《天文学与天体物理学》稿件编号 论文
2026年11月25日
©ESO 2026年

arXiv:2611.32787v1 [astro-ph.EP] 24 Nov 2026

行星迁移期间倾斜海王星的动力学条件

Andrea Moretti[1,2] 和 Giacomo Lari[2]

[1] LTE，法国国家科学研究中心、巴黎天文台、巴黎科学与文学大学、索邦大学，法国巴黎丹费尔-罗什洛大道77号，邮编75014[2] 数学系，比萨大学，意大利比萨布鲁诺·庞特科尔沃大道5号，邮编56127

收稿于 xxx；接受于 xxx

摘要

背景。 巨行星被认为形成时具有接近于零的倾角，因此其当前倾角必然是某些形成后过程的结果。已有研究表明，捕获进入自旋—轨道共振可为解释木星、土星和天王星当前的倾角提供一种可行机制。

目的。 我们旨在确定，原始海王星卫星系统的特定构型是否能够在行星迁移过程中促使其自转轴发生倾斜。

方法。 我们对海王星的长期自转轴动力学进行了建模，其中包括一个能够增强该行星进动常数的原始卫星系统。随后，我们开展了数值模拟，以追踪行星迁移过程中海王星的倾角演化，并探究能够使海王星触发自旋—轨道共振的原始卫星系统条件。

结果。 我们在卫星系统的参数空间中确定了一个能够使海王星成功倾斜的开放集合。具体而言，原始系统的总质量必须为 $\geq 4\times10^{-4}\,M_N$。一种代表性构型包括一颗质量为 $5\times10^{-5}\,M_N$、半长轴为 $35R_N$ 的内侧卫星，以及一颗质量为 $3.5\times10^{-4}\,M_N$、半长轴为 $100R_N$ 的外侧卫星。如果海王星与天王星之间的引力遭遇并不太近，这样的系统或许能够在行星迁移的不稳定阶段存续下来。外侧卫星最终逃逸（可能是由于与一颗微行星遭遇），使海王星的倾角冻结在其当前值。

结论。 海王星当前的倾角可在行星迁移过程中形成，前提是该行星最初拥有架构合适的卫星系统。所需的卫星性质与理论预测相差不大，也符合近期提出的天王星倾斜情景。外侧卫星被逐出后，该系统便形成了适合随后捕获海卫一的构型，并使其迅速演化至当前轨道。

关键词。 行星与卫星：动力学演化 - 行星与卫星：形成 - 天体力学

1. 引言

巨行星预计形成时自转轴几乎垂直于其轨道平面，因此倾角接近零（Ward &Hamilton 2004；Rogoszinski&Hamilton 2020）。然而，太阳系中巨行星当前的倾斜角范围很广：木星的倾角约为 3.1°，土星约为 26.7°，天王星约为 97.8°，海王星约为 28.3°。这表明，某些动力学机制必定在行星形成后影响了它们的自转轴方向。

行星倾斜可能由多种过程引起，需要研究其旋转和轨道动力学之间复杂的相互作用。不同假说被提出，以解释观测到的巨行星倾角，包括巨型撞击（Lissauer & Safronov 1991；Slattery et al. 1992）和长期自旋—轨道共振（Ward & Hamilton 2004；Ward & Canup 2006）。这些机制可能发生在行星演化的不同阶段，也可能涉及行星的卫星及其轨道迁移（Boué & Laskar 2006；Saillenfest et al. 2020，2021a）。导致巨行星当前倾角的过程，是其形成和演化历史的标志，因此也为了解一般行星系统的动力学提供了线索。

在冰巨星中，天王星的倾角因其数值极大而最受关注。然而，了解海王星当前倾斜的起源，同样有助于约束该行星的演化，并比较这两颗行星。目前估计其倾角约为 28。32°，而其自转轴进动率为 0。0134 "年$^{-1}$ (Jacobson 2009；Archinal et al.2018）。

海王星倾斜的一种可能解释是，在吸积阶段结束时，曾发生一系列与大型微行星的撞击（Parisi &del Valle 2011）。这类碰撞可能带来了大量角动量，最终使海王星的自转轴倾斜至如今的状态。在这一框架下，天王星和海王星撞击历史的差异，可以解释它们卫星系统的定性差异以及各自不同的内部热通量（Reinhardt 等 2020）。然而，正如先前研究所讨论的那样，这种情景并非没有困难（Rogoszinski &Hamilton 2020；Saillenfest et al. 2022）。更确切地说，天王星和海王星之间显著的相似性或许表明，它们经历了更渐进且连贯的演化路径，类似于为木星和土星提出的路径，而非随机晚期碰撞事件。

平滑的倾斜机制由长期自旋—轨道共振提供。在其演化过程中，海王星的自转轴可能曾

被捕获到其轨道的某个进动频率的共振中。由于演化进入共振需要某些动力学频率发生变化，因此，在行星历史的早期阶段，例如在其轨道迁移期间（Ward & Hamilton 2004；Ward & Canup 2006年），或在较晚阶段，可能由于其卫星的轨道扩张（Saillenfest 等 2020、2021a；Wisdom 等，2022）。

在这一背景下，土星是一个突出例子，说明其当前倾角可能是捕获进入自旋—轨道共振的结果。具体而言，与基本频率 s_8,共振——该频率通常与海王星的节点进动相关——如今已成为解释土星倾角最被接受的理论（Ward & Hamilton 2004；Saillenfestetal. 2021a、b；Wisdom 等，2022）。此外，还有人提出，天王星的极端倾角可能是由自旋—轨道共振造成的，但这要求该行星过去拥有比现今更大的卫星系统（Boué &Laskar2010；Saillenfestetal. 2022）或一个大质量环行星盘（Rogoszinski &Hamilton 2020）。

受这些结果启发，我们不禁思考：海王星在其演化过程中是否曾遭遇过一种能够将其倾角增大到当前数值的长期自旋—轨道共振。将这一机制应用于海王星颇具挑战性，因为其较大的日心距离以及现今相对较低质量的卫星系统，使其远离任何强的一阶长期自旋—轨道共振（见表 1）。

然而，海王星过去可能拥有一个质量更大的原始卫星系统（Mosqueira & Estrada2003）。古老卫星的存在可能增加海王星的进动常数，从而使该行星有可能在巨行星轨道迁移期间被捕获进入共振。关于这些卫星的数量、大小和轨道构型目前仍未知，但可以根据预期的形成过程以及与其他卫星系统的比较，推导出一些约束条件（Mosqueira& Estrada 2003；Canup&Ward 2006；Rufu &Canup 2017）。

此外，从原始卫星系统过渡到当前卫星系统必然涉及海卫一的捕获；海卫一是海王星当前最大的卫星，并且具有特殊的逆行轨道。截至目前，海卫一被捕获的时间及其确切捕获情景仍存在很大不确定性，已有研究提出了不同的机制（Agnor & Hamilton 2006；Nesvorný et al. 2007；Nogueiraet al.2011；Rufu & Canup 2017）。

不同的捕获情景和海卫一的轨道演化可能改变海王星倾角的演化历史。在最近的一项研究中，Gomes (2026年)表明，海卫一最初的高偏心率轨道可能使海王星的倾角增大。更确切地说，卫星较大的轨道偏心率会大幅提高海王星自转轴的进动频率，而在随后的轨道圆化过程中，海王星将穿越与s_8的自旋—轨道共振。为了使共振捕获成为可能，并使行星的倾角增大到当前值，Gomes (2026年)假设海卫一仅由潮汐作用驱动的圆化时间尺度超过100百万年，因此海王星的倾斜发生在卫星捕获后的数千万年至数十亿年间。这种演化与Nogueiraetal. (2011)的研究一致；该研究在尼斯模型背景下考察了海卫一通过双星交换实现的捕获，以及随后长期的潮汐演化。然而，为了保留外侧卫星海卫二，海卫一必须非常早地被捕获，即在海王星形成的最后阶段结束后不久。

表1. 太阳系的当前本征频率及巨行星的进动常数。

$秒_i$(" yr^{-1})			α_p(" yr^{-1})	$\alpha_{p,\ sat}$(" $年^{-1}$)
s_5	0.0000	木星	0.8750	2.5969
s_6	−25.9731	土星	0.1847	0.7539
s_7	−2.9082	天王星	0.0083	0.0419
s_8	−0.6783	海王星	0.0020	0.0152

注释。 当行星的进动常数 α_p 与特征频率 $|s_i|$ 之比接近于 1 时，可能发生一阶共振。表中同时列出了仅考虑行星时的进动常数 α_p 和增强后的数值 $\alpha_{p,\ sat}$ 后者源于大质量卫星的存在。这些数值根据公式（9）计算得出。

相反，Rufu 与 Canup (2017)研究了海卫一相对较晚的捕获过程，将其置于行星迁移的最后阶段；当时海王星正穿越一个从约20至30 au延伸的微行星盘。如´所示，Cuk&Gladman (2005)，海卫一的捕获会使海王星的原始卫星系统失稳，而与由此产生的碎屑相互作用，则会在仅 10^5 年内将海卫一的半长轴和偏心率降低至当前值，这一时间尺度远短于潮汐耗散所决定的时间尺度。在此背景下，Rufu 与 Canup (2017)考虑了一个总质量介于0.3×10^{-4}和3.3×10^{-4}个海王星质量之间的原始卫星系统。他们发现，海卫一的捕获及其随后与卫星的相互作用能够再现该系统的当前构型；当总质量取较低范围时，成功的概率很高。

海卫一轨道的快速圆化使海卫二得以存活，但阻止了海王星在由卫星轨道演化驱动的自旋—轨道共振中被捕获。然而，如前所述，原始卫星的存在可能使海王星触发该自旋—轨道共振。由 Gomes (2026年) 提出的动力学机制将海王星的倾斜置于该行星轨道迁移之后，甚至可能是在海王星形成数十亿年之后。相反，在本文中，我们研究海王星当今的倾角是否可能是在巨行星轨道迁移过程中通过长期自旋—轨道共振产生的。特别是，我们探讨原始卫星系统需要满足哪些动力学条件，才能使海王星遭遇此类共振，并将该行星的倾角增大到当前值28。3°。

本文结构如下：第2节介绍用于模拟海王星倾角演化的动力学模型和方法。第3节探讨原始卫星系统具备哪些特性，才能使海王星在其轨道迁移期间与s_8 遭遇自旋—轨道共振。第4节展示数值模拟结果，并阐明海王星倾角可能的演化过程。第5节分析原始卫星系统在演化不同相位中的稳定性。第6节重点介绍海王星被捕获进入共振、倾角被激发至当前值所需的动力学条件。本节还讨论自旋—轨道共振最终退出的可能性，以及与海卫一后续演化之间的联系。最后，第7节总结研究结果。

2. 自转轴的动力学

2.1. 运动方程

行星自转轴的运动受作用于行星扁球形状上的太阳力矩支配。此外，其他行星的引力会导致轨道进动，从而对该行星的轨道动力学产生摄动。对于固定轨道，倾角 ϵ 保持不变，自转轴则以恒定速率进动

$$\phi_\alpha = \alpha \cos\epsilon \tag{1}$$

其中， α 称为进动常数，定义为

$$\alpha = \frac{3}{2}\frac{\mathcal{G}M_\odot}{\omega a_\odot^3}\frac{J_2}{\lambda}(1-e_\odot^2)^{-3/2}\,. \tag{2}$$

在公式（2）中， $\mathcal{G}$ 为引力常数，$M_\odot$ 为太阳的质量， ω 为行星的自转速率，$a_\odot$ 和 $e_\odot$ 分别为其半长轴和偏心率，J_2 为其四极矩， λ 为其归一化极转动惯量。我们取 $J_2 = 3.536\times10^{-3}$（Jacobson 2009）。海王星的参数 λ 和 ω 尚未得到很好的约束；我们假设 $\lambda = 0.23$，并取 ω，使自转周期 $T_{rot} = 16$小时11分钟。这些数值处于 Podolak & Helled (2012) 以及 Helled & Fortney (2020) 所预测的范围 $\lambda \in [0.22、0.24.5]$ 以及 $T_{rot} \in [16$ 小时至17.5小时] 之内。

在惯性参考系中，自转轴的运动方程可写为

$$\frac{d\mathbf{s}}{dt} = \alpha(\mathbf{s}\cdot\mathbf{n})(\mathbf{s}\times\mathbf{n})\,, \tag{3}$$

