YNU-HEP-26-062

多组分轴子暗物质再探及超轻类轴子粒子的作用

Hai-Jun Li

中国云南大学物理系，昆明 *650091*

电子邮箱：lihaijun@ynu.edu.cn

arXiv:2611.32925v1 [hep-ph] 24 Nov 2026

本文重新审视了多组分轴子暗物质（DM）情景，并探讨了超轻轴子样粒子（ALP）的作用。在简要回顾最大轴子混合后，我们引入一种随机轴子混合机制，通过放宽对轴子衰变常数必须呈均匀层级排列的要求，对这一机制进行了推广。我们发现，混合后，究竟是QCD轴子还是类轴子粒子主导暗物质丰度，取决于参数；纳入轴子质量贡献后，质量最大的类轴子粒子往往占据主导地位。在双组分框架中，随机混合显著扩大了QCD轴子衰变常数的允许参数空间，使QCD轴子能够构成全部冷暗物质。相应的类轴子粒子质量范围目前基本不受当前实验约束，且有望通过未来搜索探测到。在多组分情形下，类轴子粒子数量增加，会使更多具有较大衰变常数的超轻类轴子粒子出现。这些超轻类轴子粒子是未来轴子搜寻极具吸引力的目标。

2026年11月25日

目录

1 引言 1 2 多组分轴子暗物质概述 3 3 随机轴子混合的新视角 4 4 超轻轴子样粒子的作用 9 5 结论 16

1 引言

尽管有大量观测证据表明暗物质（DM）存在，其本质仍然未知，因此轴子成为暗物质的主要候选者之一 [1]。轴子通常被认定为 QCD轴子，最初是通过佩奇-奎因（PQ）机制——即所谓的佩奇-奎因-温伯格-威尔切克（PQWW）模型——提出的，旨在动态解决标准模型中的强CP问题 [2–5]。QCD轴子的两个主要模型是金-石坂-范施泰因-扎哈罗夫（KSVZ）模型和戴恩-费希勒-斯雷德尼茨基-日特尼茨基（DFSZ）模型 [6–9]。

除 QCD轴子外，高维规范场还可能产生大量超轻轴子样粒子（ALPs），这一类别自然涵盖了 QCD轴子候选者 [10–13]。弦理论预言存在大量此类轴子，这一点已广为确立 [14, 15], ，这一概念统称为弦轴子宇宙 [16–18]。目前，QCD轴子和类轴子粒子都因其在早期宇宙中通过失配机制非热产生，而作为冷暗物质的主要候选者受到广泛关注 [19–21]。相干轴子场在其势阱中的振荡，对暗物质总密度有重要贡献。全面综述参见例如。格。参考文献。 [22, 23]。

关于 QCD 轴子暗物质，若假设初始失配角为量级 1，则标准失配机制给经典 QCD 轴子窗口设定的上限为 $10^{11} - 10^{12}$ 吉电子伏特。因此，QCD 轴子暗物质面临的一大挑战是过量产生问题；当衰变常数超过 10^{12}吉电子伏特时，就会出现这一问题。相反，在最近提出的暗维度情景 [24], 中，衰变

常数被限制在一个狭窄的 $10^9 - 10^{10}$吉电子伏特范围内时，QCD 轴子会面临相反的问题，即丰度不足 [25, 26]。幸运的是，轴子混合为解决这两种困境提供了自然方案。在轻 QCD 轴子情景 [27, 28], 中，遗迹密度可以得到有效抑制；而在重 QCD 轴子情景 [29],中，遗迹密度则可以显著增加。在此背景下，轴子混合通常指 QCD 轴子与一个轴子样粒子之间的质量混合 [30–36]。

基于这一思路，我们在文献 [35],中提出了一种多组分轴子暗物质情景，其中冷暗物质由 QCD轴子与众多超轻类轴子粒子通过最大轴子混合 [37]组合而成。我们发现，在轻轴子情景中，混合后能量密度通常由最轻轴子样粒子主导。相反，在重轴子情景中，能量密度可能由 QCD轴子或非最轻的类轴子粒子主导，具体取决于类轴子粒子衰变常数。在特定情况下，QCD轴子可以占据暗物质预算的绝大部分。此外，在文献 [38], 中，我们提出了一种新颖的随机轴子混合机制。该机制代表了一个更一般的框架，因为它不依赖于对轴子衰变常数的限制性条件。近期的多轴子框架另见文献 [39–46] 。

在本文中，我们重新审视多组分轴子暗物质情景，并探讨超轻类轴子粒子在该框架中的作用。我们首先简要回顾这一对应于最大轴子混合的情景。随后，我们介绍近期提出的随机混合机制，并推导出若干新结论。在不考虑轴子质量贡献的情况下，我们发现，混合后 QCD轴子或任意一种类轴子粒子都可能占据主导地位。计入轴子质量贡献后，$\rho_{A_i,\ 0}/\rho_{a_0,\ 0}$ 比值随类轴子粒子质量的增加而增大，这意味着最重的类轴子粒子往往占据主导地位。接下来，我们研究随机轴子混合机制下超轻类轴子粒子在多组分情景中的作用。在双组分框架中，我们发现，允许 QCD轴子构成全部冷暗物质的 QCD轴子衰变常数参数空间显著扩大。相应的类轴子粒子质量范围仍基本不受限制，并可通过未来的探测实验进行探测。推广到多组分情形后，我们发现，随机混合模型中的类轴子粒子数量越多，产生的超轻类轴子粒子就越多，从而使更多具有较大衰变常数的类轴子粒子成为可行候选。这些目前尚未受到实验限制的超轻类轴子粒子，是未来轴子搜寻极具吸引力的目标。

本文其余部分的结构如下。第2 节简要回顾具有最大轴子混合的多组分轴子暗物质情景。第3节将随机混合机制纳入其中，从而对该情景进行扩展。第4 节随后在考虑随机混合的情况下，研究超轻类轴子粒子在该框架中的作用。最后，我们在第5节总结全文。

2 多组分轴子暗物质概述

本节简要回顾最近提出的多组分轴子暗物质情景 [35]。在该框架中，暗物质由量子色动力学轴子（a_0）和 N轻类轴子粒子 A_i($i = 1$、$\cdots$、N)组成。注意，在此我们可以假设轴子质量排序为 $m_{A_1} < \cdots < m_{A_N} < m_{a_0,\,0}$。多组分轴子暗物质模型的低能有效势为

$$V_{\rm eff} = \sum_{i=0}^{N} \Lambda_i^4 \left[1 - \cos\left(\sum_{j=0}^{N} n_{ij}\theta_j\right)\right], \tag{2.1}$$

其中，Λ_i、θ_i和 n_{ij} 分别表示总体尺度、轴子角和畴壁数。在这一情景中，当前的总轴子能量密度（对应当前宇宙微波背景温度 T_0）为

$$\rho_{\rm tot,0} = \rho_{a_0,0} + \sum_{i=1}^{N} \rho_{A_i,0}\,, \tag{2.2}$$

其中，$\rho_{a_0,\,0}$ 和$\rho_{A_i,\,0}$ 是考虑轴子混合效应后的轴子能量密度。具体而言，混合后当前QCD轴子和类轴子粒子的能量密度可分别表示为

$$\text{QCD axion: } \rho_{a_0,0} = \frac{1}{2} m_{a_0,0} m_{A_N} f_{A_N}^2 \Theta_{{\rm i},A_N}^2 \left(\frac{\mathfrak{a}_{{\rm osc},A_N}}{\mathfrak{a}_0}\right)^3, \tag{2.3}$$

$$\text{ALPs: } \rho_{A_i,0} = \begin{cases} \dfrac{1}{2} m_{A_i} m_{a_0,\rm osc} f_{a_0}^2 \theta_{{\rm i},a_0}^2 \left(\dfrac{\mathfrak{a}_{{\rm osc},a_0}}{\mathfrak{a}_0}\right)^3, & \text{if } i = 1 \\ \dfrac{1}{2} m_{A_{i-1}} m_{A_i} f_{A_{i-1}}^2 \Theta_{{\rm i},A_{i-1}}^2 \left(\dfrac{\mathfrak{a}_{{\rm osc},A_{i-1}}}{\mathfrak{a}_0}\right)^3, & \text{if } 1 < i \le N \end{cases} \tag{2.4}$$

