可编程时空量子启发比特的观测

Long Chen[1], Zi Xuan Cai[1], Qing Chun Yin[1], Zhou He[1], Zhi Cai Yu[1], Xiaohan Cui[1], Tie Jun Cui[1,*]，以及 Jian Wei You[1,*]

[1] 毫米波国家重点实验室，东南大学，中国南京 210096。* 电子邮箱：tjcui@seu.edu.cn 和 jvyou@seu.edu.cn

相干叠加使信息能够编码在物理态的几何结构中[1-7]。然而，制备单个态并不能决定它们如何在整个波中组织起来，因为波传播和调制会约束其底层干涉。在此，我们在时空超表面中观测到可编程时空量子启发比特。每个偏振通道由四种离散响应进行相干合成，可产生具有纯量子比特射影几何的二分量态。联合状态空间合成在允许不同偏振态共存于不同分辨频率的同时，保留了共享波形的干涉约束。成对的空间编码和时间编码将这些态组织成预设轨迹，并在由共享编码对生成的48个实验分辨的非零谐波阶次上，实现可重构的斯托克斯斯格明子和不同偏振。这将局域态制备与可编程场组织联系起来，为量子启发信息载体奠定了物理基础，其编码可以利用几何路径、空间绕行以及协调的频谱态。

制备和变换相干叠加态的能力赋予物理态一种可用于编码信息的几何结构。在纯二能级量子系统中，相对振幅和相位在布洛赫球上确定一个点[1,2]，，而控制这些坐标是量子信息处理的核心[3-5]。相干经典偏振场可通过其归一化琼斯矢量和庞加莱球实现相同的射影描述[6,7]。因此，态制备、重叠和重构都有直接的经典对应物，包括具有不可分离的空间与偏振结构的场[8-13]。超表面通过工程化散射使这种对应关系得以实现，其中亚波长元件控制振幅、相位和偏振[14-18]，，将信息分配到各个偏振通道[19]，并支持可重编程响应[20,21]。量子启发超表面利用这些响应，以量子态表示制备经典叠加态[22-24]。下一个问题涉及如何在扩展波中组织这些叠加态，其中信息可能取决于局域态几何与整个场结构之间的关系。

仅能访问态球上的个别点，并不能确定场的空间与频谱组织。时间调制已能将离散散射响应转化为复谐波振幅[25-27]，，从而实现联合波前与光谱整形[28-30]，并控制载波及边带的偏振[31-33]。空间结构化场则通过斯格明子绕转[34]，提供了另一种组织形式：在适当的边界条件下，连续的斯托克斯图可具有整数度[35-38]。可编程表面波纹理[39,40]以及通过超构光学、照明和传播加以控制的斯托克斯纹理[35,38]，均表明这种组织形式可以重新配置。对于给定的态分布，尚待解决的问题是找出一种相容的相干场，使有限散射字母表能够实际生成该场。传播过程会相干叠加不同孔径位置的贡献，而时间调制则将谐波系数与共享波形联系起来；因此，局部射影描述所舍弃的共同相位和强度，仍是至关重要的合成变量。因此，在态空间中制定设计时，必须保留复场约束，以确定其目标几何是否在物理上可实现。当信息载波是绕转纹理或协调光谱时，这一要求尤为关键，因为其特征取决于整个场中局部叠加态的排列。对于这类载波，编程意味着寻找一个能够实现各态之间预期关系的场，而不是孤立地选择每个局部坐标。合成过程必须协调目标的连续几何结构与物理表面的离散响应及有限时间资源。

在此，我们提出可编程时空量子启发比特，将其定义为由时空超表面控制集体组织的经典状态。两个可分别寻址的偏振通道中的配对编码，以相干方式组合每个通道的四种经校准反射响应，将有限散射字母表转化为对态球的可编程访问。连续制备规定了时间路径，而空间分布式编码则组装出带符号绕转数的斯托克斯斯格明子，并可在同一孔径上改变其绕转数。联合优化进一步将不同的态分布到由未改变的码对生成的48个实验分辨的非零谐波阶次上。R复偏振分量的重构

在单一经典状态描述中检验这些表现形式，同时保留其制备过程中的干涉约束。该表述将态几何视为设计目标，同时保留使其可观测的相干场。由此形成的框架将量子启发式状态几何引入扩展电磁（EM）场的设计，并为由其集体空间结构和光谱结构定义的信息载体提供了一条路径。

量子启发比特的时空编程

量子启发比特是两个彼此相干且正交偏振的经典场分量的归一化叠加，在几何上表示为庞加莱球上的一个点；当扩展到具有分辨率的坐标时，则组织成一条状态轨迹或一个分布。**图1a**中的演进始于二进制编码，此时场在两个预先规定的符号之间进行选择。机械重构将这一选择扩展为：在选定的观测模式和频率下，顺序访问偏振态。时空编程进一步将受控对象扩展到整个分布，同时规定局部叠加以及位置、制备时间或频率所分辨的各态之间的关系。在这里，承载基本信息的对象是局部叠加，而空间和光谱标签则标识读取该状态的位置；因此，可访问的集合由预先规定的制备条件和观测条件共同决定。

对于已激发的谐波阶次 m，观测位置 $\mathbf{r}$ 处的横向场定义为$|\psi_m(\mathbf{r};\tau)= {}^{E_x}{}_{,m}(\mathbf{r};\tau)|x+E_{y,m}(\mathbf{r};\tau)|y$ $\sqrt{|E_{x,m}(\mathbf{r};\tau)|^2+|E_{y,m}(\mathbf{r};\tau)|^2}$。其中，$|x$和$|y$张成所选的正交偏振基，并且只要各分量的强度之和非零，状态便存在。经过归一化，并将仅相差一个公共相位的矢量视为同一矢量后，相对振幅和相位保留为射影态的两个坐标，等价地可由单位斯托克斯矢量表示。这种对应于纯两能级量子态几何的关系，促成了量子启发式描述；而振幅本身仍属于直接重构得到的经典电磁场（补充说明1和2）。

时空编码超表面通过相干合成将其离散散射响应转换为这些有效叠加态（**图 1b**）。两个可分别寻址的偏振分支各具有四种校准设置，由配对编码 C_x（$\mathbf{R}$、t）和 C_y（$\mathbf{R}$、t）驱动，用于指定孔径位置 $\mathbf{R}$ 在整个调制周期内的响应。每个谐波都会对序列中的复振幅进行累积，其中设置的占用情况决定载波响应，而其时间排序还会额外控制边带。随后，两个偏振分支内的相干传播将来自孔径的贡献合并，形成观测到的琼斯场。因此，编程态是编码孔径产生的一种涌现响应，其相对分量振幅不必与任何瞬时反射设置相一致。这种合成保留了一种局域状态坐标所无法体现的物理自由度，因为具有相同偏振但空间分布不同的共同相位的孔径场，在传播后可能演化为不同的偏振纹理。因此，我们对两种复分量场进行构造和传播，

然后再为每个分辨后的观测坐标赋予归一化的量子启发比特。校准后的响应字母表和序列长度决定了连续态球面上可采样的点，从而将编码态的几何形状与可用控制设置的有限集合区分开来。由于目标固定的是分量比而非绝对场，因此多个复场可以表示相同的局域态，而编码则会在与散射响应和传播相容的代表态中进行选择。