其中，$\mathbf{s}$ 是单位自转轴矢量，$\mathbf{n}$ 是轨道平面的法线。这两个矢量之间的夹角就是行星的倾角ϵ。如果考虑其他行星引力所导致的轨道摄动，矢量$\mathbf{n}$ 和倾角 ϵ 就不再固定，而是会随时间演化，动力学也会变得更加复杂。

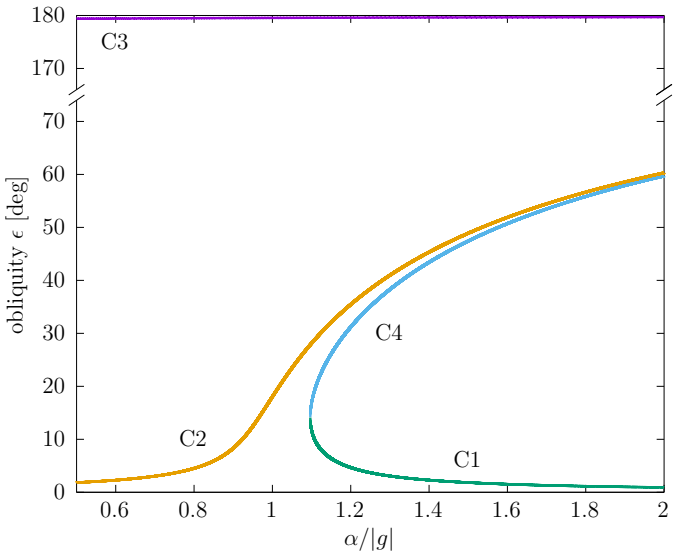

图1. 卡西尼态处的倾角随比值 $\alpha/|g|$ 的变化。在此图中，倾角 I 设为 $I_8(t_{end})$（见第2.3节），表示仅考虑 s_8 项时海王星轨道平面的倾角。卡西尼态1和4出现时的临界值为 $\alpha/|g| = \alpha/|g|_{crit} = (\sin^{\frac{3}{2}}I + \cos^{\frac{3}{2}}I)^{\frac{2}{3}} \simeq 1.1$。

2.2. 卡西尼态

我们首先考虑这样的情形：$\mathbf{n}$ 以恒定倾角 $\mathbf{k}$（行星系统的总角动量）为固定轴作匀速进动，I 频率为g。这一模型最早由Colombo （1966）研究，后来由Henrard & Murigande （1987）进一步研究，为突出自旋—轨道共振的关键作用提供了一个简化框架。在与轨道平面共同进动的参考系中（取 $\hat{\mathbf{e}}_3$与 $\mathbf{n}$重合），运动方程可写为

$$\frac{d\mathbf{s}}{dt} = \alpha(\mathbf{s}\cdot\hat{\mathbf{e}}_3)(\mathbf{s}\times\hat{\mathbf{e}}_3) + g(\mathbf{s}\times\mathbf{k})\,. \tag{4}$$

在这样的坐标系中，

$$\mathbf{s} = (-\sin(\epsilon)\sin(\psi), \sin(\epsilon)\cos(\psi), \cos(\epsilon))\,, \tag{5}$$

其中， $\psi = \phi_\alpha - \phi_g$ 可视为共振角。相空间的拓扑结构在很大程度上取决于参数α和g，尤其取决于它们的比值 $\alpha/|g|$。当 $\alpha/|g| \lesssim 1$ 时，相空间有两个称为卡西尼态2和3的平衡点，并由不变环面构成叶状结构。当 $\alpha/|g| \gtrsim 1$时，相空间拓扑结构变得更加复杂：出现两个新的平衡点（C1 和 C4），并形成一条分界轨道。此时可以围绕卡西尼态2发生天平动。在图1中，我们展示了卡西尼态处倾角的演化。我们注意到，随着 $\epsilon = 0$在 $\alpha/|g|$增大时，平衡点 C2 逐渐远离。

在 $\alpha/|g|$ 随时间缓慢变化的情景下，自转轴可能被捕获到卡西尼态2附近的共振中。捕获概率取决于倾角的初始值以及 $\alpha/|g|$的变化率。一旦被捕获到共振中，随着 $\alpha/|g|$ 继续演化，倾角可能显著增大。与运动学撞击不同，这种演化会导致行星平滑地发生倾斜。

2.3. 行星的摄动

在更一般的情形下，行星的轨道平面并不会做匀速进动。如果假定存在准周期轨道运动，则向量 $\mathbf{n}$的演化可以近似表示为周期项的叠加，这些周期项的自变量是若干基本频率的组合（Laskar1990）。在质量的一阶以及偏心率和倾角的二阶近似下，可以通过拉普拉斯-拉格朗日理论获得这些频率以及行星相应的长期演化（例如参见 Murray & Dermott 2000）。然而，在行星迁移过程中，行星的半长轴会发生变化，因此系统的基本频率并非常数。为考虑这些变化，我们采用尼斯模型的数值模拟所得到的行星半长轴演化（Tsiganisetal. 2005；Nesvorný& Morbidelli2012）。根据这种演化，我们将 $\mathbf{n}$ 表示为分段的长期拉普拉斯-拉格朗日系统。我们假设，在积分的某一时间步t ,

$$\mathbf{n} = (q(t), p(t), \cos I(t))\,, \tag{6}$$

with

$$q(t) = \sin I(t)\cos\Omega(t) = \sum_{j=5}^{8} I_{8,j}(t)\cos(s_j(t)t + \gamma_j(t))\,, \tag{7}$$

$$p(t) = \sin I(t)\sin\Omega(t) = \sum_{j=5}^{8} I_{8,j}(t)\sin(s_j(t)t + \gamma_j(t))\,, \tag{8}$$

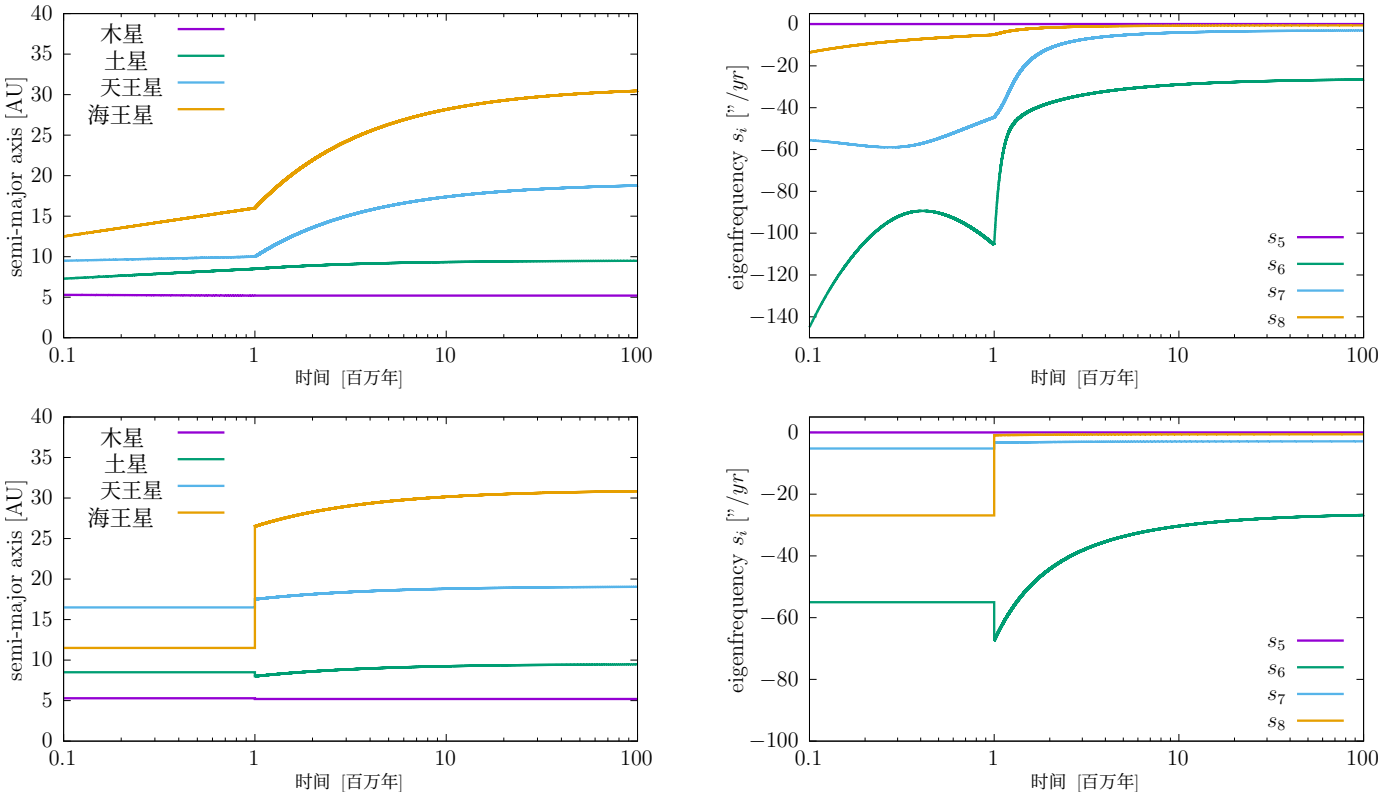

图 2。 行星迁移过程中轨道演化的示例。上图：四颗行星平滑尼斯模型模拟中，巨行星半长轴（左）和太阳系本征频率（右）的变化。下图：包含行星-行星散射阶段的四颗行星尼斯模型模拟中，巨行星半长轴（左）和太阳系本征频率（右）的变化。半长轴的演化取自 Nesvorný & Morbidelli （2012）和 Tsiganis 等 （2005），而本征频率则按照第 2.3 节所述方法计算。

其中，$I(t)$ 和 $\Omega(t)$ 分别为海王星的倾角和交点经度，而求和遍及所有巨行星。在上述级数中，$s_j(t)$ 是根据行星的半长轴 $a_j(t)$ 计算得到的太阳系本征频率，参数 $I_{8,j}(t)$ 和 $\gamma_j(t)$ 则是与级数各项相关的振幅和相位。在每个时间步 t，我们使用当前的半长轴 $a_j(t)$ 计算长期拉普拉斯-拉格朗日矩阵，并用前一时间步结束时获得的数值初始化 $p(t)$ 和 $q(t)$。演化在 p 和 q 的当今数值处终止。

该模型并不旨在准确描述整个系统，在任何意义上也都不是完整的。若要获得更现实的演化过程，则应像尼斯模型那样，使用完整的 N 体数值模拟。不过，这一近似使我们能够只传播自旋轴动力学，同时保留行星轨道演化中的信息。下一节将展示太阳系巨行星半长轴和本征频率演化的一些示例。

2.4. 轨道解

巨行星的早期历史至今仍不确定。为了重建这一历史，人们利用太阳系现今构型所提供的约束。然而，这些约束仍不足以明确确定唯一的动力学路径。它能够解释太阳系的许多特征。Tsiganis 等人(2005年首次提出了一种早期太阳系动力学模型，即尼斯模型，该模型能够解释太阳系的许多特征，例如巨行星当前的轨道构型、晚期重轰击以及柯伊伯带的形成。尼斯模型包括一个平滑迁移阶段，随后发生轨道不稳定性；在此期间，行星可能经历近距离遭遇，其轨道也可能发生显著变化。迄今为止，人们提出了许多不同版本的尼斯模型（Morbidelli 等，2007年、2009年；Nesvorný 和 Morbidelli，2012年；Nesvorný，2011年、2018年），这些模型采用了不同的初始条件、行星数量以及不稳定性发生时间。每个版本都会带来不同的巨行星迁移历史。

在此背景下，迁移可能情景的范围很广，因此需要用各种半长轴演化来检验我们的模型。然而，这一过程的计算成本会很高。为此，我们将分析限制在少数几个具有代表性的案例中。多次数值积分为这一做法提供了依据：结果显示，在考虑相近的轨道历史时，系统行为相似。此外，正如我们将在第 4节讨论的，捕获进入共振和倾角增加这两个关键过程发生在行星迁移的最后阶段，也就是动力学不稳定性之后。尽管行星的许多轨道历史主要在不稳定性的发生时间和位置上有所不同，但迁移的最后阶段具有相似的特征。图 2给出了两个例子，展示了太阳系巨行星的半长轴和本征频率演化。第一个情景代表一个平滑的四行星尼斯模型模拟（Nesvorný& Morbidelli 2012），另一个则代表一个包含行星间散射阶段的四行星尼斯模型模拟（Tsiganis et al.2005）。在这两种情况下，迁移的最后阶段都相似：海王星平稳地接近其