其中，m_{a_0} 和 m_{A_i} 分别是QCD轴子和类轴子粒子的质量，f_{a_0} 和f_{A_i} 是衰变常数，$\theta_{{\rm i},\,a_0}$ 和$\Theta_{{\rm i},\,A_i}$ 是初始失配角，$\mathfrak{a}$是尺度因子，“osc”对应振荡温度 $T_{\rm osc}$。由此可得QCD轴子与类轴子粒子之间的能量密度之比 [35]

$$\frac{\rho_{a_0,0}}{\rho_{A_i,0}} \simeq \begin{cases} \dfrac{m_{a_0,0}\sqrt{m_{a_0,\rm osc}}}{m_{A_i}\sqrt{m_{A_N}}} \left(\dfrac{f_{A_N}}{f_{a_0}}\right)^2, & \text{if } i = 1 \\ \dfrac{m_{a_0,0}\sqrt{m_{A_{i-1}}}}{m_{A_i}\sqrt{m_{A_N}}} \left(\dfrac{f_{A_N}}{f_{A_{i-1}}}\right)^2, & \text{if } 1 < i \le N \end{cases} \tag{2.5}$$

其中假设初始失配角为一阶量。

畴壁数矩阵 n_{ij} 在公式（2.1）中取为一个（$N+1$）$\times$（$N+1$）矩阵 $\mathfrak{n}_{\mathrm{ij}}$，其索引从 $\mathrm{i}=0$ 和 $\mathrm{j}=0$开始。在文献 [35], 中，对于轴子混合机制采用最大混合。因此，畴壁数矩阵 n_{ij} 表示为

$$\mathfrak{n}_{\mathrm{ij}}=\begin{pmatrix}1&0&0&0&\cdots&0\\1&1&0&0&\cdots&0\\1&0&1&0&\cdots&0\\1&0&0&1&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\1&0&0&0&\cdots&1\end{pmatrix},\quad \mathfrak{n}_{\mathrm{ij}}=\begin{pmatrix}1&1&1&1&\cdots&1\\0&1&0&0&\cdots&0\\0&0&1&0&\cdots&0\\0&0&0&1&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\0&0&0&0&\cdots&1\end{pmatrix}. \tag{2.6}$$

前者对应轻 QCD 轴子情景，此时所有类轴子粒子的衰变常数都小于 QCD轴子的衰变常数，$f_{A_i}\ll f_{a_0}$；后者对应重 QCD 轴子情景，此时所有类轴子粒子的衰变常数都大于 QCD轴子的衰变常数，$f_{A_i}\gg f_{a_0}$。随后，通过式（2.5），我们可以观察到，不同的轴子将在混合后成为主导：

Light axion scenario: the lightest ALP A_1 dominates, (2.7)

重轴子情景：QCD轴子和类轴子粒子（除 A_1 外）可能占主导。(2.8)

在轻轴子情景中，只有记为 A_1 的最轻轴子样粒子发挥主导作用。相比之下，在重轴子情景中，QCD轴子和其余类轴子粒子（除 A_1 外）都有可能成为主导。这一结果取决于类轴子粒子衰变常数的相对大小。如果所有类轴子粒子衰变常数都非常相近，QCD轴子和其他非最轻轴子样粒子将占主导。然而，如果类轴子粒子衰变常数之间存在显著差异，不同的轴子可能占据主导地位，因此需要基于具体模型参数进行详细分析。

这里采用最大混合机制；有关相关能量密度转移的详情，请参阅文献 [35] 。接下来，我们将纳入近期提出的随机混合机制，拓展对多组分轴子暗物质情景的分析。

3 随机轴子混合的新视角

在本节中，我们通过纳入随机轴子混合机制 [38]，扩展多组分轴子暗物质情景。该机制对于联系更一般的紫外构造，以及以统一的方式探究由此产生的轴子能量密度至关重要。

我们注意到，要实现最大轴子混合，类轴子粒子的衰变常数必须远小于或远大于 QCD轴子的衰变常数。在上一节中，我们假设所有 N 类轴子粒子都满足这一条件。否则，有效混合次数就会减少，即。e。，少于 N。然而，在随机轴子混合情景中，即使部分类轴子粒子的衰变常数小于 QCD轴子的衰变常数，而其他类轴子粒子的衰变常数更大，质量交叉的总次数仍为 N。因此，随机混合是一种更一般的混合机制，因为它不依赖于对轴子衰变常数的严格限制。需要指出的是，无论采用何种混合机制，这些类轴子粒子的质量都必须小于 QCD轴子的零温质量，并且彼此非简并、相互间隔较大。

在随机轴子混合情景中，式(n_{ij} 中的畴壁数2.1矩阵）给出为

$$\mathfrak{n}_{\mathrm{ij}} = \begin{pmatrix} 1 & d_1 & d_2 & d_3 & \cdots & d_N \\ \tilde{d}_1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \tilde{d}_2 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \tilde{d}_3 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{d}_N & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}, \tag{3.1}$$

˜其中， $d_i = 1 - d_i$，且 d_i 定义为

$$d_i = \begin{cases} 0\,, & \text{if } f_{A_i} \ll f_{a_0} \\ 1\,, & \text{if } f_{A_i} \gg f_{a_0} \end{cases} \tag{3.2}$$

分别对应于上文讨论的轻轴子和重轴子情景。因此，每个 d_i 决定第 i个轴子样粒子相对于QCD轴子处于轻质量区域还是重质量区域，而式（3.1）中的矩阵则同时编码了所有这些选择。可以看出，这里的畴壁数矩阵具有统一的形式，因为它将前述两种情景合并为一个整体。尽管在双轴子混合的情形下，可以明确证明轻轴子和重轴子情景之间存在对偶性，但通过随机混合在单一框架内统一这两种情景，代表了多轴子混合的一种新颖方法。

现在，我们将随机混合机制纳入多组分轴子暗物质情景。我们发现，轴子场的演化和轴子能量密度的转移，与参考文献 [35] 中最大混合情形的讨论相似。不过，两者有两个主要区别。第一，轴子混合的次数不同：如前所述，对于由 N 个类轴子粒子组成的系统，混合次数保持为 N。