两个时间坐标用于区分该合成过程，其中 t 解析一个周期内的调制，τ 则为连续的完整编码制备编制索引。沿着一个位置和频率处的 τ 进行操作，可以在 **图 1c** 中生成规定的时间路径。相反，场的空间截面展示了从观测位置到态球面的映射，使经过编程的叠加态能够获得集体缠绕（**图 1d**）。周期调制通过频率f_m=f_c+mf_s、 提供第三个截面，其中 f_c 和f_s 分别为载波频率和调制频率，因此，不变的码对会生成一个由其共同傅里叶结构连接起来的、在光谱上得到解析的态分布（**图 1e**）。R在每个截面中重构相同的两个复数分量，将这些观测连接到单一的态几何，并使其时间、空间和频谱组织能够通过实验获得。

时间干涉扩展了可访问状态空间

时域编码通过在一个完整的调制周期内，相干组合每个被单独寻址的偏振支路的四个经校准的复数反射响应，扩大了可访问叠加态的集合。这些成对的时隙序列决定了选定频谱分量的相对振幅，而它们的连续重构则描绘出一条穿过态球面的规定路径。因此，该轨迹由每个周期内通过干涉合成的态组装而成，其中制备索引 τ 规定了这些态的有序演进。对于 **图 2a** 中的等时隙序列，调制周期 T=1/f_s 被划分为 L 个时间间隔，在偏振支路 p中具有复数反射响应 $r_{p、n}$ 。在简化的信道模型中，对谐波阶次 m 进行相干投影可得

$$r_p^{(m)} = \frac{\kappa_m}{L} \sum_{n=0}^{L-1} r_{p,n} \exp\left(-\frac{i2\pi mn}{L}\right), \qquad p \in \{x,y\}. \tag{1}$$

因子 κ_m=sinc(m/L)exp(-$i\pi m$/L) 是有限时隙的傅里叶变换，其中 sinc(u)=sin(πu)/(πu)。将其与固定的入射偏振幅度相乘，可得到 f_c+mf_s 处的反射分量；对于这些分量，非零公因子 κ_m 会改变频谱权重和相位，同时保持归一化态不变。合成时可保留物理散射体经校准的复响应中的振幅变化和相位偏移（**补充说明 4**）。在载波处，**式 1**变为加权相量和，其占据比例控制相长干涉和相消干涉。由此得到的复振幅位于四种经校准响应的凸包内，并按照有限序列允许的有理占据比例进行采样。将两条支路的平均值配对即可确定输出偏振，我们通过以下方式选择代码：

最小化其与目标态之间的射影失配（**方法**）。更长的序列可细化这种采样，而响应字典则确定了底层的可访问区域（**补充说明 5**）。由于相消作用于复振幅，即使瞬时反射幅值相近，序列仍可抑制一个偏振分量，同时使另一个分量保持有限，从而将离散相位响应转化为有效的相对振幅控制。在理想的正交相位字母表中，占据比例相等的相反响应会抵消其载波贡献，而占据比例不等则会留下受控的剩余振幅。对于固定的入射偏振，这种抵消说明离散相位设置如何改变分量比，而无需连续调节瞬时反射幅度。

图 2b中的子午路径通过中间椭圆率连接两种相反的圆偏振；编码对和重建椭圆则标示出与每个标记状态对应的制备过程（**图 2c,d**）。沿赤道路径，线偏振方位角发生旋转，而椭圆率保持为零（**图 2e-g**）。这些路径探测球面的两个角坐标，其纬度和经度分别是椭圆率角和偏振方位角的两倍。理论、模拟和测量所得的状态均按照相同的斯托克斯约定进行重建，因此可以直接评估它们在几何上的一致性（**补充说明 6**）。每个点都代表一个由 τ，标记索引的完整制备，因此观测到的路径刻画了编程设定的状态可达范围，而无需为切换瞬态赋予未经测量的动力学。对于非零谐波，**公式 1**中的傅里叶相位能够区分占据比例相同但时隙顺序不同的序列。某一分支延迟 q 个时隙，会使其系数乘以 $\exp(-i2\pi mq/L)$，从而在 m 阶改变相对相位，同时保持两个分支的幅值及其载波平均值不变。相反，若对两个序列施加共同延迟，则每个谐波内的两个分量会获得相同的相位。因此，相对时间位移会直接作用于内部态，并通过离散且依赖顺序的相位增量，将码操作与球面上的运动联系起来。**图 2h-j**通过在f_c、f_c+f_s 和 f_c-2f_s 处分别进行优化制备，检验了这种频谱扩展；模拟和测量得到的坐标均与相应的目标吻合（**补充说明 14**）。这些测量确立了局域制备机制，后续将利用该机制把状态组织成空间纹理和集体频谱分布。

空间态场的可编程缠绕

空间编程将量子启发比特的局部几何结构转化为一个场，其分量间的相对振幅和相位将观测平面映射到庞加莱球上。在**图 3a**中，涡旋模式与正交偏振的非涡旋模式提供了构建这一映射所需的互补相位和振幅分布。每个观测点处的复振幅均由光场在孔径上的相干传播产生，因此，这种纹理是整个合成场的整体属性。R对同一超表面重新编程，会通过施加的散射图样改变这一映射及其绕转。斯格明子纹理结合了方位相位绕转与偏振分量之间强度的径向再分布。对于理想的旋转对称构型，归一化态可表示为

$$|\psi(r,\varphi)\rangle=\cos\frac{\Theta(r)}{2}|x\rangle+e^{-i[\nu\varphi+\gamma]}\sin\frac{\Theta(r)}{2}|y\rangle. \quad (2)$$

径向角$\Theta(r)$决定相对强度，而ν 和γ 则分别规定方位角绕转和均匀的相对相位偏移。令S_3=2 $\mathrm{Im}(E_xE_y^*)$，相应的斯托克斯场可写为$\mathbf{s}=(\cos\Theta, \sin\Theta\cos[\nu\varphi+\gamma], \sin\Theta\sin[\nu\varphi+\gamma])$。方位角变化使每个半径处的状态沿圆周扫掠，而$\Theta$ 的径向变化则使这些圆周遍历整个球面，从而生成二维态纹理（**补充说明9**）。当归一化场连续且在边界处趋近于同一状态时，观测域可紧化为一个球面，且该映射的度为

$$N_{\mathrm{sk}}=\frac{1}{4\pi}\int_D \mathbf{s}\cdot(\partial_X\mathbf{s}\times\partial_Y\mathbf{s})\,dX\,dY. \quad (3)$$

对于**式 2**，该度数可化简为 $N_{\mathrm{sk}}=\nu[\cos\Theta(0)-\cos\Theta(R_B)]/2$，其中径向边界为 R_B。相反端点 $\Theta(0)=0$ 和 $\Theta(R_B)=\pi$ 给出 $N_{\mathrm{sk}}=\nu$，而反转端点会改变其符号，改变 γ 则会使斯托克斯场绕其第一轴旋转，同时不改变该度数。因此，拓扑荷取决于径向取向和所采用的坐标约定，并且在保持态映射有定义且保留其公共边界的光滑变形下保持不变。其密度测量局部斯托克斯矢量扫过的有向立体角，将整体绕转直接联系到用于时间态制备的射影几何。因而，不同的度数可以区分共享同一局部二分量态空间的不同空间组织。对于分量相位 $\exp(i\mathrm{l}_x\varphi)$ 和 $\exp(i\mathrm{l}_y\varphi)$，该约定给出的相对绕转为 $\nu=\mathrm{l}_x-\mathrm{l}_y$。在理想描述中，不同度数无法通过同时保持态映射有定义和公共边界态的连续变形相互连接。在这样的插值过程中，若要改变度数，就必须在某处使这些条件失效。因此，重新编程会选择不同的拓扑组织，而当前测量表征的是已制备的配置，而非一种配置被另一种配置取代时所经历的瞬态过程。

