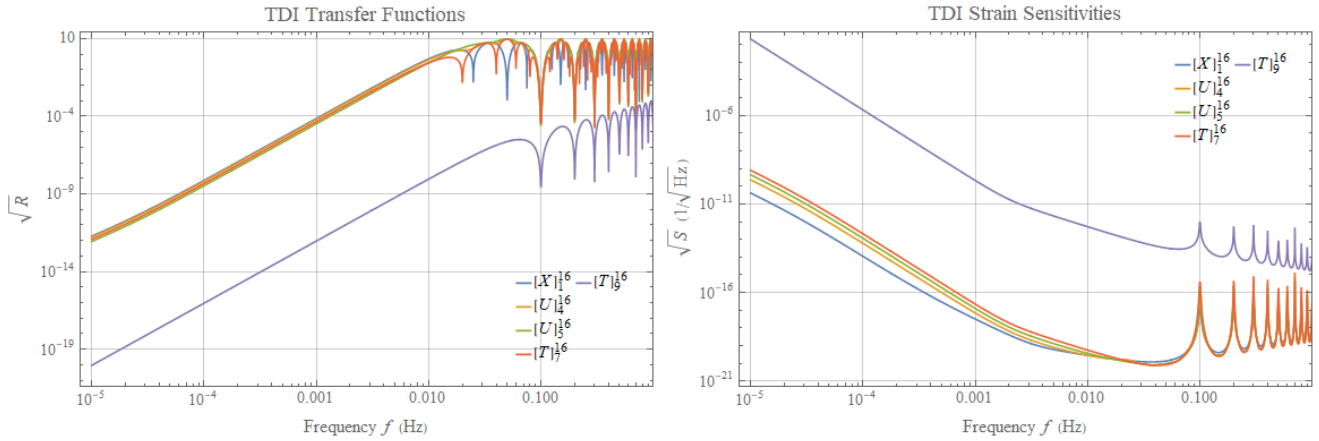

图8。16 链路组合的传递函数和灵敏度曲线。

这里为 $S_O = N_O/R_O$。在公式（4.8）中，h 表示 $\widetilde{h}_T/\sqrt{T}$有限时间谱振幅，使用第二节中定义的观测窗口。场速度的大小为$v_{\rm DM} \simeq |\vec{k}|/m_\phi \simeq v$。如果 $d_{\hat{m}} = 0$，所引用的近似给出 $d_g^* \simeq 0.907 d_g$。这一关系说明了本文获得的解析响应如何参与投影耦合估计值。此类估计需要明确的局域场模型、噪声谱、积分方案和探测阈值。本文不推导新的置信水平排除曲线。10^{-5}赫兹–1 赫兹的范围对应于$m_\phi c^2 \simeq 4.14\times10^{-20}$电子伏特–$4.14\times10^{-15}$电子伏特的静能。与第五种力、等效原理或干涉测量约束的比较，

需要使这些假设相匹配 [17, 23, 24, 34]。

这些响应和灵敏度比较假设探测器静止、入射波为单色平面波且场速度固定为 v，并未考虑航天器运动或轨道调制。等臂计算是一种基准近似。尽管实际臂长变化可能相对较小，但其影响取决于频率、所需精度以及观测量。在响应零点附近和抑制通道中，即使臂长变化很小，相对变化也可能很大。时变不等臂还需要适当的 TDI 延迟构造，才能维持激光噪声消除；这一要求与等臂标量响应近似的精度是两个不同的问题。未来可结合具体任务轨道，逐项量化这些近似对灵敏度估计的影响。

这些解析表达式可用于比较不同组合的响应特性并计算其灵敏度曲线。45 种几何组合分为普通类型和 ζ 类型。普通响应呈现出两个低频区间，而所采用的噪声模型给出了 11 条不同的单通道幅度灵敏度曲线。共同的信号与噪声滤波解释了为什么不同响应可以产生相同的 $S = N/R$。类似的响应函数也被用于利用空间引力波探测器约束标量耦合 [17]。置信水平限制需要单独进行统计分析。上述结论基于等臂、静态探测器和单平面波假设。对于更一般的轨道构型和第二代 TDI，响应函数必须进行相应扩展。

