《天文学与天体物理学》稿件编号 aa
2026年11月25日
©ESO 2026

arXiv:2611.32629v1 [astro-ph.HE] 24 Nov 2026

致密球形恒星的临界爱丁顿光度与光子冷却

Tisha Desai[1], Ji˘ri Horák[2], Włodek Klu´zniak[1], 和 Sukalpa Kundu[3, 1]

[1] 波兰科学院哥白尼天文中心，Bartycka 18, 00-716 Warsaw, Poland 电子邮件：tishadesai.work@gmail.com 电子邮件：wlodek@camk.edu.pl[2] 科学院天文研究所，Bo˘cní II 14131, Prague 4, CzechRepublic 电子邮件：horak@astro.cas.cz[3] SGMK哥白尼高级学校，天文与自然科学学院，Nowogrodzka 47A, 00-697 War- saw, Poland 电子邮件：skundu@camk.edu.pl

收到日期：2026年9月30日

摘要

背景。 在关于X射线暴的研究中，相对论修正已被用于半径大于$3MG/c^2$ 的中子星。然而，没有任何基本限制排除具有物理表面（流体或固体）的更致密大质量天体存在的可能性。

目的。 我们旨在讨论球形恒星的临界“爱丁顿”光度，这些恒星的表面位于不稳定圆形光子轨道（光子球）所在球面以内。

方法。 我们采用史瓦西度规中的标准解析射线追踪公式。

结果。 我们发现，对于位于光子球以内的恒星，辐射力与引力吸引之间平衡的爱丁顿条件会因返回表面的光子而发生根本改变。该平衡是非局域的，并且要求在光子回落的时间尺度上保持定常性。因此，自发对称性破缺是可能的，从而导致光球表面上的发射出现非均匀性。

结论。 对于固定的本征光度，返回表面的光子会降低位于光子球内恒星的冷却率。同时，返回光子会提高能够平衡引力的临界光度值。对于任意半径的恒星，远处观测者所看到的临界光度均适用同一个红移公式。在X射线暴文献中，对于半径小于3个引力半径的恒星，人们长期以来一直接受一种不同的公式，而该公式忽略了在逃逸锥之外方向发射的光子所具有的关键物理学。

关键词。 引力–相对论过程–辐射：动力学

1. 引言

在恒星演化的末期，质量较小的恒星会形成白矮星，而质量较大的恒星最终会成为中子星或黑洞（Heger 等 2003）。广义相对论效应在中子星的情况下变得十分显著，因为其典型半径约为史瓦西半径的数倍。由不可压缩物质构成的恒星所满足的史瓦西极限，给出了中子星最大可能紧致度的一个上限，$R > 2.25M$；Buchdahl 将其推广到密度不反转的各向同性流体情形Buchdahl（1959）。通过因果性极限可得到更严格的上限$R > 2.83M$，该极限规定声速不得超过光速（Lattimer 与 Prakash 2016）。最近，对一系列符合核理论和微扰量子色动力学的状态方程进行分析后，将紧致度推至$R > 3M$（Rezzolla 与 Ecker 2026）。然而，我们始终可以考虑违反这些约束背后假设的奇异致密天体，例如半径仅比史瓦西半径大无穷小量的引力真空星（Mottola 与 Mazur 2002），或一类隐蔽裸奇点，其中引力源被一个处于流体静力学平衡的流体天体包围，其光球位于光子圆轨道之下（Vieira 与 Klu´zniak 2023），以及类似的解（例如，Cardoso 与 Pani 2019）。

尽管存在理论约束，我们仍希望获得关于具有物质表面的致密天体半径与质量关系的直接观测限制。如果它们的半径小于不稳定圆轨道的半径，那么其辐射特征预计会与标准中子星有所不同（Nemiroff 等 1993）。中子星表面极区热点产生的脉冲轮廓已被用于获取有关中子星紧致度的信息（Miller 等 2019）。

估算致密星半径的另一种标准方法，是将平顶型X射线暴中的观测光度与预期的临界（“Eddington”）光度进行比较（vanParadijs 1978；Ebisuzaki 1987；Özel 2006）。对于假定半径小于三个引力半径的恒星，Lewinetal.(1993)提出，对于在光子球以下发射的光子（光子球是一个假想球面，不稳定的圆形光子轨道位于其上），其立体角小于 2π 的逃逸锥会降低X射线暴的观测临界光度，因为在这种情况下，并非所有发射出的光子都能逃逸到无穷远。事实证明

结果表明，将返回表面的光子的物理学纳入考虑会改变这一结论。我们重新审视了这一问题，并针对各种情形将观测光度与发射光度联系起来。

2. 球形恒星的发射

我们假设恒星的引力场由史瓦西度规描述

$$ds^2 = -H^2(r)\,dt^2 + \frac{1}{H^2(r)}\,dr^2 + r^2\,d\theta^2 + r^2\sin^2\theta\,d\phi^2, \qquad (1)$$

其中，$H(r) = \sqrt{1-2M/r}$，而 M 是与恒星质量相关的引力半径，M_*，满足 $M = M_*(G/c^2)$。

在我们的计算中，我们将考虑半径为R的球对称光球面（“恒星表面”），并假设各向同性发射。在光球之外，我们只考虑光子的测地线运动，忽略任何介质（例如光学薄日冕）中的散射（若存在）。我们还将简要讨论这些假设不成立时，结果可能发生的变化。