图 3b中的六组空间编码对以N_{sk}=-3、-2、-1、+1、+2和+3、 为目标，分别得到-2.90、-1.95、-0.97、+0.98、+1.96、+2.91的重构积分（**图 3c**）。因此，编程场改变了其对态球覆盖的方向和重数。这些有限域估计值可以接近整数目标值，其解释取决于空间采样、边界态以及对弱场区域的处理（**方法**）。实验表明，态分布的拓扑结构可以通过用于制备其局部叠加的相同离散响应进行重构。互补的模态描述揭示了空间分布如何占据两个偏振分支；由于这两个不成比例的场无法分解为公共空间模式与固定琼斯矢量的乘积，因此我们在选定的空间模式与偏振子空间内表征这种经典不可分性。**图 3d** 和 **3e**中的归一化模态相干矩阵根据复投影系数重构了各模态的占比及其相对相干性。对于每种配置，分别制备四个目标叠加态，并通过条件模保真度进行评估（**图 3f**和**补充说明10**）。这些投影保留了超出局部偏振映射的相对空间相位信息，而**方程 3**则解析了

该映射本身的绕转。总体而言，这些测量将可重构的场拓扑与公共可编程孔径上受量子启发的态的相干排列联系起来。

频谱分布态的集体合成

一次周期性制备即可将量子启发比特分布到不同频率上，其中两个偏振幅度在每个已占据的傅里叶阶次上定义一个不同的态（**图 4a**）。这些态构成一个集体合成问题，因为每个谐波都源自同一波形，而改变一个时隙通常会重新分配多个傅里叶系数。因此，要将**图 2**中的单态制备扩展到指定的频谱分布，就需要在共同驱动下联合控制相容的叠加态。我们将这一要求表示为：对于选定的已占据阶次 M，候选编码对 C=(C_x,C_y) 的加权态失配

$$\mathrm{L(C)}=\frac{\sum_{m\in \mathrm{M}} w_m\,[1\text{-}F_m(\mathrm{C})]}{\sum_{m\in \mathrm{M}} w_m}, \qquad w_m>0. \tag{4}$$

这里，$F_m=|\psi_m^{\mathrm{tar}}|\psi_m(\mathrm{C})|^2=(1+\mathbf{s}_m^{\mathrm{tar}}\cdot\mathbf{s}_m)/2$ 是平方重叠保真度。该保真度由重建的经典场定义，仅取决于其射影坐标，并且在两个偏振分量同时乘以一个非零复数时保持不变。每个阶次都通过**公式 1**，由同一候选序列计算；在归一化之前先传播完整场，因此优化搜索的是共享波形所允许的频谱分布。目标态确定分量比，同时保留其共同幅度和相位，以满足场约束，因此态合成比指定每个复谐波系数具有更大的自由度。频谱权重仍是独立的可观测量，因此可以独立于各阶次的占据强度来评估合成分布的几何特性。**图 4b** 和 **4c**中的共同编码对通过数值合成，在 200 多个谐波阶次上产生宽广的分布，其中理论坐标和模拟坐标对应于同一次制备。可实现的分布仍受校准字母表和编码长度的约束；在保持时隙边界模型中，这些约束会在相隔 L 的傅里叶阶次之间施加精确关系（**补充说明 8**）。**补充说明 15**中的更大规模示例通过更长的序列扩展了频谱寻址集，同时保留了分辨出的阶次数与可独立调节的态坐标数之间的区别。偏振编码之间的相对延迟会使每个谐波态旋转一个与其阶次成正比的角度，而共同延迟则使每个谐波偏振保持不变。旋转围绕由线偏振基确定的第一斯托克斯轴进行。因此，同一编码操作会通过依赖阶次的几何作用，集体变换整个分布。这些关系针对的是分别分辨出的态；不同阶次的公共相位仍决定了谐波重新组合时产生的时变场。

这种扩展会直接带来时间代价，因为在时隙持续时间固定时，增大L 会延长周期并减小谐波间隔。若要保持周期不变，则需要更快地切换，因此必须结合频率间隔和可用带宽来考虑频谱寻址集的规模。即使各阶已占据阶次的偏振态彼此不正交，频率分辨率仍能将它们区分开来，而两个复谐波振幅之比则决定了每个频谱地址处的内部态。

因此，频谱组织既包含一组可区分的频率分量，也包含这些分量内部叠加态的可编程几何结构。实验上，共享编码对从m=-24到-1以及从m=+1 到+24, 产生了48个分辨的非零阶次，其理论、模拟和测量坐标在**图4d** 和 **e**中进行了比较。**图4f**中的椭圆给出了每个归一化偏振的方位角和轴比，其带符号的圆偏振分量则由相对复相位确定。该比较检验了两个偏振分支之间的差分振幅和相位，因为这些量会使状态在球面上移动，而共同的复数比例因子只会改变其频谱权重，不会改变其坐标。结合时间轨迹和空间绕行，共享频谱制备确立了从有限散射字母表到量子启发态可编程分布的一条共同路径。

结论

Pro 可编程 e 时空 otempo 量子 n 启发式 nspire 比特使 e the organ 化 on of coheren 的支持 erposition 扩展电磁场的一种可控属性。相同的离散散射资源决定了局域状态坐标，以及这些状态形成结构化信息载体所依赖的空间或谱关系。空间绕行以几何方式体现了这种联系：在适当的边界条件下，连续分布的局域偏振态会获得全局拓扑度。对于量子启发物理学，这种对应关系提供了一个实验上可实现的研究环境，可通过经典复场测量考察制备误差、状态重叠和几何结构。结合经过校准的正交模式变换，它有望支持对状态控制协议和信道映射的研究；这些协议和映射在经典系统与量子系统中都可用相同的线性描述。增加相干模式可扩展可访问状态空间，而这种对应关系的适用范围取决于经典场所能表示的模式变换和可观测量。对不同制备进行受控平均，还可区分已分辨相干态的几何结构与统计系综的几何结构，从而将可编程波合成与混态演化的经典表述联系起来。

对于无线通信而言，这些结果表明了新型编码方案的可能性：在此类方案中，消息规定了状态之间的关系，例如几何路径、空间绕行或协调谱模式。其发展需要确定哪些特征在信道传播后仍可区分，以及接收机如何重构这些特征。由此类分布构成的通信字母表，将完整接收场的几何形态纳入解码问题之中，从而推动对信道变换如何保持或改变状态之间关系开展新的研究。通过在可编程设置中实现局域态几何和扩展波结构，这项工作为探索由相干叠加组织的信息架构提供了物理基础。