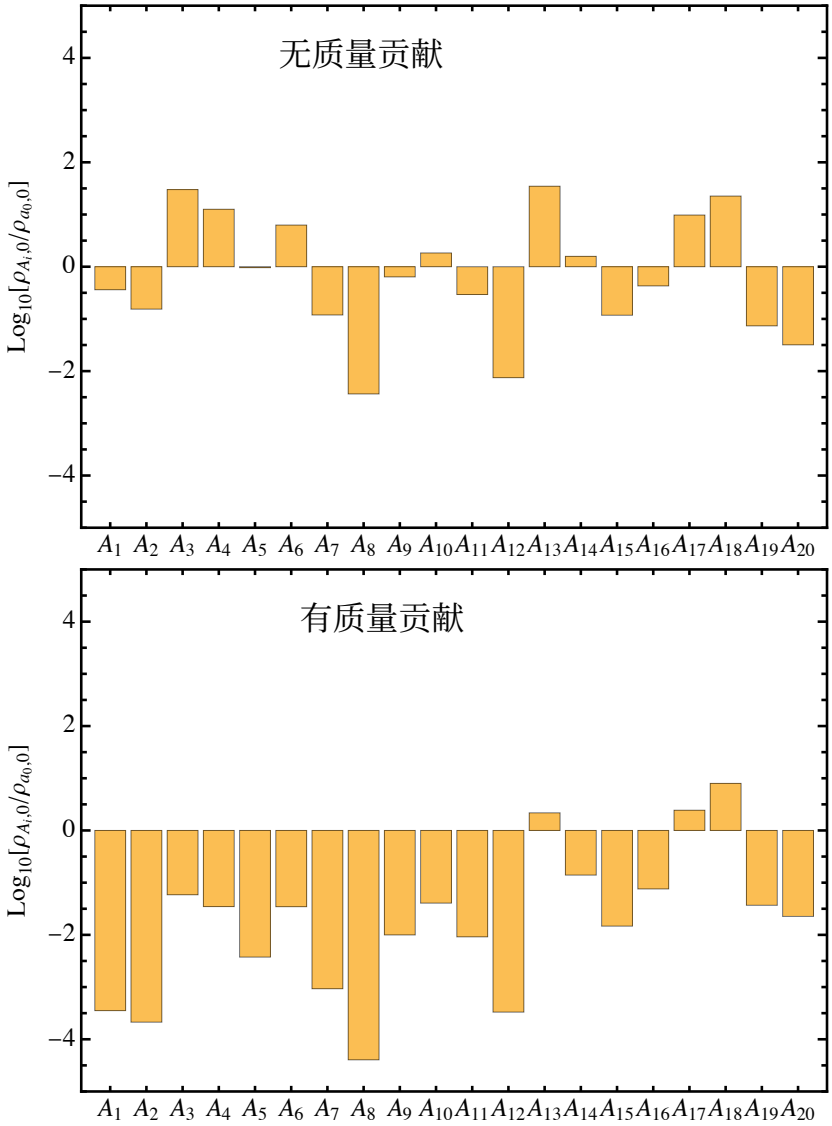


图1：随机混合情景下能量密度之比 $\rho_{A_i,0}/\rho_{a_0,0}$ 。上图和下图分别表示不含和含有轴子质量贡献的情况。这里设定 $f_{a_0} = 10^{12}$吉电子伏特， f_{A_i} 取自范围为 $10^{11} - 10^{13}$ 吉电子伏特内的20个随机值。

第二，两种情景中的轴子衰变常数存在内在差异，因此轴子能量密度也不同。

在图 1中，我们展示了随机混合情景下轴子能量密度比的分布，考虑的系统包含一个 QCD轴子和二十个类轴子粒子。上图展示了忽略轴子质量贡献的情景，因此仅显示轴子衰变常数的影响。

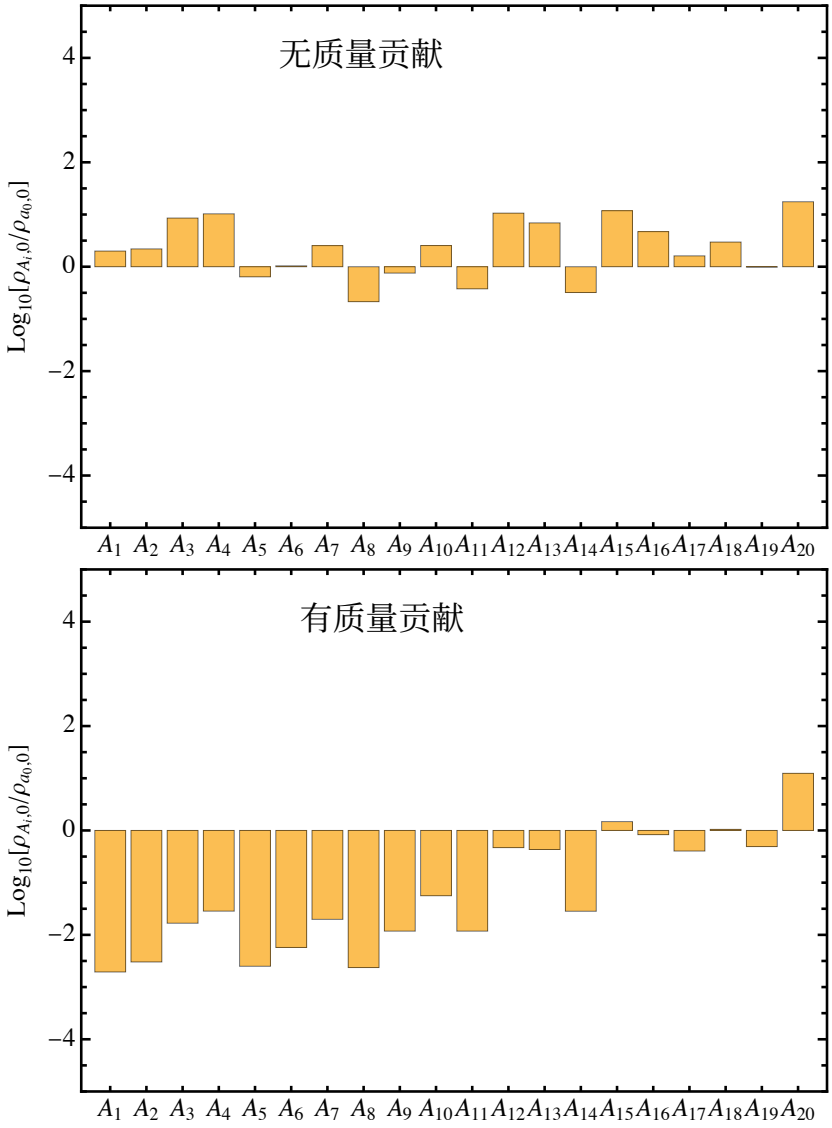


图2：与图1 相同，但对应更窄的区间 f_{A_i}。此处我们设定 f_{a_0} =10^{12} 吉电子伏特，并将 f_{A_i} 选为范围内的 20 个随机值 $10^{11.5} - 10^{12.5}$ 吉电子伏特。

我们发现，在这种情况下，混合后 QCD轴子或任何一个类轴子粒子都可能占据主导地位。这与我们此前在文献 [35], 中关于最大混合的讨论形成对比，主要是由于衰变常数在 $f_{A_i} \sim 10^{11} - 10^{13}$吉电子伏特范围内的内禀取值不同。此外，考虑轴子质量贡献后，我们还获得了新的认识。此前已讨论过轻轴子和重轴子情景中轴子质量的谱特征。事实上，这种谱特征，即。，轴子质量的层级分布，适用于