当前半长轴，本征频率则趋于恒定值。基于这些观察，在数值积分中，我们采用第一个情景的演化过程，以解析方式重建海王星的轨道演化（见第 2.3节）。

2.5. 海王星原始卫星系统的建模

在第 2.1 节中，我们给出了进动常数的公式α ，但未考虑行星卫星的贡献。规则卫星系统的存在会增大α的值。更确切地说，远距卫星——其平衡轨道平面（称为拉普拉斯平面（Tremaineetal. 2009））接近行星轨道平面——会增强太阳对行星赤道隆起施加的力矩。相反，近距离卫星——其拉普拉斯平面接近行星赤道——会增大行星的有效扁率和自转角动量。

因此，存在规则卫星系统时的有效进动常数可表示为（效果）（Frenchetal. 1993）

$$\alpha = \frac{3}{2}\frac{\mathcal{G}M_\odot}{\omega a_\odot^3(1-e_\odot^2)^{3/2}}\frac{J_2'}{\lambda'}, \tag{9}$$

其中

$$J_2' = J_2 + q = J_2 + \frac{1}{2}\sum_j \frac{m_j}{M_N}\frac{a_j^2}{R_N^2}\frac{\sin(2(\epsilon - i_j))}{\sin(2\epsilon)}, \tag{10}$$

$$\lambda' = \lambda + l = \lambda + \sum_j \frac{m_j}{M_N}\frac{a_j^2}{R_N^2}\frac{n_j}{\omega}\frac{\sin(\epsilon - i_j)}{\sin(\epsilon)}. \tag{11}$$

在上述公式中，m j、a j、n_j 和 i j 分别表示第 j 颗卫星的质量、半长轴、平均运动，以及拉普拉斯平面相对于行星赤道的倾角。参数 R_N 是海王星的赤道半径（$R_N = 25\,225$ km，Jacobson 2009），M_N 是其质量（$M_N = 1.024 \times 10^{26}$ kg）。ij 的值通过采用无质量卫星近似计算得出，方法同 Tremaine et al. (2009) 和 Saillenfest & Lari (2021)。

这些额外项显著增大了进动常数 α。没有卫星时，α 的值通常不足以与任何特征频率s_j相匹配，例如土星和天王星的情况（Ward& Hamilton 2004；Saillenfest et al.2021a，2022）。更准确地说，太阳力矩经由卫星传递所产生的间接效应是自旋轴动力学的主要贡献（例如参见Saillenfest&Lari2021）。值得注意的是，方程（10）和（11）适用于半长轴a_j的任意取值，并且与Boué & Laskar（2006年）针对单颗卫星给出的一般进动解高度吻合。

如今，海王星唯一的巨型卫星是海卫一，它并非原始卫星，而是在后期被捕获的，可能发生在海王星迁移期间（Nesvornýetal. 2007；Rufu &Canup 2017）。因此，海王星的原始卫星系统可能与如今的面貌截然不同。Mosqueira& Estrada （2003）在气态环行星盘中模拟了木星、土星、天王星和海王星主要卫星的形成。根据他们的研究，天王星和海王星在约为 $0.1 \cdot r_H$ 处都“缺少”一颗巨型卫星，其中r_H 是行星的希尔半径（天王星为 $57R_U$，海王星为 $98R_N$ ）。天王星周围存在这样一颗原始卫星，是解释该行星大倾角而无需诉诸巨型撞击的一种合理方案（Boué& Laskar 2010；Saillenfest et al. 2022）。沿着相同的推理思路，我们认为海王星也曾拥有一个原始卫星系统，后来被某些动力学事件破坏。为探究这一情景，我们对该系统可能的构型进行了全面的参数研究。为简化分析，我们只考虑两颗卫星：一颗近距离卫星，其作用被建模为海王星扁率的增量 $J_2' = J_2 + \Delta J_2$, ；以及一颗半长轴为 a_s 、质量为m_s的远距离卫星。卫星数量的选择并不构成限制。多颗近距离卫星的效应可以近似为一颗具有等效ΔJ_2,的卫星；同样，多颗远距卫星也可以通过调整m_s而近似为一颗卫星。在这些假设下，方程（9）变为

$$\alpha = \frac{3}{2}\frac{\mathcal{G}M_\odot}{\omega a_\odot^3(1-e_\odot^2)^{3/2}}\frac{J_2 + \Delta J_2 + q}{\lambda + l}, \tag{12}$$

其中

$$q = \frac{1}{2}\frac{m_s}{M_p}\frac{a_s^2}{R_N^2}\frac{\sin(2(\epsilon - i_s))}{\sin(2\epsilon)}, \tag{13}$$

$$l = \frac{m_s}{M_p}\frac{a_s^2}{R_N^2}\frac{\sin(\epsilon - i_s)}{\sin(\epsilon)}\frac{n_s}{\omega}. \tag{14}$$

这里，i_s 是远距离卫星的拉普拉斯平面相对于行星赤道的倾角，而n_s 是其平均运动。在我们的模拟中，我们改变 ΔJ_2,a_s和m_s ，以探索各种可能的古老卫星构型。

3. 共振捕获：参数空间

我们研究的问题可以视为一个受摄动的Colombo陀螺（Colombo 1966；Henrard&Murigande 1987），其中共振角为 $\psi = \phi_\alpha - \phi_{s_8}$。如果海王星的轨道演化中没有其他频率，如第2.2节所述，该系统将是可积的。尽管实际情况并非如此，我们仍探究了 ψ的天平动是否主导自旋轴动力学，并将其视为一个受其他轨道频率所产生的摄动影响的单频Colombo陀螺。我们仅考虑了 ϕ_α 与 ϕ_{s_8}之间的共振，因为它最容易实现。与土星和天王星节点进动相关的比值$|^{\alpha}{}_{s_j}|$（其中j = 6，7）始终远离1，即使将海王星系统中的大质量卫星也纳入考虑，情况依然如此。

3.1. 参数流形

根据图1，我们推断，共振捕获的必要条件是$|^{\alpha}{}_{s_8}| \geq 1$ 在行星迁移结束时成立。随后我们定义

$$\mathcal{S} = \left\{(\Delta J_2, a_s, m_s) \in \mathbb{R}^3 : \frac{\alpha(\Delta J_2, a_s, m_s; a_\odot^{\mathrm{end}})}{|s_8|} \geq 1\right\} \tag{15}$$

为所有可能允许共振捕获的原始卫星系统的集合，如第2.5节所述。为计算式（13），我们设定 $\epsilon = 0$，而$a_\odot^{\mathrm{end}}$和s_8的取值则取行星轨道迁移结束时的值。

鉴于这些参数的性质，需要施加一些约束。具体而言，对于近距离卫星，我们考虑 $\Delta J_2 \in [0, 0.05]$, ，其中 $\Delta J_2 = 0$ 对应于这样一种系统

其中只有一颗远距卫星，而 $\Delta J_2 = 0.05$ 则由一颗内侧卫星实现，其质量为 $m = 5 \times 10^{-5}\, M_N$，半长轴为 $a = 50 R_N$。对于远距卫星，我们令 $a_s \in [50\, R_N, 150 R_N]$ 以及 $m_s \in [10^{-4}\, M_N, 10^{-3} M_N]$取值变化。质量下限对应于在木星和土星系统中观测到的数值，而上限则设为一颗几乎与木卫三或土卫六一样大的卫星的绝对质量。尽管距离 a_s 看起来相当远，但所考虑的数值与卫星形成模型一致（Mosqueira & Estrada 2003; Canup & Ward 2006）。事实上，尽管木星和土星的规则卫星都位于离行星近得多的位置（土卫六例如位于 20.4 R_S处，而木卫四位于 26.5 R_J处），但我们知道应考察的参数不是 a_s/R_p，而是 a_s/r_H，其中 r_H 是行星的希尔半径。鉴于海王星的 $r_H \simeq 4900 R_N$，我们模型中考虑的远距卫星位于 $[0.011, 0.032]\, r_H$ 的范围内，这与木星和土星卫星当前的位置相当。例如，土卫六位于 $0.02\, r^S_H$ 处，其中 r^S_H 是土星的希尔半径；木卫四则位于 $0.035\, r^J_H$ 处，其中 r^J_H 是木星的希尔半径。对于海王星，这些数值分别对应于 93 R_N和 162.5 R_N的距离。

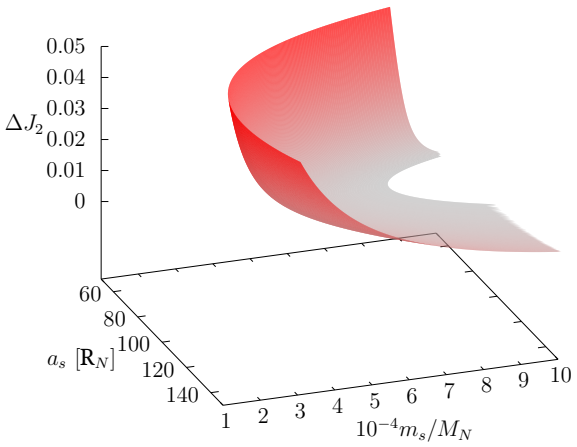

图 3。 参数流形的边界 $\partial\mathcal{S}$。区域 $\mathcal{S}$位于其内部，朝向质量更大的方向。

3.2. 最小质量

参数集合 $\mathcal{S}$ 结果是一个 3–维闭解析流形（图 3）。固定 ΔJ_2 和 a_s的值后，定义 $\mathcal{S}$ 的条件可以改写为

$$m_s \geq \frac{J_2 + \Delta J_2 - B\lambda}{B\tilde{l} - \tilde{q}}, \tag{16}$$

其中

$$B = \frac{|s_8|}{\frac{3}{2}\frac{\mathcal{G}M_\odot}{\omega a_\odot^3}(1 - e_\odot^2)^{-3/2}}, \tag{17}$$

˜以及 ˜$q = q/m_s$，$l = l/m_s$。后面这些量不依赖于m_s，因为 q 和 l 都与 m_s成线性关系。这提供了一种直接分析参数空间并确定最优参数的方法。从图 4所示的 $\Delta J_2 = 0$截面中，我们发现，共振捕获所需的最小质量为 $m_s \simeq 8 \times 10^{-4}\, M_N$。尽管并非不可能，但与巨行星周围形成的规则卫星的相对质量相比，这一质量似乎有些过大（Canup & Ward 2006）。此外，在研究共振破裂和海卫一捕获时，较小的质量更为理想（Rufu & Canup 2017）。相比之下，考察 $\Delta J_2 = 0.025$ 截面可发现，最小质量为$m_s \simeq 3_\circ\, 8 \times 10^{-4}\, M_N$。尽管与海王星当前卫星系统相比，这一数值仍然较大，但合理得多

(Mosqueira & Estrada 2003;Rufu & Canup 2017）。因此，对这两个部分进行比较后，可以证明选择双卫星系统而非单卫星系统是合理的。

值得注意的是，如果海王星在行星迁移时期仍处于热收缩阶段，那么其半径R_N可能大于当前值。由于进动常数近似按 $\alpha \propto R_N$缩放，其初始值可能会相应增大。这将减少卫星系统所需提供的贡献，从而放宽我们情景中内侧和外侧卫星对质量及半长轴的要求。然而，鉴于海王星热演化以及任何可能收缩程度所存在的不确定性，我们在全部计算中均采用其当前半径。