2.1 恒星张角与逃逸锥

假设辐射为各向同性发射，距离r 处的观测通量为

$$F(r) = \int I(r)\cos(\theta)d\Omega$$
$$= I(r)\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\alpha(r)} \cos\theta\sin\theta\,d\theta = \pi I(r)\sin^2\alpha(r) \qquad (2)$$

(Rybicki&Lightman 1979)，其中 $\alpha(r)$ 是恒星在 r 处张成的半角（从天球上的恒星像中心到边缘）。恒星的光度可通过对半径为 r 的球体表面积上的通量积分得到，

$$L(r) = 4\pi r^2 F(r). \qquad (3)$$

在恒星表面$r = R$处，令 $\alpha = \pi/2$，可得

$$F(R) = \pi I(R)$$
$$L(R) = 4\pi^2 R^2 I(R). \qquad (4)$$

光线到达观测者时，相对于指向恒星中心的直线所成的角 $\tilde{\alpha}$，与发射角~（在表面处）相对于天顶的夹角 $\delta($ $R)$ 之间的关系由下式给出（Abramowicz etal.1990）

$$\sin\tilde{\alpha}(r) = \frac{R}{r}\frac{H(r)}{H(R)}\sin\tilde{\delta}(R). \qquad (5)$$

恒星张成的半角 $\alpha(r)$ 是角度 $\tilde{\alpha}(r)$ 的最大值。

对于半径小于不稳定圆形光子轨道（史瓦西度规中的光子球，位于r $=3M$ $\equiv R_{\rm ph}$ 处）的超致密恒星，

只有位于顶角半角为 δ 的所谓逃逸锥内的光子才能到达位于 $r > R_{\rm ph}$ 处的观测者。位于此逃逸锥之外的光子会落回光球。因此，只有满足以下条件的光子才能~$\delta < \delta$ 逃逸至无穷远，而满足 $\delta = \delta$ 与光子球相切（Misner 等，1973），因此，

$$\sin\alpha(r) = \frac{R}{r}\frac{H(r)}{H(R)}\sin\delta(R), \quad \text{when } R < 3M, \qquad (6)$$

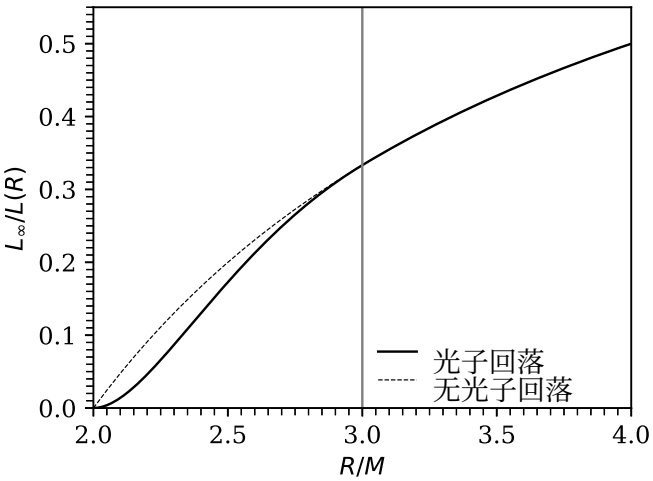

图 1. 图中展示了观测光度与表面光度之比随恒星半径的变化。该比值在史瓦西半径R $= 2M$处趋于零；随着恒星半径增大、引力红移（$1-2M/R$）减小，该比值逐渐增大，并在$R \to \infty$处趋近于值为 1 的牛顿极限。然而，当恒星表面位于光子球以内（$R_{\rm ph}$ $= 3$ M处的灰色竖线）时，观测光度会受到额外抑制。灰色虚线表示忽略逃逸锥效应时得到的比值。

with

$$\sin\delta = \frac{R_{\rm ph}}{R}\frac{H(R)}{H(R_{\rm ph})} = 3\sqrt{3}\frac{M}{R}\left(1-\frac{2M}{R}\right)^{1/2}, \quad \text{when } R < 3M, \qquad (7)$$

由方程（5）可得，其中 $\tilde{\alpha}$（$R_{\rm ph}$） $=\pi/2$，从而得到

$$\sin\delta(R) = \frac{3\sqrt{3}M}{R}\left(1-\frac{2M}{R}\right)^{1/2}, \quad \text{when } R < 3M. \qquad (8)$$

因此，在这种情况下（R $< 3M$），恒星所张的角等于光子球所张的角（Nemiroff 等，1993）。

如果光球外不存在不稳定圆形光子轨道，我们取 δ（R） $=\pi/$ 2 来计算 α，因为在这种情况下，所有向外发射的光子都能够到达观测者，包括那些掠过恒星表面的光子（Synge，1966）：

$$\sin\alpha(r) = \frac{R}{r}\left(\frac{1-2M/r}{1-2M/R}\right)^{1/2}, \quad \text{when } R \geq 3M. \qquad (9)$$

2.2. 观测光度

利用I/ν^4 的不变性，可以得到红移后的强度I（r） $= I$（R）[H（R）$/H$（r）]^4。当光球外不存在不稳定圆形光子轨道时，式（9）给出张角，而r 处的光度可通过式（2）、（3）给出的通量得到：

$$L(r) = 4\pi^2 r^2 I(r)\sin^2\alpha(r) = 4\pi^2 R^2 I(R)H^2(R)/H^2(r)$$
$$= L(R)H^2(R)/H^2(r). \qquad (10)$$