五、结论

针对超轻标量场暗物质，我们在静态模型下推导出了空间引力波探测器对不同 TDI 组合的响应函数解析表达式，并在等臂极限下进行了明确比较。我们建立了从标量场耦合作用量，经由测试质量位移和单链路多普勒响应，直到 TDI 组合响应的推导链条。我们给出了任意组合的响应函数一般形式。对于 A、E 和 T，对方向响应的数值积分在比较精度范围内证实了解析角平均。

致谢

本研究得到中国国家重点研发计划（项目编号：2024YFC2207500）和国家自然科学基金委员会（项目编号：12405060）的资助。

数据可用性

本研究未生成新的观测或实验数据。

[1] V. C. Rubin 和 W. K. Ford, Jr., *Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions* *Astrophys. J.* **159** 1970 379 403 , ( ) – 。[2] N. Aghanim, Y. Akrami, M. Ashdown 等, *Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters* , *Astron. Astrophys.* ( ) A。[3] E. Aprile, K. Abe, F. Agostini 等, *First Dark Matter Search with Nuclear Recoils from the XENONnT Experiment* *Phys. Rev. Lett.* **131** 2023 041003 , ( )。[4] J. Aalbers, D. S. Akerib, C. W. Akerlof 等, *First Dark Matter Search Results from the LUX-LZEPLIN (LZ) Experiment* *Phys. Rev. Lett.* **131** 2023 041002 , ( )。[5] Y. Meng, Z. Wang, Y. Tao 等, *Dark Matter Search Results from the PandaX-4T Commissioning Run* , *Phys.* ( )。[6] M. Ackermann, A. Albert, B. Anderson 等, *Searching for Dark Matter Annihilation from Milky Way Dwarf Spheroidal Galaxies with Six Years of Fermi Large Area Telescope Data* *Phys. Rev. Lett.* **115** 2015 231301 , ( )。[7] D. J. E. Marsh, *Axion cosmology*, *Phys. Rep.* **643** (2016) 1–79。[8] L. Hui, J. P. Ostriker, S. Tremaine 等, *Ultralight scalars as cosmological dark matter* *Phys. Rev. D* **95** , (2017) 043541。[9] L. Hui, *Wave Dark Matter* *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* ( ) – 。[10] E. G. M. Ferreira, *Ultra-light dark matter* *Astron. Astrophys. Rev.* **29** 2021 7 ( ) 。[11] F. Piazza 和 M. Pospelov, *Sub-eV scalar dark matter through the super-renormalizable Higgs portal* , *Phys. Rev.* ( ) 。[12] P. W. Graham、D. E. Kaplan、J. Mardon 等, *Dark matter direct detection with accelerometers* , *Phys. Rev. D* ( ) 。[13] S. Morisaki 和 T. Suyama, *Detectability of ultralight scalar field dark matter with gravitational-wave detectors*, *Phys. Rev. D* **100** 2019 123512 **59** 2021 247 289 **93** 2016 075029 **82** 2010 043533 **33** 2016 035010 **4** 2017 685 686 ( ) 。[14] P. Amaro-Seoane、H. Audley、S. Babak 等, *Laser Interferometer Space Antenna* 1702 00786 [, arXiv: 。astro-ph.IM]。[15] J. Luo、L. S. Chen、H. Z. Duan 等, *TianQin: a space-borne gravitational wave detector* , *Class. Quantum Grav.* ( ) 。[16] W. R. Hu 和 Y. L. Wu, *The Taiji Program in Space for gravitational wave physics and the nature of gravity* , *Natl. Sci. Rev.* ( ) – 。[17] J. C. Yu、Y. H. Yao、Y. Tang 等, *Sensitivity of space-based gravitational-wave interferometers to ultra-*