方法

超构原子架构与电磁表征

该反射式超表面由 32×32 个可独立寻址的超原子组成，排列在 30 mm 晶格上，形成一个 960×960 mm2 的孔径，并设有两条可分别控制的线偏振分支。每个单元包含四个表面贴装式 SMP1345-040LF PIN 二极管，其中一对二极管主要控制 x 偏振响应，另一对控制 y 偏振响应。每对二极管的四种偏置组合定义了一个经过校准的反射设置所构成的两比特逻辑字母表。完整的瞬时配置由 $[x_1 x_2 y_1 y_2]$、 指定，从而为两条分支提供 16 种联合偏置配置。该多层印刷电路板结构集成了图案化射频导体、F4B 介电层、连续接地平面，以及用于直流偏置布线的独立层。F4B 基板的相对介电常数为 2.65，损耗角正切为 0.001，各层厚度分别为 0.254、4 和 0.508 mm。金属化通孔将二极管连接至偏置网络，其布线与射频图案分隔开来。

电磁表征使用 CST Microwave Studio 2022 完成。单元仿真在横向施加周期边界，在垂直于超表面的方向施加开放边界，并分别采用 x 偏振和 y 偏振激励。制造商提供的 S 参数文件用于表征正向偏置和反向偏置二极管，并在电磁模型中保留其随频率变化的响应。在简化分支模型中，四个经过校准的复反射系数组成字典

$$\mathrm{D}_p=\{d_{p,0},d_{p,1},d_{p,2},d_{p,3}\}, \qquad p\in\{x,y\}. \tag{5}$$

其中 $d_{p,j}$ 表示由 j, 索引的静态设置，而 $r_{p,n}=d_{p,j_{p,\,n}}$ 表示**式 1**中分配给时隙 n 的响应。合成谐波响应时，保留了每个校准系数的幅度和相位。补偿模型则采用 16 种联合配置各自的 2×2 琼斯响应，其中包括同极化项、残余交叉极化以及对两个分支设置的依赖关系。**补充说明 3**和**12**详细说明了响应算子，以及这种联合描述与简化分支模型之间的关系。有限孔径仿真采用开放边界，并复现了相应测量中使用的编码图案和照明条件。在实验观测平面和频率下评估两个复偏振分量，使有限孔径截断、边缘散射和单元间相互作用均纳入计算场中。

基于局部响应字典进行计算时，选定的响应首先用于确定反射复孔径场，随后将其传播至观测坐标，再进行归一化。这种构造保留了局部状态表示中所没有的共同空间相位和振幅。由周期性单元获取的字典本身并未包含任意非均匀邻近配置所引起的局部散射变化。

制备与时空编码传输

该超表面采用多层印制电路板加工工艺制成。金属图案和偏置布线结构制作在 F4B 基板上，随后进行钻孔、通孔金属化，并在每个单元中表面贴装四个二极管。各层经过对准和组装，以保持设计的散射几何结构以及射频网络与偏置网络之间的连接。数字控制系统生成四位命令，并通过多通道驱动电路发送命令，由这些电路提供二极管偏置状态。第一对和第二对二极管通过公共孔径上的 x 通道和 y 通道编码流进行寻址。

在采集之前计算空间图案和时间序列，并将其加载到控制系统中。对于静态制备，在整个测量过程中保持预定的四位矩阵不变。对于时域与谐波合成，时隙序列以周期T=1/f_s重复，并且每次后续制备都会定义一个新的完整码对，其索引为τ。在进行电磁测量之前，检查直流网络的电气连续性，以及代表性单元中二极管开关的正确性。测量选定的均匀配置，并将其与模拟的散射响应进行比较，以验证数字指令与实际施加的偏置设置之间的对应关系。**方程 1**采用时隙保持近似，其中每个选定的响应在其指定区间内保持不变。公共因子κ_m 源于对该区间的积分，不同于对逻辑设置进行的离散傅里叶和。有限的开关瞬态、同步误差，以及超出校准范围的频率依赖性，都可能改变预测的谐波振幅。制备坐标τ 标记测量期间应用的代码，并不指明两次制备之间尚未解析的瞬态过程。

状态目标函数与联合编码优化

候选编码对由校准设置构造，并通过最小化**式 4**中的状态匹配目标函数进行筛选。在将谐波复场归一化为琼斯态和单位斯托克斯矢量之前，先对其进行评估；仅在总强度非零时进行归一化。对于单个目标，损失为 1-F，范围从相同射影状态时的零，到球面上对跖坐标处正交状态时的 1。该损失在共同的非零复数缩放下保持不变，因此可将偏振态精度与绝对场幅度区分开来。对于目标集合 M，所有谐波系数均根据同一候选编码对重新计算，并按**式 4**中的权重合并状态失配；除非另有说明，各权重均相等。**图 2**中的每个目标和选定阶次都使用单独优化的编码对。**图 4**中的每个频谱分布都使用同一组编码对，该编码对针对完整的选定目标集合进行优化。**补充说明7**阐述了该目标函数与射影距离及分析器对比度的关系，而**补充说明 8**给出了联合合成阶次所需满足的傅里叶约束。

态目标约束每个目标处两个输出振幅的比值，将它们共同的复数尺度交由场合成处理。当两个输出分量均为零时，该目标未定义，且不会独立地施加最低信号、转换效率或泄漏惩罚。任何此类约束都必须与态损失区分开来。对于空间结构化制备，

比较的是观测平面上的传播场，而不是单个超原子的局部反射系数。

复场重建与偏振几何

复数 x 和 y 偏振分量使用共同的振幅和相位参考进行重构。在相同的观测坐标和分辨频率下，根据分量场计算偏振观测量。**补充说明13**分析了相对通道校准、光谱分辨率和平均过程如何影响这些观测量。在**补充说明9**中采用的正时间相量约定 $\exp(i\omega t)$ 下，斯托克斯量为

$$\begin{aligned} S_0 &= |E_x|^2+|E_y|^2, \quad S_1 = |E_x|^2-|E_y|^2, \\ S_2 &= 2\mathrm{Re}(E_x E_y^*), \quad S_3 = 2\mathrm{Im}(E_x E_y^*). \end{aligned} \tag{6}$$

对于 $S_0>0$、 ，归一化斯托克斯矢量为

$$\mathbf{s}=(S_1,S_2,S_3)/S_0. \tag{7}$$

理论、模拟和测量得到的场均采用相同的横向坐标方向和斯托克斯约定。两个单位斯托克斯矢量的角分离计算如下

$$\Delta\Omega=\arccos(\mathbf{s}_1\cdot\mathbf{s}_2). \tag{8}$$

在取反余弦之前，将点积在数值上截断至 [-1,1] ，以抑制浮点舍入误差。对于分辨的相干态，保真度遵循**公式4**所对应的重叠平方关系，等价于 $F=\cos^2(\Delta\Omega/2)$。这两个量都比较归一化的偏振几何，而不确定重构场的绝对强度。

非零琼斯矢量可代数地给出$|\mathbf{s}|=1$ ，即使其重构分量中包含确定性的测量误差。统计混合态需要对相干矩阵乘积取平均，而不是先对复场取平均，再构造单个外积。这些操作通常会产生不同的偏振描述。此外，赋予圆偏振的手性还取决于观测方向，必须结合所述的相量和坐标约定进行解释。