当 $r \to \infty$ 时，这就简化为通常的红移公式

$$L_\infty = L(R)\,(1 - 2M/R), \quad \text{when } R \geq 3M. \tag{11}$$

对于位于光子球内的光球，恒星所张的角可由式（8）求得，因此无穷远处的光度会因式（7）的 $\sin^2\delta$ 而减小。事实上，

$$\begin{aligned} L(r) &= 4\pi^2 R^2 I(R) \frac{R_{\rm ph}^2}{R^2} \frac{H^4(R)}{H^2(r) H^2(R_{\rm ph})} \\ &= 27 \frac{L(R)}{H^2(r)} \frac{M^2}{R^2} \left(1 - \frac{2M}{R}\right)^2 . \end{aligned} \tag{12}$$

在 $r \to \infty$ 处，该公式可简化为

$$L_\infty = L(R) \cdot 27 \frac{M^2}{R^2} \left(1 - \frac{2M}{R}\right)^2, \quad \text{when } R \leq 3M. \tag{13}$$

由式（7）可知，对于$R < 3M$，有

$$L_\infty = L(R)\,(1 - 2M/R) \sin^2\delta. \tag{14}$$

事实上，如果取 R > 2M 时的 $\sin\delta = 1$，我们可以认为该方程对所有 R ≥ 3M 普遍成立。图 1 显示了式 (14) 中比值 $L_\infty/L(R)$ 随恒星半径的变化关系。当不存在光子球时，曲线遵循式 (11)，其中光度根据恒星表面红移的平方进行修正。当发射表面位于光子球以内，即 R < 3M 时，曲线如式 (13) 所示发生变化，以纳入观测光度的额外抑制；这种抑制与逃逸锥之外没有光子有关。值得注意的是，当 l 趋于零时，观测光度与发射光度之比 $l \equiv L_\infty/L(R)$ 的斜率也趋于零：在 R = 2M 处，dl/dR = 0。

3. 临界爱丁顿光度

我们将临界光度定义为向外辐射压力与引力平衡时的光度。在牛顿引力下，加速度为 $g_{\rm N} = GM_*/r^2$，

临界光度由爱丁顿光度的众所周知表达式给出，即 $L_{\rm Edd} = 4\pi GM_* c/\kappa$，其中$M_*$ 表示恒星质量，κ 表示（取决于成分的）电子散射不透明度。

对于致密星，广义相对论效应变得十分重要。在 Schwarzschild 度规中，为平衡引力所需的临界光度变为

$$L_{\rm net} = L_{\rm Edd}/(1 - 2M/r)^{1/2}, \tag{15}$$

由于引力加速度增大为 $g_{\rm N}/H(r)$。结合方程（11），由远处观测者观测到的临界光度值为

$$L_\infty = L_{\rm Edd}(1 - 2M/R)^{1/2}, \quad \text{when } R \geq 3M, \tag{16}$$

这在 X射线暴文献中（Lewin 等（1993））是熟知的。

然而，对于超致密恒星（史瓦西度规中$R < 3M$）而言，逃逸锥的存在会引入两种相互竞争的效应。首先，只有一部分光子（即 $\sin^2\delta$）能够从表面发出并逃逸至无穷远。

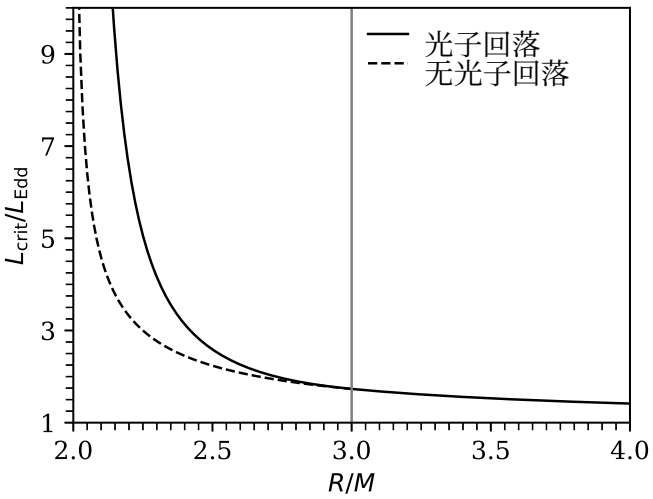

图 2。当恒星表面位于光子球下方时，返回光子所施加的力（回落）会使平衡引力所需的临界光度增大；光子球位于半径为 $R = 3M$ 处，如灰色竖线所示。

其次，其余光子会落回恒星；这些返回光子将动量和能量带回光球，并沿径向向内施加作用力。根据球对称性，这些光子携带的入射动量通量，与发射时位于逃逸锥之外的光子所携带的出射动量相同。然而，返回光子完成其测地线轨迹需要时间。