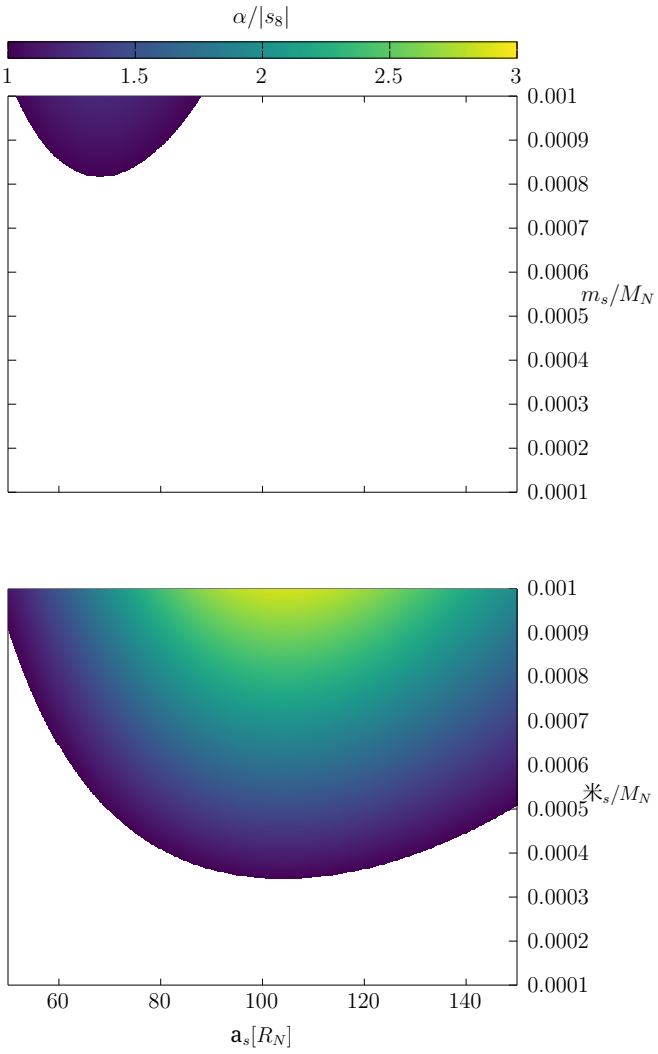

图 4. 参数流形 $\mathcal{S}$ 在 ΔJ_2固定时的截面。上图：$\Delta J_2 = 0.0$。下图：$\Delta J_2 = 0.025$。颜色条表示迁移结束时 α 达到的值。

3.3. 卫星系统的强度

$\mathcal{S}$中的每组三参数都能使海王星在行星迁移过程中遭遇共振，但它们在提高其倾角方面的效率并不相同。从图1中可以看出，随着$\alpha/|s_8|$增大，卡西尼态2向更高的倾角移动。由于我们的目标是达到海王星当前的倾角 $\epsilon \simeq 28.3°$，因此需要适当范围的 $\alpha/|s_8|$。当我们将s_8 设为其当前（最终）值时，便考察各参数对 α最终值的影响。由式（12）、（13）和（14）可知，随着 ΔJ_2 和m_s 增大， α 也会增大。这与问题的物理预期一致，因为这两个参数都会增加行星的总有效J_2，而后者与 α成正比。a_s 的影响则不那么简单，因为它会影响q和l中的a_s^2 项，同时还会影响拉普拉斯平面的倾角i_s以及轨道频率n_s。在小倾角极限下，Saillenfest & Lari (2021) 得到了以下表达式

$$q_{|\epsilon=0} = \frac{1}{2}\frac{m_s}{M}\frac{r_M^2}{R_N^2}\left(\frac{a_s^2/r_M^2}{1+a_s^5/r_M^5}\right), \tag{18}$$

$$l_{|\epsilon=0} = \frac{m_s}{M}\frac{r_M^2}{R_N^2}\left(\frac{a_s^2/r_M^2}{1+a_s^5/r_M^5}\right)\frac{n_s}{\omega}, \tag{19}$$

其中

$$r_M^5 = 2\frac{M_N}{M_\odot}(J_2+\Delta J_2)R_N^2 a_\odot^3(1-e_\odot^2)^{3/2}. \tag{20}$$

根据公式（18），他们发现 q 在 $a_{s,\max} = (2/3)^{1/5} r_M$ 时达到最大值。由于 l 项对 α 的贡献弱于 q 项，因此进动常数也大致在 $a_s \simeq (2/3)^{1/5} r_M$ 时达到最大值。因此，对于给定的m_s，该 a_s 值近似使比值 $\alpha/|s_8|$ 最大（见图 4）。

ΔJ_2 的作用是使r_M 向更大的值移动。具体而言，

$$\Delta \ln r_M = \ln \frac{r_M|_{J_2+\Delta J_2}}{r_M|_{J_2}} = \frac{1}{5}\ln\left(\frac{J_2+\Delta J_2}{J_2}\right). \tag{21}$$

对于 $\Delta J_2 = 0.025$，可得 $\Delta \ln r_M \simeq 0.42$，对应于 $r_M|_{\Delta J_2=0.025} \simeq 1.52 r_M|_{\Delta J_2=0}$。由于最优卫星半长轴 $a_{s,\max}$ 与r_M呈线性缩放关系，因此，对于固定的卫星质量，q 的最大值满足

$$\Delta \ln q_{\max} = \ln \frac{q_{\max}|_{J_2+\Delta J_2}}{q_{\max}|_{J_2}} = 2\ln \frac{a_{s,\max}|_{J_2+\Delta J_2}}{a_{s,\max}|_{J_2}} = 2\Delta \ln r_M. \tag{22}$$

因此，$q_{\max}|_{\Delta J_2=0.025} \simeq 2.32 q_{\max}|_{\Delta J_2=0}$。因此，通过将最佳轨道距离向外调整，$r_M$的增加会因$q_{\max}$ 对$a_{s,\max}$的二次依赖而得到放大。更准确地说，$q_{\max}$ 的对数增幅是最佳半长轴的两倍。作为一阶近似，假设$q \gg J_2 + \Delta J_2$ 和 $\lambda + l \simeq \lambda$，则相同的增强因子也适用于 α。这解释了为什么图4中的 $\Delta J_2 = 0.025$区域明显大于 $\Delta J_2 = 0$区域，以及为什么内侧卫星的存在能够显著提高海王星的最大进动常数。

3.4. 数值模拟设置

鉴于不同的原始卫星构型，我们预计海王星的自转轴会通过自转—轨道共振经历不同的演化过程，其中包含s_8。因此，我们运行了数值模拟，考虑不同的参数三元组 ΔJ_2, a_s 和 m_s（见第3.1节），并对所得结果进行了统计分析。为此，我们通过选取覆盖卫星质量、半长轴以及对海王星 J_2贡献范围的代表性点，对参数空间 $\mathcal{S}$进行了采样。更确切地说，我们每隔 1 R_N 取一个 a_s 值，范围从 50 R_N到 150 R_N；J 从 . 到 .，每隔 . 取一个值；m /M 则从 . 递减至边界 ∂S，步长为 1.0×10^{-5}。此外，我们将采样范围略微扩展至 ∂S之外，以考虑 α 在演化过程中对倾角的依赖关系。

此外，对于每个选定的构型，我们运行100次模拟，改变初始倾角（介于1度和5度之间）以及共振角（介于0和 2π之间），以评估发生共振捕获的可能性。

对于每次模拟，我们都使用式（3）给出的运动矢量方程，对海王星的自转轴进行积分，并根据选定的原始卫星参数，利用式（ α ）计算岁差常数。海王星轨道平面的演化按照第12节所述进行建模，并考虑行星迁移过程中半长轴的变化。随后，我们追踪了海王星的倾角和共振角在 300 Myr 时间跨度内的演化，其中包括 100 Myr 的迁移阶段，以及随后 200 Myr 的迁移后演化。在我们进行的数千次数值模拟中，记录了演化期间海王星的最大倾角、共振捕获的概率，以及倾角是否成功达到当前的 282.3°。.3°。

需要指出的是，在我们的设定中，并未对海王星卫星的轨道动力学进行积分。我们假设它们的偏心率接近于零，符合规则卫星的预期；同时，由于所考虑的时间尺度太短，不足以通过潮汐迁移造成显著变化，因此假设它们的半长轴固定。此外，我们假设卫星的倾角遵循其拉普拉斯平面给出的值，而该值会随行星倾角增大而变化。由于绕拉普拉斯平衡的轨道振荡所需时间短于海王星自转轴的进动周期，因此在整个积分过程中，可以根据式（12）对卫星的平均贡献进行建模。

4. 倾角激发

正如第3.3节所预期，不同的参数三元组（ΔJ_2,a_s，m_s）对海王星的进动常数 α有不同影响。这反过来又会影响行星迁移过程中海王星倾角的动力学。由于我们考虑的参数三元组始终允许进入共振，共振遭遇可能产生以下结果：海王星被捕获到共振中，其倾角随着行星继续迁移而逐渐增大；或者海王星穿过共振而未进入其中，其倾角则会突然增大。

在数值模拟中，我们发现了这两种行为。在某些情况下，海王星的倾角达到 28° 或更高，而在其他情况下则没有。本节展示了成功和失败激发的代表性模拟，说明了每种情形涉及的动力学。

4.1. 顺利进展的情形：深度共振

我们首先介绍一个成功激发海王星倾角的案例。原始卫星系统设定为 ΔJ_2 =0。03，$a_s = 100 R_N$，以及 $m_s = 3。5\times10^{-4}\, M_N$。对于这组三元参数，共振捕获概率和成功率均为100%。在图5中，我们报告了迁移过程中海王星倾角和自旋轴方向的演化，初始

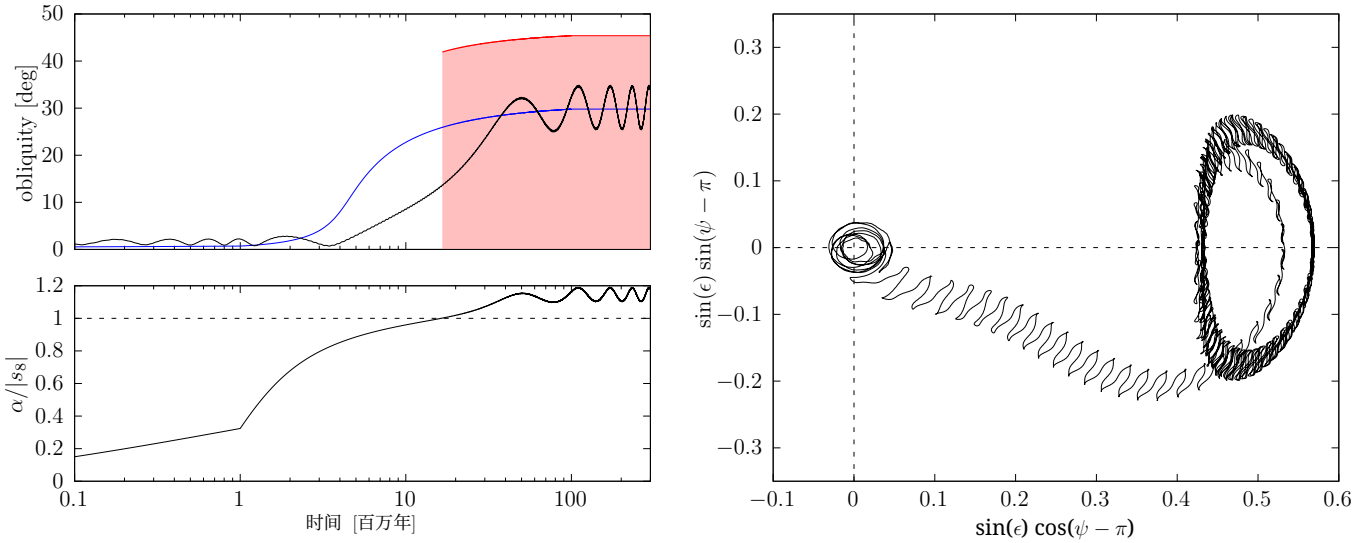

图 5. 一个具有代表性的成功激发案例中，海王星自转轴在行星迁移期间的演化。左上图：倾角的演化（黑线）；蓝线表示卡西尼态2处的倾角，浅红色区域为分界轨道所围成的区域。为便于观察，此处显示的卡西尼态和分界轨道均为平均值；其瞬时值会围绕平均值振荡，振幅与 $\alpha/|s_8|$ 的振荡成正比。右图：海王星自转轴方向在单位球面上的演化，投影于（x，y）平面。

倾角约为 1°。最初，由于比值 $\alpha/|s_8|$以及海王星的倾角都很小，自转轴绕单位球面的北极旋转。随着迁移进行，比值 $\alpha/|s_8|$ 增大，使C2向更高的倾角演化。在此阶段，主导动力学的两个时间尺度相近。事实上，自转轴既没有绕C2振荡，也没有绕其旋转；然而，倾角缓慢增大，随着平衡点的移动而变化。大约经过20百万年后，$\alpha/|s_8|$越过临界值，分界轨道出现，自转轴被捕获进共振。从此以后，倾角趋于稳定，自转轴围绕C2振荡。28.3° 的数值在大约35百万年后首次达到。此后，随着倾角振荡，同一数值会周期性地再次出现，其频率由围绕平衡点的振荡决定。