空间态重建与拓扑荷

空间制备为两个偏振分支分别采用成对的二维编码。所得复场在公共横向网格上进行采样，并在场强非零处转换为局部归一化斯托克斯矢量。在近场零点附近，归一化会放大重构分量中的误差，态映射可能因此变得未定义。理论、仿真与测量之间的比较采用了相同的态约定和空间评估窗口。**公式 3**的数值近似在采样的笛卡尔网格上使用中心有限差分

$$N_{\mathrm{sk}}^{(h)}=\frac{\Delta X\Delta Y}{4\pi}\sum_{(i,j)\in D_{\mathrm{int}}}\mathbf{s}_{ij}\cdot\left[\frac{\mathbf{s}_{i+1,j}-\mathbf{s}_{i-1,j}}{2\Delta X}\times\frac{\mathbf{s}_{i,j+1}-\mathbf{s}_{i,j-1}}{2\Delta Y}\right]. \tag{9}$$

其中，ΔX 和ΔY 是采样间隔，D_{int} 包含中心向量和两个导数模板均有定义的内部点。在各配置中采用了公共的空间窗口、横向取向和斯托克斯约定，从而确定了N_{sk}的符号约定。所报告的数值是有限域估计；其与整数目标值的偏差可能反映离散化、孔径截断和非均匀边界态的影响。整数度要求态映射连续定义且具有公共边界态。强度掩膜可能产生内部边界；在未检查剩余域的情况下，其影响不能仅通过从求和中删除相应项来表示。因此，有限测量窗口上的积分与其目标整数分开报告。方位角相位符号或空间坐标轴取向的变化，必须在重构的斯托克斯场和积分过程中保持一致地传递。

模态相干性与条件态保真度

此外，通过将重建的复场在收集域 D上投影到选定的空间模式，表征了空间模式和偏振结构。对于在收集内积下正交归一的基函数，偏振 p 中模式 μ 的系数为

$$a_{\mu p}=\int_D u_\mu^*(X,Y)E_p(X,Y)\,dX\,dY. \tag{10}$$

对于不具备正交归一性的采样模板，**补充说明10**给出了一种利用格拉姆矩阵进行一致构造的方法。在模板矩阵 U 和采样场向量中纳入求积权重的平方根后，$G=U^\dagger U$ 和 $V=UG^{-1/2}$ 定义了一个正交归一基，投影系数为 $\mathbf{a}_p=V^\dagger\mathbf{E}_p$。该构造要求模板线性无关。在进行矩阵重构或保真度评估之前，实验系数和目标系数必须用所得的同一基表示。对于选定模式对，有序积基和系数向量为

$$\begin{aligned}\mathrm{B_l}&=(|u_0,x\rangle,|u_\mathrm{l},x\rangle,|u_0,y\rangle,|u_\mathrm{l},y\rangle),\\ \mathbf{c}_\mathrm{l}&=(a_{0x},a_{\mathrm{l}x},a_{0y},a_{\mathrm{l}y})^T.\end{aligned} \tag{11}$$

构造了该子空间内归一化的模态相干矩阵 as

$$\rho_{\mathrm{sub}}=\frac{\mathbf{c}_\mathrm{l}\mathbf{c}_\mathrm{l}^\dagger}{\mathbf{c}_\mathrm{l}^\dagger\mathbf{c}_\mathrm{l}},\qquad \mathbf{c}_\mathrm{l}^\dagger\mathbf{c}_\mathrm{l}>0. \tag{12}$$

对于每个非零系数向量（包括受确定性重构误差影响的向量），该外积的迹均为**1**，且为秩一。其对角元素给出归一化模态布居，而非对角元素保留其相对相干性。对于同一正交归一基中的归一化目标，条件模态保真度为

$$F_{\mathrm{sub}}=\langle\Psi_{\mathrm{tar}}|\rho_{\mathrm{sub}}|\Psi_{\mathrm{tar}}\rangle. \tag{13}$$

图3f中的四个目标叠加态针对每种空间构型分别制备并进行评估。子空间归一化会将所选模态张成空间之外的场分量排除在保真度比较之外。如果W_{sub} 是重建场平方范数中被D所捕获、且位于所选正交归一子空间内的部分，那么在同一收集域上，与完全包含于该子空间中的目标之间的归一化重叠平方为$F_{\mathrm{full}}=W_{\mathrm{sub}}F_{\mathrm{sub}}$。因此，该条件值描述的是测量模态表征内的一致性。空间-偏振不可分性涉及将一个经典场分解为空间模式因子和偏振因子，具体定义见**补充说明10**。

谐波分辨率与频谱场权重

周期调制会产生整数傅里叶阶次，其可观测范围取决于时隙持续时间、开关带宽、器件色散、转换到所选阶次的效率以及测量灵敏度。对于频谱合成，我们为所选集合 M 分配了目标态坐标，并针对一个码对进行联合优化。态损失与频谱场权重分别评估，因为归一化几何结构无法确定各阶次所承载的振幅。在指定的观测坐标处，相对场强平方权重定义为

$$\widetilde{W}_m=\frac{W_m}{\sum_{k\in \mathrm{M}} W_k},\qquad W_m=|E_{x,m}|^2+|E_{y,m}|^2. \tag{14}$$

该归一化仅针对所选谐波集合；只有在采集模式和振幅均采用一致的功率归一化时，它才表示功率占比。分辨出偏振态还要求信号相对于测量噪声足够强，而其归一化保真度或相对频谱权重均无法单独确定总转换效率。在码对保持不变的情况下，实验分辨出了 48 个非零阶次，范围从 m=-24 到 -1，以及从 m=+1 到 +24 。在每个阶次上，经校准的双分量复响应定义了相应的归一化量子启发态。频率分辨率和测量窗口决定了重建响应中相邻谐波能否被分开。未分辨的阶次组合通常具有时变偏振，而对其相干矩阵乘积取平均则会得到强度加权偏振混合态。本文报告的谐波态均对应于单独分辨出的阶次，因此，对它们进行归一化并不能替代对重组波形或其绝对功率的测量。