我们假设存在准静态大气，要求光球的半径及其他条件在光子回落的时间尺度内保持不变；对于中子星，这一时间尺度约为$10^2\mu$s，而对于 Sgr A*，约为 10^2s。在这些假设下，净向外通量以及相应的辐射力均按因子 $\sin^2\delta$减小：

$$F_{\rm net} = F - F(1 - \sin^2\delta) = F\sin^2\delta, \tag{17}$$

其中，$F_{\rm net}$ 表示存在返回光子时的净向外通量，而向外传播的光子的光度为$L(R) = 4\pi R^2 F$。正是净通量产生净辐射力，以平衡引力，$F_{\rm net}\kappa/c = g_{\rm N}/H$，因此，向外传播的光子的光度$L(R)$的临界值为

$$L_{\rm crit} = \frac{L_{\rm Edd}}{(1 - 2M/R)^{1/2} \sin^2\delta}. \tag{18}$$

由于 $\sin^2\delta = 1$ 对于 $R \geq 3M$，式（18）是史瓦西度规下临界光度的一般表达式，适用于所有$R > 2M$。

当光球位于不稳定圆形光子轨道（$R < 3M$）以内时，式（18）可写为

$$L_{\rm crit} = \frac{L_{\rm Edd} R^2}{27M^2(1 - 2M/R)^{3/2}}. \tag{19}$$

由于光子回落，临界光度的升高如图所示。2在光球内，与标准公式（16）相比，曲线升高得更为陡峭。显然，$L_{\rm crit} \to \infty$ 随着 $R \to 2M$而增大；这反映了在此状态下抵抗引力坍缩有多么困难。

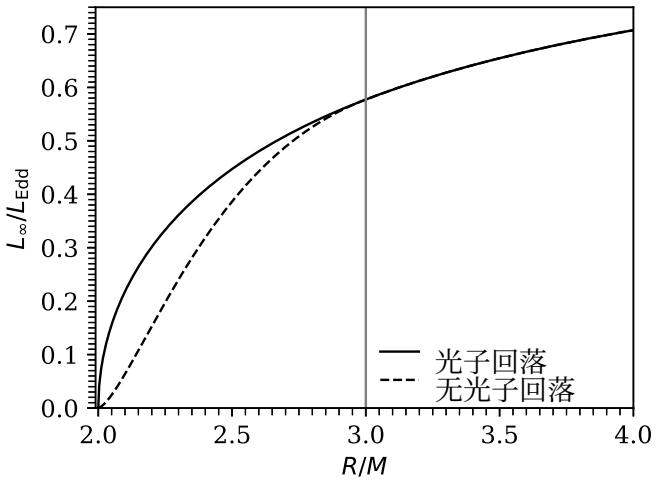

图 3。 观测到的临界光度与普通爱丁顿光度之比，作为恒星半径的函数绘出，实线，公式（20）。在 X射线暴文献中，人们一直假定，当恒星表面位于光子球之下时，由于存在逃逸锥，该比值会受到抑制（如虚线所示）。然而，我们表明，这一效应将由平衡引力所需的临界光度增加而得到补偿。效应。

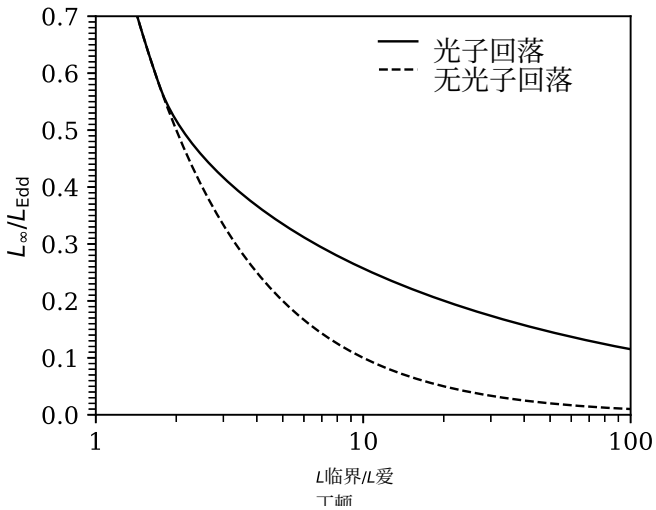

图4。 在光球处平衡引力所需的临界光度（横坐标）及其在无穷远处观测到的值（纵坐标）。

另一方面，由于并非所有光子都能逃逸到无穷远，观测到的发射 $L_\infty = L_{\rm crit}\, H^2 \sin^2\delta$ 会受到抑制，抑制因子与光球处临界光度增强的因子相同；最终，对于所有$R > 2M$

$$L_\infty = L_{\rm Edd}(1-2M/R)^{1/2}. \tag{20}$$

在 $R \le 3M$ 处，辐射力与引力平衡时的观测临界光度公式，与标准 $R > 3M$情形具有相同的形式，见公式（16）。此前，在讨论 X射线暴时，逃逸锥之外的光子被直接忽略，仿佛它们消失在事件视界以下，而这只有在黑洞情形下才可能发生。因此，人们曾认为（例如，Lewin 等（1993））观测到的光度应相对于公式（$^2\,\delta$ 20）的结果降低因子 sin。对于施瓦西情形，这一点如图 3 所示。虚线表示忽略光子回落导致的临界光度增加效应时所预期的光度。我们得出结论：X射线暴文献中的临界光度一直被低估，因为此前未考虑光子回落产生的向内作用力。[1]