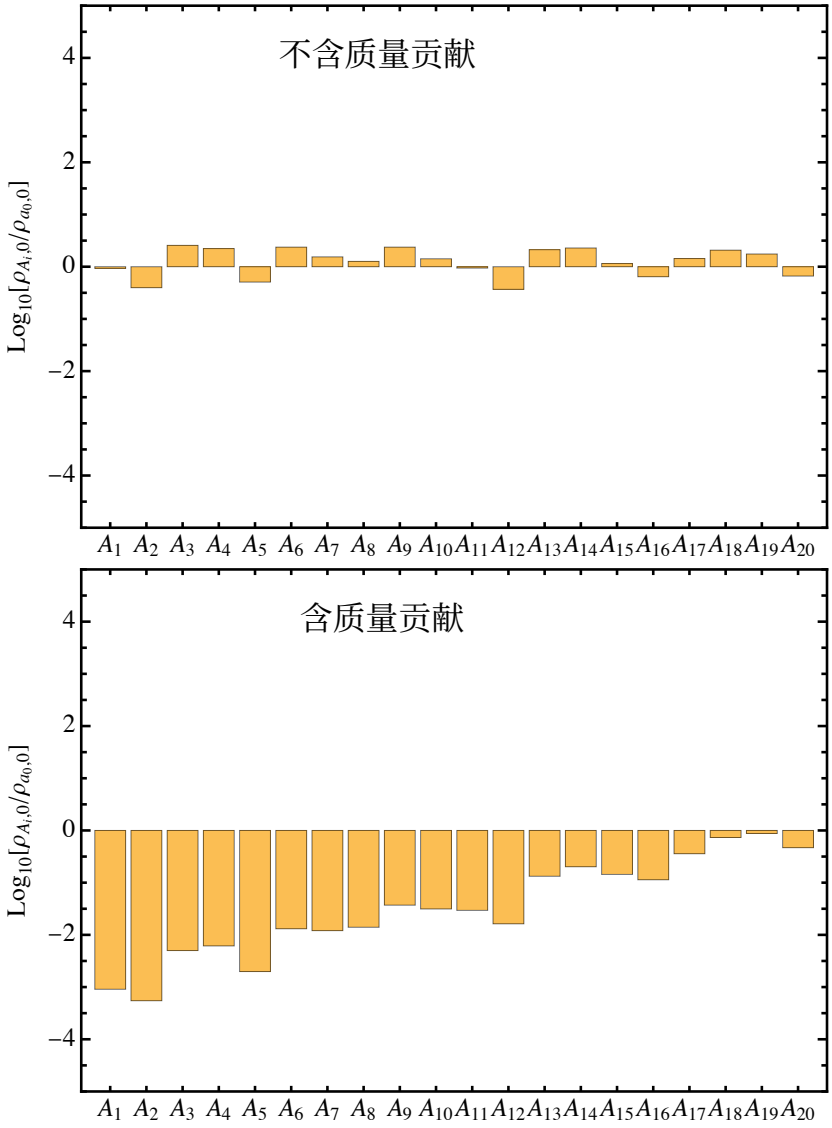


图3：与图1 相同，但对应于更窄的区间 f_{A_i}。这里我们设定 f_{a_0} =10^{12} 吉电子伏特，并将 f_{A_i} 选为范围 $10^{11.75}-10^{12.25}$ 吉电子伏特内的20个随机值。

同样适用于随机轴子混合，其特征可由以下参数刻画

$$\frac{m_{A_i}}{m_{A_{i+1}}} \lesssim \frac{1}{2}\,, \quad \frac{m_{A_i}}{m_{a_0,0}} \lesssim \left(\frac{1}{2}\right)^{N-i+1}\,, \tag{3.3}$$

其中 N 表示类轴子粒子的数量。这些不等式表示实现有效质量交叉所需的质量层级，并且适用于衰变常数数量级相同的情况；更多详情请参见文献 [47] 。在下方的面板中

图 1展示了计入轴子质量贡献后的轴子能量密度比分布。我们观察到，该比值随类轴子粒子质量增大而上升，这意味着质量最大的类轴子粒子占主导地位。

如图所示，当类轴子粒子的衰变常数取值范围更窄时，前述结论会更加明显2和3所示的取值范围分别为 $f_{A_i} \sim 10^{11.5} - 10^{12.5}$ 吉电子伏特 和 $\sim 10^{11.75} - 10^{12.25}$吉电子伏特。与图 1采用的较宽范围相比，后者仅凭衰变常数的差异就可能使任意一个轴子占据主导地位；较窄的范围则抑制了这种差异，从而能够单独考察层级轴子质量的影响。这样一来，连续质量交叉以及由此产生的对最重类轴子粒子的偏好就更加清晰了。请注意，在这些图中，考虑轴子质量贡献时，我们假设式（3.3）中的质量近似对所有类轴子粒子均成立。此外，尽管类轴子粒子的衰变常数取值范围较窄，且包含 QCD轴子的衰变常数，但它们必须与之保持区别并维持一定间隔；否则，对每个类轴子粒子属于轻质量区域还是重质量区域的分类，以及实现高效能量转移所需的层级质量条件，都会变得模糊。此处理旨在研究随机混合机制中的轴子质量效应，同时保留这一总体结论：纳入质量贡献后，较重的类轴子粒子在混合后往往占据主导地位。

4 超轻类轴子粒子的作用

本节中，我们将考察随机混合机制下，超轻类轴子粒子在多组分轴子情景中的作用。

我们首先考虑双组分框架，具体而言，即一个由 QCD轴子（a_0）和一个类轴子粒子（A）组成的模型。需要注意的是，由于我们的目标是探究超轻类轴子粒子的作用，并且 QCD轴子只有一个，我们将数值分析归一化到 QCD轴子暗物质丰度。鉴于模型参数数量众多，目前全面展示总轴子丰度的重要性相对较低。根据第 2节及随机混合框架，在该框架中，每个类轴子粒子都可能位于 f_{a0}的任一侧，QCD轴子暗物质丰度可表示为

$$\begin{aligned}\Omega_{a_0}h^2 \simeq 0.14 &\left(\frac{g_{*s}(T_0)}{3.94}\right)\left(\frac{g_*(T_{\mathrm{osc},A})}{61.75}\right)^{-1/4} \\ &\times \left(\frac{f_{a_0}}{10^7\,\mathrm{GeV}}\right)^{-1}\left(\frac{f_A}{10^{11.2}\,\mathrm{GeV}}\right)^{2}\left(\frac{m_A}{10^{-2}\,\mathrm{eV}}\right)^{-1/2}\left\langle\Theta_i^2 f(\Theta_i)\right\rangle\,,\end{aligned} \tag{4.1}$$

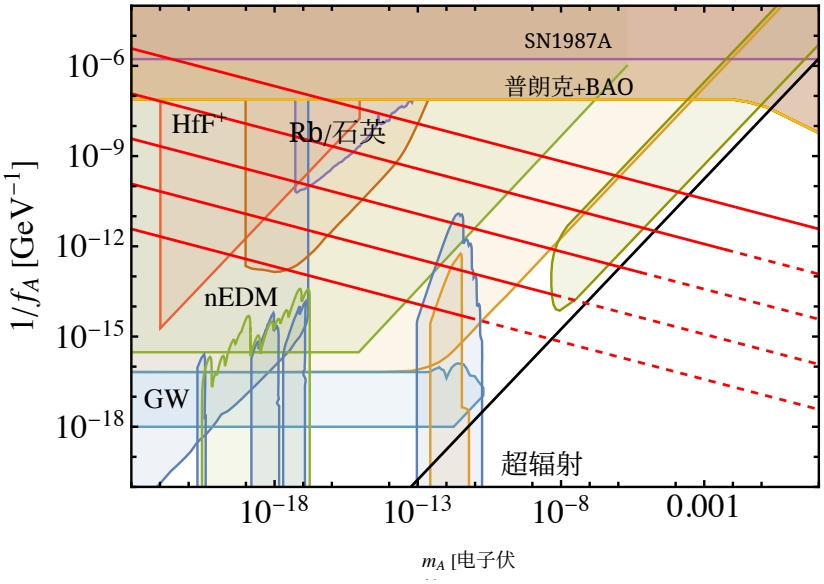


图 4：双组分轴子暗物质情景下随机轴子混合的 $\{m_A, 1/f_A\}$ 参数平面中类轴子粒子的约束。粗红线对应的 QCD轴子衰变常数范围为$f_{a_0} = 10^6$ 吉电子伏特至 10^{18}吉电子伏特。实线和虚线红线分别对应于$m_A < m_{a_0,\,0}$ 和$m_A > m_{a_0,\,0}$。该参数平面中的其他类轴子粒子约束取自文献 [48]。

or

$$\Omega_{a_0} h^2 \simeq 0.14 \left(\frac{g_{*s}(T_0)}{3.94}\right) \left(\frac{g_*(T_{\mathrm{osc},A})}{61.75}\right)^{-1/4} \times \left(\frac{f_{a_0}}{10^{14}\,\mathrm{GeV}}\right)^{-1} \left(\frac{f_A}{10^{13.2}\,\mathrm{GeV}}\right)^{2} \left(\frac{m_A}{10^{-8}\,\mathrm{eV}}\right)^{-1/2} \left\langle \Theta_i^2 f(\Theta_i) \right\rangle . \tag{4.2}$$

这里，$f(\Theta_i)$是非谐因子。为简单起见，我们令$\langle \Theta_i^2 f(\Theta_i) \rangle \sim 1$。注意，上述公式（4.1）和（4.2）分别对应随机混合中的两种不同情况：$f_A > f_{a_0}$ 和 $f_A < f_{a_0}$。尽管写成两个独立的公式，但它们具有相同的形式，区别仅在于所选取的参数参考值不同。为便于比较，我们分别令 f_{a_0} 取极小值和极大值。此外，我们令类轴子粒子质量 m_A 小于 $m_{a_0,\,0}$。