light bosonic fields and dark matter, *Phys. Rev. D* **108** （2023） 083007。[18] A. Pierce、K. Riles 和 Y. Zhao, *Searching for Dark Photon Dark Matter with Gravitational-Wave Detectors*, *Phys. Rev. Lett.* **121** 2018 061102 （） 。[19] H. Grote 和 Y. V. Stadnik, *Novel signatures of dark matter in laser-interferometric gravitational-wave detectors*, *Phys. Rev. Res.* **1** 2019 033187 （） 。[20] Y. Michimura、T. Fujita、S. Morisaki 等, *Ultralight vector dark matter search with auxiliary length channels of gravitational wave detectors* *Phys. Rev. D* **102** 2020 , （） 102001。[21] S. Morisaki、T. Fujita、Y. Michimura 等, *Improved sensitivity of interferometric gravitational-wave detectors to ultralight vector dark matter from the finite light-traveling time* *Phys. Rev. D* **103** 2021 051702 , （） L 。[22] G. P. Centers、J. W. Blanchard、J. Conrad 等, *Stochastic fluctuations of bosonic dark matter* *Nat. Commun.* **12** （2021） 7321。 A. L. Miller 和 L. Mendes, *First search for ultralight dark matter with a space-based gravitational-wave antenna: LISA Pathfinder* *Phys. Rev. D* **107** 2023 063015 , （） 。[24] K. Fukusumi、S. Morisaki 和 T. Suyama, *Upper limit on scalar field dark matter from LIGO-Virgo third observation run* *Phys. Rev. D* **108** 2023 095054 , （） 。[25] H. Kim, *Gravitational interaction of ultralight dark matter with interferometers* *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **12** , （2023） 018。[26] M. Tinto 和 J. W. Armstrong, *Cancellation of laser noise in an unequal-arm interferometer detector of gravitational radiation*, *Phys. Rev. D* **59** (1999) 102003. [27] J. W. Armstrong、F. B. Estabrook 和 M. Tinto, *Time-Delay Interferometry for Space-based Gravitational Wave Searches* *Astrophys. J.* **527** 1999 814 826 , ( ) – . [28] F. B. Estabrook、M. Tinto 和 J. W. Armstrong, *Time-delay analysis of LISA gravitational wave data: Elimination of spacecraft motion effects* *Phys. Rev. D* **62** 2000 , ( ) 042002. [29] M. Tinto 和 S. V. Dhurandhar, *Time-delay interferometry* *Living Rev. Relativ.* **24** 2021 1 , ( ) . [30] P. P. Wang、W. L. Qian、Z. Q. Wu 等, *Sensitivity functions for geometric time-delay interferometry combinations* *Phys. Rev. D* **108** 2023 044075 , ( ) . [31] M. Kawasaki 和 K. Nakayama, *Axions: Theory and Cosmological Role* *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **63** 2013 , ( ) 69–95. [32] T. Damour 和 J. F. Donoghue, *Equivalence principle violations and couplings of a light dilaton* , *Phys. Rev. D* ( ) . [33] C. M. Will, *The Confrontation between General Relativity and Experiment* *Living Rev. Relativ.* **17** 2014 4 , ( ) . [34] P. Touboul、G. Métris、M. Rodrigues 等, *MICROSCOPE Mission: First Results of a Test of the Equivalence Principle* *Phys. Rev. Lett.* **129** 2022 121102 , ( ) . [35] F. B. Estabrook 和 H. D. Wahlquist, *Response of Doppler spacecraft tracking to gravitational radiation* , *Gen. Relativ.* ( ) – . [36] T. A. Prince、M. Tinto、S. L. Larson 等, *LISA optimal sensitivity* *Phys. Rev. D* **66** 2002 122002 , ( ) .