这种演化是我们获得的成功模拟中常见的情况。不同模拟的最终进动常数 α 略有不同，因此最终倾角也各不相同，但整体演化过程相似。在所有情况下，海王星的倾角都会被激发至当前值，自转轴则被捕获进入共振，并围绕C2 天平动。这类模拟之间的主要差异在于达到临界值 $\alpha/|s_8|$ 的时间（可能在 2000 万年至 4000 万年之间），最大倾角的数值（在 28° 至 40° 之间变化），以及围绕 C2 的天平动振幅。后者也受到海王星自转轴初始条件的影响，因为它取决于进入共振时的相位。在某些情况下，会观察到围绕 C2 的大幅天平动，自转轴在天平动过程中跨越很大的倾角范围。这是迁移期间 $\alpha/|s_8|$ 变化速率较快所致，使得穿越共振的演化过程呈非绝热性质。

我们注意到，在海王星迁移结束时，比值$\alpha/|s_8|$ 停止增加并开始振荡（见图 5）。这是由于倾角的振荡导致的，而倾角通过依赖外侧卫星倾角的项影响海王星进动常数的值（见方程 13和14）。

4.2. 当事情出错时：捕获失败或浅共振

通过我们的模拟，我们确定了两个可能阻止海王星在迁移过程中达到当前倾角的主要因素：未能实现共振捕获，以及捕获后倾角增加不足。在图 6中，我们报告了两个这些因素发挥作用的代表性案例。

在第一种情况下（图中底部面板所示）——参数设为 $a_s = 100R_N$、$m_s = 7.5\times10^{-4}\,M_N$、$\Delta J_2 = 0.03$——海王星未能被捕获进入共振。在这里，$\alpha/|s_8|$ 的临界值在约 1.5 百万年后达到；在这一阶段，相较于共振的振荡周期，迁移时间尺度过短，因此无法实现捕获。结果，自转轴因穿越分界轨道而增大其倾角，但最终仍未能被捕获，并在整个模拟过程中稳定于环流轨道上。

不同的模拟显示出较弱或较强的倾角跃变，但在几乎所有模拟中，海王星都未能达到 28.3° 的目标值。事实上，只有极少数模拟中海王星的倾角跃变达到或超过 28°，因此我们认为这些情况在统计上无关紧要。

在第二种情形中（上图），参数设为 a_s =$100R_N$、$m_s = 3.38\times10^{-4}\,M_N$、$\Delta J_2 = 0.03$——海王星被捕获进入共振，倾角随之增加，但始终未达到28.3°。与成功的情形类似，自转轴在模拟开始时作循环运动，倾角仅有小幅变化。随着迁移进行，$\alpha/|s_8|$ 的比值增大，使 C2 朝更大的倾角演化。此处，分界轨道出现所需的临界值 $\alpha/|s_8|$始终未达到，海王星的倾角在 17° 和 22°之间振荡。

这一演化说明了当 α 的最终值不够大时会发生什么。在这类模拟中，发现轨道围绕卡西尼态2作振荡，且在平衡点附近的振荡振幅适中。然而，$\alpha/|s_8|$ 的最终值无法使海王星达到所要求的28.3°倾角。

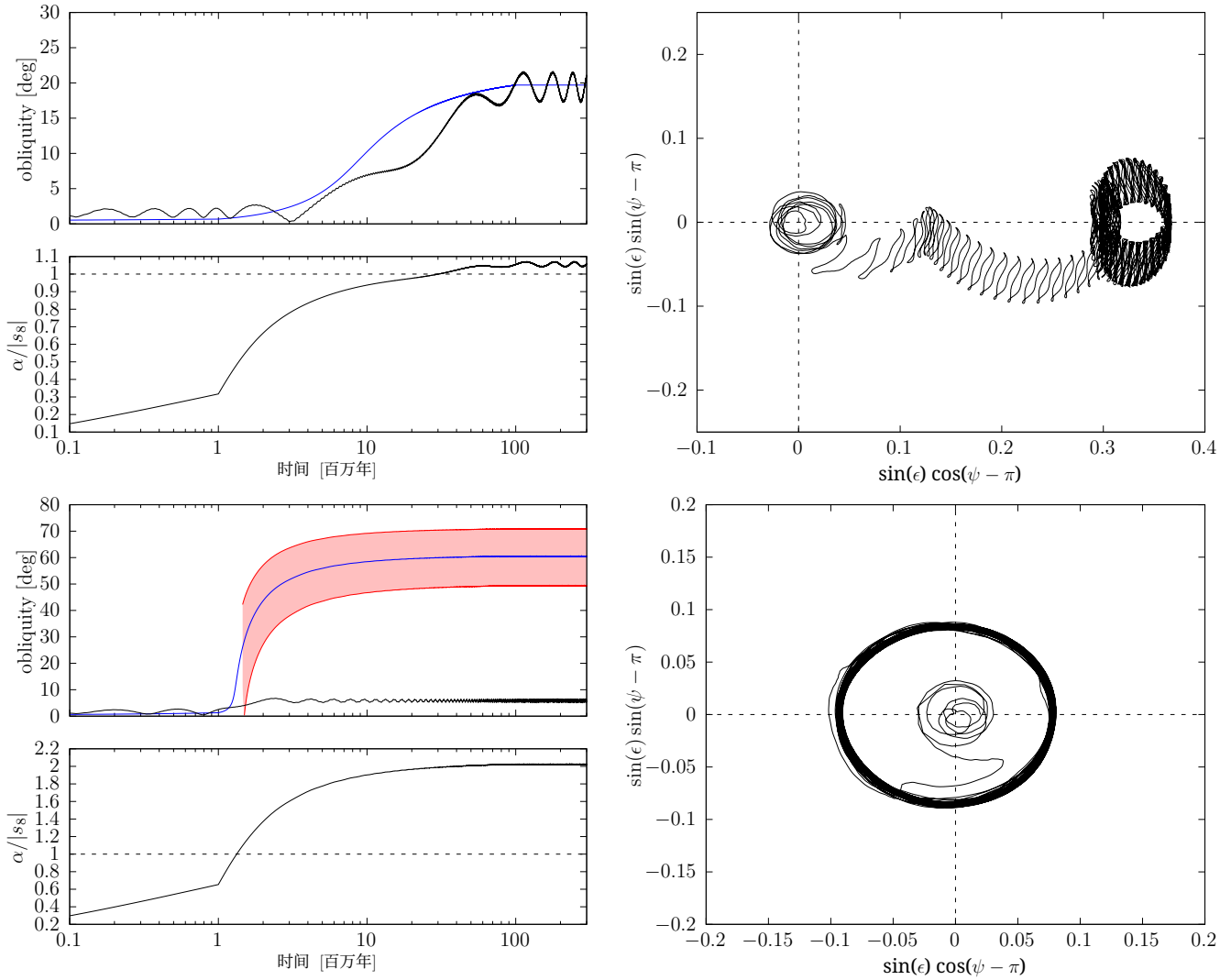

图 6。 上图：在浅共振的一个代表性案例中，行星迁移期间海王星倾角和自旋轴方向的演化。下图：在共振捕获失败的一个代表性案例中，行星迁移期间海王星倾角和自旋轴方向的演化。为便于观察，此处显示的卡西尼态和分界轨道均为平均值；它们的瞬时值会围绕平均值振荡，振幅与 $\alpha/|s_8|$ 的振荡成正比。

5. 卫星系统的稳定性

第4 节中观察到的倾角激发机制要求卫星系统至少保持稳定3000万年。这意味着它必须经受住巨行星不稳定阶段（通常发生在 ~ 1 百万年之后），以及随后的行星分离阶段；在此阶段，海王星开始穿越残余微行星盘。最近，Clement 等人(2026年)在涉及巨行星之间多次近距离遭遇的剧烈尼斯模型不稳定性背景下，研究了这一问题。他们追踪了伽利略卫星以及一个原始天王星卫星系统的演化；后者由其现存卫星和另外六颗如今已失踪的卫星组成。他们发现，在如此极端的条件下，任一卫星系统的存活概率都低于15%，而在122次模拟中，只有一次同时保全了两个系统。尽管这些结果可能表明此类剧烈不稳定性不太可能发生，但评估我们提出的卫星构型在类似摄动下的稳健性仍然十分重要。

5.1. 与巨行星的遭遇

我们首先研究了巨行星之间的近距离遭遇对卫星系统的影响。具体而言，我们重点关注海王星与天王星之间的遭遇，或质量相当的冰巨星之间的遭遇，因为这类遭遇在大多数模拟中都会发生（Nesvorný 2018年）。

我们使用数值代码 Rebound（Rein 和 Liu，2012），针对第4节中成功的原始系统构型，对近距离遭遇进行了一系列数值模拟。具体而言，我们研究了外侧卫星的三种不同构型：质量为 $1\times10^{-3}\,M_N$、半长轴为 $55R_N$ 的卫星；质量为 $3.5\times10^{-4}\,M_N$、半长轴为 $a_s = 100R_N$ 的卫星；以及质量为 $4.5\times10^{-4}\,M_N$、半长轴为 $a_s = 145R_N$ 的卫星。在这三种构型中，内侧卫星的质量均设为 $5\times10^{-5}\,M_N$，半长轴均设为 $a_s = 35R_N$。我们将此次遭遇模拟为冰巨星以最小距离 r_{peri} 掠过海王星的一次双曲线掠过，其无穷远处速度为 v_∞ km/s。为简化起见，我们假定行星与卫星的轨道平面之间具有较小的相互倾角；这一假设并不构成限制，因为主导摄动主要取决于遭遇距离和相对速度。

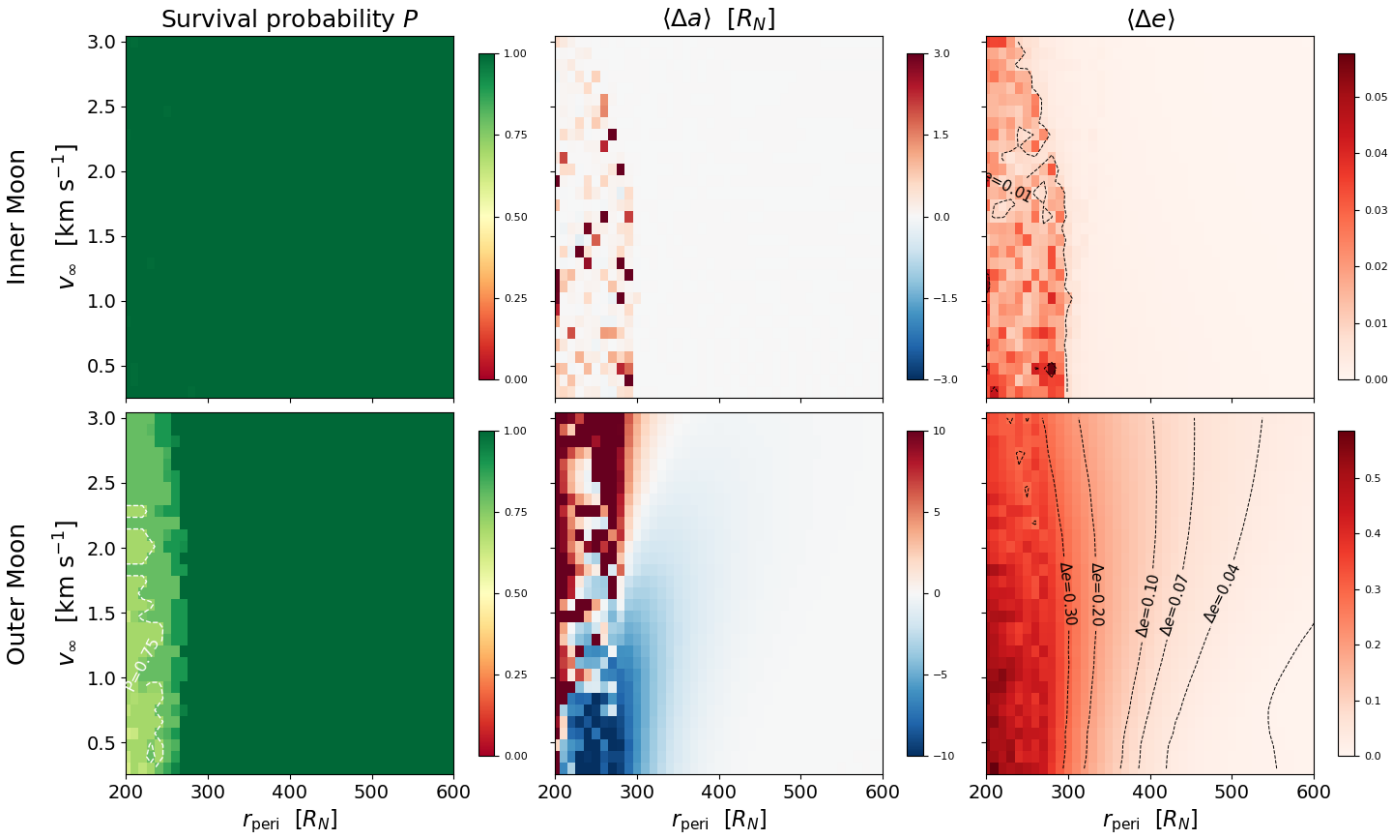

图 7. 卫星存活概率以及半长轴和偏心率的平均变化量随遭遇参数 $r^{\rm peri}$ 和 v_∞的变化。左侧各图显示存活概率，中间和右侧各图分别显示半长轴和偏心率的平均变化量。上方展示内侧卫星的结果；下方展示外侧卫星的结果。