在图 4中，我们展示了 $\{m_A, 1/f_A\}$ 平面上的轴子样粒子分布。每条粗红线对应一个固定的 QCD轴子衰变常数 $f_{a_0} = 10^6$–10^{18}吉电子伏特，沿着该红线，通过适当选择轴子样粒子参数，QCD轴子本身可以解释观测到的暗物质丰度。对于给定的 f_{a_0}，红线的两个分支分别对应 $f_A > f_{a_0}$ 和 $f_A < f_{a_0}$，即i.e.，分别对应方程（4.1）和（4.2）所描述的两种情形。

这些红线的实线部分表示 $m_A < m_{a_0,\ 0}$ 的区域，此时轴子样粒子比 QCD轴子更轻，可以满足实现有效质量交叉所需的层级质量条件；虚线部分表示 $m_A > m_{a_0,\ 0}$ 的区域，这些部分仅为完整起见而展示，位于随机混合框架所采用的质量排序之外。为完整起见，我们还纳入了参考文献 [48]，对该平面中轴子样粒子的现有约束，从而全面概述允许的参数空间。我们发现，在随机轴子混合情景下，允许轴子构成全部暗物质的 QCD轴子衰变常数参数空间显著扩大。这主要是因为在随机混合中，QCD轴子丰度会根据不同轴子样粒子参数的选择而受到抑制或得到增强；通过调节 f_A 和 m_A，可以补偿比标准错位机制情景宽得多的 f_{a_0} 范围。具体而言，随着 f_{a_0} 增加，轴子样粒子质量的相应上限降低，这意味着轴子样粒子变得更轻。这一趋势与零温QCD轴子质量按 $m_{a_0,\ 0} \propto 1/f_{a_0}$ 缩放的事实一致，因此，更大的 f_{a_0} 会使质量锚点降低，而轴子样粒子谱正是在该质量锚点以下构建的。此外，轴子样粒子质量的下限也受到一些约束。然而，由于这一界限源自轴子能量的绝热转换，且图 4所示的大部分参数空间已被其他现有约束排除，我们将不再对此展开讨论。相比之下，就轴子样粒子质量的上限而言，无论 QCD轴子衰变常数极小还是极大，相应参数空间的大部分仍不受约束，并且可由未来的轴子样粒子探测实验探索。这是随机混合机制带来的主要新颖宇宙学后果之一。

此外，在图5中，我们还展示了 $\{m_A, g_{A\gamma}\}$ 参数平面，其中 $g_{A\gamma}$ 表示轴子样粒子-光子耦合常数。注意，

$$g_{a_0\gamma} = \frac{\alpha}{2\pi}\frac{C_{a_0\gamma}}{f_{a_0}}\,, \quad C_{a_0\gamma} = \frac{E}{N} - 1.92\,, \tag{4.3}$$

$$g_{A\gamma} = \frac{\alpha}{2\pi}\frac{C_{A\gamma}}{f_A}\,, \quad C_{A\gamma} \simeq \mathcal{O}(1)\,, \tag{4.4}$$

其中 $C_{a_0\gamma}$ 和 $C_{A\gamma}$ 是模型依赖常数，$E/N = 8/3$ 对于 DFSZ-I轴子，$\alpha \simeq 1/137$ 是精细结构常数，并且为简单起见，我们取 $C_{A\gamma} \simeq \mathcal{O}$（1）。由于$g_{A\gamma}$ 与轴子样粒子衰变常数的倒数成正比 f_A，因此得到的轴子样粒子分布（红色实线和虚线）与图 4中的分布类似；实线和虚线部分分别对应于 $m_A < m_{a_0,\ 0}$ 和 $m_A > m_{a_0,\ 0}$。在此参数平面中，每条红线都是通过 f_A 将图 4中对应的$g_{A\gamma} \propto 1/f_A$转换得到的，因此较大的 f_A 对应较小的 $g_{A\gamma}$，反之亦然。我们

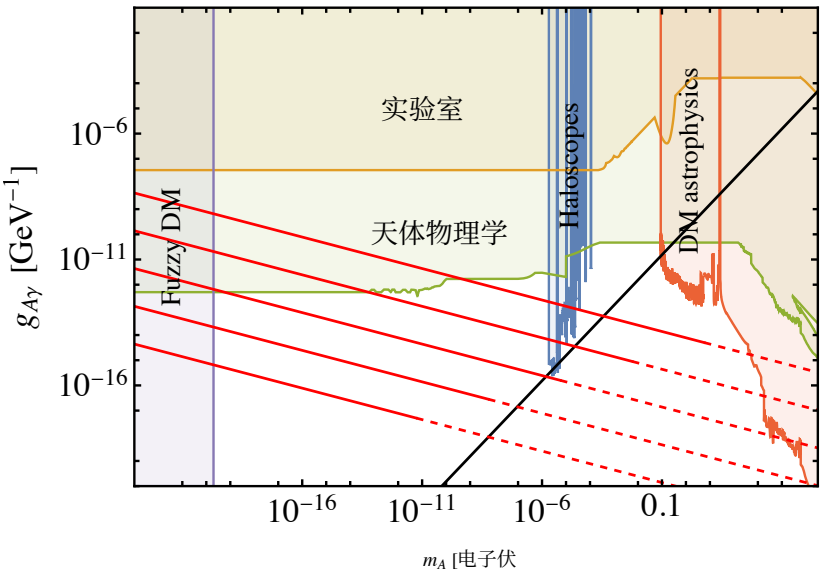


图5：双组分轴子暗物质情景下随机轴子混合的类轴子粒子-光子耦合 $\{m_A, g_{A\gamma}\}$ 参数平面上的类轴子粒子约束。粗红线对应的QCD轴子衰变常数范围为$f_{a_0} = 10^6$吉电子伏特至 10^{18} 吉电子伏特。实线和虚线红线分别对应$m_A < m_{a_0,\ 0}$ 和$m_A > m_{a_0,\ 0}$。该参数平面上的其他类轴子粒子约束取自参考文献 [48]。

请注意， $C_{A\gamma} \simeq \mathcal{O}(1)$ 是一个简化假设；在具体的紫外完备理论中，$C_{A\gamma}$ 可能相差一个 $\mathcal{O}(1)$ 因子，这会使红线发生垂直平移，但不会改变其形状或定性结论。类轴子粒子-光子耦合是受到最广泛搜寻的类轴子粒子相互作用之一，而相应的限制对于广泛的类轴子粒子质量范围而言也最为严格。然而，在现有的类轴子粒子-光子耦合限制下，对轻类轴子粒子的界限仍相对宽松，大多数轻类轴子粒子尚未被排除。这一点对于质量为 $m_A \lesssim 10^{-11}$eV 的超轻类轴子粒子尤其重要；其振荡频率低于传统腔体轴子探测器的探测范围，但可通过集总元件探测器、低频谐振器和天文观测进行探测。因此，轻类轴子粒子的关注区域很可能在不久的将来通过即将开展的类轴子粒子-光子耦合实验得到探测或排除，尤其是通过天文观测和暗物质间接搜寻。尽管可能已经确定了一些类轴子粒子质量下限，但这一参数空间仍然足够大。

对于类轴子粒子与电子的耦合（e）、中子的耦合（n）以及质子的耦合（p），也有类似的结论，分别如图6、7和8所示。这些图中的红线采用相同的方法，通过 f_A 转换 $g_{Ae} \propto 1/f_A$， $g_{An} \propto 1/f_A$和