我们注意到，如果球对称性被破坏，临界光度将会有所不同。例如，如果吸积供能光度在狭窄的赤道带（EB）中释放，其临界值由与 ff所采用的公式相同的公式给出，该公式由 Lewinetal. (1993) 使用，

$$L_\infty^{\rm EB} \approx L_{\rm Edd}(1-2M/R)^{1/2}\sin^2\delta, \tag{21}$$

因为逃逸锥之外的光子未必会返回赤道带，而大多会到达恒星表面的其他部分。

[1] 在完成这项工作后，我们才了解到，对于辐射力与引力相平衡的超致密天体，其临界光度和观测到的发射，早已由 Robertson&Leiter (2006) 在磁层永恒坍缩天体的背景下正确计算出来。

4. 讨论

4.1. 临界光度及其观测到的最小值

如上所述，从形式上讲，$L_{\rm crit} \to \infty$当 $R \to 2M$。然而，实际中是否能找到足够强大的辐射源，在 足够小的 $R \approx 2M$ 时，为辐射源提供所需的临界光度，值得怀疑。推测，对于任何给定的恒星，其光度都存在一个上限，具体取决于能量来源。出于同样的原因，尽管 $L_\infty \to 0$ 当 $R \to 2M$，但看来，如果辐射源处的光度确实达到临界值，那么 L_∞ 必须有一个最小值，与允许的最大功率 $L_{\rm crit}$相对应。事实上，我们可以将光球处的临界光度与其在无穷远处观测到的数值联系起来（图 4）

$$\left(\frac{L_{\rm crit}}{L_{\rm Edd}}\right) = \left(\frac{L_\infty}{L_{\rm Edd}}\right)^{-1}\frac{1}{\sin^2\delta}, \tag{22}$$

对于 R $\ge$ 3M，通常有 $\sin^2\delta = 1$，且

$$\frac{1}{\sin^2\delta} = \frac{4}{27}\left(\frac{L_\infty}{L_{\rm Edd}}\right)^{-2}\left[1-\left(\frac{L_\infty}{L_{\rm Edd}}\right)^{2}\right]^{-2}, \quad \text{when } R \le 3M. \tag{23}$$

从图4 可以很容易看出，例如，如果一次热核爆发的功率至多为 $xL_{\rm Edd}$，其中x 是某个数，比如$x = 7$，那么（假设光球半径足够大，使得在某个 R处能够达到临界光度）就会存在相应的 最小 $L_\infty/L_{\rm Edd}$，例如0.3。悖论般地，光球处临界光度的实际值越低，其在无穷远处观测到的值反而越高。事实上，较暗的爆发反而更强，前提是它们都以临界光度发光。

4.2. 光子球内外临界光度的不同性质

当不存在不稳定光子半径（$R > 3M$）时，临界光度虽然在史瓦西度规中的数值不同于牛顿引力下通常的爱丁顿光度（且取决于径向位置），但反映的是相同的物理条件——

大气层中作用于电子的辐射力与作用于质子的引力相平衡。这给出了关于通量的局部条件，通过对球面上的通量进行积分，即可将其转换为光度。只要局部平衡条件得到满足，该表达式就在任意时刻、任意位置有效。辐射力与引力之间的平衡是否稳定，仅取决于局部条件。在牛顿力学表述中，决定因素是：光球的拉格朗日扰动（径向位置的变化）所导致的通量变化，大于还是小于引力的变化。

然而，对于 $R < 3M$ 这一情形，条件是针对总光度的整体条件，因为辐射力与引力之间的平衡，包含了返回光子在特定位置撞击光球所产生的通量，而这些光子是在其他位置发射的。在这一机制下，正如前文所述，方程（20）成立的前提是：在光子从发射点传播至返回点的光传播时间尺度上，系统具有定常性。此时，任意给定位置的平衡稳定性取决于非局部效应，例如返回光子轨迹起点处的发射条件，以及沿其轨迹是否存在吸收、散射或发射物质。在这一机制下，光球很可能容易发生自发对称性破缺，并可能导致整体不稳定性，例如光球膨胀至$R > 3M$ （用X射线暴领域的术语来说，即半径膨胀）。

考虑一个局部的“隆起”，即光球的一部分形成一个柱体，并开始上升到表面平衡水平之上。当$R < 3M$时，这种喷发是不稳定的。该柱体顶部受到入射光子施加的向下动量通量较低，因此平衡条件遭到破坏，柱体将继续上升。上升的柱体会拦截并散射原本会穿过如今被柱体占据体积的光子，从而在邻近区域投下阴影并扰乱其平衡。同时，随着发射表面上升，逃逸锥变宽，返回光球其他位置的光子比例变小，因此即使远离扰动初始位置的区域，其平衡也会受到扰乱。

另一方面，散射云可能会增加返回光子的通量。其结果难以预测。即使光球不会因这类不稳定性而发生半径膨胀，球对称性显然也会被破坏，因此光球会呈现出随时间变化的斑驳外观，即使光度辐射源在光球下方的球面上保持均匀。

值得注意的是，X射线暴中准周期性“暴发振荡”的实际观测表明，在燃烧前沿包裹整个中子星表面后很久，光球表面仍然是不均匀的（Bildsten1998）。

4.3. 已知光球光度时的观测光度

$L_\infty/L(R)$ 的比值可用于估计恒星的紧致度。对于普通恒星，$L(R)$ 随年龄、初始质量和金属丰度的变化关系可由理论计算得出。这里，我们更关注最终由吸积提供能量的恒星，