数据可用性

支持本研究结论的数据可在提出合理请求后向通讯作者获取。

代码可用性

支持本研究发现的代码可应通讯作者的合理请求提供。

参考文献

1. Provost, J.P. & Vallee, G. R量子态流形上的黎曼结构。《数学物理通讯》76, 289-301 (1980)。 2. Anandan, J. & Aharonov, Y. 量子演化几何。《物理评论快报》65, 1697-1700 (1990)。 3. Arute, F., 等。使用可编程超导处理器实现量子霸权。《自然》574, 505-510 (2019)。 4. Zhong, H.-S., 等。利用光子实现量子计算优势。《科学》370, 1460-1463 (2020)。 5. Bluvstein, D., 等。基于可重构原子阵列的逻辑量子处理器。《自然》626, 58-65 (2024)。 6. Jones, R.C. 光学系统处理的新微积分I：微积分的描述与讨论。《美国光学学会杂志》31, 488-493 (1941)。 7. Shen, Y., Wang, Z., Fu, X., Naidoo, D. & Forbes, A. SU(2) 庞加莱球：多维结构光的广义表征。《物理评论A》102, 031501 (2020)。 8. Qian, X.-F. & Eberly, J.H. 纠缠与经典偏振态。《光学快报》36, 4110-4112 (2011)。 9. Kagalwala, K.H., Di Giuseppe, G., Abouraddy, A.F. & Saleh, B.E.A. 经典光学相干性中的贝尔度量。《自然·光子学》7, 72-78 (2013)。 10. Shen, Y., Zdagkas, A., Papasimakis, N. & Zheludev, N.I. 电磁脉冲时空不可分离性的度量。《物理评论研究》3, 013236 (2021)。 11. Ndagano, B., 等。利用经典光的不可分离态表征量子信道。《自然·物理》13, 397-402 (2017)。 12. Shen, Y., 等。高维多体经典纠缠光的产生与控制。《光：科学与应用》10, 50 (2021)。 13. Hai, L., 等。高维不可分离态的腔内激光操控。《激光与光子学评论》18, 2300593 (2024)。 14. Yu, N., 等。具有相位不连续性的光传播：反射与折射的广义定律。《科学》334, 333-337 (2011)。 15. Arbabi, A., Horie, Y., Bagheri, M. & Faraon, A. 介电超表面：以亚波长空间分辨率和高透射率实现对相位与偏振的完全控制。《自然·纳米技术》10, 937-943 (2015)。 16. Balthasar Mueller, J.P., Rubin, N.A., Devlin, R.C., Groever, B. & Capasso, F. 超表面偏振光学：任意正交偏振态的独立相位控制。《物理评论快报》118, 113901 (2017)。 17. Rubin, N.A., Zaidi, A., Dorrah, A.H., Shi, Z. & Capasso, F. 基于超表面的琼斯矩阵全息术。《科学进展》7, eabg7488 (2021)。 18. Dorrah, A.H., Rubin, N.A., Zaidi, A., Tamagnone, M. & Capasso, F. 用于沿光路按需实现偏振变换的超表面光学。《自然·光子学》15, 287-296 (2021)。

19. Xiong, B., 等. 利用工程化噪声突破光学超表面偏振复用的局限。《科学》379, 294-299 (2023). 20. Cui, T.J., Qi, M.Q., Wan, X., Zhao, J. & Cheng, Q. 编码超材料、数字超材料与可编程超材料。《光：科学与应用》3, e218-e218 (2014). 21. Cui, T.-J., Liu, S. & Li, L.-L. 编码超表面的信息熵。《光：科学与应用》5, e16172-e16172 (2016). 22. Bai, G.D. & Cui, T.J. R用数字编码超表面表征量子信息。《先进科学》7, 2001648 (2020). 23. Chen, L., You, J. W., Gu, Z., Ma, Q. & Cui, T.J. 基于潘查拉特南-贝里相位超表面的模拟量子比特。《先进量子技术》6, 2300135 (2023). 24. Chen, L., 等. 经典系统中可重构超表面的量子启发叠加与不可分离态。《自然·通讯》17, 560 (2025). 25. Dai, J.Y., Zhao, J., Cheng, Q. & Cui, T.J. 通过时域数字编码超表面对谐波振幅和相位进行独立控制。《光：科学与应用》7, 90 (2018). 26. Zhang, L., 等. 时空编码数字超表面。《自然·通讯》9, 4334 (2018). 27. Sisler, J., 等. 光学频率下的电调谐时空超表面。《自然·纳米技术》19, 1491-1498 (2024). 28. Dai, J.Y., 等. 基于时空编码数字超表面对双谐波及其波行为进行任意操控。《应用物理评论》7(2020). 29. Zhang, L., 等. 一种利用数字超表面基于空分与频分复用的无线通信方案。《Nature Electronics》4, 218-227 (2021). 30. Ma, Q., 等. 时变超表面中的Floquet拓扑态。《科学进展》11, eadx9025 (2025). 31. Yang, J., 等. 通过时分复用超表面同时转换偏振与频率。《先进光学材料》9, 2101043 (2021). 32. Hu, Q., 等. 利用时变超表面实现任意动态庞加莱球偏振转换器。《先进光学材料》10, 2101915 (2022). 33. Wu, G., Si, L., Dong, L. & Tang, P. 通过透射式时空编码超表面动态操控高阶庞加莱球偏振态。《光子学研究》13, 2877-2887 (2025). 34. Tsesses, S., 等. 倏逝电磁场中的光学斯格明子晶格。《科学》361, 993-996 (2018). 35. Vogliardi, A., 等. 利用自旋解耦超光学实现拓扑可调或R可重构的光学斯格明子。《激光与光子学评论》20, e02773 (2026). 36. Gao, S., 等. 傍轴斯格明子光束。《物理评论A》102, 053513 (2020). 37. Wang, A.A., 等. 复杂介质对光学斯格明子的拓扑保护。《光：科学与应用》13, 314 (2024).

38. Mata-Cervera, N., 等 利用介电超表面定制光学斯格明子的传播不变拓扑。纳米光子学 **14**, 4069-4077 (2025). 39. Chen, L., 等 时变操控的谐波等离激元斯格明子。《激光与光子学评论》 **20**, e01785 (2026). 40. Chen, L., 等 用于通信和传感的可编程斯格明子。*Nature Electronics***9**, 479-488 (2026).

致谢

本研究得到国家自然科学基金委员会（62288101 和 92167202）、中国国家重点研发计划（2023YFB3813100、2022YFA1404903）、东南大学博士生创新能力提升计划（CXJH_SEU 26043）、毫米波国家重点实验室自主研究基金（Z202602-01、K201924）以及高等学校学科创新引智计划（111-2-05）的资助。

作者贡献

L.C.、J.Y. 和 T.C. 提出了研究构想。L.C.、Z.C.、Q.Y.、Z.H. 和 Z.Y. 设计了实验。L.C.、X.C.、J.Y. 和 T.C. 负责监督项目。L.C.、Z.C.、Q.Y. 和 Z.H. 开展实验、收集并分析数据。L.C. 和 Z.C. 进行了仿真和理论分析，并编写了所有代码。L.C.、J.Y. 和 T.C. 撰写了稿件，所有作者均有贡献。