主导摄动主要取决于遭遇距离和相对速度。

我们追踪了遭遇期间卫星系统的演化，并评估了这一动力学事件发生后系统的稳定性。具体而言，我们让$r^{\rm peri}$和 v_∞ 分别在 $[100, 600]R_N$和 $[0.5, 3]$ 千米/秒的范围内变化。对于每一组参数，我们对多个初始卫星相位进行采样，并计算存活概率以及半长轴和偏心率的平均变化量。

我们发现，只要第一种构型满足$r_{\rm peri}$ >160 R_N，第二种构型满足$r_{\rm peri} > 270R_N$，且最后一种构型满足$r_{\rm peri} > 400R_N$，卫星系统便能保持完整，两颗卫星在所有模拟中都得以存活。这些数值表明，距离过远的卫星在行星不稳定性期间更难存活，因此外侧卫星位于$a_s = 100R_N$ 处的构型优于外侧卫星距离更远的构型。尽管如此，即使是未造成破坏的遭遇，也可能显著改变轨道结构，尤其是外侧卫星的半长轴和偏心率。这些变化可能在多次遭遇中累积，或使海王星的进动常数发生足够大的改变，从而影响后续的自旋—轨道共振捕获。

5.2. 与微行星的遭遇

行星迁移期间与巨行星发生遭遇的频率和强度，取决于太阳系的设定和初始条件。有些巨行星不稳定性模型预言了一个剧烈阶段，期间巨行星之间会发生许多近距离遭遇（Clement 等（2026）），而另一些模型则预言演化过程较为温和，近距离遭遇很少甚至不会发生（Tsiganis etal. 2005；Nesvorný etal. 2007；Nesvorný&Morbidelli 2012）。尽管如此，所有模型都预言会出现一个行星分离阶段，在此期间，海王星和天王星穿过微行星盘并向外迁移。这一阶段给卫星系统带来了另一种威胁：大量与小得多的天体发生遭遇。

为研究这一过程，我们进行了一系列类似于上述描述的模拟，将冰巨星替换为质量为 m_P 的微行星，并考虑一颗具有 $a_s = 100$ R_N 和 $m_s = 3.5\times10^{-4}\,M_N$的外侧卫星。由于微行星的质量远小于冰巨星，要对卫星系统产生显著摄动，就需要发生近得多的遭遇。因此，我们将每次遭遇相对于海王星建模为一次双曲线掠过，其特征由以海王星为中心的近心点距离 $r^{\rm peri}$ 和渐近速度 v_∞确定。在这些模拟中，我们改变了 $m_p \in [10^{-4}, 10^{-3}]\,M_N$、$r_{\rm peri} \in [40, 100]\,R_N$ 以及$v_\infty \in [0。3、3.5]\,{\rm km\ s^{-1}}$。

与前一组模拟不同，闯入天体的轨迹会与外侧卫星的轨道相交。因此，两个天体之间的最小间距，从而最强的瞬时引力相互作用，并不一定发生在闯入天体相对于海王星处于近心点时。因此，我们记录了每次遭遇期间微行星与外侧卫星之间的真正最小距离$r_{\rm min}$。随后，我们研究了外侧卫星的逃逸如何取决于$r_{\rm min}$ 以及闯入天体的质量m_P。

我们的模拟表明，单次微行星遭遇造成的扰动远小于与另一颗巨行星的遭遇。只有在质量最大的微行星遭遇中，外侧卫星才会被抛射出系统。

逃逸阈值很大程度上取决于闯入天体的质量和v_∞。质量更大、速度更慢的微行星能够在更大的遭遇距离下使外侧卫星逃逸，而质量较小或速度更快的天体则需要更近距离的掠过。例如，质量为$m_p = 10^{-3}\,M_N$的微行星若在$r_{\min} \lesssim 1R_N$以内掠过，便可使外侧卫星逃逸；而质量为$m_p = 4\times10^{-4}\,M_N$的微行星则需要更加接近，即$r_{\min} \lesssim 0.3R_N$，才能达到相同的结果。

除了由单次足够近的遭遇造成的逃逸外，反复的微行星掠过也可能为外侧卫星失稳提供另一种途径。在行星迁移期间，卫星系统可能在相对较短的时间内经历许多此类遭遇，使它们的影响得以累积。事实上，即使遭遇并未导致卫星立即逃逸，也能观察到外侧卫星轨道受到显著摄动。例如，一个质量为$m_p = 10^{-3}\,M_N$的微行星以$r_{\min} \approx 3R_N$的距离掠过时，可使卫星的偏心率激发至$e \approx 0.2$。质量较小、质量为$m_p = 4\times10^{-4}M_N$的微行星也能造成相当程度的偏心率激发，前提是它以更近的$r_{\min} \approx 1R_N$距离掠过。这种轨道摄动可能在连续多次遭遇中不断累积，最终导致外侧卫星逃逸或长期失稳。

相比之下，内侧卫星在整个模拟过程中都保持稳定。它与海王星之间更强的引力束缚，使其能够抵御微行星遭遇造成的摄动，即使在外侧卫星被抛出的情况下也是如此。这一行为与涉及冰巨星的遭遇结果一致（见图 7），并表明原始内侧卫星系统可能在外侧卫星遭到破坏后仍得以存续。

6. 讨论

6.1. 海王星成功倾斜的条件

按照第 3.4 节所述探索参数空间后，我们发现，能够使海王星成功倾斜的模拟结果集中在一条狭窄的带状区域内，其特征是最终进动常数处于中等水平。它们在参数空间 $\mathcal{S}$中的分布如图 8所示。

产生成功模拟结果的参数范围相对狭窄，这是两个主要因素相互作用的结果：迁移过程中共振捕获的概率，以及倾角激发的效率。最终进动常数 α越大，第一个因素就越弱。这是因为穿越共振的速度更快（见图 6）。由于共振捕获要求变化时间尺度$\alpha/|\dot{s}_8|$小于或与共振内的天平动周期相当，若 α过大，倾角在穿越共振时只会受到一次扰动。除了成功区域上边界附近的少数情况外，这次扰动不足以使海王星倾斜至 28。3°。第二个因素，即倾角激发的效率，也受 α影响。被捕获进入共振期间，海王星的倾角会增至一个最大值，该值取决于 $\alpha/|\dot{s}_8|$的最终值。如果该比值仅略高于 1，最大倾角仍无法达到 28。3°因此，参数空间中只有一片狭窄区域能同时满足这两个条件，从而成功激发倾角。

从图 8中可以看出，结果对海王星自旋轴所选初始条件的依赖很弱：成功率和捕获率不同于 0 或 1 的情况仅出现在上述区域边界附近。这使得这些结果具有相当的普适性，因为它们不要求海王星具有特定的初始倾角（取值范围为 1 至 5 度）和自旋轴方向（取值范围为 0 至 2π 弧度）。

6.2. 卫星存活的条件

Clement 等人（2026年）指出，在行星演化过程中发生剧烈不稳定性的情况下，巨行星之间可能发生一次或多次近距离遭遇，从而威胁其卫星系统的完整性。特别是，他们发现，天王星与另一颗冰巨星之间深至 0．03 au（≈ $176R_U$）的近距离遭遇，就足以使天王星卫星系统完全失稳。在Deienno 等（2014）对木星系统的研究中也获得了类似结果：距离小于 0．02 au（≈ 42．$8R_J$）的遭遇可能扰乱木星规则卫星的轨道。

在第5.1节中，我们对海王星的原始卫星系统得到了类似结果，其中 $r_{\rm peri}$ 的上限取决于具体的原始卫星系统构型。例如，对于 $a_s = 100R_N$ 且$m_s = 3.5\times10^{-4}\,M_N$的外侧卫星，与冰巨星发生一次距离为 0．046 au（≈ $270R_N$）或更近的近距离遭遇，可能导致外侧卫星的半长轴和偏心率发生巨大变化，甚至使其逃逸。距离更远的遭遇不一定会扰乱该系统，但仍可能显著改变卫星的轨道。这些变化可能在多次遭遇后导致系统失稳，或干扰后续的倾斜过程。

为量化遭遇后卫星系统的稳定性，我们认为，只要$\Delta e < 0.05$且$\Delta\ln\alpha < 0.05$，系统就保持稳定。这些判据确保卫星的偏心率相对较低，且进动常数 α 的变化幅度适中，从而保留维持自旋—轨道共振所需的条件。所得条件可改写为关于 Δe和 Δa_s的形式，其中后者取决于其初始值。在我们的三个示例中，关于 $\Delta\ln\alpha$的条件可改写为：若$a_s = 55\,R_N$，则 $\Delta a_s < 2\,R_N$；若$a_s = 100\,R_N$或$a_s = 145R_N$，则 $\Delta a_s < 5\,R_N$。对于冰巨星与海王星之间距离大于0.039 au（≈ $230\,R_N$）的遭遇（若$a_s = 55\,R_N$）、大于0.076 au（≈ $450R_N$）的遭遇（若$a_s = 100\,R_N$），以及大于0.102 au（≈ $600\,R_N$）的遭遇（若$a_s = 145R_N$），这些条件通常都能满足。

由于在行星不稳定发生时，海王星的倾斜尚未开始，因此我们的情景倾向于较温和的巨行星不稳定性，以避免过于剧烈的相互遭遇。虽然这一要求可能排除尼斯模型中最剧烈的版本，但它与其他动力学约束相容，例如保持伽利略卫星的拉普拉斯共振，以及卫星辅助的天王星倾斜情景（Boué & Laskar 2010；Deienno 等 2014；Saillenfest et al.2022）。

在我们本研究提出的动力学路径中，海王星的倾斜通常在穿越微行星盘阶段的中途完成。海王星成功倾斜后，外侧卫星可能因与质量足够大的微行星发生一次或多次近距离遭遇而变得不稳定并被抛出，正如第节所讨论的5.2。正如下节所述，这种机制不仅可能发生，而且对于使我们的倾斜情景与海王星系统当前的构型相符也是必不可少的。