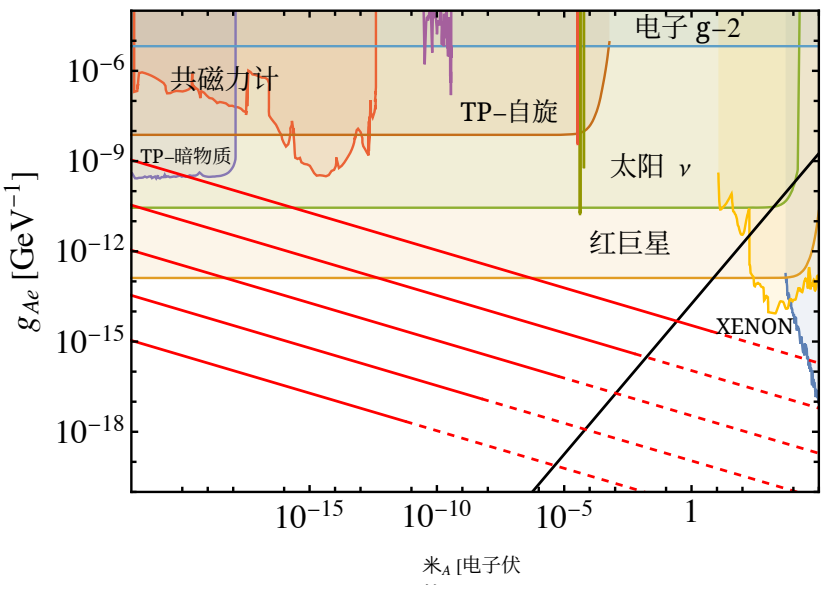


图 6：与图 5 相同，但针对 ALP-电子耦合 $\{m_A, g_{Ae}\}$ 参数平面。实线和虚线红线分别对应$m_A < m_{a_0,\ 0}$ 和$m_A > m_{a_0,\ 0}$。该参数平面中关于类轴子粒子的其他限制取自参考文献 [48]。

$g_{Ap} \propto 1/f_A$分别得到。相应的耦合为

$$g_{a_0 e} = \frac{C_{a_0 e} m_e}{f_{a_0}}, \quad C_{a_0 e} = 2 \times 10^{-4}\,(\text{KSVZ}), \tag{4.5}$$

$$g_{Ae} = \frac{C_{Ae} m_e}{f_A}, \quad C_{Ae} \simeq \mathcal{O}(1), \tag{4.6}$$

$$g_{a_0 n} = \frac{C_{a_0 n} m_n}{f_{a_0}}, \quad C_{a_0 n} = 0.26\,(\text{DFSZ}), \tag{4.7}$$

$$g_{An} = \frac{C_{An} m_n}{f_A}, \quad C_{An} \simeq \mathcal{O}(1), \tag{4.8}$$

$$g_{a_0 p} = \frac{C_{a_0 p} m_p}{f_{a_0}}, \quad C_{a_0 p} = -0.47\,(\text{KSVZ}), \tag{4.9}$$

$$g_{Ap} = \frac{C_{Ap} m_p}{f_A}, \quad C_{Ap} \simeq \mathcal{O}(1), \tag{4.10}$$

其中，$m_e \simeq 5.11 \times 10^{-4}$ 吉电子伏特、$m_n \simeq 0.939565$吉电子伏特和 $m_p \simeq 0.938272$ 吉电子伏特分别为电子、中子和质子的质量。类似地，为简单起见，我们取 C_{Ae}，C_{An}，$C_{Ap} \simeq \mathcal{O}(1)$。请注意，在图7 （针对中子）和图8 （针对质子）中，未显示 $m_A > m_{a_0,\ 0}$ （虚线）对应的一些区域，因为目前尚不清楚这部分已有的限制。

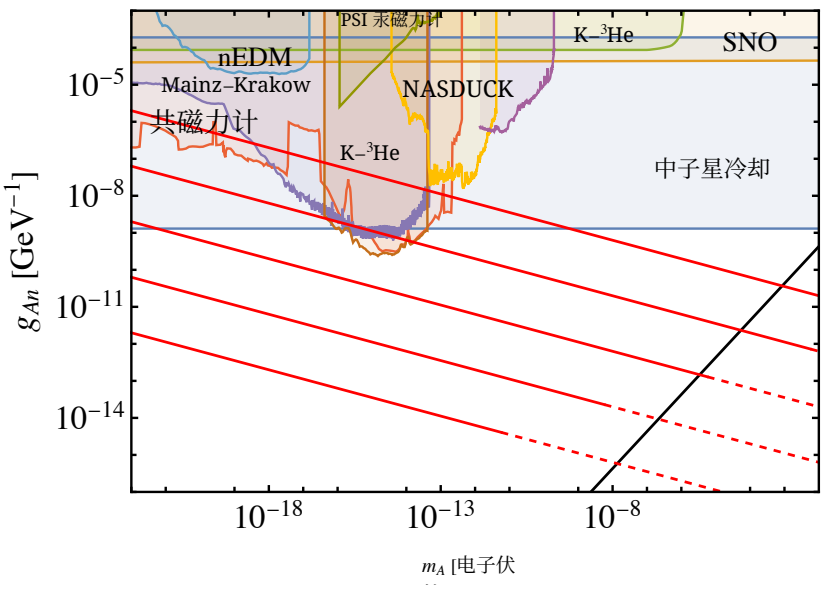


图 7：与图 5 相同，但对应于轴子样粒子-中子耦合 $\{m_A, g_{An}\}$ 参数平面。实线和虚线红线分别对应于$m_A < m_{a_0,0}$ 和$m_A > m_{a_0,0}$。该参数平面中类轴子粒子的其他限制取自参考文献 [48]。

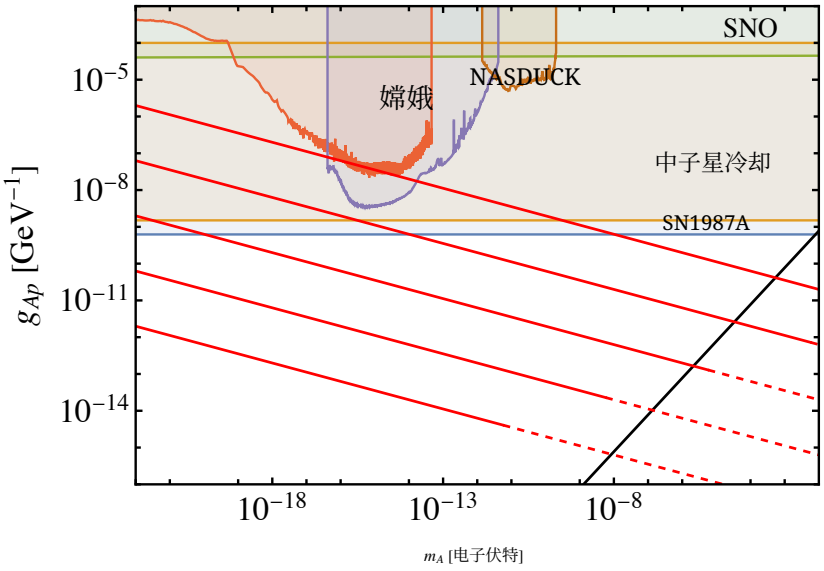


图 8：与图 5 相同，但对应于轴子样粒子-质子耦合 $\{m_A, g_{Ap}\}$ 参数平面。实线和虚线红线分别对应于$m_A < m_{a_0,0}$ 和$m_A > m_{a_0,0}$。该参数平面中类轴子粒子的其他限制取自参考文献 [48]。

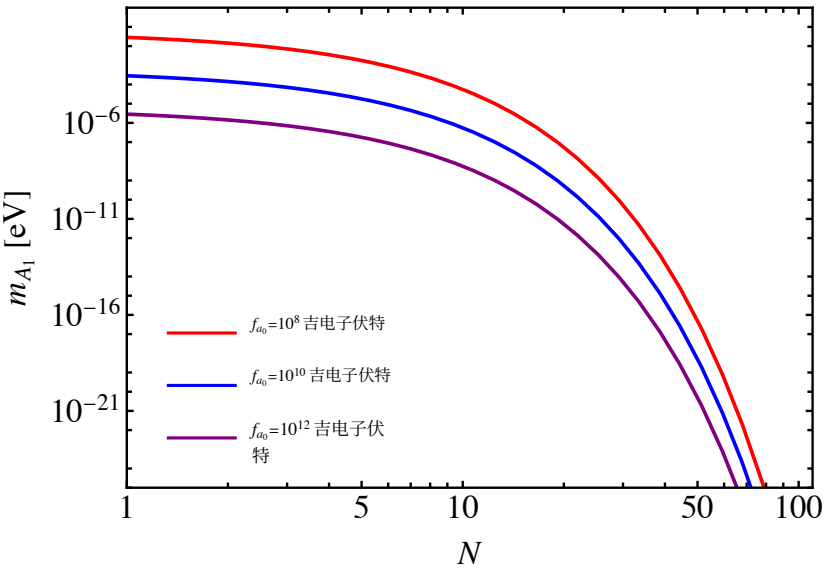


图9：随机轴子混合中最轻轴子样粒子质量的上限 A_1 随轴子样粒子总数的变化 N。这些线由式（3.3），即， $m_{A_1} \lesssim 2^{-N} m_{a_0,\ 0}$给出，并假设轴子样粒子质量随 i单调增加。红色、蓝色和紫色线分别表示$f_{a_0} = 10^8$ 吉电子伏特、 10^{10}吉电子伏特和 10^{12}吉电子伏特。