利益冲突

作者声明不存在利益冲突。

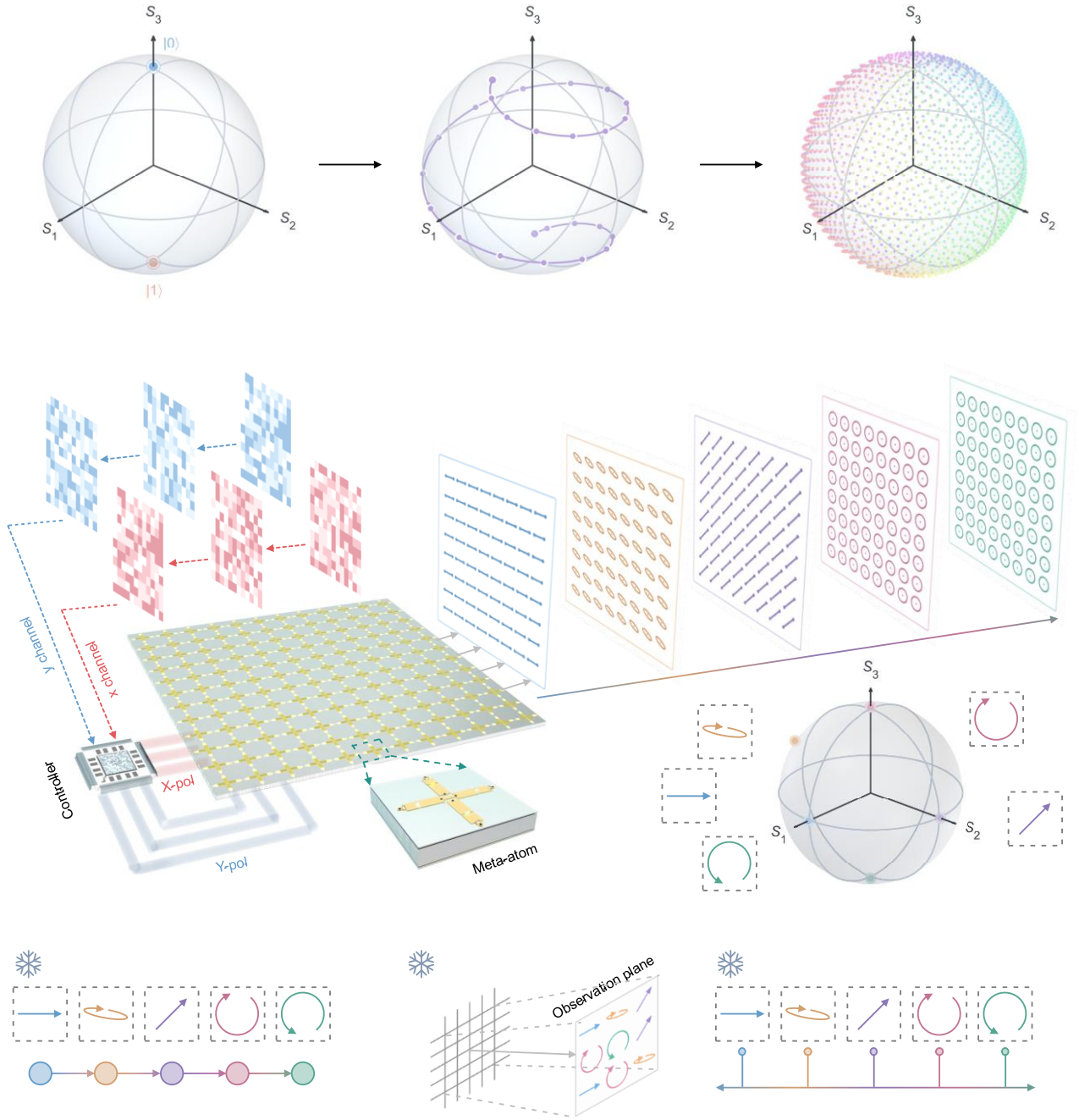

图 1 | 时空量子启发态的可编程分布。a 从二元态选择和机械重构的顺序访问，逐步发展到可编程时空态

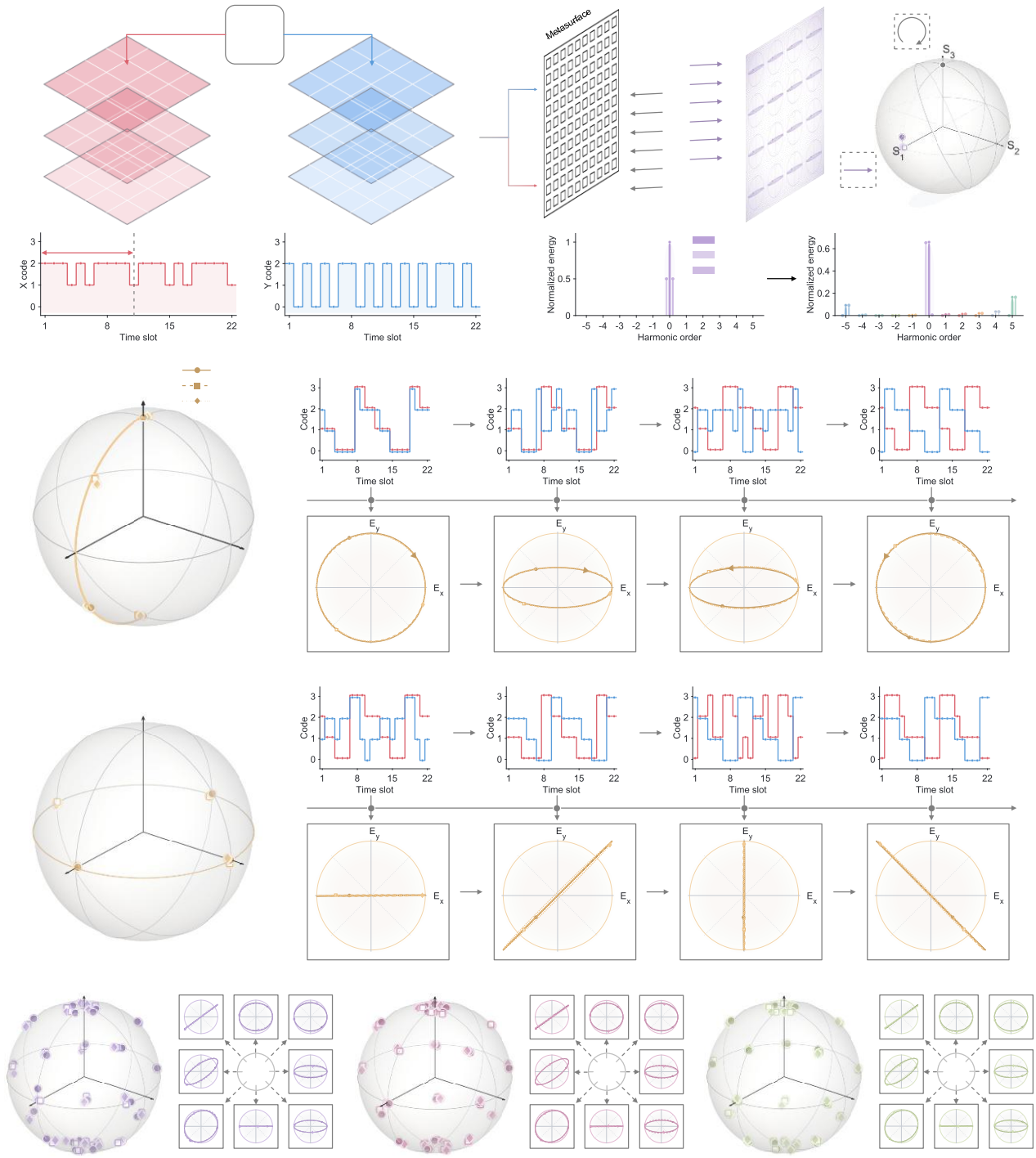

图 2 | 态球上的时间干涉与编程路径。a 用于将圆偏振入射光转换为线偏振载波分量的成对时间编码及相