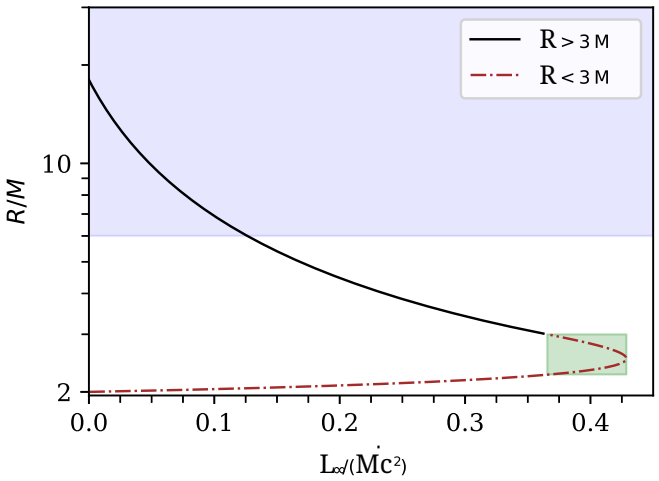

图 5. 恒星紧致度与观测光度的关系，见式（27），以质量吸积率为单位，$L_\infty/(\dot{M}c^2)$，适用于吸积发生在最内稳定圆轨道的情形。蓝色阴影区域因恒星位于最内稳定圆轨道以内这一条件而被排除，$R < 6M$。对于最高光度（绿色方框），$R < 3M$必然成立。对于最低光度，$R << 3M$。对于中间的$L_\infty/(\dot{M}c^2)$ 数值，R/M 可能有两个解。

并希望了解是否有可能确定该恒星是否位于光子球之内。

我们首先考虑光度直接由吸积提供能量的情形。对于给定的恒星和给定的吸积构型（无论是薄盘还是球对称吸积），假设吸积率足够低，使光度处于亚临界状态，则辐射源处的光度现在是 $\dot{M}$ 的直接函数。然而，观测光度与 $\sin^2\delta$ 成正比。我们将以球对称吸积为例说明这一点。恒星表面单位吸积质量释放的束缚能为 $H^{-1}-1$，并且

$$L(R) = (H^{-1}-1)H^{-1}\dot{M}c^2, \tag{24}$$

因此

$$L_\infty = (1-H)\dot{M}c^2\sin^2\delta, \tag{25}$$

由方程（14），若吸积改为经由吸积盘进行，则应将 $1-H(r)$替换为$E_0 - H(R)$，其中E_0 是盘内边缘处流体的单位质量能量，

$$L_\infty = (E_0-H)\dot{M}c^2\sin^2\delta. \tag{26}$$

例如，对于终止于最内稳定圆轨道的薄盘，恒星表面释放的束缚能等于其在边缘稳定轨道处（$r = 6M$）与表面R处的束缚能之差，结果为$E_0 = \sqrt{8/9}$（Kluzniak & Wagoner 1985），并且

$$L_\infty = \left(\sqrt{8/9} - \sqrt{1-2M/R}\right)\dot{M}c^2\sin^2\delta(R). \tag{27}$$

这是“瞬时”发射的表达式。稳态总光度为（Syunyaev & Shakura 1986）

$$L_\infty = \left(\sqrt{8/9} - \sqrt{1-2M/R}\right)\dot{M}c^2,$$

假设反照率为 1（反射性内边界），且吸积带流体的热容可忽略不计，因为在这些假设下，吸积能量最终都必须逃逸出该系统

我们回顾一下，所讨论的恒星被假定为不自转。

在条件有利时，式（26）可用于排除某个辐射源是常规的 $R > 3M$致密星，尤其是在我们知道其尺寸上限的情况下。例如，可根据光谱测量所推断出的盘温度剖面，通过吸积盘内缘半径来限制恒星半径；而质量吸积率则可由盘光度推断得出（Franketal. 1985）。还可以通过计时分析推断盘内缘半径，例如识别通量涨落的特征频率（Lyubarskii 1997；Uttley & McHardy 2001），或更显著的准周期亮度振荡（vanderKlis2000）。

例如，图 5 绘出了从最内稳定圆轨道吸积的恒星的紧致度随比值 $L_\infty/(\dot{M}c^2)$ 的变化关系，也就是说，此时已知吸积盘内缘位于 r = 6M。若观测到的光度落在绿色阴影区域内，原则上便可以直接确认存在一颗超致密（R < 3M）恒星，因为常规致密星在该区域内没有解。对于解域的其余部分，例如在缺乏独立约束时，显然当 $L_\infty < 0.35\ \dot{M}c^2$，时，仅凭观测光度无法判定恒星是否超致密，因为解存在简并（图中曲线有两个分支）。不过，如果已知恒星半径的上限（图 5 中 R < 6M），且观测光度低于曲线在半径上限处的上分支所预测的光度，例如图中的 $L_\infty < 0.1\ \dot{M}c^2$，那么 R/M 的解必然位于曲线的下分支上，此时 R << 3M。

4.4. 光子冷却受抑制

由于逸出光度降低了$^2\,\delta$，当$R < 3M$时，相关的光子冷却时间预计会增加/$\sin^2\delta$。对于X射线暴，我们预计通量衰减会变慢，因此暴的总持续时间会延长/$\sin^2\delta$倍。这也会影响致密度极高的恒星晚期热冷却（Yakovlev & Pethick 2004）。