接下来，我们考虑由QCD轴子（a_0）和 N 个轴子样粒子（A_i）组成的多组分情景，其质量排序为$m_{A_i} < m_{A_{i+1}} < m_{a_0,\ 0}$。图9 给出了随机轴子混合中最轻轴子样粒子质量 A_1 随轴子样粒子总数的上限。这里的线并非通过扫描各个轴子样粒子衰变常数 f_{A_i}获得；相反，它们由式（3.3）给出，而该条件是随机混合框架中实现有效质量交叉和能量转移所必需的。对于最轻轴子样粒子，该条件近似意味着

$$m_{A_1} \lesssim 2^{-N} m_{a_0,0}\,, \tag{4.11}$$

达到 O（1） 倍因子和非简谐修正。因此，对于每个固定的 f_{a_0} 和 N，图9 中的相应曲线表示满足层级条件的最大 m_{A_1}。等价地，它是由以下要求所允许的包络线：N 类轴子粒子可以被容纳在零温QCD轴子质量以下，且连续质量比为 1/2或更小。

图9 展示的若干特征值得强调。首先， A_1的上限会随着 N的增加而迅速下降。这种变化在 N中基本呈指数关系， 2^{-N} 正如分层条件下的

在 $N \sim \mathcal{O}(100)$时，这一趋势尤为明显，此时最轻轴子样粒子被推入极端超轻质量区域。其次，在 N固定时， m_{A_1} 的上限会随着QCD轴子衰变常数 f_{a_0} 的增大而降低。这主要是因为零温QCD轴子质量按$m_{a_0\text{的规律变化，}0} \propto 1/f_{a_0}$；因此，较大的 f_{a_0} 会降低构建分层轴子类粒子谱所依据的整体质量锚点。图9中的红线、蓝线和紫线分别对应 $f_{a_0} = 10^8$ 吉电子伏特、 10^{10}吉电子伏特和 10^{12}吉电子伏特，清楚地展现了这一趋势。

上述标度关系对于弦轴子宇宙构造具有物理意义。在 IIB 型弦轴子景观中，存在 $\sim \mathcal{O}(100)$ 个具有分层质量和衰变常数的轻类轴子粒子是普遍现象，并且自然包含 QCD轴子 [18]。在这样的谱中，大量类轴子粒子并非只是集中在同一质量窗口内；相反，若要满足分层条件，最轻态就必须轻得多，轻到呈指数级差异。此外，在随机混合中，这些超轻类轴子粒子 (f_{A_i}) 的衰变常数通常不受小值限制，可以取非常大的值。这引出了一个重要结论：

- 随机混合模型中的轴子/类轴子粒子数量越多，出现的超轻类轴子粒子就越多，因此具有大衰变常数的可行类轴子粒子也会更多。

这些目前尚未触及实验界限的类轴子粒子，是未来轴子探测实验的重点关注对象。需要注意的是，图9 中的曲线应被视为由式（3.3）得到的代表性上包络；对于范围更广的衰变常数，或非普适的 $O(1)$ 系数，具体的上限可能会有 $O(1)$ 倍的变化，但对 N 的指数依赖关系以及对f_{a_0} 的单调依赖关系仍然稳健。

5 结论

总之，我们重新审视了多组分轴子暗物质情景，并通过纳入近期提出的随机轴子混合机制，探讨了超轻类轴子粒子在该框架中的作用。与最大混合情形相比，随机畴壁矩阵为轻轴子区域和重轴子区域提供了统一的参数化方式，并根据各类轴子的衰变常数是低于还是高于QCD轴子的衰变常数，对其进行分类。这种普适性使我们能够以更加模型无关的方式分析混合后能量密度，同时仍要求类轴子粒子质量低于零温QCD轴子质量，并且彼此非简并，以实现有效的质量交叉。因此，所得的暗物质唯象学比简单地在轻轴子极限和重轴子极限之间插值更加丰富。

我们的分析揭示了几个关键认识。首先，不同于最大混合情景，随机机制根据参数的不同，既可能使QCD轴子占据混合后能量密度的主导地位，也可能使任意一种类轴子粒子占据主导地位。在不存在轴子质量贡献时，混合后丰度仅由衰变常数控制，因此主导态不一定是QCD轴子，也可以是任意一种类轴子粒子。一旦纳入轴子质量贡献，连续质量交叉便会根据质量排序重新分配能量密度，并且比值$\rho_{A_i,\,0}/\rho_{a_0,\,0}$会随类轴子粒子质量增加而增大，因此质量最大的类轴子粒子往往占据优势。当类轴子粒子的衰变常数取自围绕 f_{a_0}的窄范围时，这一行为最为直观；在此情况下，可以满足实现有效能量转移所需的层级质量条件。对于更宽的分布或f_{A_i}的强非普适分布，主导组分的身份可能取决于衰变常数与质量之间的具体竞争关系，不过，纳入质量贡献后，质量更大的类轴子粒子更受青睐这一总体趋势仍然成立。

其次，在双组分框架下，随机混合显著扩展了QCD轴子衰变常数 f_{a_0} 的可行参数空间，使得QCD轴子即使在通常会导致暗物质过量或不足的 f_{a_0} 取值下，也能够构成观测到的冷暗物质丰度的全部。相应的类轴子粒子质量范围在很大程度上仍未受到当前实验的约束；对于较大的 f_{a_0} ，类轴子粒子质量的上限会向更轻的取值移动。因此，这些区域是未来轴子搜寻的有前景目标，尤其是通过ALP-光子、ALP-电子和ALP-核子耦合开展的搜寻。

最后，将我们的分析扩展到多组分情形后，我们发现，更多的类轴子粒子会促使更多具有较大衰变常数的超轻类轴子粒子出现。在随机混合框架中，层级质量条件意味着 $m_{A_1} \lesssim 2^{-N} m_{a_0,\,0}$，因此随着 N 增大，最轻轴子样粒子会被推入极端超轻区域；对于固定的 N，更大的 f_{a_0} 会进一步降低这一上限。这样的谱在弦轴子宇宙构造中具有充分的物理动机：其中， $\mathcal{O}(100)$ 个具有分层质量和衰变常数的轻质量轴子样粒子可以与 QCD轴子自然共存。我们提醒，相关曲线应被视为代表性上包络；对于非普适的 $O(1)$ 系数或更宽的衰变常数范围，具体界限可能发生变化，但对 N 的指数依赖关系以及对 f_{a_0} 的单调依赖关系仍然稳健。这些目前尚未受到实验限制的超轻类轴子粒子，是即将开展的轴子搜寻中极具吸引力的目标。我们的工作凸显了多组分轴子暗物质丰富的现象学，并强调了超轻类轴子粒子作为连接理论模型与未来观测探测的桥梁所发挥的关键作用。