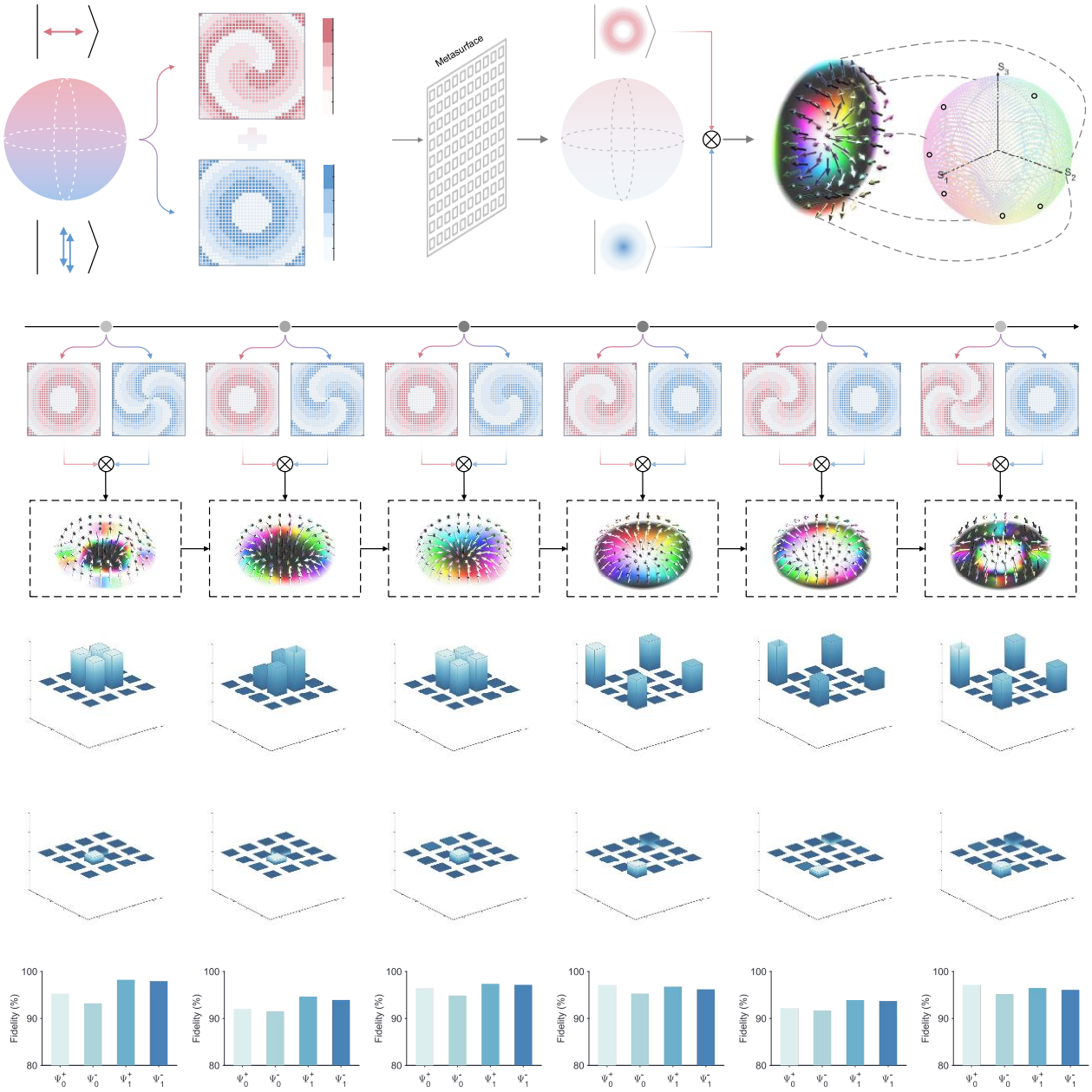

图 3 | 空间态场的可重构绕转与模态相干性。a 由一个 -偏振涡旋分量和一个 -偏振非涡旋分量合成空间

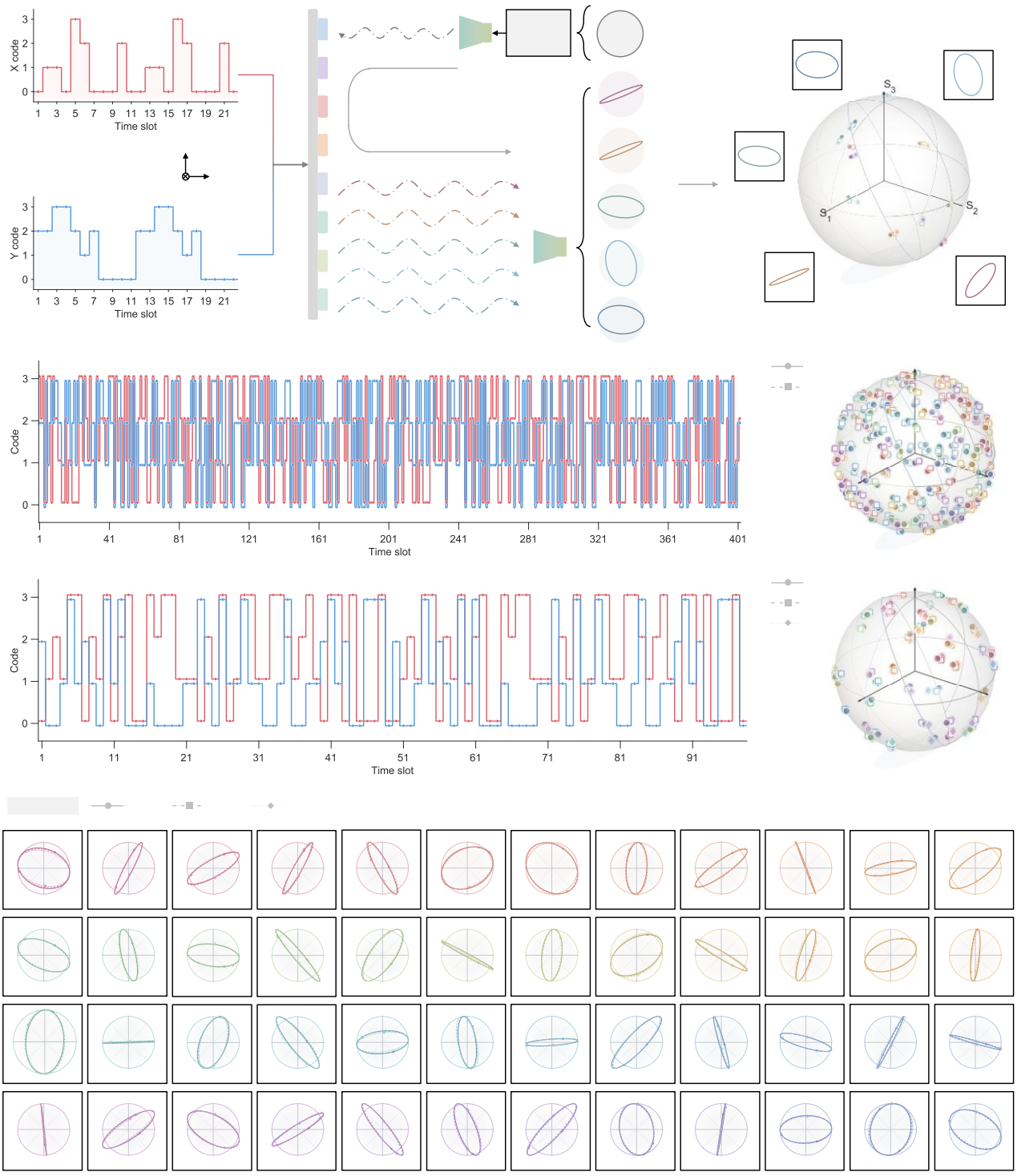

图 4 | 来自共享时间制备的频谱态分布。a 成对周期编码将入射光在 处转换为 处的分量，其

偏振几何，其手性由重建的复场决定；归一化消除了绝对谐波强度。