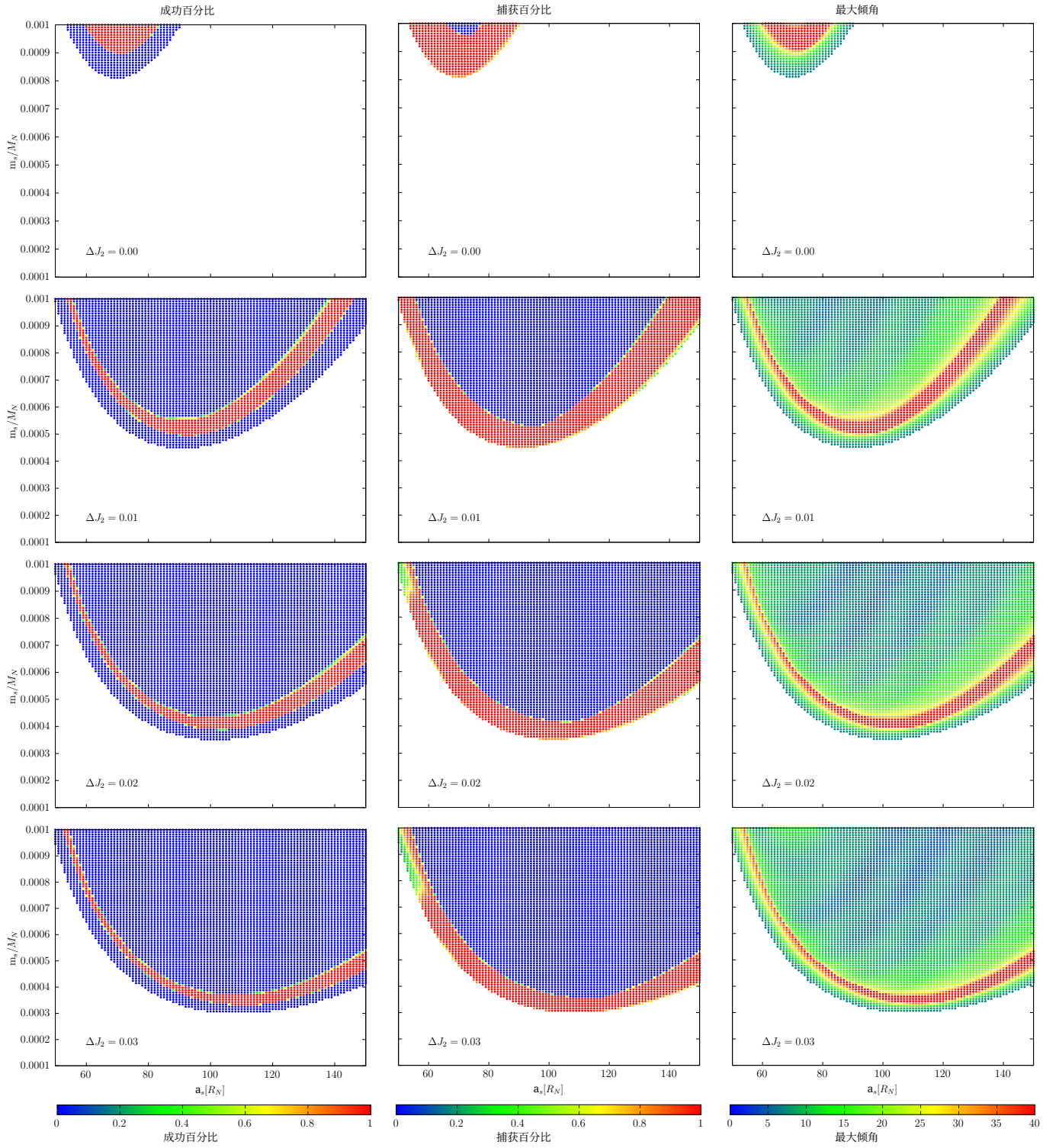

图 8. 参数空间 $\mathcal{S}$ 中成功百分比（第一列）、共振捕获（第二列）和达到的最大倾角（第三列）的分布。每一行对应一个固定的 ΔJ_2，值，从上到下依次为：0.00、0.01、0.02、0.03。色条表示所示物理量的数值。

6.3. 退出自旋—轨道共振

在我们成功的模拟结束时形成的系统中，仍然存在一颗质量较大的远距离卫星，并且仍被锁定在与升交点频率s_8 的自旋—轨道共振中（见图5）。相比之下，当前的海王星系统则以缺少此类卫星且处于非共振状态为特征自转轴状态（见表 1）。此外，海王星拥有海卫一，这是一个质量巨大的卫星，沿逆行且高度倾斜的轨道运行。

人们认为，海卫一是在海王星迁移穿过海王星外星子盘期间被捕获的，可能是在行星位于 ~ 20 与 30 au 之间（Agnor & Hamilton 2006年；Nesvorný et al. 2007）。尽管确切的捕获机制仍存在争议（Agnor& Hamilton

2006年；Nogueira 等（2011）；Rufu&Canup 2017），但在捕获时存在一颗质量巨大且距离遥远的规则卫星，可能会严重干扰海卫一的成功插入及其长期存留，甚至使之无法实现。这表明，海王星的原始外卫星必定在海卫一捕获之前就已被移除。

第 5.2 节提出了一种移除机制，我们在那里展示了外侧卫星可能在与微行星发生足够近的遭遇时被弹射出去。在本文所考虑的情景中，发生此类事件所需的条件相当苛刻，尤其是因为闯入天体必须具有相对较大的质量。关于微行星对巨行星卫星系统影响的更详细研究仍然是必要的（关于天王星卫星的情形，另见 Clement 等（2026））。尽管如此，我们在此对该情景下的弹射概率进行了数量级估计，所考虑的情形为 $a_s = 100R_N$。如果两条轨道共面，那么只要它们相交，外侧卫星和入侵微行星就可能彼此接近。这一条件当且仅当 $r_{peri} < a_s$ 时得到满足。若要将问题近似视为平面问题，我们要求交会轨道的倾角处于卫星轨道倾角附近的一个狭窄范围内，即 $i_{enc} \in (i_s-\delta, i_s+\delta)$。此外，入侵微行星必须同时具备相对较大的质量，即 $m_{enc} > m_s$，并且速度较慢，即 $v_\infty < 3.5\ \mathrm{km\ s^{-1}}$。

假设这三个条件彼此独立，我们将发生此类遭遇的概率定义为

$$\mathcal{P}(\text{encounter}) = \mathcal{P}(A)\times\mathcal{P}(B)\times\mathcal{P}(C)\times\mathcal{P}(D) \tag{23}$$

其中 $A = \{r_p \in (40, 100)\ R_N\}$，$B = \{v_\infty < 3.5 \mathrm{km\ s^{-1}}\}$，$C = \{m_{enc} > m_s\}$，$D = \{i_{enc} \in (i_s - \delta, i_s + \delta)\}$。这里，$\mathcal{P}(A)$ 和 $\mathcal{P}(B)$ 可根据 Nogueira 等（2011）的图 2 估算，而与质量范围相关的概率则取决于微行星盘的质量分布。由于后者约束不足，我们用 q_m 表示。最后，自 $a_s \approx r_M$ 以来，外侧卫星一直位于拉普拉斯平面上，其倾角为 $i_s \approx \epsilon/2$。对于 $\mathcal{P}(D)$，我们将采用当前柯伊伯带天体的倾角分布作为近似（Gulbis等，2010年）。然而，满足这些条件并不一定能保证外侧卫星逃逸。要发生逃逸，微行星还必须从卫星附近足够近的地方经过。我们假设逃逸需要

当外侧卫星与闯入天体之间的相互距离小于或等于 $d_{\max}$ 时。假设卫星的轨道相位均匀分布，当微行星到达合时，卫星处于该距离以内的概率为

$$\mathcal{P}(\text{ejection}|\text{encounter}) \approx 2\frac{2d_{\max}}{2\pi a_1} = 2\frac{d_{\max}}{\pi a_1}\,. \tag{24}$$

$d_{\max}$ 的取值取决于遭遇的性质，即（r_{peri}、v_∞、m_{enc}），预计介于 0.2 和 $1R_N$ 之间。要准确确定这一数值，需要进行大量数值模拟，这超出了本文的研究范围。因此，作为第一近似，我们采用 $d_{\max} = 0.5R_N$ 这一具有代表性的平均值。由此可以估算单次遭遇期间的弹射概率为

$$\begin{aligned}\mathcal{P}(\text{逃逸}) &= \mathcal{P}(\text{逃逸}|\text{遭遇})\times\mathcal{P}(\text{遭遇})\\ &\approx 2\frac{\overline{d_{\max}}}{\pi a_1}\times 1.2\times10^{-3}\times0.85\times q_m\times10^{-3}\\ &\approx 2\frac{\overline{d_{\max}}}{\pi a_1}\times10^{-6}\times q_m \approx 3.1\times10^{-9}\times q_m\,.\end{aligned} \tag{25}$$

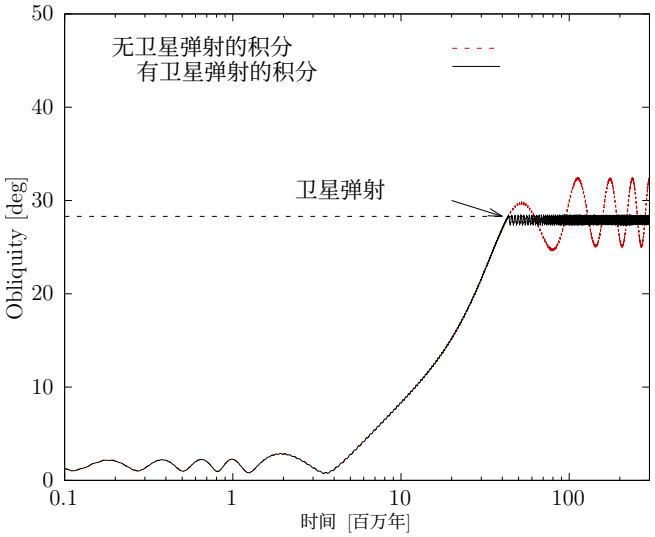

图 9. 海王星倾角的演化：有（黑线）和没有（红色虚线）外侧卫星逃逸的情况。

为计算 $\mathcal{P}(D)$，我们选择了 $\delta = 0.3°$，使外侧卫星轨道与遭遇轨道平面之间的距离至多为 $d_{\max}$。

概率 $\mathcal{P}$（逃逸）对于单次遭遇而言极低，主要是因为几何条件和质量要求都十分严格。不过，还应考虑到海王星经历的遭遇次数极其庞大，据估计为 $n \approx 1。7 \times 10^6$（Nogueira 等（2011））。假设各次遭遇在统计上相互独立，至少发生一次成功弹射事件的概率为

$$\mathcal{P}(N_{\text{ejection}} \geq 1) = 1 - (1 - \mathcal{P}(\text{ejection}))^n\,. \tag{26}$$

这一概率取决于微行星质量分布，而该分布目前尚未得到很好的约束。例如，当$q_m = 0.01$ 时，我们得到 $\mathcal{P}$（逃逸）$\approx 0.005\%$；而当$q_m = 0.1$ 时，我们得到$\mathcal{P}$（逃逸）$\approx 0.05\%$。我们强调，这一估算仅为近似值；若要获得更可靠的评估，则需要通过数值模拟，计入遭遇的详细动力学过程以及微行星的质量分布。无论如何，所得概率似乎非常低，因此，外侧卫星因与单颗微行星遭遇而逃逸，是一种罕见但并非不可能发生的事件。

外侧卫星的丧失为逃离自旋—轨道共振提供了一种自然机制。为研究此类事件的后果，我们选取了倾转模拟成功的情形，并在海王星的倾角达到 28。3°时人为移除外侧卫星，以模拟其因近距离遭遇而丧失的过程。海王星自转轴随后的演化如图 9所示。在移除之前，海王星被困在共振中，其自转轴围绕卡西尼态 C2 天平动。外侧卫星的突然丧失降低了卫星引起的进动常数贡献 α，导致比值 $\alpha/|\wp_8|$ 降至 1 以下。因此，共振平衡态消失，自转轴由天平动转为循环运动。尽管倾角在这一转变过程中会发生振荡，但其仍接近共振破缺时达到的数值，从而保持较大的倾角。

因此，28.3° 的精确值并非确定性的，而是随机的，它源于自转轴围绕平衡点 C2 的大幅天平动，以及.....的精确历元

外侧卫星弹射。尽管如此，例如考虑所有成功的模拟，其中 $\Delta J_2 = 0.03$（见图..8），我们计算了海王星最终倾角的分布，并考虑到脱离共振可能发生在穿越微行星盘期间的任意时刻。该分布的峰值大约出现在 30°（见图 10），这使得 28.3° 成为我们所提出情景下海王星倾角的一个合理数值。

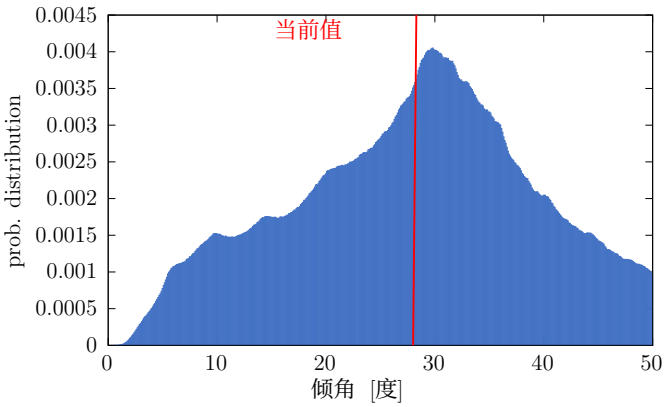

图 10. 微行星遭遇时海王星倾角的分布，以及随后脱离共振的情况。

6.4. 对海卫一和海卫二的影响

外侧卫星逃逸后，剩余系统将由一颗（或多颗）内侧卫星组成，总质量约为 $5 \times 10^{-5}\, M_N$，位于 $\sim 35 R_N$。这一构型与 Rufu 与 Canup (2017所探讨的条件完全一致。他们指出，低质量内侧卫星系统的存在会提高海卫一成功被捕获、随后迅速演化至其当前轨道的可能性。在这一情景中，海卫一轨道圆化的时间尺度仅为 10^5 年（´Cuk & Gladman2005；Rufu & Canup 2017），尽管海王星再次穿越了自旋—轨道共振 s_8 (Gomes 2026年），但不可能发生共振捕获。因此，我们认为，海卫一后续的轨道演化对行星倾角的影响很小。最终，这一过程——通过自旋—轨道共振使行星倾斜、外侧卫星失稳并丢失，以及随后捕获海卫一——为连接原始海王星系统与其现今结构提供了一条连贯的演化路径。