致谢

本工作得到了云南大学和云南省天体粒子物理重点实验室的支持。

参考文献

[1] *M. Cirelli*、*A. Strumia* 和 *J. Zupan*，《暗物质》，*2406.01705*。[2] *R. Peccei* 和 *H. R. Quinn*，《瞬子存在下的*CP*守恒》，*Phys. Rev. Lett. 38*（*1977*）*1440–1443*。[3] *R. Peccei* 和 *H. R. Quinn*，《瞬子存在下*CP*守恒施加的约束》，*Phys. Rev. D 16*（*1977*）*1791–1797*。[4] *S. Weinberg*，《一种新的轻玻色子？》，*Phys. Rev. Lett. 40*（*1978*）*223–226*。[5] *F. Wilczek*，《瞬子存在下强 P 和 T 不变性的问题》，*Phys. Rev. Lett. 40*（*1978*）*279–282*。[6] *J. E. Kim*，《弱相互作用单态与强*CP*不变性》，*Phys. Rev. Lett. 43*（*1979*）*103*。[7] *M. A. Shifman*、*A. I. Vainshtein* 和 *V. I. Zakharov*，《禁闭能否确保强相互作用的自然*CP*不变性？》，核物理*B 166*（*1980*）*493–506*。[8] *M. Dine*、*W. Fischler* 和 *M. Srednicki*，《用无害轴子解决强*CP*问题的简单方案》，物理快报*B 104*（*1981*）*199–202*。[9] *A. R. Zhitnitsky*，《关于轴子强子相互作用可能受到抑制的问题》（俄文），*Sov. J. Nucl. Phys. 31*（*1980*）*260*。[10] *E. Witten*，《*O(32)*超弦的一些性质》，物理快报*B 149*（*1984*）*351–356*。[11] *M. B. Green* 和 *J. H. Schwarz*，《超对称*D*$=10$ 规范理论和超弦理论中的反常抵消》，物理快报*B 149*（*1984*）*117–122*。[12] *K.-w. Choi*，《来自高维规范场的*QCD*轴子》，*Phys. Rev. Lett. 92*（*2004*） 101602, [*hep-ph*/0308024]。[13] *M. Reece*，《额外维轴子的预期》，高能物理学杂志 *07*（*2025*） 130, [2406。08543]。[14] *P. Svrcek* 和 *E. Witten*，《弦理论中的轴子》，高能物理学杂志 *06*（*2006*）*051*，[*hep-th*/0605206]。[15] *J. P. Conlon*，《*QCD*轴子与模稳定化》，高能物理学杂志 *05*（*2006*）*078*，[*hep-th*/0602233]。[16] *A. Arvanitaki*、*S. Dimopoulos*、*S. Dubovsky*、*N. Kaloper* 和 *J. March-Russell*，《弦轴子景观》，*Phys. Rev. D 81*（*2010*） 123530, [0905。4720]。

[17] *B. S. Acharya*、*K. Bobkov* 和 *P. Kumar*，《解决强*CP*问题及轴子景观约束的*M*理论方案》，高能物理学杂志 *11*（*2010*） 105, [1004。5138]。[18] *M. Cicoli*、*M. Goodsell* 和 *A. Ringwald*，《*IIB*型弦轴子景观及其低能唯象学》，高能物理学杂志 *10*（*2012*） 146, [1206。0819]。[19] *J. Preskill*、*M. B. Wise* 和 *F. Wilczek*，《不可见轴子的宇宙学》，物理快报*B 120*（*1983*）*127–132*。[20] *L. Abbott* 和 *P. Sikivie*，《不可见轴子的宇宙学界限》，物理快报*B 120*（*1983*）*133–136*。[21] *M. Dine* 和 *W. Fischler*，《并非无害的轴子》，物理快报*B 120*（*1983*）*137–141*。[22] *D. J. E. Marsh*，《轴子宇宙学》，*Phys. Rept. 643*（*2016*）*1–*79, [1510。07633]。[23] *C. A. J. O'Hare*，《轴子暗物质的宇宙学》，*PoS COSMICWISPers*（*2024*）040, [2403。17697]。[24] *M. Montero*、*C. Vafa* 和 *I. Valenzuela*，《暗维度与沼泽地》，高能物理学杂志 *02*（*2023*） 022, [2205。12293]。[25] *N. Gendler* 和 *C. Vafa*，《暗维度中的轴子》，高能物理学杂志 *12*（*2024*）*127*，[2404。15414]。[26] *H.-J. Li*，《暗维度中的*QCD*轴子暗物质》，高能物理学杂志 *05*（*2025*）*139*，[2412。19426]。[27] *R. Daido*、*N. Kitajima* 和 *F. Takahashi*，《*QCD*轴子与类轴子粒子之间的能级交叉》，*Phys. Rev. D 93*（*2016*） 075027, [1510。06675]。[28] *H.-J. Li*、*Y.-Q. Peng*、*W. Chao* 和 *Y.-F. Zhou*，《来自双重能级交叉的轻*QCD*轴子暗物质》，物理快报*B 849*（*2024*） 138444, [2310。02126]。[29] *D. Cyncynates* 和 *J. O. Thompson*，《来自避免能级交叉的重*QCD*轴子暗物质》，*Phys. Rev. D 108*（*2023*）*L*091703, [2306。04678]。[30] *C. T. Hill* 和 *G. G. Ross*，《一类赝戈德斯通玻色子的模型及新的唯象学含义》，核物理*B 311*（*1988*）*253–297*。[31] *S.-Y. Ho*、*K. Saikawa* 和 *F. Takahashi*，《从*QCD*轴子绝热转换而来的*ALP*暗物质的增强光子耦合》，*JCAP 10*（*2018*） 042, [1806。09551]。[32] *H.-J. Li*，《轴子景观中具有显式*Peccei–Quinn*对称性破缺的轴子暗物质》，*JCAP 09*（*2024*） 025, [2307。09245]。[33] *H.-J. Li*、*W. Chao*、*H.-K. Guo* 和 *Y.-F. Zhou*，《完成轴子双重能级交叉》，核物理*B 1026*（*2026*年） 117455, [2508。12722]。[34] *K. Murai*、*Y. Narita*、*F. Takahashi* 和 *W. Yin*，《具有改进绝热条件的能级交叉产生的*QCD*轴子暗物质》，高能物理学杂志 *04*（*2025*） 124, [2412。10232]。

[35] *H.-J. Li*，多组分轴子暗物质的一些性质，物理快报*B 873 (2026)* 140141, [2510.22569].
[36] *K. Murai*、*F. Takahashi* 和 *K. Tomiyama*，通过重轴子引起的 *Kapitza* 型调制实现轴子势符号翻转，高能物理学杂志 *07 (2026)* 171, [2509.11032].[37] *H.-J. Li* 和 *Y.-F. Zhou*，弦轴子宇宙中的轴子混合，核物理*B 1029 (2026)* 117574, [2504.10170].[38] *H.-J. Li*，随机轴子混合：超越衰变常数约束的一般机制，*2604.27784*.[39] *P. Asadi*、*D. Cyncynates* 和 *S. Gori*，轴子宇宙重子生成，*2511.15794*.[40] *A. de Giorgi*、*J. Jaeckel*、*S. Monath* 和 *V. Takhistov*，实验室实验中的多种轴子，*2512.16837*.[41] *M. Baryakhtar*、*D. Cyncynates* 和 *E. Henry*，轴子宇宙灯塔，*2602.23424*.[42] *M. Fernández Navarro*、*M. F. Zamoro*、*M. Pesut* 和 *X. Ponce Díaz*，强*CP*问题的多轴子解的结构，*2605.06787*.[43] *D. S. Gorgulho*、*J. A. Litterer* 和 *J. G. Rosa*，弦轴子宇宙对超辐射暗物质产生的增强，*2606.20524*.[44] *K. Langhoff*、*M. Ramos* 和 *M. Reig*，暗维度与轴子宇宙相遇，*2607.27314*.[45] *A. Sengupta*、*D. Stojkovic* 和 *A. G. Riess*，贯穿宇宙历史的多轴子阶梯：从暴胀、大爆炸核合成和早期暗能量到晚期加速膨胀，*2609.11907*.[46] *Z.-Y. Lei* 和 *J.-W. Cui*，多相模型中的轴子识别，*2610.24028*.[47] *H.-J. Li*，迈向有效轻、重*QCD*轴子情景，*2512.22829*.[48] *C. O'HARE*，*cajohare/axionlimits*：*Axionlimits*，*2020*年*7*月。*10.5281/zenodo.3932430*.