5. 光子球内非各向同性发射的恒星

我们讨论了致密球形、各向同性发射的恒星中，位于光子球内的恒星表面对观测光度的影响。

下面我们简要描述放宽各向同性假设后，恒星致密到位于光子球内所带来的一些其他影响。

1. 在X射线脉冲星中，发射可能呈“铅笔束”或“扇形束”；当极向磁通管限制吸积柱体时，尤其是在高光度情况下，预计会出现后者（Gnedin & Sunyaev1973；Basko & Sunyaev1975, 1976；Zhang etal. 2025）。
   观测到发射扇形束的 X 射线脉冲星，其半径很可能是典型值 $R > 3M$，因为扇形束几乎平行于表面传播，因此很可能位于致密星逃逸锥之外。若恒星为 $R < 3M$，则观测到显著的扇形束，便可排除辐射源是超致密星的可能性。如果光束在远高于表面处发射，使发射高度与恒星半径之和超过 $3M$，即使半径本身满足 $R < 3M$，这一论证也不成立。对于铅笔束，光子预计不会受到显著阻挡，因为它们沿垂直磁力线传播（Schönherretal. 2007），也就是说，它们靠近逃逸锥的轴线。
2. 如果强度是极角的函数，例如关于中子星大气的研究显示存在边缘变暗效应，如 Zavlin 等人 (1996) 所示，那么当光球位于不稳定圆形光子轨道以内时，边缘变暗将受到影响。逃逸锥越窄（随着R/M减小），边缘变暗就越不明显，因为高极角处强度较低的光束将无法到达无穷远处的观测者。这也会影响观测到的光谱，因为较高极角处的辐射对应较低的色温，正如朗伯定律所述。
3. 中子星表面热点产生的脉冲轮廓会受到引力偏折的强烈影响（Pechenick 等人 1983；Nemiro影etal. 1993），因为位于观测者远侧的热点也可能变得可见。在光子可能出现这种情况的极致致密天体中，预计调制还会进一步受到影响。

掠过光子球，甚至可能在离开恒星并朝向观测者飞去之前绕恒星运行数周，这将导致热点图像进一步拉长（Gyulchev 2022），即使旋转调制的程度不会显著减弱（Nemiroff 等，1993）。

6. 结论

对于辐射源处光球光度的固定值，观测光度是以引力半径为单位的光球半径的单调递增函数（图 1）。临界（平衡引力的）光度是相同半径的单调递减函数（图 2）。因此，如果本征光度为临界值，则观测光度也是临界光度的单调递减函数（图4）。如果我们知道本征光度的上限——这可能源于已知速率下的吸积，或基于单位时间内可燃烧的热核燃料量所作的考量——那么，本征光度达到临界值的辐射源的观测光度就有一个下限：本征光度越高的临界光度辐射源，观测到的光度反而越低。

观测到的发射相较于其在表面处的数值发生了红移。对于超致密恒星（其光球半径小于不稳定圆形光子轨道的半径），观测光度会进一步受到抑制，因为并非所有发射出的光子都能逃逸到无穷远。抑制因子 $\sin^2\delta$ 与逃逸锥顶角半角 δ 有关。出于同样的原因，在X射线暴中，通量的衰减应当更慢，因此暴的总持续时间会延长，其延长因子为 $1/\sin^2\delta = (1/27)(R/M)^2(1-2M/R)^{-1}$，其中 $R < 3M$。

逃逸光度的正弦抑制预计不会影响观测到的临界光度（爱丁顿光度的相对论类比）。光子的回落会产生向内径向力，因此需要更高的表面光度来

平衡引力，从而精确补偿损失锥的作用（Robertson& Leiter 2006）。假设球对称源以临界光度发光（如平顶型X射线暴中的情形，Lewin 等（1993）），那么无论光球是否位于不稳定圆形光子轨道之内，无穷远处观测到的光度都是半径质量比的简单函数，$L_\infty = L_{\rm Edd}(1-2M/R)^{1/2}$。

上述陈述适用于史瓦西时空中的各向同性发射表面。这些结论需要结合一些限定条件加以解读。辐射压对光球施加的向外力预计会因边缘变暗而有所修正，例如遵循朗伯定律（Nemiroff 等，1993）。本研究在推导相关量时未考虑这一效应。

此外，临界光度的表达式仅适用于处于准静态平衡状态的光球。在X射线暴开始期间，光度快速上升的时间尺度可能与光子的回落时间相当，因此，本研究所述的临界光度表达式可能不适用于该阶段。

我们进一步指出，观测到来自热点的显著扇形束，可以排除该恒星为超致密天体的可能性。由于扇形束平行于表面传播，当$R < 3M$时，预计它们位于逃逸锥之外，无法逃逸至无穷远。