研究海王星卫星系统的演化历史时，另一个重要方面是外侧卫星海卫二以其特殊的高偏心率轨道运行（$a = 224 R_N$, $e = 0.75$）。海卫二的起源仍有争议：它可能是被捕获的不规则卫星，也可能是海王星的原初卫星。以往研究表明，潮汐作用驱动的海卫一捕获及其后续演化会使海卫二失稳；而海卫一若通过与其他卫星碰撞而快速圆化，则可能使海卫二得以保留。

在我们的情景中，海卫二可能是在外侧卫星弹射后被捕获的，也可能是海王星的原初卫星。然而，若属于后一种情况，其外侧轨道可能极易受到微行星遭遇的影响，因此很难同时解释外侧大质量卫星的弹射，以及海卫二得以保留在其当前轨道上。

在此背景下，Belyakov等人（2026年）最近为海卫二的轨道提出了一种新的可能解释。他们发现，根据其表面成分，海卫二很可能曾是海王星的一颗规则卫星。随后，他们提出，一颗质量巨大的星子可能扰乱了海王星原始的卫星系统，使海卫二进入了如今的偏心轨道。在此事件之后，海卫一被捕获，并按照´Cuk 与 Gladman 所描述的（2005）迅速演化到当前轨道。Belyakov 等人（2026年）所描绘的两阶段演化过程与我们的情景一致，尽管他们的模型并不需要纳入一颗大型外侧卫星。然而，我们表明，这样一颗卫星可能正是解释海王星当前倾角、而无需诉诸巨型撞击所缺少的关键因素。

7. 结论

自旋—轨道共振已被证明是使太阳系巨行星倾斜的可行机制，例如木星（Ward & Canup2006；Saillenfest et al.2020；Dbouk & Wisdom2023）、土星（Ward &Hamilton 2004；Saillenfest etal. 2021a；Wisdom 等，2022）和天王星（Rogoszinski& Hamilton2020；Saillenfest et al.2022）。

将这一倾斜机制应用于海王星颇具挑战，因为海王星当前的自转轴进动频率远低于太阳系中的任何轨道频率。事实上，海卫一是海王星唯一的大型卫星，但它位于当前轨道上，无法充分提高海王星的进动速率。Gomes Gomes (2026年的近期研究表明，海卫一的高偏心率轨道若缓慢圆化，可能会使海王星触发与 s_8, 相关的自旋—轨道共振，从而成功使行星倾斜。

如果圆化过程´及轨道演化非常迅速，如 Cuk & Gladman Cuk &Gladman (2005所预测的那样，这一机制便无法奏效。然而，如果海王星过去曾拥有原始卫星系统，那么在行星迁移期间，海王星可能会触发与 s_8 相关的自旋—轨道共振。

在这项研究中，我们确定了能够使海王星遭遇与s_8相关的自旋—轨道共振的原始卫星系统特性。我们考虑了一种双卫星构型，其中内侧卫星使海王星的有效四极矩增加ΔJ_2，外侧卫星质量为m_s，以半长轴a_s绕行。内侧卫星降低了外侧卫星驱使海王星跨越共振所需的质量。这种双卫星描述并不局限于只有两颗卫星：由若干颗分布适当的卫星组成的系统，也能产生相同的有效 ΔJ_2，并使自旋进动常数增加相同的幅度 α。

随后，我们界定了原始卫星系统参数空间中的一个区域，在该区域内，海王星在行星迁移期间可能穿越了与 s_8 的自旋—轨道共振。我们对这一区域进行了采样，并运行了数千次数值模拟，研究海王星自旋轴方向的演化；模拟从较小的初始倾角（$\epsilon \lesssim 5°$）开始。这些模拟结果表明，参数空间中存在一个开放集合，在其中海王星的倾角可被激发至当前值。具体而言，原始卫星系统的总质量必须达到 $\geq 4 \times 10^{-4}$。例如，当 $\Delta J_2 = 0.03$（例如，可由一颗质量为 $5 \times 10^{-5}\, M_N$、半长轴为 $35 R_N$的内侧卫星实现），且一颗外侧卫星的质量为 $m_s \approx 3.5 \times 10^{-4}\, M_N$、半长轴介于 100 至 120 R_N之间时，我们证明海王星可能被捕获进入共振，其倾角也会增大至 28°（见图 8）。卫星质量更大的多种构型也有可能，但它们不太符合形成模型的倾向。

随后，我们研究了行星迁移期间海王星与天王星之间的引力遭遇对原始卫星系统的影响。我们发现，只要遭遇距离不太近，该系统就可能存活下来；最小距离需大于 0.076 au。这一条件与尼斯模型模拟相容；这类模拟的混沌程度不高，并避免了巨行星之间剧烈的轨道交叉（Gomes 等，2005；Tsiganis et al. 2005；Morbidelli 等，2007）。

海王星达到其当前倾角后，原始卫星系统的长期稳定性便不再是必需的。随后，来自微行星盘的一颗或多颗大质量微行星可能与其发生近距离遭遇，使原始卫星系统失稳，并导致外侧卫星逃逸。移除外侧卫星所需的动力学条件相当苛刻，因此，这一过程的总体可行性仍需在未来通过专门研究加以评估，该研究或许还应涉及导致海卫一捕获的过程。不过，这一事件既可能是一种摆脱自旋—轨道共振的机制（另见 Wisdom 等，2022 关于土星系统中类似事件的讨论），使海王星的倾角冻结在当前值；也可能是捕获海卫一的准备步骤。

外侧卫星逃逸后，原始卫星系统的构型符合最终达到海王星当前卫星系统构型所需的动力学条件。更确切地说，Rufu 与 Canup (2017)表明，如果海王星曾拥有一个质量约为 0．3 至 $1\times10^{-4}M_N$的原始卫星系统，海卫一将使原始卫星失稳，并迅速演化至其当前轨道状态，同时保留海卫二的轨道。

总之，我们表明，一个总质量约为 $4\times10^{-4}\,M_N$ 的原始卫星系统足以在行星迁移期间使海王星发生倾斜。尽管海王星当前的卫星系统质量较小，但这一数值约为木星和土星卫星系统中观测值的 2 或 4 倍，也约为巨型行星周围卫星形成模型所预测值的 2 或 4 倍（Mosqueira & Estrada 2003；Canup& Ward 2006）。此外，它与在没有巨型撞击的情况下使天王星发生倾斜所需的卫星质量相当（Saillenfestetal.2022）。

致谢。我们感谢 Melaine Saillenfest 富有成效的讨论。我们也感谢匿名审稿人提出的建设性意见和建议，这些意见和建议帮助我们改进了稿件。

参考文献

Agnor, C. & Hamilton, D. 2006, 《自然》, 441, 192 Archinal, B. A., Acton, C. H., A'Hearn, M. F., et al. 2018, 《天体力学与动力天文学》, 130, 22 Belyakov, M., Davis, M. R., Wong, I., Batygin, K., & Brown, M. E. 2026年, 《科学进展》, 12, eaeb1429 Boué, G. & Laskar, J. 2006, 《伊卡洛斯》, 185, 312 Boué, G. & Laskar, J. 2010, 《天体物理学杂志》, 712, L44 Canup, R. M. & Ward, W. R. 2006, 《自然》, 441, 834 Clement, M. S., Kaib, N. A., Izidoro, A., & Deienno, R. 2026年, 《伊卡洛斯》, 453, 117056 Colombo, G. ´ 1966, 203 891 《天体物理学杂志》, , Cuk, M. & Gladman, B. J. 2005, 《天体物理学杂志》, 626, L113 Dbouk, R. & Wisdom, J. 2023, 《行星科学杂志》, 4, 188 Deienno, R., Nesvorný, D., Vokrouhlický, D., & Yokoyama, T. 2014, 《天文学杂志》, 148, 25 French, R. G., Nicholson, P. D., Cooke, M. L., et al. 1993, 《伊卡洛斯》, 103, 163 Gomes, R. 2026年, 《伊卡洛斯》, 453, 117055 Gomes, R., Levison, H. F., Tsiganis, K., & Morbidelli, A. 2005, 《自然》, 435, 466 Gulbis, A. A. S., Elliot, J. L., Adams, E. R., et al. 2010, 《天文学杂志》, 140, 350 Helled, R. & Fortney, J. J. 2020, 《英国皇家学会哲学汇刊A辑》, 378, 20190474 Henrard, J. & Murigande, C. 1987, 天体力学, 40, 345 Jacobson, R. A. 2009, 《天体物理学杂志》, 137, 4322 Laskar, J. 1990, 《伊卡洛斯》, 88, 266 Lissauer, J. J. & Safronov, V. S. 1991, 《伊卡洛斯》, 93, 288 Morbidelli, A., Brasser, R., Tsiganis, K., Gomes, R., & Levison, H. F. 2009, 《天文学与天体物理学》, 507, 1041 Morbidelli, A., Tsiganis, K., Crida, A., Levison, H. F., & Gomes, R. 2007, 《天文学与天体物理学》, 134, 1790 Mosqueira, I. & Estrada, P. R. 2003, 《伊卡洛斯》, 163, 232 Murray, C. D. & Dermott, S. F. 2000, 《太阳系动力学》（剑桥大学出版社）Nesvorný, D. 2011, 《天体物理学杂志》, 742, L22 Nesvorný, D. 2018, 《天文学与天体物理学年度评论》, 56, 137 Nesvorný, D. & Morbidelli, A. 2012, 《天体物理学杂志》, 144, 117 Nesvorný, D., Vokrouhlický, D., & Morbidelli, A. 2007, 《天体物理学杂志》, 133, 1962 Nogueira, E., Brasser, R., & Gomes, R. 2011, 《伊卡洛斯》, 214, 113 Parisi, M. G. & del Valle, L. 2011, 《天文学与天体物理学》, 530, A46 Podolak, M. & Helled, R. 2012, 天体物理学杂志, 759, L32 Rein, H. & Liu, S.-F. 2012, 《天文学与天体物理学》, 537, A128 Reinhardt, C., Chau, A., Stadel, J., & Helled, R. 2020, 《英国皇家天文学会月报》, 492, 5336 Rogoszinski, Z. & Hamilton, D. P. 2020, 《天体物理学杂志》, 888, 60 Rufu, R. & Canup, R. M. 2017, 《天体物理学杂志》, 154, 208 Saillenfest, M. & Lari, G. 2021, 《天文学与天体物理学》, 654, A83 Saillenfest, M., Lari, G., & Boué 2021a, 《自然·天文学》, 5, 345 Saillenfest, M., Lari, G., Boué, G., & Courtot, A. 2021b, 《天文学与天体物理学》, 647, A92 Saillenfest, M., Lari, G., & Courtot, A. 2020, 《天文学与天体物理学》, 640, A11 Saillenfest, M., Rogoszinski, Z., Lari, G., et al. 2022, 《天文学与天体物理学》, 668, A108 Slattery, W. L., Benz, W., & Cameron, A. 1992, 《伊卡洛斯》, 99, 167 Tremaine, S., Touma, J., & Namouni, F. 2009, 《天体物理学杂志》, 137, 3706 Tsiganis, K., Gomes, R., Morbidelli, A., & Levison, H. F. 2005, 《自然》, 435, 459 Ward, W. R. & Canup, R. M. 2006, 《天体物理学杂志》, 640, L91 Ward, W. R. & Hamilton, D. P. 2004, 《天体物理学杂志》, 128, 2501 Wisdom, J., Dbouk, R., Militzer, B., et al. 2022, 《科学》, 377, 1285