7. 致谢

我们感谢Maciek Wielgus博士和Leszek Zdunik博士的讨论与交流。本研究部分得到波兰NCN基金2019/35/O/ST9/03965的支持。

参考文献

Abramowicz, M. A., Ellis, G. F. R., & Lanza, A. 1990，天体物理学杂志，361，470。doi:10.1086/169211 Basko, M. M. & Sunyaev, R. A. 1975，《天文学与天体物理学》，42，3，311。Basko, M. M. & Sunyaev, R. A. 1976，皇家天文学会月刊，175，395。doi:10.1093/mnras/175.2.395 Bildsten, L. 1998，《中子星的诸多面貌》，515，419。doi:10.48550/arXiv.astro-ph/9709094 Buchdahl, H. A. 1959，Physical Review，116，4，1027。doi:10.1103/PhysRev.116.1027 Cardoso, V. & Pani, P. 2019，Living Reviews in Relativity，22，1，4。doi:10.1007/s41114-019-0020-4 Davis, J., Tango, W. J., & Booth, A. J. 2000，皇家天文学会月刊，318，2，387。doi:10.1046/j.1365-8711.2000.03701.x Ebisuzaki, T. 1987，PASJ，39，2，287。doi:10.1093/pasj/39.2.287 Frank, J., King, A. R., & Raine, D. J. 1985，。Gnedin, Y. N. & Sunyaev, R. A. 1973，《天文学与天体物理学》，25，233。Gyulchev, G. 2022，Journal of Physics Conference Series，2255，1，012005。doi:10.1088/1742-6596/2255/1/012005 Heger, A., Fryer, C. L., Woosley, S. E., 等 2003，天体物理学杂志，591，1，288。doi:10.1086/375341 in't Zand, J. J. M., Keek, L., & Cavecchi, Y. 2014，《天文学与天体物理学》，568，A69。doi:10.1051/0004-6361/201424044 Kluzniak, W. & Wagoner, R. V. 1985，天体物理学杂志，297，548。doi:10.1086/163550 Lattimer, J. M. & Prakash, M. 2016，Phys. Rep.，621，127。doi:10.1016/j.physrep.2015.12.005 Lewin, W. H. G., van Paradijs, J., & Taam, R. E. 1993，Space Sci. Rev.，62，223 Lu, R.-S., Krichbaum, T. P., Roy, A. L., 等 2018，天体物理学杂志，859，1，60。doi:10.3847/1538-4357/aabe2e Lyubarskii, Y. E. 1997，皇家天文学会月刊，292，3，679。doi:10.1093/mnras/292.3.679 Mottola, E. & Mazur, P. O. 2002，APS April Meeting Abstracts，I12.011。Miller, M. C., Lamb, F. K., Dittmann, A. J., 等 2019，天体物理学杂志，887，1，L24。doi:10.3847/2041-8213/ab50c5 Misner, C. W., Thorne, K. S., & Wheeler, J. A. 1973，。Mushtukov, A. A., Potekhin, A. Y., Markozov, I. D., 等 2025，皇家天文学会月刊，538，2396 Neckel, H. & Labs, D. 1994，太阳物理学，153，1-2，91。doi:10.1007/BF00712494 Nemiroff, R. J., Becker, P. A., & Wood, K. S. 1993，天体物理学杂志，406，590。doi:10.1086/172471 Özel, F. 2006，《自然》，441，7097，1115。doi:10.1038/nature04858 Papitto, A., Menna, M. T., Burderi, L., 等 2008，皇家天文学会月刊，383，1，411。doi:10.1111/j.1365-2966.2007.12551.x Rezzolla, L. & Ecker, C. 2026，SciPost Physics，20，1，014。doi:10.21468/SciPostPhys.20.1.014 Robertson, S. L. & Leiter, D. J. 2006，黑洞研究的新进展，1。doi:10.48550/arXiv.astro-ph/0602453 Rybicki, G. B. & Lightman, A. P. 1979，。Pechenick, K. R., Ftaclas, C., & Cohen, J. M. 1983，天体物理学杂志，274，846。doi:10.1086/161498 Schönherr, G., Wilms, J., Kretschmar, P., 等 2007，《天文学与天体物理学》，472，2，353。doi:10.1051/0004-6361:20077218 Stahl, A., Wielgus, M., Abramowicz, M., 等 2012，《天文学与天体物理学》，546，A54。doi:10.1051/0004-6361/201220187 Stahl, A., Klu´zniak, W., Wielgus, M., & Abramowicz, M. 2013，《天文学与天体物理学》，555，A115 Synge, J. L. 1966，皇家天文学会月刊，131，463。doi:10.1093/mnras/131.3.463 Syunyaev, R. A. & Shakura, N. I. 1986，《苏联天文学快报》，12，117。Uttley, P. & McHardy, I. M. 2001，皇家天文学会月刊，323，2，L26。doi:10.1046/j.1365- 8711.2001.04496.x van der Klis, M. 2000，《天文学与天体物理学年评》，38，717。doi:10.1146/annurev.astro.38.1.717 van Paradijs, J. 1978，《自然》，274，5672，650。doi:10.1038/274650a0 Vieira, R. S. S. & Klu´zniak, W. 2023，皇家天文学会月刊，523，3，4615。doi:10.1093/mnras/stad1718 Yakovlev, D. G. & Pethick, C. J. 2004，《天文学与天体物理学年评》，42，1，169。doi:10.1146/annurev.astro.42.053102.134013 Zavlin, V. E., Pavlov, G. G., & Shibanov, Y. A. 1996，《天文学与天体物理学》，315，141。doi:10.48550/arXiv.astro-ph/9604072 Zhang, L., Blaes, O., & Jiang, Y.-F. 2025，皇家天文学会月刊，540，4，3934。doi:10.1093/mnras/staf986